

# MODELADO DEL PRECIO DEL CAFÉ COLOMBIANO EN LA BOLSA DE NUEVA YORK USANDO REDES NEURONALES ARTIFICIALES

Juan David Velásquez Henao<sup>1</sup> y Mario Alberto Aldana Dumar<sup>2</sup>

---

## RESUMEN

*En este artículo, se modela el precio promedio mensual del café colombiano en la Bolsa de Nueva York, usando varios modelos alternativos. El modelo final seleccionado está compuesto por una componente lineal autorregresiva más una red neuronal artificial tipo perceptron multicapa con dos neuronas en la capa oculta, que permite representar la dinámica que sigue el valor esperado de la serie de precios; mientras que la dinámica de los residuales es especificada usando un proceso heterocedástico condicional autoregresivo de primer orden. Los residuales normalizados del modelo son incorrelacionados y homocedásticos, y siguen aproximadamente una distribución normal. Los resultados indican que el precio actual depende de los precios ocurridos en los últimos cuatro meses.*

**Palabras clave:** Precio del café; modelos no lineales; redes neuronales artificiales, series de tiempo.

---

## ABSTRACT

### MODELLING OF THE COLOMBIAN COFFEE PRICE IN THE NEW YORK STOCK EXCHANGE USING ARTIFICIAL NEURAL NETWORKS

*In this paper, the monthly average price of the Colombian coffee in the New York Stock Exchange, is modelling by means of several alternative models. The preferred model is composed by a lineal autoregressive component plus a multilayer perceptron neural network with two neurons in the hidden layer, that allow us to representing the dynamic following by the expected value of the price time series; while, the dynamic of the residuals is specified by an autoregressive conditional heterocedastic model of first order. The normalized residuals of the preferred model are uncorrelated, homocedastic and are distributed following a normal distribution. The results indicate that the current price depend of the prices in the previous four months.*

**Key words:** Coffee price, nonlinear models, artificial neural networks, time series.

---

<sup>1</sup> Profesor Asociado. Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín. Facultad de Minas. A.A. 1027, Medellín, Colombia. <jdvelasq@unal.edu.co>

<sup>2</sup> Ingeniero de Sistemas e Informática. Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín. Facultad de Minas. A.A. 1027, Medellín, Colombia. <maaldana@unalmed.edu.co>

Recibido: Diciembre 4 de 2006; aceptado: Diciembre 7 de 2007.

Desde la segunda mitad del siglo XIX el café ha estado ligado al desarrollo histórico colombiano, no sólo por haberse constituido durante más de un siglo en el principal producto de exportación nacional, sino también porque a través de él se ha generado una cultura que, hoy por hoy, lo ha convertido en símbolo de nuestra identidad colombiana por todo el mundo.

Aún, cuando los cambios en el desarrollo económico mundial, durante las últimas décadas, han desplazado a este producto del primer lugar en la generación de divisas para el país, el café no ha perdido importancia y, muy seguramente, en un futuro, recobrará ese lugar de privilegio. Si bien, durante los últimos años las divisas por concepto de exportaciones del grano han sido superadas por las exportaciones del petróleo, este último no es un producto renovable, por lo que se puede predecir que el café colombiano volverá a tener ese lugar de vanguardia en la economía nacional.

Muy seguramente, las condiciones en el ámbito internacional no serán las mismas, pero, al igual que en épocas anteriores, los precios del grano estarán sujetos a variaciones que dependerán, no solamente de factores climáticos, sino también, de los avances tecnológicos y científicos que conlleven a mejorar la calidad de este producto; al igual que las causadas por las relaciones políticas internacionales y de los tratados comerciales que se generen; de aquí nace precisamente la importancia de intentar plantear un modelo que facilite la comprensión de los precios históricos del café, tal que se logre un mejor entendimiento de su evolución.

A la fecha, se han realizado varios estudios encaminados a modelar el comportamiento del precio del grano a través de sistemas de ecuaciones lineales (relaciones directas entre la oferta y la demanda), además de otros estudios en los que se usan modelos para el análisis de series de tiempo; la principal crítica de estos últimos es que suponen una linealidad implícita en el sistema (Hamman, 2005). Consecuentemente, es necesario determinar si existe alguna ventaja derivada del uso de modelos no lineales para representar la dinámica que siguen los precios. Así, el objetivo general de este estudio es comparar varios modelos competitivos que podrían dar cuenta de dicha dinámica, y establecer cuál de ellos podría ser más adecuado para representar los precios históricos. Como datos para el estudio se tomarán los precios mensuales cotizados en la bolsa de Nueva York entre enero de 1996 y junio de 2006 expresados en USD cents/libra.

## **MATERIALES Y MÉTODOS**

**Descripción de los datos.** Desde la segunda mitad del siglo XIX, el café se constituyó no sólo en el producto bandera de Colombia, sino en un motor de desarrollo socio-económico que, además de permitir la acumulación de capitales, contribuyó a que miles de familias, de una amplia zona de nuestro territorio, como la región del viejo Caldas y los departamentos de Antioquia, Valle del Cauca, Tolima y Cundinamarca, dedicados a este cultivo empezaran a mejorar su calidad de vida gracias a los precios, y a la acogida y estabilidad que tuvo el grano en los mercados internacionales; suerte con que no contaron otros productos como el

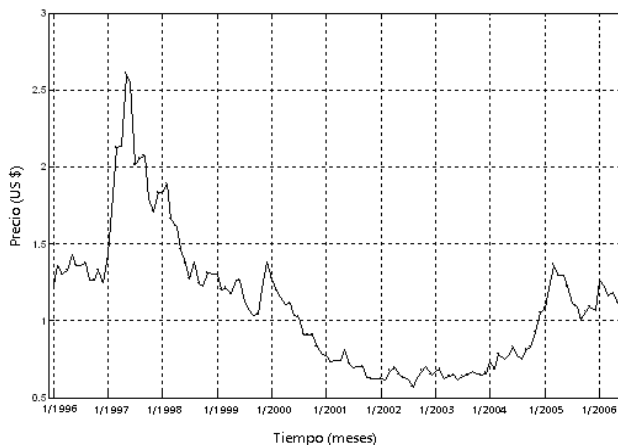
caucho, el añil, la quina y el tabaco que tuvieron una efímera importancia en el comercio internacional.

Fue precisamente en la zona de influencia del café donde se inició, y tuvo mayor desarrollo, el proceso de industrialización colombiano, gracias a los excedentes económicos producidos por el grano en los mercados internacionales, los cuales fueron invertidos en el montaje de fábricas que, además de generar empleo, propiciaron la apertura de vías de comunicación que interconectaron las zonas productoras con las ciudades y los puertos marítimos, adecuando estos últimos a las exigencias de los mercados internacionales.

El sector cafetero ha enfrentado diversos problemas durante las últimas décadas; entre ellos se cuentan: la ruptura del pacto cafetero que otorgaba a Colombia y Brasil las cuotas más altas en los mercados internacionales; los vaivenes de los precios internacionales más tendientes a la baja que

al alza; y el desplazamiento del grano como primera fuente de divisas del país por otros productos no agrícolas. No obstante, Colombia sigue jugando un papel protagónico en los mercados internacionales, y la producción del grano es la principal y única fuente de ingresos para muchas familias en la nación.

La serie utilizada en este estudio corresponde a los precios mensuales cotizados en la bolsa de Nueva York entre enero de 1996 y junio de 2006 expresados en USD cents/libra. Los últimos 24 datos fueron utilizados para la validación de los modelos utilizados. Los datos fueron extraídos de la página del Departamento Nacional de Estadística (DANE), y su gráfica en el tiempo es presentada en la Figura 1. Una primera inspección visual permite identificar las alzas y bajas de precios más representativas en el tiempo las cuales están asociadas a diferentes hitos históricos; a continuación se presentan los hechos históricos que explican estas fluctuaciones.



**Figura 1.** Comportamiento del precio mensual del café colombiano en USD cents/libra (Fuente: DANE).

El año de 1996 estuvo caracterizado por unos precios relativamente estables que oscilaron alrededor de los 1,32 USD cents/libra. El primer semestre de 1997 presentó un crecimiento vertiginoso de los precios que culminó en los meses de mayo y junio con un precio de 2,60 USD cents/libra, los cuales son los precios más altos que se han alcanzado durante los últimos diez años. Estos precios pueden ser explicados en alguna medida por los factores climáticos que se presentaron en años posteriores a la ruptura del pacto cafetero, produciendo estabilidad en los precios del grano durante cinco temporadas. Durante este periodo se superó la barrera de un dólar por libra. Dentro de estos factores se encuentran principalmente las heladas en Brasil, consideradas como la causa primordial del agotamiento de los inventarios mundiales, ocasionando que la demanda superara significativamente a la oferta del producto en los mercados internacionales (Guillet, 2005).

Desde el segundo semestre de 1997 y hasta mediados del 2002, los precios tuvieron una fuerte caída llegando una cotización mínima de 0,57 USD cents/libra en septiembre de 2003; durante este periodo, los inventarios mundiales de café superaron ampliamente la demanda, produciendo la consiguiente caída de los precios; este efecto fue causado presumiblemente a la implementación de nuevas tecnologías que llevó a que en países como Brasil y Vietnam presentaran un exorbitante aumento en su producción; Vietnam por ejemplo, pasó de una producción de 1,5 en 1990 a 15 millones de sacos en el 2002, ocasionando una grave crisis en los países productores (Jeffrey, 2003). Este periodo es conocido como la crisis del café.

El 2004 y el primer trimestre del 2005 es caracterizado por un aumento de precios, mientras que el periodo comprendido entre abril del 2005 y julio del 2006 se distingue por presentar unos precios relativamente estables.

**Modelos considerados.** En esta sección se describen los modelos utilizados para analizar la dinámica de la serie de precios del café en la bolsa de Nueva York.

**Modelo autorregresivo.** Sea  $\{y_t\}$  una secuencia ergódica y estacionaria. Se dice que  $\{y_t\}$  sigue un proceso autorregresivo (AR) de orden  $P$  si:

$$\varphi(B) y_t = \mu + \sigma \varepsilon_t \quad (1)$$

donde  $B$  es el operador de diferenciación, tal que  $B y_t = y_{t-1}$  y  $B^D y_t = y_{t-D}$ .  $\varphi(B)$  es el polinomio de diferenciación de grado  $P$  definido como  $\varphi(B) = 1 - \sum \varphi_p B^p$ . La secuencia  $z_t$  puede hacerse estacionaria mediante un proceso de diferenciaciones simple  $(1-B)^d$  y estacional  $(1-B^D)^D$ , donde  $d$  es el orden de diferenciación simple, y  $D$  es el periodo de la componente cíclica, tal que  $y_t = (1-B)^d (1-B^D)^D z_t$ .  $\varepsilon_t$  es una variable aleatoria normal estándar, y  $\sigma$  es la varianza de los residuales.

**Modelo autorregresivo con errores hete-rocedásticos (ARCH).** En el modelo de-finido en (1), la varianza de los residuales del modelo  $\sigma \varepsilon_t$  es constante en el tiempo. Un proceso ARCH (Engle, 1982) se obtiene cuando la varianza se hace dependiente del tiempo, tal que ella puede describirse como:

$$e_t = \sigma_t \varepsilon_t \quad (2)$$

$$\sigma_t^2 = \omega_0 + \sum \omega_i e_{t-i}^2 \quad (3)$$

Las ecuaciones (2) y (3) permiten modelar la varianza cambiante en el tiempo, característica que es típica en muchas series temporales financieras y económicas. Así, la varianza de los residuales es una función lineal de los residuales pasados.

**Modelo AR-MLP.** El modelo AR-MLP es una combinación entre el modelo autorregresivo (AR) definido en (1) y un perceptrón multicapa (MLP) (White, 1989; Teräsvirta, Lin y Granger, 1993; Lee, White y Granger, 1993). En este modelo, la variable dependiente  $y_t$  es obtenida como:

$$y_t = \beta_* + \sum_{p=1}^P \varphi_p y_{t-p} + \sum_{h=1}^H \beta_h G \left( (2\sigma_y)^{-1} \alpha_{*h} + \sum_{p=1}^P \alpha_{p,h} y_{t-p} \right) + e_t \quad (4)$$

donde  $e_t = \sigma \varepsilon_t$ .  $G()$  es la función de activación de las neuronas de la capa oculta.  $\sigma$  es la desviación estándar de los errores.  $\varepsilon_t$  es una variable aleatoria que sigue una distribución normal estándar.  $H$  es el número de neuronas en la capa oculta;  $P$  es el orden del modelo.  $\sigma_y$  es la desviación estándar de  $y_t$  su uso evita tener que transformar  $y_t$  para restringir sus valores al rango de la función  $G()$ . Una amplia discusión sobre esta clase de modelos es presentada en las referencias citadas.

Los parámetros del modelo ( $\Omega = [\beta_*, \beta_h, \varphi_p, \alpha_{*h}, \alpha_{p,h}]$ , para  $h=1, \dots, H$ ;  $p=1, \dots, P$ ) son obtenidos maximizando el logaritmo de la función de verosimilitud de los errores:

$$L = -\frac{T}{2} \log(2\pi) - \frac{T}{2} \log \sigma^2 - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \frac{e_t^2}{\sigma^2} \quad (5)$$

mediante alguna técnica de optimización, usualmente basada en gradientes.

$\sigma^2$  es el promedio de los errores al cuadrado. (5) es obtenida al asumir que los residuales  $e_t$  siguen una distribución normal con media cero y varianza desconocida; la maximización de (5) equivale a minimizar el error cuadrático medio, que es el procedimiento común en la literatura de redes neuronales.

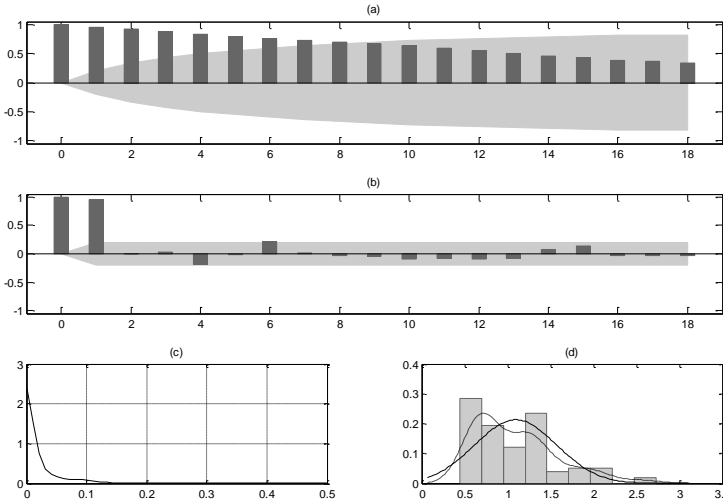
**Modelo AR-MLP con errores hetero-cedásticos (ARCH).** Un modelo AR-MLP-ARCH (Velásquez, Dyner y Souza, 2005a, 2005b) se obtiene al especificar que los residuales  $e_t$  en el modelo AR-MLP definido en (4) siguen un proceso ARCH (3). Este modelo es no lineal tanto en la media como en la varianza.

## RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En esta sección se analizan los resultados obtenidos al modelar la serie de precios mensuales cotizados en la bolsa de Nueva York del café colombiano en USD cents/libra usando los modelos descritos en la sección anterior. El proceso de análisis se inicia con la determinación de las principales propiedades estadísticas de la serie estudiada, las cuales se resumen en su autocorrelograma simple y parcial, su espectro de energía y su histograma (Figura 2).

El autocorrelograma simple sugiere un proceso integrado, ya que las autocorrelaciones presentan inicialmente valores muy altos, y tienden a hacerse cero en el infinito; el autocorrelograma parcial indica que el precio actual depende principalmente del precio del mes anterior, y en alguna medida del precio hace 4 y 6 meses; el espectro de energía indica que la serie no posee comportamientos cíclicos asociados al año,

y que hay presencia de ciclos de muy largo plazo. El histograma sugiere que la distribución de los datos no es normal, y posiblemente bimodal.



**Figura 2.** Propiedades estadísticas del precio del café. (a) Autocorrelograma simple; (b) Autocorrelograma parcial; (c) Espectro de energía; y (d) Histograma.

El proceso de especificación se inicia con la selección de un modelo autorregresivo de orden  $P$ . Diferentes órdenes para el modelo fueron obtenidos al considerar los criterios de Akaike, Hannan-Quinn y Schwartz; el modelo óptimo es aquel que minimiza el valor del criterio de información. Los órdenes óptimos para un modelo

autorregresivo son 4, 1 y 1 que corresponden en su orden a los criterios ya mencionados. El orden final del modelo considerado se obtuvo como el máximo para los criterios considerados. Así, se seleccionó  $P = 4$ . Los valores de los criterios de información para diferentes órdenes  $P$  del modelo se presentan en la Tabla 1.

**Tabla 1.** Criterios de información para diferentes órdenes  $P$  del modelo.

| $P$ | Akaike   | Hannan-Quinn | Schwartz |
|-----|----------|--------------|----------|
| 1   | -0,929   | -0,902**     | -0,861** |
| 2   | -0,935   | -0,899       | -0,845   |
| 3   | -0,921   | -0,876       | -0,809   |
| 4   | -0,945** | -0,890       | -0,810   |
| 5   | -0,926   | -0,862       | -0,769   |
| 6   | -0,929   | -0,856       | -0,749   |
| 7   | -0,914   | -0,831       | -0,711   |
| 8   | -0,899   | -0,807       | -0,673   |

Para determinar si la serie analizada es no lineal, se aplicaron las pruebas de linea-

lidad de Kenann (Kennan, 1985), RESET, Ramsey (1969); Tsay (1986) y White (1989) a los modelos lineales de ordenes  $P = 1, \dots, 4$ . Los resultados obtenidos se presentan en la Tabla 2. Para todos los órdenes considerados, al menos 2 pruebas

indican que la serie es no lineal, con una confiabilidad del 5%. Nótese que la confiabilidad nominal es diferente a la sugerida por las pruebas, ya que en todos los casos al menos 2 de ellas rechazan simultáneamente la hipótesis de linealidad.

**Tabla 2.** Pruebas de linealidad para modelos de orden  $P = 1, \dots, 4$

| $P$ | Kennan | RESET   | Tsay    | White   |
|-----|--------|---------|---------|---------|
| 1   | 3,14   | 58,07** | 6,10*   | -0,40** |
| 2   | 6,30*  | 57,75** | 8,58**  | 66,73** |
| 3   | 6,21*  | 49,52** | 11,78** | 66,58** |
| 4   | 8,58** | 42,50** | 10,14** | 66,21** |

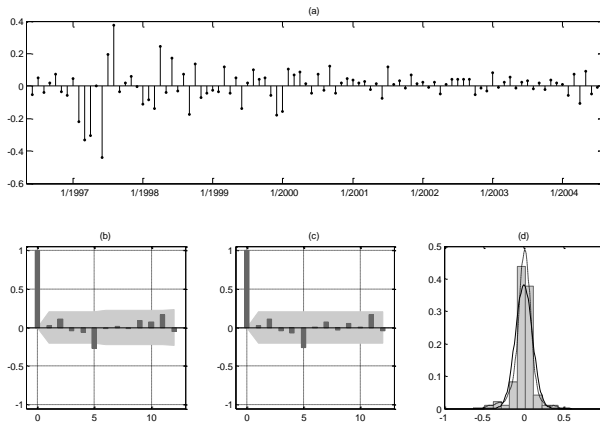
\* Significativo al 5% pero no al 1%; \*\* significativo al 1%.

El resultado anterior motiva el uso de modelos no lineales para representar la dinámica del precio mensual del café. Para iniciar la construcción del modelo, se estimó el modelo AR ( $P = 4$ ) y se procedió al análisis de sus residuales. Los parámetros del modelo son presentados en la Tabla 3; la varianza del error es 0,0114, y el logaritmo de la verosimilitud es 80,97. Las propiedades estadísticas de los residuales del modelo son resumidas en la Figura 3; los autocorrelogramas simple y parcial sugieren la posibilidad de una correlación residual para el rezago 5 (Figuras 3b y 3c); las pruebas de Box y Pierce (1970) y Ljung y Box (1978), indican que la correlación residual para el rezago 5 no es significativa. Los mayores

residuales corresponden a los valores máximos de los precios que fueron alcanzados durante el primer semestre de 1997. La inspección visual del histograma sugiere que los residuales no siguen una distribución normal; las pruebas de normalidad de Lin y Mudholkar (1980) y Jarque y Bera (1987), rechazan la hipótesis de normalidad de los residuales para una confiabilidad de al menos el 5%. Este último hallazgo sugiere que los errores son heterocedásticos, o que existe la presencia de no linealidades remanentes. La prueba de McLeod y Lee (1983), indica la presencia de no linealidades en los residuales, mientras que la prueba ARCH indica la presencia de heterocedasticidades.

**Tabla 3.** Modelo autoregresivo.

| Parámetro   | Valor        | Error estándar | Estadístico t |
|-------------|--------------|----------------|---------------|
| $\mu$       | 0,040312     | 0,36378        | 0,1108        |
| $\varphi_1$ | 1,18071,4498 | 0,8144         |               |
| $\varphi_2$ | -0,39295     | 2,5695         | -0,1529       |
| $\varphi_3$ | 0,49767      | 2,1378         | 0,2328        |
| $\varphi_4$ | -0,32581     | 1,3912         | -0,2342       |



**Figura 3.** Propiedades estadísticas de los residuos del modelo autorregresivo. (a) Gráfico en el tiempo; (b) Autocorrelograma simple; (c) Autocorrelograma parcial; y (d) Histograma.

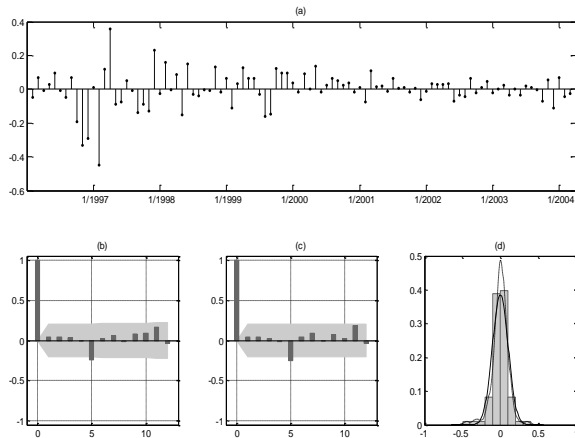
Ya que el modelo autorregresivo no representa adecuadamente la dinámica de la serie de los precios mensuales del café, se consideraron dos modelos alternativos de acuerdo con los resultados obtenidos. El primero de ellos corresponde a un modelo AR con errores ARCH que permite representar no-linealidades en la varianza, y el segundo corresponde a un modelo AR-MLP, el cual permite representar no-linealidades en la media. Consecuentemente con lo anterior, se estimó un modelo AR-MLP con

una neurona en la capa oculta cuyos parámetros óptimos son presentados en la Tabla 4. Las propiedades estadísticas de sus residuos son pre-sentadas en la Figura 4. Al igual que para el modelo AR estimado anteriormente, los residuos del modelo AR-MLP presentan una correlación posiblemente significativa para el rezago 5; no obstante, las pruebas de Box y Pierce (1970) y Ljung y Box (1978), indican que esta autocorrelación no es significativamente distinta de cero.

**Tabla 4.** Modelo AR-MLP estimado.

| Parámetro          | Valor    | Error estándar | Estadístico $t$ |
|--------------------|----------|----------------|-----------------|
| $\beta$            | 0,014275 | 2,9031         | 0,0049          |
| $\varphi_1$        | 1,0912   | 4,5441         | 0,2401          |
| $\varphi_2$        | -0,30569 | 6,6803         | -0,0458         |
| $\varphi_3$        | 0,33664  | 8,1822         | 0,0411          |
| $\varphi_4$        | -0,32018 | 4,8972         | -0,0654         |
| $\alpha_{1,1}$     | 0,28221  | 43,456         | 0,0065          |
| $\alpha_{2,1}$     | 0,37548  | 89,795         | 0,0042          |
| $\alpha_{3,1}$     | 0,33007  | 88,847         | 0,0037          |
| $\alpha_{4,1}$     | 0,59047  | 75,877         | 0,0078          |
| $\alpha_{\cdot,1}$ | -0,39259 | 30,117         | -0,0130         |
| $\beta_1$          | 0,35475  | 9,3366         | 0,0380          |
| $\sigma^2$         | 0,010928 | 0,082946       | 0,1317          |





**Figura 4.** Propiedades estadísticas de los residuales del modelo AR-MLP. (a) Gráfico en el tiempo; (b) Autocorrelograma simple; (c) Autocorrelograma parcial; y (d) Histograma.

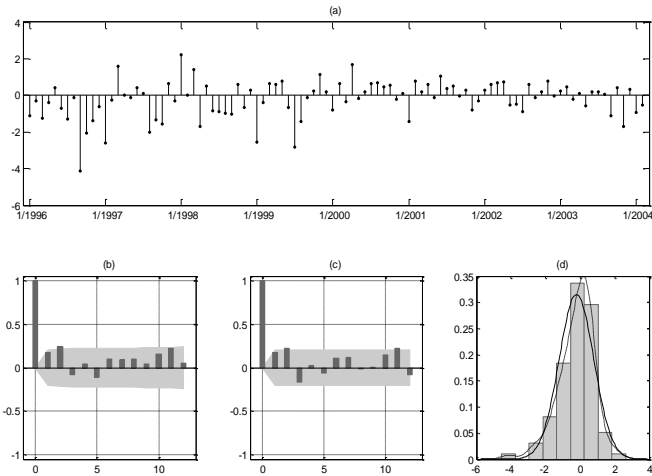
El resultado de la prueba de McLeod y Lee (1983), indica la presencia de no linealidades remanentes a partir del segundo rezago, mientras que la prueba ARCH indica la presencia de heterocedasticidad para los rezagos 2, 3 y 4. Esto es consistente con la inspección visual del histograma y los resultados de las pruebas de Lin y Mudholkar (1980) y Jarque y Bera (1987), y las cuales indican que los residuales no siguen una distribución normal. El logaritmo de la verosimilitud para este modelo fue de

83,23. La consideración de una mayor cantidad de neuronas en la capa oculta del modelo AR-MLP no permite mejorar los resultados.

El modelo AR-ARCH se obtuvo a partir del modelo AR original adicionando un modelo ARCH de orden 1; sus parámetros son presentados en la Tabla 5. El logaritmo de la función de verosimilitud es 103,00. Las propiedades estadísticas de los residuales son resumidas en la Figura 5.

**Tabla 5.** Modelo AR-ARCH.

| Parámetro   | Valor     | Error estándar | Estadístico <i>t</i> |
|-------------|-----------|----------------|----------------------|
| $\mu$       | 0,071588  | 9,5953         | 0,0075               |
| $\varphi_1$ | 0,77221   | 51,707         | 0,0149               |
| $\varphi_2$ | -0,18937  | 86,772         | -0,0022              |
| $\varphi_3$ | 0,50609   | 39,905         | 0,0127               |
| $\varphi_4$ | -0,1905   | 16,253         | -0,0117              |
| $\omega_0$  | 0,0034414 | 0,21457        | 0,0160               |
| $\omega_1$  | 0,70912   | 2,0311         | 0,3491               |



**Figura 5.** Propiedades estadísticas de los residuales del modelo AR-ARCH. (a) Gráfico en el tiempo; (b) Autocorrelograma simple; (c) Autocorrelograma parcial; y (d) Histograma.

Las pruebas de Box y Pierce (1970) y Ljung y Box (1978), indican que existen correlaciones residuales para los rezagos 2, 3 y 4. La prueba ARCH indica que los residuales normalizados son homocedástico. Al igual que en el modelo anterior, las pruebas de Lin y Mudholkar (1980) y Jarque y Bera (1987), indican que los residuales normalizados no siguen una distribución normal.

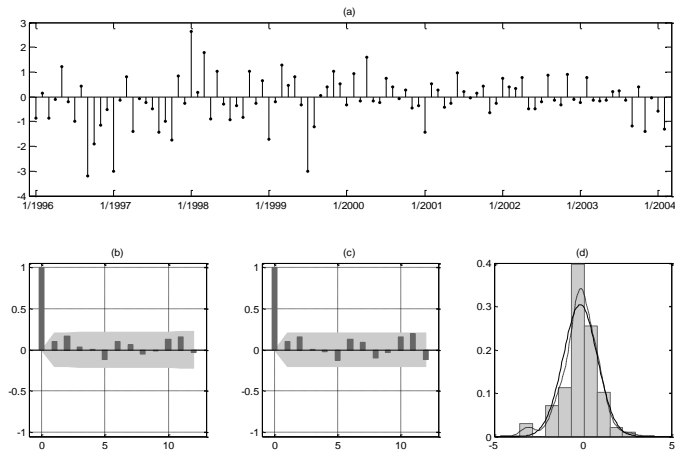
Ya que los modelos AR-MLP y AR-ARCH no son completamente adecuados para representar la dinámica de la serie, se procedió a estimar un modelo AR-MLP-ARCH. Diversos modelos fueron estimados, encontrando que el modelo óptimo tiene dos neuronas en la capa oculta. Los parámetros óptimos de este modelo son presentados en la Tabla 6. Las propiedades estadísticas de los residuales normalizados se presentan en la Figura 6; a diferencia del caso anterior, no se presentan correlaciones seriales significativamente diferentes de cero para

los rezagos considerados, lo cual es confirmado por las pruebas de Box y Pierce (1970) y Ljung y Box (1978). La prueba de McLeod y Lee (1983), indica que no se presentan no linealidades remanentes en los residuales, mientras que la prueba ARCH muestra que los residuales normalizados son homocedásticos para todos los rezagos considerados. Los resultados de las pruebas de Lin-Mudholkar (1980) y Jarque y Bera (1987), permiten rechazar la hipótesis de normalidad de los residuales estandarizados. El logaritmo de la verosimilitud fue de 107,85.

La comparación entre los modelos puede ser realizada a partir de la prueba del radio de verosimilitud. Esta prueba indica que el modelo AR-MLP es significativamente diferente al modelo AR original. Esto es que el parámetro correspondiente al peso entre la conexión de la capa oculta y la capa de salida es significativamente distinto de cero.

Igualmente el modelo AR-ARCH pre-senta un mejor ajuste a los datos, en término de la normalidad de los residuales, que los modelos AR y AR-MLP. El modelo AR-MLP-ARCH presenta una evidencia fuerte de ser

superior al modelo AR-ARCH. Consecuentemente con lo anterior, el uso de la prueba del radio de verosimilitud, favorecería la selección del modelo AR-MLP-ARCH con  $H = 2$ .



**Figura 6.** Propiedades estadísticas de los residuales del modelo AR-MLP-ARCH. (a) Gráfico en el tiempo; (b) Autocorrelograma simple; (c) Autocorrelograma parcial; y (d) Histograma.

**Tabla 6.** Modelo AR-MLP-ARCH.

| Parámetro      | Valor | Error Estándar | Estadístico $t$ |
|----------------|-------|----------------|-----------------|
| $\beta$        | 0,98  | 9,30           | 0,106           |
| $\varphi_1$    | 0,88  | 3,93           | 0,224           |
| $\varphi_2$    | -0,62 | 31,12          | -0,020          |
| $\varphi_3$    | 0,61  | 31,80          | 0,019           |
| $\varphi_4$    | 0,35  | 5,23           | -0,067          |
| $\alpha_{1,1}$ | 0,08  | 7,96           | 0,010           |
| $\alpha_{2,1}$ | 1,00  | 128,79         | 0,008           |
| $\alpha_{3,1}$ | -0,36 | 170,03         | -0,002          |
| $\alpha_{4,1}$ | 0,80  | 29,22          | 0,027           |
| $\alpha_{1,2}$ | -0,54 | 51,79          | -0,010          |
| $\alpha_{2,2}$ | -0,34 | 192,88         | -0,002          |
| $\alpha_{3,2}$ | -1,22 | 334,09         | -0,004          |
| $\alpha_{4,2}$ | -1,08 | 66,37          | -0,016          |
| $\alpha_{-,1}$ | 0,33  | 14,82          | 0,022           |
| $\alpha_{-,2}$ | -0,32 | 34,19          | -0,009          |
| $\beta_1$      | 2,69  | 8,35           | 0,323           |
| $\beta_2$      | 2,69  | 5,74           | 0,000           |
| $\omega_0$     | 0,00  | 0,71           | 0,005           |
| $\omega_1$     | 0,86  | 20,23          | 0,043           |

Otra forma de comparación puede ser realizada al considerar los estadísticos que miden el ajuste entre las predicciones obtenidas por los modelos y los datos

históricos, tanto para la muestra de calibración como para la muestra de validación. Dichos estadísticos aparecen en la Tabla 7.

**Tabla 7.** Estadísticos de ajuste para los modelos estimados.

|  | Muestra de calibración |          |          |             |
|--|------------------------|----------|----------|-------------|
|  | AR                     | AR-MLP   | AR-ARCH  | AR-MLP-ARCH |
| Error cuadrático medio (MSE)             | 0,01122                | 0,01071  | 0,01596  | 0,01337     |
| Error medio absoluto                     | 0,07096                | 0,06864  | 0,07427  | 0,0683      |
| Raíz del error geométrico cuadrado medio | 0,001971               | 0,001305 | 0,001595 | 0,001505    |
| Estadístico U de Theil                   | 0,9296                 | 0,9085   | 1,105    | 1,012       |
| Error absoluto medio porcentual (MAPE)   | 0,0606                 | 0,05803  | 0,05945  | 0,05504     |
| R2                                       | 0,9502                 | 0,9525   | 0,9292   | 0,9406      |
|  | Muestra de validación  |          |          |             |
|  | AR                     | AR-MLP   | AR-ARCH  | AR-MLP-ARCH |
| Error cuadrático medio (MSE)             | 0,005458               | 0,005706 | 0,00924  | 0,009686    |
| Error medio absoluto                     | 0,05717                | 0,06264  | 0,07289  | 0,07484     |
| Raíz del error geométrico cuadrado medio | 0,001221               | 0,00198  | 0,002332 | 0,002017    |

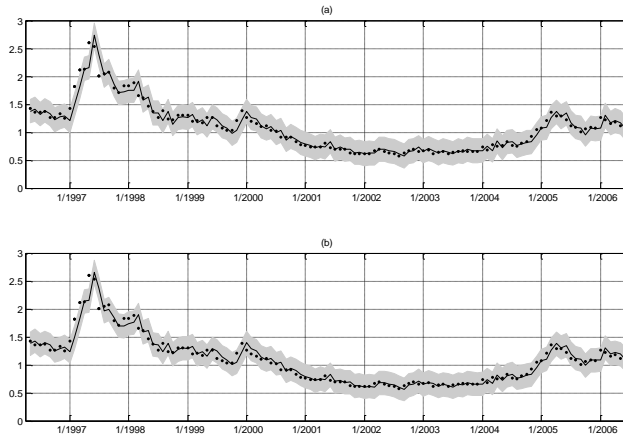
Para la muestra de calibración, el modelo AR-MLP presenta mejores estadísticos de ajustes que el modelo AR; pero los errores de validación presentan peores indicadores en relación al modelo AR. Los modelos utilizados que consideran errores heterocedásticos presentan peores ajustes que aquellos modelos con errores homocedásticos tanto para la muestra de calibración como para la muestra de validación. Si se considera la minimización del error cuadrático medio como criterio de selección, se obtienen como modelos óptimos el AR-MLP y el AR según se estimen los estadísticos de ajuste sobre las muestras de calibración y validación respectivamente. En la Figura 7 se muestra la predicción un paso adelante para los modelos AR y AR-MLP; en la Figura 8 se compara la predicción un

paso adelante entre los modelos AR-ARCH y AR-MLP-ARCH.

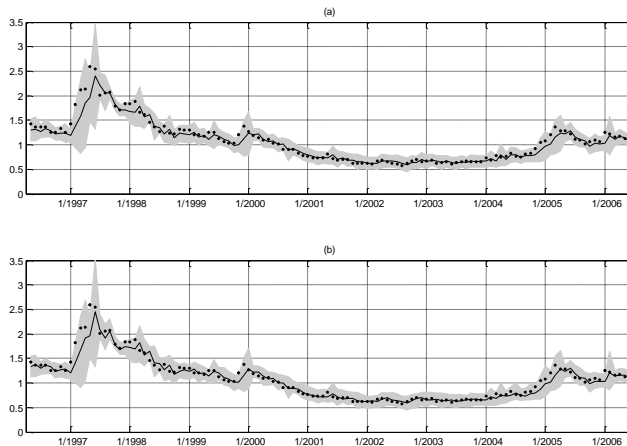
Otra forma de comparar los modelos es determinando que tan bien reproducen las propiedades estadísticas de la muestra de datos. En la Tabla 8 se presentan los momentos de las distribuciones de los datos y de los modelos, así como sus medianas y los valores máximos y mínimos, los cuales fueron obtenidos usando simulación de Montecarlo y un tamaño de muestra de 10000 datos. El modelo AR es el que mejor representa la media y la desviación estándar de los precios del café. No obstante, todos los modelos fallan al considerar el valor mínimo de los datos, ya que se presentan valores negativos en los precios. En contraste con los datos

anteriores el modelo AR-MLP es el que presenta mayores deficiencias al reproducir los estadísticos de los datos, ya que su valor

medio es negativo, subestima el valor máximo de los precios y subestima el valor negativo de los datos originales.



**Figura 7.** Predicción un paso adelante. (a) Modelo AR. (b) Modelo AR-MLP. Los puntos representan los datos reales; la línea continua corresponde a la predicción del modelo; y el área sombreada indica los intervalos de confianza del 95%.



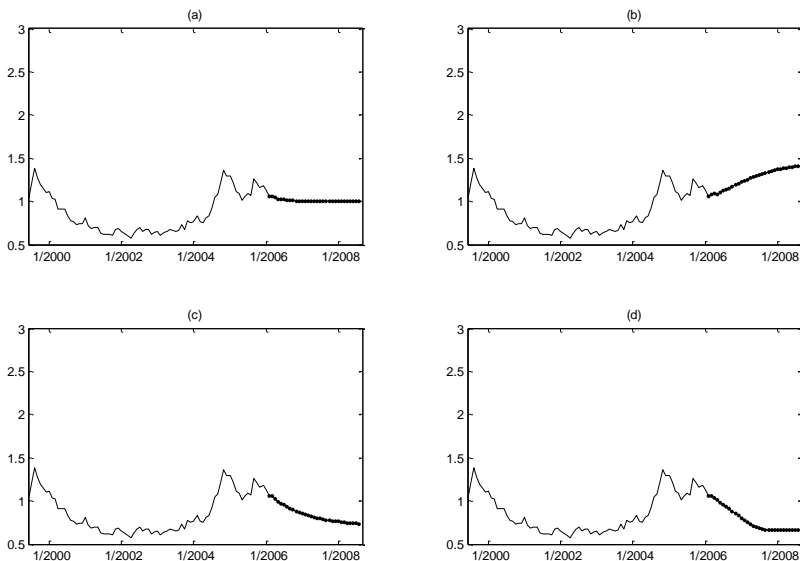
**Figura 8.** Predicción un paso adelante. (a) Modelo AR-ARCH. (b) Modelo AR-MLP-ARCH. Los puntos representan los datos reales; la línea continua corresponde a la predicción del modelo; y el área sombreada indica los intervalos de confianza del 95%.

**Tabla 8.** Momentos de la distribución de los datos y de los modelos.

|                     | Serie | AR        | AR-MLP | AR-ARCH | AR-MLP-ARCH |
|---------------------|-------|-----------|--------|---------|-------------|
| Media               | 1,099 | 1,039     | -1,534 | 0,6933  | 0,792       |
| Mediana             | 1,085 | 1,024     | -1,539 | 0,6867  | 0,7312      |
| Desviación estándar | 0,426 | 0,4885    | 0,2868 | 0,212   | 0,343       |
| Asimetría           | 1,091 | -0,009614 | 1,316  | 0,5612  | -1,227      |
| Curtosis            | 4,258 | 3,136     | 13,3   | 9,13    | 99,06       |
| Mínimo              | 0,57  | -0,597    | -2,389 | -0,7491 | -8,266      |
| Máximo              | 2,6   | 2,681     | 1,169  | 2,772   | 5,114       |

Finalmente, en la Figura 9 se presenta el pronóstico determinístico para los 4 modelos considerados. Este se obtiene al considerar la predicción del mes actual como un insumo para la predicción del precio del mes siguiente asumiendo que los errores son cero. Aunque en términos del ajuste a la muestra de datos los modelos tienen un comportamiento muy similar, la predicción determinística muestra que

ellos presentan un comportamiento dinámico bastante diferente. Los modelos AR-ARCH y AR-MLP-ARCH presentan una tendencia decreciente que busca un punto de equilibrio de largo plazo. El modelo AR presenta una tendencia horizontal. El modelo AR-MLP presenta una tendencia creciente con un punto de equilibrio cercano a los 1,5 USD cents/libra.

**Figura 9.** Pronóstico determinístico. (a) Modelo AR; (b) Modelo AR-MLP; (c) AR-ARCH; y (d) AR-MLP-ARCH

## CONCLUSIONES

Se modeló el precio del café en la bolsa de Nueva York, expresado en USD cents/libra usando un modelo lineal con errores homocedásticos, un modelo lineal cuyos residuales siguen un proceso ARCH, una red neuronal, y una red neuronal con errores heterocedásticos. Los resultados obtenidos sugieren que un modelo AR-MLP-ARCH sería más adecuado para representar la dinámica de la serie de precios en términos de los criterios estadísticos utilizados.

Este estudio muestra como diferentes criterios de comparación pueden ser utilizados para la comparación entre los modelos. Aunque este trabajo ha permitido profundizar en el entendimiento de la dinámica de los precios del café, los resultados no han sido completamente satisfactorios desde el punto de vista de los resultados de la modelación. Es necesario que se realicen otros esfuerzos de modelado, y que se determine si la inclusión de variables explicativas permitiría obtener ganancias en la calidad de la modelación obtenida.

## BIBLIOGRAFÍA

- Arce, Rafael de. 1998. Introducción a los modelos autorregresivos con heterocedasticidad condicional (ARCH). En: <http://www.uam.es/otroscentros/klein/doctras/doctra9806.pdf>. Consulta: Octubre 2006.
- Box, G. and D. Pierce. 1970. Distribution of residual correlations in autoregressive-integrated moving average time series models. *J. Am. Stat. Assn.* 65(332):1509–1526.
- Engle, R. 1982. Autoregressive conditional heterocedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflations. *Econometrica* 50:987–1007.
- Guillet, G.S. 2005. Lecciones de la crisis: aprovechando la oportunidad. *Ensayos Economía Cafetera* (21): 7-11.
- Hamman S, F.A. 1996. ¿Puede explicarse el precio externo del café con un modelo econométrico no lineal?: Borradores Semanales de Economía, No. 52. Banco de la República, Bogotá, Colombia. 39 p.
- Jarque, C. and A. Bera. 1987. A test for normality of observations and regression residuals. *Intl. Stat. Rev.* 55(2):163–172.
- Jeffrey, P. 2003. Depressed coffee prices yield suffering in poor countries. En: [http://www.globalpolicy.org/globaliz/econ/2003/02\\_07coff.htm](http://www.globalpolicy.org/globaliz/econ/2003/02_07coff.htm). Consulta: Octubre 2006.
- Keenan, D. 1985. A turkey non-additivity-type test for time series nonlinearity. En: *Biometrika* 72(1):39–44.
- Lee, T.H., H. White and W.J. Granger. 1993. Testing for neglected non-linearity in time series models. *J. Econometrics* 56(3):269-290.
- Ching-Chuong, L. and G.S. Mudholkar. 1980. A simple test for normality against asymmetric alternatives. *Biometrika* 67(2):455-461.
- Ljung, G.M. and G.E.P. Box. 1978. On a measure of lack of fit in time series models. *Biometrika*. 65(2):67–72.

- McLeod, A. and W. Li. 1983. Diagnostic checking arma time series models using squared residual auto-correlations. *J. Time Ser. Analysis*. 4(4):269–273.
- Ramsey, J.B. 1969. Tests for specification error in classical linear least-squares regression analysis. *J. Royal Stat. Soc. Ser. B Methodological* 31(2):350–371.
- Teräsvirta, T., C.F. Lin and C.W.J. Granger. 1993. Power of the neural network linearity test. *J. Time Ser. Analysis*. 14(2): 209-220.
- Tsay, R. 1986. Nonlinearity tests for time series. *Biometrika* 73(2):461–466.
- Velásquez, J.D., I. Dyner y R.C. Souza. 2005a. Un modelo no lineal de los precios spot medios mensuales en el mercado colombiano. En: *Memorias VII Seminario Internacional sobre Análisis y Mercados Energéticos y I Seminario Ceres Universidad de los Andes, Santafé de Bogota, Colombia*.
- Velásquez, J.D., I. Dyner y R.C. Souza. 2005b. Predicción condicional del precio mensual de bolsa basada en escenarios de eventos hidrológicos extremos. En: *Memorias VII Seminario Internacional sobre Análisis y Mercados Energéticos y I Seminario Ceres. Universidad de los Andes, Santafé de Bogota, Colombia*.
- White, H. 1989. An additional hidden unit test for neglected nonlinearity in multilayer feedforward networks. p. 451-455. En: *Proceedings of the International Joint Conference on Neural Networks, Washington, DC - IEEE Press, New York, USA*.