

Чернець М.В. ***** Люблінський політехнічний інститут,
м. Люблін, Польща,** Дрогобицький державний педагогічний
університет ім. Івана Франка,
м. Дрогобич, Україна

E-mail: chernets@drohobych.net

**ДО ПИТАННЯ ПРО РОЗРАХУНОК ГРАНИЦЬ
ЗМІНИ ПАРНОСТІ ЗАЧЕПЛЕННЯ ЗУБІВ У
ЦИЛІНДРИЧНИХ КОСОЗУБИХ ПЕРЕДАЧАХ
ТА ЙОГО ВПЛИВ НА КОНТАКТНІ ТИСКИ**

УДК 539.3: 539.538

Наведено методику розрахунку кутів, що визначають границі зміни парності зачеплення зубів у циліндричних косозубих передачах. Розглянуто випадки дво - одно - двопарного, три - дво - трипарного та чотири - три - чотирипарного зачеплення. Проведено аналіз впливу парності зачеплення зубів на величину та характер зміни максимальних контактних тисків у зачепленні.

Ключові слова: циліндрична зубчаста передача, границі зміни парності зачеплення, дво - одно - двопарне, три - дво - трипарне, чотири - три - чотирипарне зачеплення, максимальні контактні тиски.

Відомо, що в циліндричних косозубих передачах можлива реалізація не лише дво - одно - двопарного зачеплення зубів, як це має місце у прямозубих передачах, але й три - дво - трипарного. В окремих випадках може теж бути чотири - три - чотирипарне зачеплення зубів. Збільшення числа пар зубів, що перебувають одночасно у зачепленні, виявляє корисний вплив на зростання навантажувальної здатності та довговічності передач, на зменшення зношування зубів. Важливо забезпечити можливість обчислення не лише коефіцієнта взаємного перекриття, що вказує на кількість зубів у зачепленні та частку дво- і однопарного (три - двопарного) зачеплення. З практичної точки зору оцінка границь зміни парності зачеплення, тобто кутів виходу зубів із зачеплення з вищою парністю і входу у зачеплення з нижчою парністю та, відповідно, кутів виходу зубів із зачеплення з нижчою парністю у зачеплення з вищою парністю, є необхідною для розрахунку величини контактних тисків, зношування зубів чи довговічності передач згідно методів [1 - 4].

В роботах [5, 6] наведено співвідношення для розрахунку кута виходу $\Delta\varphi_{1F_2}$ зубів з двопарного і переходу в однопарне зачеплення та кута виходу $\Delta\varphi_{1F_1}$ зубів з однопарного та входу у двопарне зачеплення:

$$\Delta\varphi_{1F_2} = \varphi_{10} - \varphi_{1F_2}, \Delta\varphi_{1F_1} = \varphi_{10} + \varphi_{1F_1}, \quad (1)$$

$$\varphi_{1F_2} = \operatorname{tg}\alpha_{F_2} - \operatorname{tg}\alpha_t, \varphi_{1F_1} = \operatorname{tg}\alpha_{F_1} - \operatorname{tg}\alpha_t, \varphi_{10} = \operatorname{tg}\alpha_{t10} - \operatorname{tg}\alpha_t; \quad (2)$$

$$\operatorname{tg}\alpha_{F_2} = \frac{r_1 \sin \alpha_t - (p_b - e_1) + 0,5b_w \operatorname{tg}\beta_b}{r_1 \cos \alpha}, \quad (3)$$

$$\operatorname{tg}\alpha_{F_1} = \frac{r_1 \sin \alpha_t - (p_b - e_2) - 0,5b_w \operatorname{tg}\beta_b}{r_1 \cos \alpha}. \quad (4)$$

Також формули (3), (4) для дво - одно - двопарного косозубого зачеплення можуть бути ще такими:

$$\operatorname{tg}\alpha_{F_2} = \frac{r_1 \sin \alpha_t - (p_b - e_1) + 0,5p_b n_\beta}{r_1 \cos \alpha}, \quad (5)$$

$$\operatorname{tg}\alpha_{F_1} = \frac{r_1 \sin \alpha_t - (p_b - e_2) - 0,5p_b n_\beta}{r_1 \cos \alpha}. \quad (6)$$

де $\alpha_t = \operatorname{arctg}\left(\frac{\operatorname{tg}\alpha}{\cos\beta}\right)$ – торцевий кут зачеплення;

$\alpha = 20^\circ$ – кут зачеплення;

β – кут нахилу зубів;

$$\operatorname{tg}\alpha_{t10} = (1+u) \operatorname{tg}\alpha_t - \frac{u}{\cos \alpha_t} \sqrt{(r_{20}/r_2)^2 - \cos^2 \alpha_t};$$

u – передаточне відношення передачі;

r_1, r_2 – відповідно радіуси ділільних кіл шестерні і колеса;

$$r_1 = mz_1 / 2 \cos \beta, r_2 = mz_2 / 2 \cos \beta;$$

$$r_{20} = r_{a2} - r, \quad r_{a2} = r_2 + m, \quad r = 0,2m;$$

m – модуль зачеплення;

$$p_b = \pi m \cos \alpha_t / \cos \beta \text{ – крок};$$

$$e_1 = \sqrt{r_{1s}^2 - r_{b1}^2} - r_1 \sin \alpha_t, \quad e_2 = \sqrt{r_{20}^2 - r_{b2}^2} - r_2 \sin \alpha_t,$$

$$r_{1s} = r_{a1} - r, \quad r_{a1} = r_1 + m; \quad r_{b1} = r_1 \cos \alpha_t, \quad r_{b2} = r_2 \cos \alpha_t;$$

$$\beta_b = \arcsin(\operatorname{tg} \beta \cos \alpha_t);$$

b_w – ширина шестерні.

Кут виходу $\Delta\varphi_{1E}$ зубів із зачеплення встановлюється подібно як вище так:

$$\Delta\varphi_{1E} = \varphi_{10} + \varphi_{1E}, \quad (7)$$

$$\text{де } \varphi_{1E} = \operatorname{tg} \alpha_E - \operatorname{tg} \alpha_t, \quad \alpha_E = \arccos(r_{b1} / r_{1s}).$$

Для прямозубих передач, де реалізується дво-одно-двопарне зачеплення, у формулах (3) – (6) слід упустити у чисельнику останній член та врахувати, що $\alpha_t = \alpha$.

У випадку три – дво- трипарного зачеплення, коли $2 \leq \varepsilon_\gamma = \varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta < 3$, зазначені співвідношення (5), (6) можуть бути використані лише у випадку якщо дробові частини n_α, n_β коефіцієнтів покровового і торцвеного перекриття будуть $n_\alpha + n_\beta < 1$. Якщо ж $n_\alpha + n_\beta \geq 1$, то використання цих співвідношень не дає правильних значень кутів $\Delta\varphi_{1F2}, \Delta\varphi_{1F1}$.

Тоді слід використати наступні вирази для обчислення $\operatorname{tg} \alpha_{F2}, \operatorname{tg} \alpha_{F1}$:

$$\operatorname{tg} \alpha_{F2} = \frac{r_1 \sin \alpha_t - (p_b - e_1) + 0,5 p_b (\varepsilon_\beta - 1)}{r_1 \cos \alpha}, \quad (8)$$

$$\operatorname{tg} \alpha_{F1} = \frac{r_1 \sin \alpha_t - (p_b - e_2) - 0,5 p_b (\varepsilon_\beta - 1)}{r_1 \cos \alpha}. \quad (9)$$

У результаті числового експерименту було встановлено, що у випадку чотири - три -чотирипарного зачеплення для визначення $\operatorname{tg} \alpha_{F2}, \operatorname{tg} \alpha_{F1}$ слід використати співвідношення, подібні до (8), (9):

$$\operatorname{tg} \alpha_{F2} = \frac{r_1 \sin \alpha_t - (p_b - e_1) + 0,5 p_b (\varepsilon_\beta - 2)}{r_1 \cos \alpha}, \quad (10)$$

$$\operatorname{tg} \alpha_{F1} = \frac{r_1 \sin \alpha_t - (p_b - e_2) - 0,5 p_b (\varepsilon_\beta - 2)}{r_1 \cos \alpha}. \quad (11)$$

На основі співвідношень (8), (9) для зачеплення 3 - 2 - 3 та (10), (11) для зачеплення 4 - 3 - 4 можна записати узагальнено, що:

$$\operatorname{tg} \alpha_{F2} = \frac{r_1 \sin \alpha_t - (p_b - e_1) + 0,5 p_b [\varepsilon_\beta - (w_{\min} - 1)]}{r_1 \cos \alpha}, \quad (12)$$

$$\operatorname{tg} \alpha_{F1} = \frac{r_1 \sin \alpha_t - (p_b - e_2) - 0,5 p_b [\varepsilon_\beta - (w_{\min} - 1)]}{r_1 \cos \alpha}, \quad (13)$$

де w_{\min} – мінімальна парність зачеплення (для 3 - 2 - 3 - $w_{\min} = 2$, для 4 - 3 - 4 - $w_{\min} = 3$).

З урахуванням вищенаведених залежностей було проведено розрахунок максимальних контактних тисків $p_{j \max}$ у зачепленні протягом усього циклу інтеракції зубів у косозубій циліндричній передачі за таких вихідних параметрів: $z_1 = 20$ – кількість зубів шестерні; $b_w = 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 80, 90, 100$ мм; $P = 5$ кВт; $K_g = 1.6$; $m = 3$ мм; $u = 4$; $n_1 = 700$ об/хв; $\Delta\varphi = 4^\circ$; $\beta = 10^\circ$; матеріали коліс: шестерня – сталь 38ХМЮА, азотована на глибину 0.4 ... 0.5 мм, НВ 600; колесо – сталь 40Х, об'ємне гартування, НВ 341; $E = 2,1 \cdot 10^5$ МПа, $\nu = 0,3$.

При $b_W = 30$ мм буде зачеплення 2 - 1 - 2-парне, при $b_W = 35 - 80$ мм буде зачеплення 3 - 2 - 3 - парне, при $b_W = 90, 100$ мм буде зачеплення 4 - 3 - 4-парне.

Максимальні контактні тиски $p_{j\max}$ обчислено за формулою Герца з урахуванням парності зачеплення:

$$p_{j\max} = 0,418\sqrt{N'\theta/\rho_j}, \quad (14)$$

де $j = 0, 1, 2, 3, \dots, s$ – точки контакту на робочих поверхнях зубів;

$N' = N/l_{\min}w$ – навантаження на одиницю довжини лінії контакту;

$N = 9550PK_g/r_1n_1 \cos \alpha_t$ – сила, що виникає у зачепленні;

P – потужність на ведучому валу;

K_g – коефіцієнт динамічності;

n_1 – число обертів шестерні;

w – кількість пар зачеплень зубів;

$\theta = (1 - \nu_1^2)/E_1 + (1 - \nu_2^2)/E_2$;

E, ν – модулі Юнга та коефіцієнти Пуасона матеріалів зубчастих коліс.

l_{\min} – мінімальна довжина лінії контакту зубів у зачепленні.

Мінімальна довжина лінії контакту:

$$l_{\min} = \frac{b_W \varepsilon_\alpha}{\cos \beta_b} \left[1 - \frac{(1 - n_\alpha)(1 - n_\beta)}{\varepsilon_\alpha \varepsilon_\beta} \right] \text{ при } n_\alpha + n_\beta > 1,$$

$$l_{\min} = \frac{b_W \varepsilon_\alpha}{\cos \beta_b} \left[1 - \frac{n_\alpha n_\beta}{\varepsilon_\alpha \varepsilon_\beta} \right] \text{ при } n_\alpha + n_\beta \leq 1,$$

де $\varepsilon_\alpha, \varepsilon_\beta$ – відповідно коефіцієнти торцевого і покорокового перекриття передачі;

n_α, n_β – дробові частини вказаних коефіцієнтів перекриття;

$$\varepsilon_\alpha = \frac{t_1 + t_2}{t_z}, \quad \varepsilon_\beta = \frac{b_W \sin \beta}{\pi m}, \quad t_1 = \frac{e_1}{\omega_1 r_{b1}}, \quad t_2 = \frac{e_2}{\omega_1 r_{b1}}, \quad t_z = \frac{2\pi}{z_1 \omega_1};$$

$\varepsilon_\gamma = \varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta$ – сумарний коефіцієнт перекриття;

ω_1 – кутова швидкість шестерні.

Радіуси кривини профілю косих зубів (зведений, шестерні, колеса) визначаються за формулами:

$$\rho_j = \frac{\rho_{1j}\rho_{2j}}{\rho_{1j} + \rho_{2j}}, \quad \rho_{1j} = \frac{\rho_{t1j}}{\cos \beta_b}, \quad \rho_{2j} = \frac{\rho_{t2j}}{\cos \beta_b},$$

де $\rho_{t1j} = r_{b1} \operatorname{tg} \alpha_{t1j}$, $\rho_{t2j} = r_2 \sqrt{(r_{2j}/r_2)^2 - \cos^2 \alpha_t}$;

$\alpha_{t1j} = \operatorname{arctg}(\operatorname{tg} \alpha_{t10} + j \Delta \varphi)$, $\alpha_{t2j} = \arccos[(r_2/r_{2j}) \cos \alpha]$;

$r_{2j} = \sqrt{a_W^2 + r_{1j}^2 - 2a_W r_{1j} \cos(\alpha_t - \alpha_{t1j})}$, $r_{1j} = r_1 \cos \alpha_t / \cos \alpha_{t1j}$;

$a_W = (z_1 + z_2)m / 2 \cos \beta$ – міжосьова відстань;

$\Delta \varphi$ – кут повороту (вибраний) зубів шестерні з точки початкового контакту (т. 0) в точку 1 і т. д.

Результати обчислень $p_{j\max}$ наведено на рис. 1.

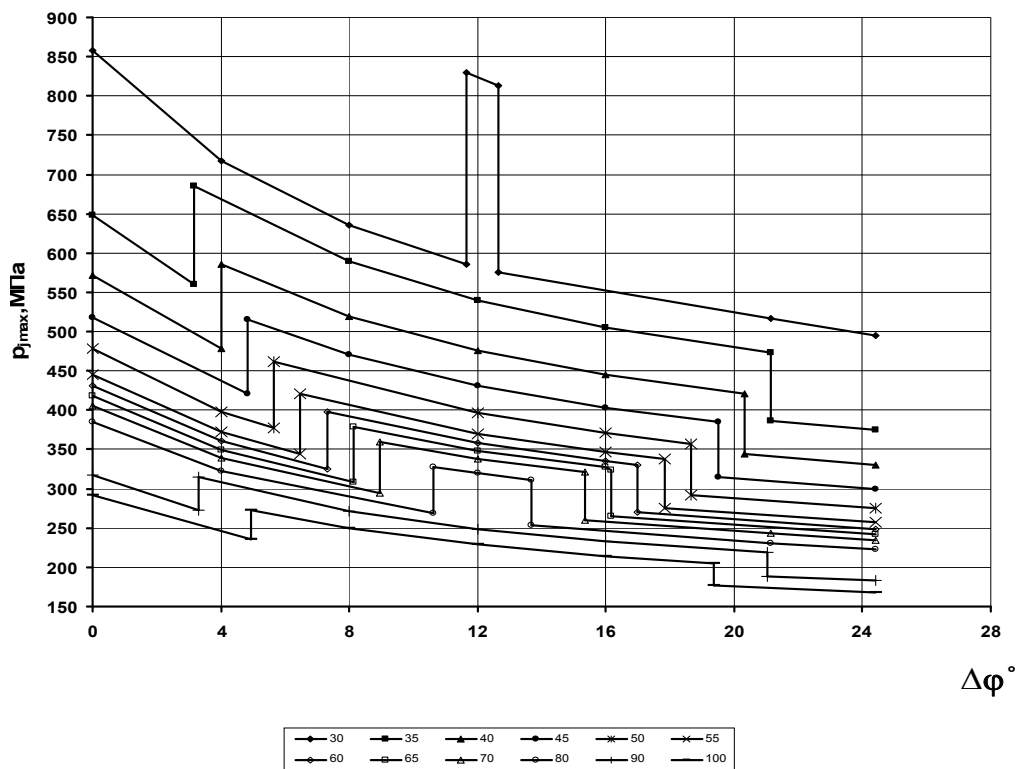


Рис. 1 – Вплив парності зачеплення на максимальні контактні тиски зі зміною ширини коліс

Аналіз отриманих результатів показує, що рівень $p_{j\max}$ значно залежить від кількості пар зубів, що одночасно перебувають у зачепленні. Найбільші $p_{j\max}$ виникають або на вході зубів ($\Delta\phi = 0^\circ$) у зачеплення (дво-, три-, чотирипарне), або ж на вході у зачеплення з нижчою парністю. Різниця між ними не є суттєвою. Із зростанням коефіцієнта взаємного перекриття ε_γ зубів при збільшенні ширини b_W коліс $p_{0\max}$ незначно перевищуватиме його значення на вході в двопарне (трипарне) зачеплення. Отже цілком обгрунтовано контактна міцність зубів може бути визначена на вході їх у зачеплення ($\Delta\phi = 0^\circ$). Також з огляду на інтенсивність зношування зубів ця точка зачеплення є найбільш небезпечною, бо тут швидкість ковзання має найбільшу величину.

Література

1. Оцінка довговічності, зношування та контактної міцності зубчастих передач / Під заг. ред. М.В.Чернеця. – Дрогобич: Вимір. – 2002. – 128 с.
2. Чернець М.В., Келбінські Ю., Ярема Р.Я. Узагальнений метод оцінки зношування циліндричних евольвентних зубчастих передач // ФХММ. – 2011. – №1. – С. 44 - 49.
3. Чернець М.В., Ярема Р.Я., Чернець Ю.М. Метод оцінки впливу коригування і зношування зубів евольвентної циліндричної передачі на довговічність та міцність. Ч.1. Довговічність та зношування // ФХММ. – 2012. - № 3. – С. 30 - 39.
4. Чернець М.В., Ярема Р.Я., Чернець Ю.М. Метод оцінки впливу коригування і зношування зубів евольвентної циліндричної передачі на довговічність та міцність. Ч.2. Контактна міцність // ФХММ. – 2012. – № 6. – С. 56 - 39.
5. Чернець М.В., Чернець Ю.М. Дослідження умов зачеплення зубів циліндричної евольвентної передачі на контактну міцність, зношування і довговічність. Част. 1. Постійні умови взаємодії у некоригованому зачепленні // Проблеми трибології. – 2014. – №3. – С. 84 - 92.
6. Чернець М.В., Чернець Ю.М. Дослідження умов зачеплення зубів циліндричної евольвентної передачі на контактну міцність, зношування і довговічність. Част. 3. Змінні умови взаємодії у некоригованому зачепленні // Проблеми трибології. – 2014. – №4. – С. 49 - 53.

Поступила в редакцію 19.10.2016

Chernets M.V. To the question about the calculation of limits the changes of the teeth gearing in cylindrical obliquely teeth transmissions of and its influence on pin pressures.

The paper presents the results undertaken the using of methodology of calculation the corners that is determined by the limits of the gearing the teeth pairs correction in cylindrical transmissions. Considered the cases of two-one pairs teeth, three-two pairs teeth, four-three pairs teeth gearing. The analysis of influence to gearing the teeth pairs on a size and character of change the maximal contact pressures was conducted .

Key words: cylindrical gearing , limits of gearing changes , two-one pairs teeth, three-two pairs teeth, four-three pairs teeth gearing, maximum contact pressure

References

1. Ocinka dovhovicznosti, znoszuвання та kontaktnoi micsnosti zubczastyh przedacz. Pid zah. red. M.V.Chernecja. – Drohobycz: Vymir. 2002. 128 s.
2. Chernec M.V., Kielbinski Ju., Jarema R.Ja. Uzahalnenyj metod ocinky znoszuвання cylindrycznych evolventnyh zubczastyh przedacz. FKHM, №1, 2011. S. 44 – 49.
(Chernets M.V., Kelbinski J., Jarema R.Ja. Generalized method for the evaluation of cylindrical involute gears. Materials Science, №1, 2011. P. 45 – 51.)
3. Chernec M.V., Jarema R.Ja., Czernec Ju.M. Metod ocinky vplyvu koryhuvannya i znoszuвання zubiv evolventnoi cylindrycznoi przedaczi na dovhovicznist ta micnist. Czast. 1. Dohovicznist ta znoszuвання. FKHM, №3, 2012. S. 30 – 39.
(Chernets M.V., Yarema R.Ya., Chernets Yu.M. A method for the evaluation of the influence of correction and wear of the teeth of a cylindrical gear on its durability and strength. Part 1. Service live and wear. Materials Science, №3, 2012. P. 289 – 300.)
4. Chernec M.V., Jarema R.Ja., Czernec Ju.M. Metod ocinky vplyvu koryhuvannya i znoszuвання zubiv evolventnoi cylindrycznoi przedaczi na dovhovicznist ta micnist. Czast. 2. Kontaktna micnist. FKHM, №6, 2012. S. 56 – 59.
(Chernets M.V., Yarema R.Ya., Chernets Yu.M. A method for the evaluation of the influence of correction and wear of the teeth of a cylindrical gear on its durability and strength. Part 2. Contact strength. Materials Science. 2012. №6. S. 752 – 756.)
5. Chernec M.V., Chernec Yu.M. Doslidzhennia umov zaczeplennia zubiv cylindrycznoi evolventnoi przedaczi na kontaktnu micnist, znoszuвання i dovhovicznist. Czast. 1. Postijni umovy vzaiemodiji u nekoryhovanomu zaczeplenni. Problemy trybologii, №3, 2014. S.84 - 92.
6. Chernec M.V., Chernec Yu.M. Doslidzhennia umov zaczeplennia zubiv cylindrycznoi evolventnoi przedaczi na kontaktnu micnist, znoszuвання i dovhovicznist. Czast. 3. Zminni umovy vzaiemodiji u nekoryhovanomu zaczeplenni. Problemy trybologii, №4, 2014. S.49 - 53.