

Нахайчук О.В.,*
Мізрах А.А.,*
Пухтіцька Н.О.,*
Музичук В.І.**

*Вінницький інститут конструювання
 одягу і підприємництва,

**Вінницький національний аграрний
 університет,

м. Вінниця, Україна

E-mail: olegnahau@mail.ru

ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ ТЕРТЯ НА НАПРУЖЕНИЙ СТАН ПРИ ВДАВЛЮВАННІ ЗАОКРУГЛЕНОГО ІНДЕНТОРА

УДК 621.73.011

В роботі розглянута задача вдавлювання індентора заокругленої форми в пластичний півпростір. Представлена методика врахування та оцінки сумарної дії факторів: зростання кута загальмованої області, зміцнення, контактного тертя та їх впливу на напружений стан. Отримана залежність кутів прилеглої поверхні від значень коефіцієнтів тертя, яка може бути використана для визначення зусиль вдавлювання та вирішення подібних задач з врахуванням тертя.

Ключові слова: вплив тертя, напружений стан, заокруглений індентор, коефіцієнт тертя, пластичне деформування.

Вступ

Дослідження механіки контактної взаємодії штамп-заготовка має важливе значення для проектування різних технологічних процесів [1], розробка яких потребує детального вивчення проблем тертя, руйнування контактуючих елементів, зношення поверхонь, зміни твердості та механічних властивостей матеріалів.

Непружна контактна взаємодія тіл є менш дослідженою областю механіки в порівнянні з пружними задачами. Відомі достатньо багато рішень задач стосовно контакту ідеально пружно-пластичних та ідеально жорстко-пластичних тіл [2]. Для жорстко-пластичного матеріалу, який зміцнюється в процесі деформування, рішення задач пов'язано із труднощами, обумовленими відсутністю інформації про форми та розміри жорстко-пластичної границі. В зв'язку з цим, при проведенні досліджень використані наукові методи для вивчення характеристик пластичної течії металу, розрахунку контактних напружень та зусиль, зміни геометричних параметрів контакту на різних стадіях вдавлювання заокругленого індентора.

Кількісних даних про напружений стан поверхні в області контакту недостатньо, мало вивчені також геометричні параметри напливів, та фактори, що їх формують, наприклад – вплив тертя.

В зв'язку з цим, дослідження механіки вдавлювання жорсткого штамп (індентора) в пластичний матеріал, впливу тертя на напружений стан потребує подальших досліджень.

Мета і постановка задачі

Метою даної роботи є розробка математичної моделі, яка враховує вплив тертя на напружений стан на різних стадіях вдавлювання заокругленого індентору в пластичний півпростір.

Для досягнення цієї мети була сформульована задача – розробити методику врахування та оцінки сумарної дії факторів: зростання кута загальмованої області, зміцнення, контактного тертя та їх впливу на напружений стан.

Виклад матеріалів досліджень

Розглянемо задачу про вдавлювання твердого (недеформованого) індентора 1 (рис. 1) з радіусом закруглення R з врахуванням сил тертя в жорстко-пластичне середовище, обмежене площиною 2. При вдавлюванні силою q (q – розподілене зусилля), матеріал видавлюється симетрично, при цьому картина деформації має вид, схематично показаний на рис. 2. Напружений стан в пластичній області розглянемо як осесиметричну задачу, при цьому деформацією металу в напрямку осі Z знехтуємо. В площині деформації $ХОУ$ введемо полярні координати r і φ , тоді умова пластичності Мізеса буде:

$$(\sigma_{\varphi} - \sigma_r)^2 + 4\tau_{r\varphi}^2 = 4k^2, \quad (1)$$

де σ_r , σ_{φ} , $\tau_{r\varphi}$ – напруження в точках пластичної області жорсткопластичного середовища;

k – інтенсивність дотичних напружень.

Диференційні рівняння рівноваги виражаться співвідношеннями:

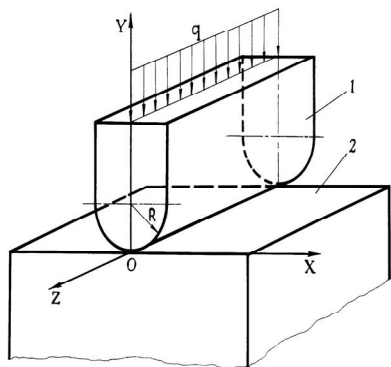


Рис. 1 – Схема вдавлювання твердого заокругленого індентора

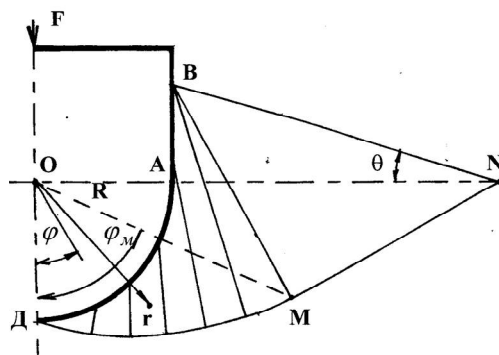


Рис. 2 – Поле ліній ковзання при вдавлюванні твердого заокругленого індентора

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\varphi}{r} = 0; \quad \frac{d\tau_{r\varphi}}{dr} + \frac{2\tau_{r\varphi}}{r} = 0. \quad (2)$$

На границі контакту індентор - жорсткопластичне середовище діють як нормальні, так і дотичні напруження. Задача розподілу радіальних напружень на поверхні контакту при відсутності тертя від вдавлювання циліндричного пуансона вирішена А. О. Томльоновим [3]:

$$\sigma_r = k(1 + \pi/2 - \varphi). \quad (3)$$

Вплив сили тертя на напруження σ_r врахуємо введенням співмножника, що залежить від коефіцієнта тертя:

$$\sigma_r = p(\varphi) = -k \left(1 + \frac{\pi}{2} - \varphi \right) e^{b\mu}, \quad (4)$$

де b – параметр, що підлягає визначенню,

μ – коефіцієнт тертя. Дійсно, при відсутності тертя ($\mu = 0$) співмножник $e^{b\mu} = 1$ і формула (4) приймає вид (3). Дотичні напруження на границі контакту можна визначити співвідношенням [4]:

$$\tau_{r\varphi} = q(\varphi) = \mu p(\varphi), \quad (5)$$

причому $|q(\varphi)| \leq k$. Слід зазначити, що при відсутності дотичних напружень на границі в кожній точці області пластичних деформацій головні площадки збігаються з радіальними й окружними напрямками. Лінії ковзання (тобто лінії, дотичні до яких збігаються з напрямками максимальних дотичних напружень) утворюють логарифмічні спіралі. При наявності граничних дотичних напружень лінії ковзання вже не будуть логарифмічними спіралями. Отже, для вирішення задачі напруженого стану в області вдавлювання заокругленого індентора з врахуванням сил тертя варто розглядати загальний випадок осесиметричної області пластичного деформування, тобто рішення рівняння (2) за умови (1).

Друге рівняння рівноваги системи (2) перепишемо у вигляді:

$$d\tau_{r\varphi} / \tau_{r\varphi} = -2dr / r. \quad (6)$$

Проінтегрувавши отримане рівняння з врахуванням граничної умови (5), одержимо:

$$\tau_{r\varphi} = q(\varphi) \left(R^2 / r^2 \right). \quad (7)$$

Використовуючи рівняння (1), визначимо різницю напружень:

$$\sigma_\varphi - \sigma_r = \pm 2 \sqrt{k^2 - q(\varphi)^2} (R/r)^2. \quad (8)$$

Внесемо отриманий вираз (8) в перше диференціальне рівняння рівноваги (2) і проінтегруємо його з врахуванням граничної умови (3):

$$\sigma_r = -p(\varphi) \pm k \left[2 \ln \frac{\sqrt{r^2 - \alpha} + \sqrt{r^2 + \alpha}}{\sqrt{R^2 - \alpha} + \sqrt{R^2 + \alpha}} - \left(\frac{\sqrt{r^4 - \alpha}}{r^2} - \frac{\sqrt{R^4 - \alpha^2}}{R^2} \right) \right]; \quad (9)$$

$$\sigma_{\varphi} = \sigma_r \pm k \frac{\sqrt{r^4 - \alpha^2}}{r^2}, \quad \alpha = R^2 \frac{q(\varphi)}{k}. \quad (10)$$

Необхідно врахувати, що зі збільшенням координати $r (r > R)$ напруження σ_r й σ_{φ} зменшуються, тому у формулах (9) і (10) при розрахунку напружень необхідно залишити знак "плюс".

Гранична лінія витиснутої індентором частини металу (лінія BN див. рис. 2) може бути задовільно апроксимована прямою [5]. Тоді в області рівнобедреного прямокутного трикутника BNM маємо однорідний напружений стан. Якщо вісь X сполучити з напрямком BN, а вісь Y- перпендикулярно BN, то в області BNM: $\sigma_x = -2k$, $\sigma_y = 0$, $\tau_{xy} = 0$ і гідростатичне напруження $\sigma = -k$. Такі напруження діють у всіх точках області BNM, у тому числі й у кутовій точці M. Перевішивши значення напружень в прийнятій нами полярну систему координат, одержимо:

$$\sigma_r = -2k \sin^2(\varphi_M + \Theta), \quad \sigma_{\varphi} = -2k \cos^2(\varphi_M + \Theta), \quad \tau_{r\varphi} = k \sin 2(\varphi_M + \Theta), \quad (11)$$

де φ_M і r_M – координати точки M в полярній системі координат;

Θ – кут, на який повертається зміщена горизонтальна поверхня металу в результаті її витиснення індентором (кут ANB). Координати M (φ_M і r_M) знайдемо з умови нестисливості металу в процесі пластичного деформування. Дійсно, площа витиснутого з однієї сторони металу індентором дорівнює площі трикутника ANB, тоді:

$$\frac{\pi R^2}{4} = \frac{1}{2} AB \cdot AN = \frac{1}{2} AN^2 \operatorname{tg} \Theta, \quad (12)$$

звідки $AN = R \sqrt{\frac{\pi}{2 \operatorname{tg} \Theta}}$, а сторона $BN = R \sqrt{\frac{\pi}{\sin 2\Theta}}$. З рівнобедреного прямокутного трикутника BNM знайдемо сторону NM:

$$NM = BN / \sqrt{2} = R \sqrt{\pi / 2 \sin 2\Theta}. \quad (13)$$

У трикутнику ONM відомі сторони $ON = R + R \sqrt{\pi / 2 \operatorname{tg} \Theta}$ і NM , кут $ONM = \frac{\pi}{4} - \Theta$, тоді радіус:

$$r_M = R \sqrt{1 + \frac{A}{2} + \sqrt{2A} + \frac{B}{2} - \sqrt{2B} \left(1 + \sqrt{\frac{A}{2}} \cos \left(\frac{\pi}{4} - \Theta \right) \right)} = R \cdot C, \quad (14)$$

$$\text{де } A = \frac{\pi}{\operatorname{tg} \Theta};$$

$$B = \frac{\pi}{\sin 2\Theta};$$

$$C = \sqrt{1 + \frac{A}{2} + \sqrt{2A} + \frac{B}{2} - \sqrt{2B} \left(1 + \sqrt{\frac{A}{2}} \cos \left(\frac{\pi}{4} - \Theta \right) \right)}, \quad (15)$$

а на основі теореми синусів:

$$\frac{MN}{\sin \left(\frac{\pi}{2} - \varphi_M \right)} = \frac{r_M}{\sin \left(\frac{\pi}{4} - \Theta \right)},$$

тоді:

$$\cos \varphi_M = \frac{1}{C} \sqrt{\frac{B}{2}} \sin \left(\frac{\pi}{4} - \Theta \right). \quad (16)$$

Отже, для розрахунку напруженого стану в області пластичної деформації при вдавлюванні заокругленого індентора необхідно експериментально визначити тільки кут Θ , користаючись яким по формулах (14) і (16) визначити координати точки M (φ_M і r_M). Це дозволяє визначити граничні дотичні напруження в точці з координатою φ_M :

$$q(\varphi_M) = C^2 k \sin 2(\varphi_M + \Theta), \quad (17)$$

і граничний нормальний тиск:

$$p(\varphi_M) = 2k \sin^2(\varphi_M + \Theta) + k \left[2 \ln \frac{\sqrt{r_M^2 - \alpha} + \sqrt{r_M^2 + \alpha}}{\sqrt{R^2 - \alpha} + \sqrt{R^2 + \alpha}} - \left(\frac{\sqrt{r_M^4 - \alpha^2}}{r_M^2} - \frac{\sqrt{R^4 - \alpha^2}}{R^2} \right) \right]. \quad (18)$$

Далі з (14) показник степені $b\mu$ можна визначити за формулою:

$$b\mu = \ln \frac{p(\varphi_M)}{k \left(1 + \frac{\pi}{2} - \varphi_M \right)}, \quad (19)$$

а коефіцієнт тертя – із співвідношення (19):

$$\mu = q(\varphi_M) / p(\varphi_M). \quad (20)$$

Дотичні напруження на границі контакту, як показують експериментальні дослідження, не при всяких значеннях φ визначаються формулою (5). Перш за все, в залежності від коефіцієнта тертя μ , який залежить від якості мастила, в області точки D (рис. 2) утворюється загальмована область, в межах якої дотичні напруги відсутні, тобто при $\varphi = 0$ $q(\varphi) = 0$.

В табл. 1 наведені результати для випадку вдавлювання індентору з $R = 25$ мм в заготовку із сталі 20.

Таблиця 1

Результати розрахунку напруженого стану при вдавлюванні заокругленого індентора (МПа)

φ	r	σ_r	σ_φ	$\tau_{r\varphi}$	σ	σ_u
0	R	-203	-176	-26	-189	51
	1,2R	-191	-160	-18	-175	41
	1,4R	-181	-148	-13	-164	36
	1,6R	-172	-138	-10	-155	34
	$r_M = CR$	-162	-128	-8	-145	32
30°	R	-162	-135	-20	-148	42
	1,2R	-150	-119	-14	-134	36
	1,4R	-139	-107	-10	-123	33
	1,6R	-130	-97	-8	-113	32
	$r_M = CR$	-121	-87	-6	-104	31
$\varphi_M = 67,6^\circ$	R	-110	-83	-14	-96	34
	1,2R	-98	-67	-10	-82	32
	1,4R	-88	-55	-7	-71	31
	1,6R	-79	-45	-5	-62	31
	$r_M = CR$	-69	-35	-4	-52	30

Слід також врахувати, що дотичні напруження на границі не можуть перевищувати значень інтенсивності дотичних напружень k [6], тому може існувати область, де $q(\varphi) = k$. Однак, при значеннях коефіцієнта тертя $\mu \leq 0,5$, цією областю можна знехтувати, тому граничні дотичні напруження задовільно описуються рівнянням (5). Тоді напружений стан в області пластичної деформації металу в результаті вдавлювання заокругленого індентора можна визначити за формулами:

$$\sigma_r = -k \left\{ \left(1 + \frac{\pi}{2} - \varphi \right) e^{b\mu} - \left[2 \ln \frac{\sqrt{r^2 - \alpha^2} + \sqrt{r^2 + \alpha}}{\sqrt{R^2 - \alpha} + \sqrt{R^2 + \alpha}} - \left(\frac{\sqrt{r^4 - \alpha^2}}{r^2} - \frac{\sqrt{R^4 - \alpha^2}}{R^2} \right) \right] \right\}; \quad \sigma_\varphi = \sigma_r + k \frac{\sqrt{r^4 - \alpha^2}}{r^2};$$

$$\tau_{r\phi} = -\mu k \left(1 + \frac{\pi}{2} - \varphi \right) e^{b\mu} \left(\frac{R}{r} \right)^2. \quad (21)$$

За викладеною методикою досліджений напружений стан при вдавлюванні циліндричних інденторів, виготовлених з різних матеріалів.

Висновки

1. Одержали подальший розвиток розрахунково-експериментальні методи для визначення напруженого стану при вдавлюванні інденторів заокругленої форми у пластичний матеріал з використанням інженерного методу, методу ліній ковзання і методу твердості із врахуванням тертя. При цьому вважалось, що на стадіях пластичної області напруження текучості однакове.

2. Представлена методика врахування та оцінки сумарної дії факторів: зростання кута загальмованої області, зміцнення, контактного тертя та їх впливу на напружений стан.

3. При рішенні задачі вдавлювання заокругленого індентора розглянутий загальний випадок віссиметричного поля пластичного деформування. Отримана залежність кутів прилеглої поверхні від значень коефіцієнтів тертя, яка може бути використана для визначення зусиль вдавлювання та вирішення подібних задач з врахуванням тертя.

4. Результати розрахунку напруженого стану можуть бути застосовані для оцінки використаних ресурсів пластичності на стадіях вдавлювання штампів, а також оцінки технологічної спадковості (розподілу залишкових напружень, зміцнення, залишкової пластичності), інформація про яких необхідна для раціональної побудови технологічних процесів.

Література

1. Нові технологічні процеси з використанням прогресивних методів пластичного деформування: Монографія. / О.В. Нахайчук, О.О. Розенберг, В.А. Огородніков, А.Д. Крицький, В.В. Мельниченко, С.Ф. Студенець. – Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2008. – 158 с.
2. Джонсон В., Кудо Х. Механика процессов выдавливания металла. – М.: Металлургия, 1980. – 456 с.
3. Томленов А. Д. Теория пластического деформирования металлов. – М.: Металлургия, 1972. – 408 с.
4. Теория пластических деформаций металлов Е.П. Унксов, У. Джонсон, В.Л. Колмогоров и др.; под ред. Е.П. Унксова, А.Г. Овчинникова. – М.: Машиностроение, 1983. – 598 с.
5. Хилл Р. Математическая теория пластичности. – М.: ГИТТЛ, 1956. – 408 с.
6. Примеры применения теоремы Генки к равновесию пластических тел / Сб. "Теория пластичности" / Под ред. Ю. Н. Работнова. – Госуд. изд. иностранной литературы, 1948. – С. 74–86.

Поступила в редакцію 08.10.2015

Nakhaychuk O.V., Mizrah A.A., Pukhtytska N.O., Myzithuk V.I. **Research of the influence of friction on the stress state by indentation of rounded indenter.**

Research mechanics of contact interaction punch-harvesting has the important meaning for design of various technological processes, their development requires a detailed study of the problems of friction, destruction of contacting elements, wear surfaces, changes in hardness and mechanical properties of materials.

For rigid-plastic material, which strengthens in the process of the deformation, solving problems associated with difficulties, due to the lack of information about shapes and sizes of rigid-plastic border.

In this regard, this work is devoted to questions about further development of settlement and experimental methods determining the stress state by indentation of the indenters of rounded shapes in plastic material, using engineering methods, slip lines method and hardness method with friction considering. In developing the mathematical model it was assumed that on the plastic area stages stresses fluidity is the same.

During the solution of a problem of rounded indenter's indentation considered the general case of axially symmetric field of plastic deformation. Received angles dependence of adjacent surface from friction coefficients' meaning, which can be used to determine the effort of indentation and resolution of similar problems with friction considering.

The results of stress state's calculating can be used for assessment of used resources of plasticity on the stages of indentation stamps, and assessment of technological inheritance (distribution of residual stresses, strengthening, residual plasticity), information about them is necessary for rational construction of technological processes.

Keywords: the influence of friction, stress state, rounded indenter, coefficient of friction, plastic deformation.

References

1. New processes using progressive methods of plastic deformation: Monograph. O.V.Nakhaychuk, O.O. Rosenberg, V.A. Ogorodnikov, A.D. Krytskyy, V.V. Melnichenko, S.F. Studenets. Vinnytsia: Universum-Vinnytsia, 2008. 158 p.
2. Johnson W., Kudo H. Mechanics processes of metal extrusion. M. Metallurgy, 1980. 456 p.
3. Tomlenov A.D. Theory of plastic deformation of metals. M. Metallurgy, 1972. 408 p.
4. The theory of plastic deformation of metals E.P. Unksov, W. Johnson, V.L. Kolmogorov, etc.; under ed. E.P. Unksov, A.G. Ovchinnikov. M. Engineering, 1983. 598 p.
5. Hill R. The mathematical theory of plasticity. M. GITTL, 1956. 408 p.
6. Examples of applications of Genki's theorem to equilibrium of plastic bodies. Coll. "The theory of plasticity". Under ed. U.N. Rabotnov. State ed. of foreign literature, 1948. P. 74-86.