Cálculo de las dimensiones de una sección de gasto máximo en canales

Por el Ingo. SAMUEL TRUEBA C.
Profesor de Hidráulica en la Facultad Nacional de Agronomía de Medellín.

Cuando se trata de proyectar un canal para conducir cierta cantidad de agua, hay que excavar una cantidad de material que debe procurarse sea el menor volumen posible. Por otra parte, en ciertas condiciones de topografía y clase de suelo puede presentarse el problema de permitir una velocidad máxima de circulación que no erosione, entonces estaremos en el caso de que dada el area A de la sección, la inclinación θ de los taludes, calcular las dimensiones de aquella sección con la cual se obtiene la mayor velocidad y por lo tanto el gasto máximo.

En la figura 1 así como en el desarrollo del cálculo usaremos la siguiente nomenclatura:

d = profundidad máxima del agua del canal
B = ancho de la plantilla
T = ancho de la lámina de agua
C = corona del bordo

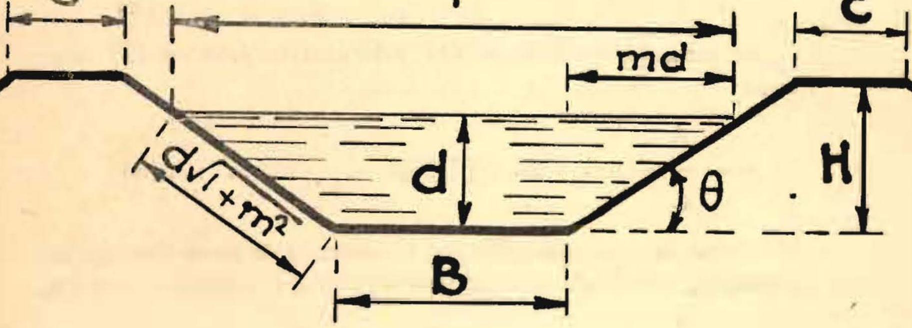

figura 1

H = altura del bordo

H—d = libre bordo

θ = angulo de inclinación de las paredes laterales con la horizontal.

m = relación de la proyección horizontal a la vertical de la pared lateral (se ha generalizado el llamar simplemente "taludes" tanto a las paredes laterales como a esta relación, por ejemplo, cuando se dice un canal con taludes 1.5 : 1 quiere decir que la proyección horizontal de la pared lateral es 1.5 veces mayor que la proyección vertical) en otras palabras:

$m = \cot \theta$

s = pendiente longitudinal del canal

$$r = \text{radio hidráulico} = \frac{A}{P}$$

En la expresión del gasto, utilizando la fórmula de Manning:

$$Q = A\,v = \frac{A}{n}\, r^{2/3}\, s^{1/2}$$

la condición de gasto máximo se reduce a la de radio hidráulico máximo puesto que A n y s están dados.

El área está dada por la fórmula:

$$A = Bd + md^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

y el perímetro mojado por:

$$p = B + 2d\sqrt{1 + m^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

Si despejamos a B de (1) y lo sustituímos en (2) nos queda:

$$p = \frac{A}{d} - md + 2d\sqrt{1 + m^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

Como hemos supuesto que el area de la vena líquida es constante, para determinar cuál de todos los canales con los mismos taludes m es el de máxima eficiencia derivamos la (3) con respecto al tirante y hacemos nula dicha derivada:

$$\frac{dp}{dd} = -\frac{A}{d^2} - m + 2\sqrt{1 + m^2} = 0$$

Sustituyendo el valor de A en la (1) y despejando a la plantilla queda la expresión:

$$B = 2d\,(\sqrt{1 + m} - m) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

de la SECCION DE MAXIMA EFICIENCIA PARA UN TALUD DADO.

A la (4) le podemos dar otra forma; Si en el paréntesis sustituimos el valor $m = \dfrac{\cos\theta}{\operatorname{sen}\theta}$ tenemos:

$$\sqrt{1 + m^2} - m = \frac{1 - \cos\theta}{\operatorname{sen}\theta} = \tan\frac{\theta}{2}$$

que sustituído en la (4) puede quedar en la forma:

$$B = 2d \tan\frac{\theta}{2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

generalmente los canales se construyen con una inclinación de sus taludes de 1.5:1 que corresponde sensiblemente al ángulo de reposo de la tierra. En este caso $\theta = 33^\circ\ 41'$ y con éste valor la (5) se vuelve:

$$B = 0.605\ d \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (6)$$

Si en la ecuación (1) sustituímos el valor de B en la (5) y despejamos al tirante nos queda:

$$d = \sqrt{\frac{A}{2\tan\frac{\theta}{2} + \cot\theta}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (7)$$

Ejemplo: Supongamos que se trata de calcular las dimensiones de una sección de gasto máximo con area de 9 metros cuadrados y con taludes de 1.5 : 1.

Sustituyendo valores en la (7) tenemos:

$$d = \sqrt{\frac{9}{0.605 + 1.5}} = \sqrt{4.28} = 2.07 \text{ metros.}$$

y de la (6) obtenemos:

$$B = 0.605 \times 2.07 = 1.25 \text{ metros}$$

En el caso de que hubiera sido otro talud se habría aplicado la (5) en vez de la (6).

El perímetro mojado, según la (2) vale:

$$p = 8.71 \text{ metros}$$

y el radio hidráulico valdrá:

$$r = \frac{A}{p} = \frac{9.00}{8.71} = 1.03 \text{ metros; justamente la mitad}$$

del tirante. Esto era de esperarse puesto que la condición de máxima eficiencia es: $r = \frac{d}{2}$.