Journal of Industrial Psychology, 1993, 19(3), 1-5
Tydskrif vir Bedryfsielkunde, 1993, 19(3), 1-5

DIE BETROUBAARHEID VAN SAAMGESTELDE TELLINGS

J M SCHEPERS

Departement Menslike Hulpbronbestuur
Randse Afrikaanse Universiteit

ABSTRACT

The reliability of composite scores. A formula for estimating the reliability of composite scores is developed on the basis of the formal definition of reliability. This formula is less restricting than Cronbach's alpha coefficient and Spearman and Brown's prophecy formula. It is similar to Mosier's Formula 18, but uses less information. The application of the formula is illustrated with real data.

OPSOMMING

'n Formule om die betroubaarheid van saamgestelde tellings te beraam, is aan die hand van die formele definisie van betroubaarheid ontwikkel. Hierdie formule is minder beperkend as Cronbach se alfa-koëffisiënt en Spearman en Brown se vooruitskattingsformule. Dit stem ooreen met Mosier se Formule 18, dog gebruik minder inligting. Die toepassing van die formule word aan die hand van werklike toetsdata geïllustreer.

In die keuring van personeel word daar dikwels van toetsbatterye gebruik gemaak wat spesiaal saamgestel is om 'n bepaalde konstruk of reeks verwante konstrukte, te meet. So, byvoorbeeld, word daar van 'n *intellektuele indeks* gebruik gemaak in die keuring van leerlingvlieëniers om hul prestasie in die grondvakke van vlieg (lugdinamika, radar, weerkunde en praktiese navigasie) te voorspel. 'n Tipiese battery om die intellektuele indeks te bepaal, sal byvoorbeeld die volgende toetse insluit: Verstandelike Helderheid, Patroonverhoudings, Gottschaldt-Figure, Blox en Meganiese Insig.

In die afwesigheid van *geldigheidsinligting* oor die toetse wat saamgevoeg moet word, word *gelyke gewigte* aan hulle toegeken. Dit word bewerkstellig deur die *routellings* van die onderskeie toetse na *standaardtellings* te transformeer en dan saam te tel.

Indien routellings sonder meer bymekaargetel word om 'n saamgestelde telling te vorm, word die betrokke toetse inderdaad *direk proporsioneel* tot hulle *standaardafwykings* beswaar. Toetse met 'n wye verspreiding van punte dra dus 'n veel groter gewig as toetse met 'n eng verspreiding.

Daar bestaan egter 'n behoefte aan 'n formule om die betroubaarheid van saamgestelde tellings te bepaal sonder om die individuele komponente te beswaar.

Daar sal in hierdie studie 'n kritiese ontleding gemaak word van die bestaande formules in hierdie verband, en in die lig daarvan sal gepoog word om 'n formule daar te stel wat minder *beperkend* as die bestaande formules is.

Mosier (1943) het 'n formule ontwikkel aan die hand waarvan die betroubaarheid van 'n *beswaarde lineêre kombinasie* van tellings bepaal kan word:

$X = w_1X_1 + w_2X_2 + \ldots + w_jX_j + \ldots + w_kX_k$, waar

X = beswaarde lineêre kombinasie van tellings

X_j = telling ten opsigte van die j-de komponent

w_j = gewig van j-de komponent

K = getal komponente

Mosier (1943, p. 162) se formule kan soos volg weergegee word:

$$\rho_{XX'} = 1 - \frac{\sum_{j=1}^{K} w_j^2\sigma_j^2 - \sum_{j=1}^{K} w_j^2\sigma_j^2\rho_{jj'}}{\sum_{j=1}^{K} w_j^2\sigma_j^2 + \sum_{j}^{K} \neq \sum_{h}^{K} w_jw_h\sigma_j\sigma_h\rho_{jh}} \quad (M_1)$$

$$= \frac{\sum_{j=1}^{K} w_j^2\sigma_j^2\rho_{jj'} + \sum_{j}^{K} \neq \sum_{h}^{K} w_jw_h\sigma_j\sigma_h\rho_{jh}}{\sum_{j=1}^{K} w_j^2\sigma_j^2 + \sum_{j}^{K} \neq \sum_{h}^{K} w_jw_h\sigma_j\sigma_h\rho_{jh}} \quad (M_2)$$

Waar $\rho_{XX'}$ = betroubaarheidskoëffisiënt van die beswaarde lineêre kombiniasie van tellings

$\rho_{jj'}$ = betroubaarheidskoëffisiënt van die j-de komponent

σ_j^2 = variansie van j-de komponent

ρ_{jh} = korrelasie van j-de komponent met h-de komponent

Indien die *gewigte* (w_j) van die onderskeie komponente almal *gelyk gestel* word aan *een*, reduseer vergelyking (M_2) tot die volgende:

$$\rho_{XX'} = \frac{\sum_{j=1}^{K} \sigma_j^2\rho_{jj'} + \sum_{j}^{K} \neq \sum_{h}^{K} \sigma_j\sigma_h\rho_{jh}}{\sum_{j=1}^{K} \sigma_j^2 + \sum_{j}^{K} \neq \sum_{h}^{K} \sigma_j\sigma_h\rho_{jh}} \quad (M_3)$$

Indien daar van standaardtellings gebruik gemaak sou word, kan vergelyking (M_3) verder vereenvoudig word:

$$\rho_{XX'} = \frac{\sigma_j^2 \sum_{j=1}^{K} \rho_{jj'} + \sigma_j^2 \sum_{j}^{K} \neq \sum_{h}^{K} \rho_{jh}}{\sum_{j=1}^{K} \sigma_j^2 + \sigma_j^2 \sum_{j}^{K} \neq \sum_{h}^{K} \rho_{jh}} \quad (M_4)$$

$$= \frac{\sigma_j^2[K\bar{\rho}_{jj'} + K(K-1)\bar{\rho}_{jh}]}{\sigma_j^2[K + K(K-1)\bar{\rho}_{jh}]} \quad (M_5)$$

$$= \frac{\bar{\rho}_{jj'} + (K-1)\bar{\rho}_{jh}}{1 + (K-1)\bar{\rho}_{jh}} \quad (M_6)$$

Versoeke vir afdrukke moet gerig word aan J M Schepers, Departement Menslike Hulpbronbestuur, RAU, Posbus 524, Aucklandpark 2006

Formule (M_6) is formeel gelyk aan Mosier (1943, p. 166) se Formule (18) en is maklik om te bereken. Dit verg slegs 'n kennis van die *gemiddelde betroubaarheid* van die onderskeie komponente, die *gemiddelde interkorrelasie* van die komponente en die *getal* komponente.

Dit is interessant om daarop te let dat nie een van die standaardwerke oor toetsteorie na die genoemde formule van Mosier verwys nie (cf. Gulliksen, 1950; Magnusson, 1967; Lord & Novick, 1968; Allen & Yen, 1979 en Thorndike, 1982). Daar word egter na 'n soortgelyke formule as dié van Mosier verwys in die derde uitgawe van die gesaghebbende *Educational measurement* onder redaksie van Linn (1989), dog dit word nie verbind aan die naam van Mosier nie (cf. Feldt & Brennan, 1989, p. 117).

Murphy en Davidshofer (1991, p. 102) gee die volgende formule om die betroubaarheid van saamgestelde tellings te bepaal:

$$r_{ss'} = \frac{K - (K\bar{r}_{jj'})}{1 - K + [(K^2-K)\bar{r}_{ij}]} \qquad (MD_1)$$

waar $\bar{r}_{jj}$ = gemiddelde betroubaarheid van die onderskeie komponente
$\bar{r}_{ij}$ = gemiddelde interkorrelasie van die komponente
K = getal komponente

Hierdie formule is egter foutief, soos uit die volgende ontleding sal blyk:

Gestel die *gemiddelde interkorrelasie* is gelyk aan *een*, dan behoort sowel die gemiddelde betroubaarheid van die komponente as die betroubaarheid van die saamgestelde tellings gelyk te wees aan een. Dit blyk egter nie die geval te wees nie:

Indien $\bar{r}_{ij} = 1$, dan reduseer vergelyking (MD_1) tot die volgende:

$$r_{ss'} = \frac{K(1 - \bar{r}_{jj})}{1 - K + K^2 - K} \qquad (MD_2)$$

$$= \frac{K(1 - \bar{r}_{jj})}{(K-1)^2} \qquad (MD_3)$$

$$= 0$$

Murphy en Davidshofer gee nie die herleiding van hulle formule nie, dog dit is duidelik dat daar 'n *drukfout* ingesluip het. Hulle formule behoort in werklikheid soos volg te gelees het:

$$r_{ss'} = 1 - \frac{K - (K\bar{r}_{jj'})}{K + [(K^2-K)\bar{r}_{ij}]} \qquad (MD_4)$$

Hierdie formule kan verder soos volg vereenvoudig word:

$$r_{ss'} = 1 - \frac{K(1 - \bar{r}_{jj'})}{K[1 + (K-1)\bar{r}_{ij}]} \qquad (MD_5)$$

$$= 1 - \frac{1 - \bar{r}_{jj'}}{1 + (K-1)\bar{r}_{ij}} \qquad (MD_6)$$

$$= \frac{\bar{r}_{jj} + (K-1)\bar{r}_{ij}}{1 + (K-1)\bar{r}_{ij}} \qquad (MD_7)$$

Vergelyking (MD_7) is formeel gelyk aan Mosier se Formule (18).

Sichel (1950) het 'n formule ontwikkel om die toets-hertoetsbetroubaarheid van 'n lineêre kombinasie van toetstellings te bepaal. Hy begin deur twee *saamgestelde tellings*, X en Y, te definieer en bereken dan die produkmomentkorrelasie tussen die twee tellings:

$X = \sum_{i=1}^{n} X_i$, waar

X = lineêre kombinasie van samestellende dele $X_1, X_2, X_3, \ldots X_i, \ldots X_n$

$Y = \sum_{i=1}^{n} Y_i$, waar

Y = lineêre kombinasie van samestellende dele $Y_1, Y_2, Y_3, \ldots Y_i, \ldots Y_n$.

Die komponente $Y_1, Y_2, Y_3, \ldots Y_i, \ldots Y_n$ verteenwoordig die hertoetstellings ten opsigte van die komponente $X_1, X_2, X_3, \ldots X_i, \ldots X_n$.

Hy skat die interkorrelasies tussen sy hertoetstellings ($\rho_{Y_iY_j}$), asook die korrelasies tussen sy oorspronklike tellings en hertoetstellings ($\rho_{X_iY_j}$) aan die hand van die interkorrelasies tussen die oorspronklike tellings ($\rho_{X_iX_j}$). Hy maak ook die aanname dat die standaardafwykings van die hertoetstellings (σ_{Y_i}) by benadering gelyk is aan die standaardafwykings van die oorspronklike tellings (σ_{X_i}).

Hierdie aannames wat deur Sichel gemaak word, impliseer dat hy die samestellende dele van X as *parallel* aan dié van Y beskou. Volgens Lord en Novick (1968, p. 48 en p. 59) het parallelle toetse gelyke gemiddeldes, gelyke variansies, gelyke interkorrelasies en gelyke korrelasies met enige ander toets.

Sy finale formule kan soos volg geskryf word:

$$\rho_{XX'} \doteq \frac{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} \sigma_{X_i}\sigma_{X_j}\rho_{X_iX_j} + \sum_{i=1}^{n} \sigma_{X_i}^2 \rho_{X_jY_i}}{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} \sigma_{X_i}\sigma_{X_j}\rho_{X_iX_j} + \sum_{i=1}^{n} \sigma_{X_i}^2} \qquad (S_1)$$

vir $i \neq j$, en waar

$\rho_{X_iY_i}$ = die hertoetsbetroubaarheid van die i-de komponent.

Net soos in die geval van Mosier (1943) se formule is Sichel (1950) s'n bedoel vir gebruik met *routellings*. Indien daar egter van *standaardtellings* gebruik gemaak word, kan sy formule verder soos volg vereenvoudig word:

$$\rho_{XX'} \doteq \frac{\sigma_{X_i}^2 \left[\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} \rho_{X_iX_j} + \sum_{i=1}^{n} \rho_{X_iY_i}\right]}{\sigma_{X_i}^2 \left[\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} \rho_{X_iX_j} + n\right]} \qquad (S_2)$$

$$\rho_{XX'} \doteq \frac{n(n-1)\bar{\rho}_{X_iX_j} + n\bar{\rho}_{X_iY_i}}{n(n-1)\bar{\rho}_{X_iX_j} + n} \qquad (S_3)$$

$$\doteq \frac{\bar{\rho}_{X_iY_i} + (n-1)\bar{\rho}_{X_iX_j}}{1 + (n-1)\bar{\rho}_{X_iX_j}} \qquad (S_4)$$

Die enigste verskil tussen vergelyking (S_4) en Mosier se Formule 18 is in die term $\bar{\rho}_{X_iY_i}$)geleë. Hierdie term verteenwoordig die *gemiddelde toets-hertoetsbetroubaarheid* van die verskillende komponente.

Sichel (1950) is nie baie konsekwent in die ontwikkeling van sy formule nie: Hy maak die implisiete aanname dat die saamstellende dele van X parallel is aan dié van Y, maar dan volg hy dit nie deur tot die logiese slotsom nie. Hy hou steeds vas aan die gemiddelde toets-hertoetsbetroubaarheid van die verskillende komponente $(\bar{\rho}_{X_iY_i})$, in plaas daarvan om dit met die gemiddelde koëffisiënt van ekwivalensie $(\bar{\rho}_{X_iX_i})$ te vervang. Hy eindig dus met 'n hibriede formule, want die bronne van foutvariansie inherent aan die toets-hertoetsmetode van betroubaarheid is nie dieselfde as dié van interne konsekwentheid of ekwivalensie nie.

Indien sy bedoeling was om die toets-hertoetsbetroubaarheid van 'n lineêre kombinasie van toetstellings te bepaal, sou dit slegs nodig gewees het om die korrelasie tussen die twee saamgestelde tellings, X en Y, te bereken.

Cronbach (1951) se alfa-koëffisiënt leen sig tot die berekening van die betroubaarheid van saamgestelde tellings, mits die onderliggende aanname wat in die herleiding van die formule gemaak word, nagekom word. Die aanname word gemaak dat die *gemiddelde ware variansie* van die items (subtoetse) gelyk is aan die *gemiddelde interkovariansie* van die items (subtoetse). Anders gestel: Cronbach se alfa-koëffisiënt kan gebruik word, mits die verskillende toetse in die battery *essensieel tau-ekwivalent* is. Toetse is essensieel tau-ekwivalent as hulle ware tellings slegs met 'n additiewe konstante verskil (Allen & Yen, 1979, p.60). Indien die gestelde aanname nie nagekom word nie, sal die verkreë koëffisiënte onderskattings van die ware betroubaarhede wees. Trouens, dit kan algebraïes bewys word dat die alfa-koëffisiënt van 'n samestelling van nie-essensieel tau-ekwivalente komponente 'n *ondergrens* van betroubaarheid verskaf (cf. Lord & Novick, 1968, pp. 88-89).

Die gebruik van die Spearman-Brown vooruitskattingsformule om die betroubaarheid van saamgestelde tellings te beraam, is slegs geregverdig indien al die toetse in die battery *parallelle* toetse is.

Daar is dus 'n behoefte aan 'n formule om die betroubaarheid van *saamgestelde tellings* in *standaardvorm,* te bepaal, en wat vry is van die beperkende aannames van Cronbach se alfa-koëffisiënt en Spearman (1910) en Brown (1910) se vooruitskattingsformule.

Beskou die betroubaarheid van 'n toets wat uit drie komponente, X_j; X_g en X_h, bestaan.

Die *ware variansie* van die toets kan soos volg geskryf word:

$$\sigma^2_{(\tau_j+\tau_g+\tau_h)} = \rho_{x_jx_j'}\sigma^2_{x_j} + \rho_{x_gx_g'}\sigma^2_{x_g} + \rho_{x_hx_h'}\sigma^2_{x_h} + 2(\sigma_{x_jx_g} + \sigma_{x_jx_h} + \sigma_{x_gx_h}).$$

Insgelyks kan die *waargenome variansie* van die toets soos volg geskryf word:

$$\sigma^2_{(x_j+x_g+x_h)} = \sigma^2_{x_j} + \sigma^2_{x_g} + \sigma^2_{x_h} + 2(\sigma_{x_jx_g} + \sigma_{x_jx_h} + \sigma_{x_gx_h})$$

Uit die formele definisie van betroubaarheid volg dit dat

$$\rho_{xx'} = \frac{\rho_{x_jx_j'}\ \sigma^2_{x_j} + \rho_{x_gx_g'}\ \sigma^2_{x_g} + \rho_{x_hx_h'}\ \sigma^2_{x_h} + 2(\sigma_{x_jx_g} + \sigma_{x_jx_h} + \sigma_{x_gx_h})}{\sigma^2_{x_j} + \sigma^2_{x_g} + \sigma^2_{x_h} + 2(\sigma_{x_jx_g} + \sigma_{x_jx_h} + \sigma_{x_gx_h})} \quad (1)$$

Indien die voorbeeld uitgebrei sou word tot 'n toets wat uit K komponente (items) bestaan, gee dit die volgende:

$$\rho_{XX'} = \frac{\sum_{g=1}^{K}\sigma_g^2\rho_{gg'} + \sum_{g=1}^{K}\sum_{h=1}^{K}\rho_{gh}\sigma_g\sigma_h}{\sum_{g=1}^{K}\sigma_g^2 + \sum_{g=1}^{K}\sum_{h=1}^{K}\rho_{gh}\sigma_g\sigma_h}\ (g \neq h) \quad (2)$$

Indien $\sigma_g = \sigma_h = \sigma_k$ = (deur standaardisasie) dan is

$$\rho_{XX'} = \frac{\sigma_g^2\sum_{g=1}^{K}\rho_{gg'} + \sigma_g^2\sum_{g}^{K}\neq\sum_{h}^{K}\rho_{gh}}{K\sigma_g^2 + \sigma_g^2\sum_{g}^{K}\neq\sum_{h}^{K}\rho_{gh}} \quad (3)$$

$$\rho_{XX'} = \frac{\sigma_g^2\left[\sum_{g=1}^{K}\rho_{gg'} + \sum_{g}^{K}\neq\sum_{h}^{K}\rho_{gh}\right]}{\sigma_g^2\left[K + \sum_{g}^{K}\neq\sum_{h}^{K}\rho_{gh}\right]} \quad (4)$$

$$= \frac{K\bar{\rho}_{gg'} + K(K-1)\bar{\rho}_{gh}}{K + K(K-1)\bar{\rho}_{gh}} \quad (5)$$

$$= \frac{K[\bar{\rho}_{gg'} + (K-1)\bar{\rho}_{gh}]}{K[1 + (K-1)\bar{\rho}_{gh}]} \quad (6)$$

$$= \frac{\bar{\rho}_{gg'} + (K-1)\bar{\rho}_{gh}}{1 + (K-1)\bar{\rho}_{gh}} \quad (7)$$

Vergelyking (7) kan verder vereenvoudig word, want as $\sigma_g = \sigma_h = \sigma_k$, dan is

$$\sigma_X^2 = K\sigma_g^2 + K\sigma_g^2(K-1)\bar{\rho}_{gh}$$

$$= K\sigma_g^2[1 + (K-1)\bar{\rho}_{gh}]$$

Indien $\sigma_g = 1$, dan is $\sigma_X^2 = K[1 + (K-1)\bar{\rho}_{gh}]$ en

as $\sigma_g = 10$, dan is $\sigma_X^2 = 100K[1 + (K-1)\bar{\rho}_{gh}]$

Die totale variansie (σ_X^2) word dus met σ_g^2 vermenigvuldig. Die keuse van σ_g (standaardafwyking van subtoetse of items) is egter arbitrêr en vooraf bekend. Die *gemiddelde interkorrelasie* van die items (of subtoetse) kan dus soos volg geskryf word:

$$\bar{\rho}_{gh} = \frac{\sigma_X^2 - K\sigma_g^2}{K\sigma_g^2(K-1)}$$

Substitusie van $\dfrac{\sigma_X^2 - K\sigma_g^2}{K\sigma_g^2(K-1)}$ vir $\bar{\rho}_{gh}$ in vergelyking (7) gee die volgende:

$$\rho_{xx'} = \frac{\bar{\rho}_{gg} + (K-1)\left[\dfrac{\sigma_x^2 - K\sigma_g^2}{K\sigma_g^2(K-1)}\right]}{1 + (K-1)\left[\dfrac{\sigma_x^2 - K\sigma_g^2}{K\sigma_g^2(K-1)}\right]} \tag{8}$$

$$= \frac{\bar{\rho}_{gg} + \left[\dfrac{\sigma_x^2 - K\sigma_g^2}{K\sigma_g^2}\right]}{1 + \left[\dfrac{\sigma_x^2 - K\sigma_g^2}{K\sigma_g^2}\right]} \tag{9}$$

$$= \frac{K\sigma_g^2\bar{\rho}_{gg'} + \sigma_x^2 - K\sigma_g^2}{K\sigma_g^2 + \sigma_x^2 - K\sigma_g^2} \tag{10}$$

$$= \frac{K\sigma_g^2(\bar{\rho}_{gg'} - 1) + \sigma_x^2}{\sigma_x^2} \tag{11}$$

Vergelyking (11) is formeel gelyk aan Mosier se Formule 18, dog benodig heelwat minder inligting.

Om die betroubaarheid van die saamgestelde tellings met behulp van vergelyking (11) te bereken, is die volgende inligting nodig:

* Die getal skale wat saamgevoeg word;
* die gemiddelde van die betroubaarhede van die onderskeie skale en
* die variansie van die saamgestelde tellings.

Dit sal interessant wees om vergelyking (11) met vergelyking (2) te kontrasteer ten einde die effek van *standaardisasie* te peil. Verder sal dit ook insiggewend wees om vergelyking (11) met Cronbach se alfa-koëffisiënt te vergelyk ten einde die effek van die vereenvoudigende aanname onderliggend aan die alfa-koëffisiënt, te bepaal. 'n Praktiese toepassing van genoemde formules sal die saak ophelder:

Uit 'n faktoranalitiese ondersoek van die Jackson Persoonlikheidsvraelys het Janse van Rensburg (1989) onder andere gevind dat die volgende skale 'n gemeenskaplike faktor definieer:

JPV2; JPV5; JPV6 en JPV11. Indien 'n mens nou 'n enkele indeks wil vorm om hierdie konstruk te verteenwoordig, moet die roupunte van die onderskeie skale eers na *standaardpunte* getransformeer word en dan saamgetel word. 'n Gepaste transformasie sou byvoorbeeld 'n gemiddeld van vyf en 'n standaardafwyking van een wees.

Die betroubaarhede van die JPV-skale verskyn in Tabel 1 en hul interkorrelasies in Tabel 2. Die variansies van die skale verskyn in Tabel 3 en hul interkovariansies in Tabel 4.

TABEL 1
BETROUBAARHEDE VAN DIE ONDERSKEIE SKALE VOLGENS KUDER-RICHARDSON FORMULE 20

JPV-skale	Betroubaarheidskoëffisiënt
JPV 2	0,732
JPV 5	0,764
JPV 6	0,829
JPV 11	0,837

$\bar{r}_{gg'} = 0{,}7905$

TABEL 2
INTERKORRELASIEMATRIKS VAN JPV-SKALE

JPV-skale	JPV2	JPV5	JPV6	JPV11
JPV 2	1,000			
JPV 5	0,375	1,000		
JPV 6	0,474	0,343	1,000	
JPV 11	0,337	0,484	0,467	1,000

$\bar{r}_{gh} = 0{,}4133$; $s_x^2 = 8{,}9600$ (standaardpunte)

TABEL 3
VARIANSIES VAN DIE JPV-SKALE

JPV-skale	Variansie
JPV 2	12,138256
JPV 5	15,444900
JPV 6	19,713600
JPV 11	16,621929

$\Sigma V_{subtoetse} = 63{,}918685$

TABEL 4
VARIANSIE-KOVARIANSIEMATRIKS VAN DIE JPV-SKALE

JPV-skale	JPV2	JPV5	JPV6	JPV11
JPV2	12,138256			
JPV5	5,134545	15,444900		
JPV6	7,332287	5,985076	19,713600	
JPV11	4,786838	7,754943	8,453578	16,621929

$\bar{C}_{gh} = 6{,}574545$

$$V_{toets} = \Sigma V_{subtoetse} + \sum_{g}^{n} \neq \sum_{h}^{n} r_{gh}s_g s_h$$

$$= 63{,}918685 + 78{,}894534$$
$$= 142{,}813219$$

Substitusie van die tersaaklike inligting in vergelyking (11) gee die volgende:

$$\rho_{xx'} = \frac{K\sigma_g^2(\bar{\rho}_{gg'} - 1) + \sigma_x^2}{\sigma_x^2}$$

$$\rho_{xx'} = \frac{4(0{,}7905 - 1) + 8{,}9600}{8{,}9600}$$
$$= \frac{8{,}9600 - 0{,}8380}{8{,}9600}$$
$$= 0{,}906$$

Om die betroubaarheid van die saamgestelde tellings met behulp van vergelyking (2) te bereken, is die volgende inligting nodig:

* Die betroubaarhede van die onderskeie skale;
* die variansies van die onderskeie skale en
* die interkovariansies van die skale.

Substitusie van die tersaaklike inligting in vergelyking (2) gee die volgende:

$$\rho_{xx'} = \frac{\sum_{g=1}^{K}\sigma_g^2\rho_{gg'} + \sum_{g}^{K} \neq \sum_{h}^{K} \rho_{gh}\sigma_g\sigma_h}{\sum_{g=1}^{K}\sigma_g^2 + \sum_{g}^{K} \neq \sum_{h}^{K} \rho_{gh}\sigma_g\sigma_h} \quad (g \neq h)$$

$$= \frac{50{,}940236 + 78{,}894534}{63{,}918685 + 78{,}894534}$$
$$= 0{,}909$$

Uit 'n vergelyking van die resultate verkry met vergelykings (11) en (2) blyk dit dat die koëffisiënte met 0,003 verskil. Groter verskille kan egter verwag word indien die standaardafwykings van die samestellende dele radikaal van mekaar verskil (cf. Gulliksen, 1950, p. 321).

Vergelykenderwys sal die betroubaarheid van die saamgestelde tellings ook met behulp van Cronbach (1951, p. 321) se alfa-koëffisiënt bereken word:

$$\alpha = \frac{n}{n-1}\left[1 - \frac{\Sigma V_{subtoetse}}{V_{toets}}\right]$$

Om die betroubaarheid van die saamgestelde tellings te bereken, is die volgende inligting nodig:
* Die getal skale (toetse) wat saamgevoeg word (n);
* die som van die variansies van die skale (toetse) wat saamgevoeg word ($\Sigma V_{subtoetse}$), en
* die variansie van die saamgestelde tellings (V_{toets}).

Substitusie van die tersaaklike inligting in Cronbach se formule gee die volgende:

$$\begin{aligned}\alpha &= \frac{n}{n-1}\left[1 - \frac{\Sigma V_{subtoetse}}{V_{toets}}\right]\\ &= \frac{4}{3}\left[1 - \frac{63{,}918685}{142{,}813219}\right]\\ &= 0{,}737\end{aligned}$$

Uit die voorgaande behoort dit duidelik te blyk dat Cronbach se alfa-koëffisiënt 'n groot *onderskatting* gee van die betroubaarheid van die saamgestelde tellings. Die hoofoorsaak hiervoor lê in die *vereenvoudigende aanname* wat gemaak word in die herleiding van sowel Kuder-Richardson Formule 20 as Cronbach se alfa-koëffisiënt. Die vereenvoudigende aanname word gemaak dat die gemiddelde interkovariansie van die items (of subtoetse) gelyk is aan die gemiddelde ware variansie van die items (of subtoetse). In die onderhawige geval het ons:

$$\overline{s_g^2 r_{gg'}} = 12{,}735059 \text{ en}$$

$$\bar{C}_{gh} = 6{,}574545$$

Dit is dus duidelik dat die vereenvoudigende aanname in die huidige geval baie *onrealisties* is. Formule 11 is vry van hierdie beperkende aanname en toepasliker in die beraming van die betroubaarheid van saamgestelde tellings.

Die gebruik van die Spearman-Brown vooruitskattingsformule sou in die onderhawige geval eweneens onvanpas gewees het:

Indien die aanname gemaak sou word dat al die toetse in die battery *parallelle* toetse is, sal al die interkorrelasies gelyk wees aan mekaar en ook gelyk wees aan die betroubaarhede van die onderskeie toetse. In hierdie geval reduseer Formule 11 na die Spearman-Brown vooruitskattingsformule:

Formule 7 is formeel gelyk aan Formule 11 en sal hier as vertrekpunt dien:

$$\rho_{xx'} = \frac{\bar{\rho}_{gg'} + (K-1)\bar{\rho}_{gh}}{1 + (K-1)\bar{\rho}_{gh}} \tag{7}$$

$$= \frac{\bar{\rho}_{gg'} + (K-1)\bar{\rho}_{gg'}}{1 + (K-1)\bar{\rho}_{gg'}}$$

$$= \frac{K\rho_{gg'}}{1 + (K-1)\rho_{gg'}}, \text{ want}$$

$$\bar{\rho}_{gg'} = \bar{\rho}_{gh} = \rho_{gh} = \rho_{gg'}$$

Die onderliggende aanname van die Spearman-Brown vooruitskattingsformule word klaarblyklik nie nagekom in die onderhawige geval nie, want

$$\bar{r}_{gg'} = 0{,}7905 \text{ en } \bar{r}_{gh} = 0{,}4133$$

Parallelisme is 'n beperkender aanname as essensiële tau-ekwivalensie. Parallelle toetse voldoen aan al die kriteria van essensieel tau-ekwivalente toetse, dog die omgekeerde is nie waar nie. Essensieel tau-ekwivalente toetse kan byvoorbeeld *ongelyke foutvariansies* hê, dog per definisie is dit nie moontlik vir parallelle toetse nie (cf. Allen & Yen, 1979, p. 60).

Dit blyk dus duidelik dat Formule 11 baie minder beperkend is as die alfa-koëffisiënt van Cronbach en die vooruitskattingsformule van Spearman en Brown. Dit is ook duidelik dat standaardisasie van die roupunte slegs 'n geringe invloed het op die betroubaarheid van die saamgestelde tellings, mits die variansies van die samestellende dele nie radikaal van mekaar verskil nie.

VERWYSINGS

Allen, M.J. & Yen, W.M. (1979). *Introduction to measurement theory.* Belmont, C.A.: Wadsworth, Inc..

Brown, W. (1910). Some experimental results in the correlation of mental abilities. *British Journal of Psychology,* 3, 296-322.

Cronbach, L.J. (1951). Coefficient alpha and the internal structure of tests. *Psychometrika,* 16, 297-334.

Feldt, L.S. & Brennan, R.L. (1989). Reliability. In R.L. Linn (Ed.), *Educational measurement* (3rd ed.). New York: American Council on Education.

Gulliksen, H. (1950). *Theory of mental tests.* New York: John Wiley.

Janse van Rensburg, L. (1989). Kognitiewe en persoonlikheidskorrelate van veldafhanklikheid en veldonafhanklikheid. *Ongepubliseerde magisterverhandeling.* Johannesburg: Randse Afrikaanse Universiteit.

Kuder, G.F. & Richardson, M.W. (1937). The theory of the estimation of test reliability. *Psychometrika,* 2, 151-160.

Lord, F.M. & Novick, M.R. (1968). *Statistical theories of mental test scores.* Reading, Mass.: Addison-Wesley.

Mosier, C.I. (1943). On the reliability of a weighted composite. *Psychometrika,* 8, 161-168.

Murphy, K.R. & Davidshofer, C.O. (1991). *Psychological Testing – Principles & Applications* (2nd ed.) Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall International, Inc..

Magnusson, D. (1967). *Test theory.* Reading, Mass.: Addison-Wesley.

Spearman, C. (1910). Correlation calculated with faulty data. *British Journal of Psychology,* 3, 271-295.

Sichel, H.S. (1950). Note on reliability of combination of subtests, tests or criteria. *Bulletin of the National Institute for Personnel Research,* 2, 57-60.

Thorndike, R.L. (1982). *Applied Psychometrics.* Boston: Houghton Mifflin Company.