

Артемчук В.В.Дніпропетровський національний
університет залізничного транспорту імені
академіка В. Лазаряна, (ДНІТ), Україна**ПОБУДОВА МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ
ЗНОСУ З УТОЧНЕНИМИ ПАРАМЕТРАМИ****Вступ, постановка проблеми**

Досвід експлуатації механічної частини рухомого складу показав, що основною причиною відмов та несправностей її елементів є знос та пошкодження контактних поверхонь деталей. У загальному випадку тертя спостерігається при контакті двох тіл і русі одного відносно іншого. В результаті зношення деталей можуть виникати неприйнятні для експлуатації наслідки, наприклад, вібрації, биття, порушення герметичності та режиму змащування, втрата міцності з'єднання для спряжень з гарантованим навантаженням. Знос, який супроводжується пошкодженнями робочої поверхні деталей такими, як риски, задири, глибинні вириви та інші, зменшує втомну міцність та може приводити до руйнування. Узгаляючи наведене вище, можна зробити висновок, що в результаті підвищеного зносу порушується конструктивна взаємодія деталей у вузлах, при цьому можуть виникати значні додаткові навантаження та напруження і стати причиною аварійних руйнувань [1 - 5].

Важливою проблемою пов'язаною із зношуванням є визначення контактної напруженості контактуючих деталей. Суттєву практичну цінність мають розв'язання контактних задач теорії пружності для циліндричних тіл, які складають теоретичну основу розрахунку валів, підшипників, шарнірних з'єднань та з'єднань з натягом [5 - 9]. Підкреслимо, що властивості контакту суттєво впливають на процеси зношування внаслідок його дискретності, тобто контактування поверхонь відбувається на окремих ділянках нерівностей, які і утворюють фактичну площу контакту. Таким чином, враховуючи тісний зв'язок між зносом та контактною взаємодією поверхонь деталей, постає необхідність рішення контактних задач з урахуванням зносу і при цьому враховуючи геометричні параметри деталей, характеристики та властивості їх поверхонь [5, 6, 7, 10].

Розв'язуванню задач контактної механіки присвячено роботи багатьох науковців. Зокрема, дослідження контактних задач теорії пружності для тіл з круговими межами виконані за допомогою аналітичних методів [5, 6]. Значно розширити можливості аналізу напруженого стану в зоні контакту дозволяють чисельні методи [6]. Але недоліком використання аналітичних методів є громіздкість математичного апарату [5, 11], необхідність використання потужних ЕОМ, а також похибки розрахунків при певних спрощеннях та припущеннях.

Метою даної роботи є отримання рішень поставлених задач з відносною простотою їх практичної реалізації, з достатньою точністю та з використанням при цьому ЕОМ середнього рівня.

З певним ступенем точності тертя підрозділяють на три класи: тертя ковзання, тертя кочення і тертя вертіння.

Залежно від того, який вид тертя матиме місце фізико-хімічні і геометричні наслідки будуть різними, не дивлячись на те, що початкові умови є однаковими при одному і тому ж часі взаємодії. Цей факт визначає різні напрацювання, при яких визначається втрата працездатності даної пари.

1. Експлуатаційні властивості поверхонь.

Слідуючи роботі [12] відзначимо наступні експлуатаційні властивості контактуючих поверхонь: - відхилення форми; - хвилястість; - шорсткість; - мікрошорсткість. Перераховані властивості поверхонь деталей певною мірою є умовними. Дані властивості відображають різні механізми їх виникнення, вимоги експлуатації і вимірності апаратури.

Необхідно відзначити механічні властивості, які визначаються наступними параметрами: - товщина поверхневого шару; - мікротвердість; - наклеп; - залишкове напруження.

Фізико-хімічними властивостями поверхневого шару є: - адсорбційна здатність; - структура і хімічний склад поверхневого шару; - корозійна стійкість.

Експлуатаційні властивості поверхні деталі залежать так само від теплофізичних властивостей шарів, параметрів кристалічної решітки, густини дислокацій, наявності мікротріщин і т.д.

2. Основні механізми зношування.

Під зношуванням або зносом розуміють руйнування і відділення часток з поверхні твердого тіла, а також зміну розмірів і форми тіла в процесі деформацій при контактній взаємодії.

Як відомо, процес зношування розбивають на основні три групи: - механічне зношування; - молекулярно-механічне зношування; - корозійно-механічне зношування. У реальних умовах часто має місце одночасна дія декількох механізмів зносу. Виділити, які механізми мають місце в тому або іншому випадку вельми непросто завдання, тому для кількісної характеристики зносу поверхні вводять таке поняття, як «середня інтенсивність зносу».

3. Кількісні характеристики поверхні тертя.

Оскільки поверхня контакту пари тертя не буває абсолютно гладкою і при розгляді аналогічних пар, що працюють в однакових умовах, мають різні мікронерівності, які утворюють шорсткість, то має місце невизначеність і однією з можливостей її кількісного опису є залежність

$$z = f(x, y, \omega),$$

де ω – елементарна подія з множини Ω .

Таким чином, z є випадковою поверхнею, а при фіксованому ω (конкретна пара тертя) дану поверхню можна розглядати, як реалізацію випадкової функції. Якийповнішою кількісною характеристикою випадкової функції є набір кінцевомірних розподілів ймовірностей.

На практиці обмежуються гаусовськими випадковими полями. Дані поля досить добре описують поверхні отримані, наприклад, електроосадженням [13].

У разі, коли поле є ізотропним, то усереднювання за площею можна замінити усереднюванням по якому-небудь перетину поля [14]. Параметри та характеристики шорсткості широко відомі, тому в роботі не представлені.

4. Зміна форми поверхні при зносі.

Пов'яжемо з тілом, яке піддається зносу систему координат $oxyz$. Нехай у момент часу поверхня, яка піддається зносу, має вигляд

$$F(x, y, z, t) = 0.$$

У момент часу $t + \Delta t$ поверхня приймає вигляд (пунктирна лінія). Нехай точка M_t буде на поверхні у момент часу t , а у момент часу $t + \Delta t$ вона займає деяке положення $M_{t+\Delta t}$. Вектор $\vec{M}_0 M_{t+\Delta t}$ паралельний нормалі до поверхні $F(x, y, z, t) = 0$ (рис. 1).

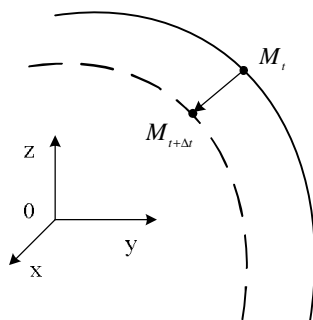


Рис. 1 – Геометричне представлення процесу зносу

Визначення. Вектор $\vec{\gamma} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{M}_0 M_{t+\Delta t}}{\Delta t}$ являє собою швидкість зношування.

Зауважимо, що вектор $\vec{\gamma}$ відмінний від нуля тільки в області контакту. У загальному випадку він залежить від параметрів мікронерівностей (шорсткості) і контактного тиску, виду тертя (ковзання, кочення або вертіння), температури поверхневих шарів і т.д.

Зауважимо, що у момент часу $t + \Delta t$, координати точки $M_{t+\Delta t}$ будуть являти собою $x(t + \Delta t) = x(t) + \Delta x$; $y(t + \Delta t) = y(t) + \Delta y$, $z(t + \Delta t) = z(t) + \Delta z$, де $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ – координати точки M_t .

Розкладаючи в ряд $F(x(t) + \Delta x, y(t) + \Delta y, z(t) + \Delta z, t + \Delta t) = 0$ по Δx , Δy , Δz та Δt отримаємо

$$\frac{\partial F}{\partial t} \Delta t + \frac{\partial F}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial F}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial F}{\partial z} \Delta z + o(\Delta x, \Delta y, \Delta z, \Delta t) = 0$$

де $o(\Delta x, \Delta y, \Delta z, \Delta t)$ – доданки, порядок малості яких другий і вище.

Поділивши на Δt і спрямувавши Δt до нуля приходимо до рівняння

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} v_x + \frac{\partial F}{\partial y} v_y + \frac{\partial F}{\partial z} v_z = 0,$$

де v_x, v_y, v_z – відповідні компоненти швидкості руху точки M_t .

Оскільки напрям $\overline{M_t M_{t+\Delta t}}$ паралельний вектору нормалі до поверхні $F(x(t), y(t), z(t), t) = 0$, то вектор $\mathbf{v} = (v_x, v_y, v_z)$ буде введеним вектором $\dot{\gamma}$ і тоді отримане рівняння можна записати у вигляді

$$\frac{\partial F}{\partial t} + |\dot{\gamma}| \frac{\partial F}{\partial n} = 0, \quad (1)$$

де $|\dot{\gamma}|$ – абсолютна величина швидкості зносу; $\frac{\partial F}{\partial n} = (n, \nabla F)$ – проекція градієнта ∇F на нормаль.

Рівняння (1) є основним в теорії зносу, яке дозволяє при заданому значенні $F(x_0, y_0, z_0, 0) = 0$ і швидкості зносу $\dot{\gamma} = |\dot{\gamma}|$ визначати еволюцію поверхні зносу.

На це рівняння можна подивитися і з іншої точки зору: якщо яким-небудь чином отримана залежність $F(x, y, z, t) = 0$, то з цього рівняння можна визначати швидкість зносу $\dot{\gamma}$.

Знос при ковзанні. Знос при ковзанні розглянемо на прикладі пари нерухомого вкладиша і валу, що обертається (рис. 2).

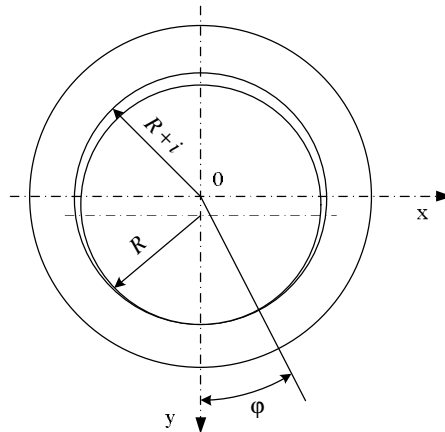


Рис. 2 – Пара «нерухомий вкладиш – вал», що обертається

Вважаємо, що при $t = 0$ внутрішня поверхня вкладиша має форму кругового циліндра. При $t > 0$ унаслідок контакту валу і вкладиша і відносного ковзання їх поверхні зазнають зміну. Якщо позначити через $i(\varphi, t)$ – знос вкладиша, то тоді поверхня вкладиша у будь-який момент часу є

$$F(x, y, t) = x^2 + y^2 - (R + i(\varphi, t))^2 = 0$$

де R – початковий радіус вкладиша.

Зв'язок між декартовими координатами x, y і полярним кутом φ буде наступний: $\varphi = \arctg \frac{x}{y}$, а похідні від φ по x і y рівні

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{y}{x^2 + y^2}; \quad \frac{\partial \varphi}{\partial y} = -\frac{x}{x^2 + y^2},$$

які необхідні для обчислення градієнта від F .

$$\frac{\partial F}{\partial x} = 2x - 2(R + i(\varphi, t)) \frac{\partial i}{\partial x} = 2x - 2(R + i) \frac{\partial i}{\partial \varphi} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial x} = 2x - 2(R + i) \frac{\partial i}{\partial \varphi} \cdot \frac{y}{x^2 + y^2}.$$

Аналогічно обчислюємо

$$\frac{\partial F}{\partial y} = 2y + 2(R + i) \frac{\partial i}{\partial \varphi} \cdot \frac{x}{x^2 + y^2}.$$

Тоді

$$\frac{\partial F}{\partial n} = -\sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)^2} = -2(R+i)\sqrt{1 + \frac{1}{(R+i)^2}\left(\frac{\partial i}{\partial \varphi}\right)^2},$$

а оскільки

$\frac{\partial F}{\partial t} = 2(R+i)\frac{\partial i}{\partial t}$, то, підставивши в рівняння (1) отримаємо:

$$\frac{\partial i}{\partial t} - \gamma\sqrt{1 + \frac{1}{(R+i)^2}\left(\frac{\partial i}{\partial \varphi}\right)^2} = 0, \quad (2)$$

звідки швидкість зносу γ буде рівна

$$\gamma = \frac{\frac{\partial i}{\partial t}}{\sqrt{1 + \frac{1}{(R+i)^2}\left(\frac{\partial i}{\partial \varphi}\right)^2}}. \quad (3)$$

Рівняння (2) при відомій швидкості зносу γ за заданих початкових умов дозволяє визначити знос як функцію часу і кута φ .

Співвідношення (3) дозволяє по наявній залежності $i(\varphi, t)$ визначити швидкість зносу. Іншими словами рівняння (3) є визначальним при обробці експериментальних даних.

Тепер розглянемо знос валу, рівняння поверхні якого у будь-який момент часу буде

$$\Phi(\rho, \psi, t) = \rho^2 + \rho_0^2 - (R_0 - \rho_0(\psi, t))^2 = 0,$$

де система координат $O\rho\psi$ пов'язана з валом і вісь z направлена по осі валу, а $\rho_0(\psi, t)$ – є знос валу (рис. 3).

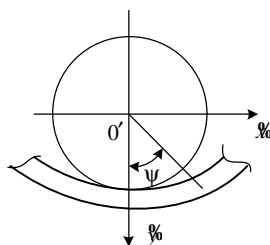


Рис. 3 – До зносу валу

Формально для валу, аналогічно як і для вкладиша маємо

$$\frac{\partial \rho_0}{\partial t} - \rho_0\sqrt{1 + \frac{1}{(R_0 - \rho_0)^2}\left(\frac{\partial \rho_0}{\partial \psi}\right)^2} = 0, \quad (4)$$

де R_0 – початковий радіус валу.

З певним ступенем точності, через симетрію валу по куту ψ , витікає, що знос валу $\rho_0(\psi, t)$ від кута ψ не залежить.

З даного положення виходить, що: $\frac{\partial \rho_0}{\partial \psi} = 0$, тоді рівняння (4) приймає вигляд:

$$\frac{\partial \rho_0}{\partial t} = \rho_0. \quad (5)$$

Спільно з рівнянням (2) маємо систему для опису пари «вкладиш – вал».

Дана система містить дві функції $i(\varphi, t)$ і $\gamma(t)$, тоді при відомих γ і γ' за початкових умов приходимо

$$\gamma(0) = 0; i(\varphi, 0) = 0 \quad (6)$$

до замкнутої моделі зносу пари «вкладиш – вал». Швидкості зносу γ і γ' суттєво залежать від властивості поверхонь вкладиша і валу, а також навантаження, під яким знаходиться дана пара. Останнє значною мірою визначає їх контактну взаємодію.

Перш за все, знайдемо область контакту вкладиша і валу.

Припускаємо, що нерівності на поверхні тіл в околиці вершин або впадин можна описувати у вигляді параболоїда

$$z = \sum_{i,j=1}^2 \chi_{ij} x_i x_j, \quad (6)$$

де χ_{ij} – двомірний симетричний тензор, що характеризує кривизну поверхні в точці контакту, а площина перпендикулярна нормалі в цій точці прийнята за площину ox_1x_2 . Аналогічно записується і рівняння для другого тіла

$$z' = \sum_{i,j=1}^2 \chi'_{ij} x_{ij}. \quad (7)$$

Рівняння (6) відносимо до нерівності валу, а (7) для вкладиша.

Для кожного з тіл z - координату будемо відлічувати в глиб тіла (рис. 4).

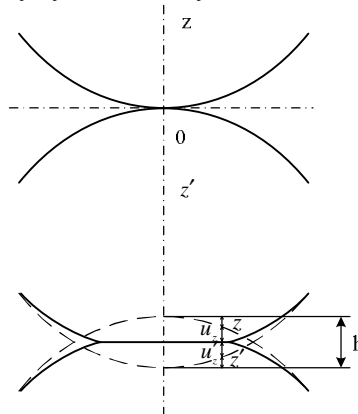


Рис. 4 – Контакт опуклих нерівностей

Оскільки відбувається стиснення прикладеними силами, то тіла зближуються на деяку малу відстань h . Поблизу точки зіткнення на поверхні тіл виникає втискування, і тіла стикатимуться по деякій області.

Позначимо через u_z і u'_z – компоненти векторів зсуву валу і вкладиша відповідно, тоді повинна виконуватися умова (рис. 4)

$$z + u_z + z' + u'_z = h. \quad (8)$$

Скористаємося уявленням z і z' у вигляді (6) і (7), тоді (8) приймає вигляд

$$\sum_{i,j=1}^2 (\chi_{ij} + \chi'_{ij}) x_i x_j + u_z + u'_z = h. \quad (9)$$

Вибираючи осі x_1 і x_2 так, щоб тензор $\chi_{ij} + \chi'_{ij}$ був приведений до головних осей, отримаємо:

$$Ax_1^2 + Bx_2^2 + u_z + u'_z = h \quad (10)$$

де A і B пов'язані з радіусами кривизни R_1 , R_2 , R'_1 , R'_2 наступними співвідношеннями

$$2(A+B) = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R'_1} + \frac{1}{R'_2};$$

$$4(A-B)^2 = \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)^2 + \left(\frac{1}{R'_1} - \frac{1}{R'_2}\right)^2 + 2\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)\left(\frac{1}{R'_1} - \frac{1}{R'_2}\right)\cos 2\varphi,$$

де кут φ є кут між тими нормальними перетинами, в яких радіуси кривизни рівні R_1 і R'_1 .

Якщо $\sigma(x_1, x_2)$ тиск між обома стисненими тілами в точках їх зіткнення, то зв'язок між u_z , u'_z та $\sigma(x_1, x_2)$ описується співвідношеннями [15]:

$$u_z(x_1, x_2) = \frac{1-\mu^2}{\pi E} \iint \frac{\sigma(x, y)}{r} dx dy;$$

$$u'_z(x_1, x_2) = \frac{1-\mu'^2}{\pi E'} \iint \frac{\sigma(x, y)}{r} dx dy, \quad (11)$$

де інтеграція здійснюється по області контакту $r = \sqrt{(x_1 - x)^2 + (x_2 - y)^2}$;

μ , μ' , E , E' - коефіцієнти Пуассона і модулі розтягування матеріалів валу і вкладиша відповідно.

З (11) витікає:

$$\frac{u_z}{u'_z} = \frac{(1-\mu^2)E'}{(1-\mu'^2)E},$$

тобто дане відношення є постійним і визначається пружними властивостями валу і вкладиша.

У роботі [12] показано, що в рамках пружних деформацій, область контакту є еліпс:

$$\frac{x_1^2}{a^2} + \frac{x_2^2}{b^2} = 1, \text{ напіввісі, якого } a, b \text{ і зближення } h \text{ визначаються із співвідношень}$$

$$h = \frac{PD}{\pi} \int_0^\infty \frac{d\xi}{\sqrt{(a^2 + \xi)(b^2 + \xi)}\xi};$$

$$A = \frac{PD}{\pi} \int_0^\infty \frac{d\xi}{(a^2 + \xi)\sqrt{(a^2 + \xi)(b^2 + \xi)}\xi};$$

$$B = \frac{PD}{\pi} \int_0^\infty \frac{d\xi}{(b^2 + \xi)\sqrt{(a^2 + \xi)(b^2 + \xi)}\xi}, \quad (12)$$

де P – повна сила, що здавлює тіла.

$$D = \frac{3}{4} \left(\frac{1-\mu^2}{E} + \frac{1-\mu'^2}{E'} \right).$$

Розподіл напружень в області контакту є

$$\sigma(x_1, x_2) = \frac{3P}{2\pi ab} \sqrt{1 - \frac{x_1^2}{a^2} - \frac{x_2^2}{b^2}}, \quad (13)$$

максимальне значення, якого дорівнює:

$$\sigma_{\max} = \frac{3P}{2\pi ab}. \quad (14)$$

Для того, щоб скористатися залежностями (13), (14) необхідно знати напіввісі a і b , знайдені з (12).

У співвідношеннях (12) покладемо: $\alpha = \frac{b}{a}$.

Тоді значення a визначається з рівняння: $\frac{A}{B} = \alpha^3 \frac{J(\alpha)}{J\left(\frac{1}{\alpha}\right)}$, де

$$J(\alpha) = \int_0^{\infty} \frac{du}{(1+u)\sqrt{(1+u)(\alpha^2+u)u}}. \quad (15)$$

Зробивши заміну змінної інтегрування: $u = tg^2\varphi$, інтеграл (15) буде мати вигляд:

$$J(\alpha) = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^2 \varphi}{\sqrt{\alpha^2 \cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi}} d\varphi. \quad (16)$$

Відзначимо прості властивості інтеграла (16):

1. $J(0) = +\infty$; $J(1) = \frac{\pi}{2}$; $J(\infty) = 0$;
2. $J'(\alpha) < 0$ при $\alpha > 0$.

Тобто якісний характер $J(\alpha)$ буде таким, як на рис. 5.

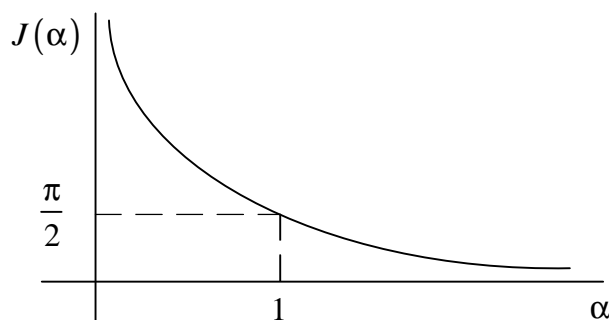


Рис. 5 – Залежність $J(\alpha)$

Заради стислості доведення цих співвідношень в даній роботі не наведено. Всі ці дослідження нам необхідні для вирішення рівняння:

$$\frac{A}{B} = F(\alpha), \quad (17)$$

$$\text{де } F(\alpha) = \alpha^3 \frac{J(\alpha)}{J\left(\frac{1}{\alpha}\right)}.$$

Крім того, має місце $F'(\alpha) > 0$; $F''(\alpha) > 0$; на рис. 6 представлена залежність $F(\alpha)$ при $\alpha \in [0, 10]$.

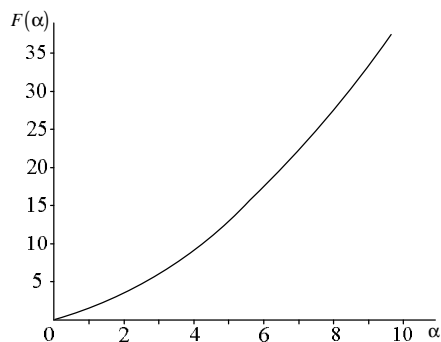
Всі ці розгляди дозволяють стверджувати, що рівняння (17) має єдине рішення.

Нехай α_* є рішенням рівняння (17), тоді напівосі еліпса контакту будуть

$$a = \sqrt[3]{\frac{J(\alpha_*)}{\pi A}} \cdot D^{\frac{1}{3}} p^{\frac{1}{3}}; \quad b = \sqrt[3]{\frac{J\left(\frac{1}{\alpha_*}\right)}{\pi B}} \cdot D^{\frac{1}{3}} p^{\frac{1}{3}},$$

а максимальне контактне напруження складе:

$$\sigma_{\max} = \frac{3}{2} \left(\frac{A \cdot B}{\pi J(\alpha_*) J\left(\frac{1}{\alpha_*}\right)} \right)^{\frac{1}{3}} D^{-\frac{2}{3}} p^{\frac{1}{3}}. \quad (18)$$

Рис. 6 – Залежність $F(\alpha)$

Отримане співвідношення підказує, що максимальне контактне напруження можна представити у вигляді:

$$\sigma_{\max} = c \cdot f_1(R_1, R_2, R'_1, R'_2) \cdot f_2(E, E', \mu, \mu') \cdot p^{\frac{1}{3}},$$

де c - постійна;

$$f_1(R_1, R_2, R'_1, R'_2) = \left(\frac{A \cdot B}{\pi J(\alpha_*) \cdot J\left(\frac{1}{\alpha_*}\right)} \right)^{\frac{1}{3}}; \quad f_2(E, E', \mu, \mu') = \frac{3}{4} \left(\frac{1-\mu^2}{E} + \frac{1-\mu'^2}{E'} \right)^{\frac{2}{3}};$$

$$A \cdot B = \frac{1}{16} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R'_1} + \frac{1}{R'_2} \right)^2 - \left[\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)^2 + \left(\frac{1}{R'_1} - \frac{1}{R'_2} \right)^2 + 2 \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \left(\frac{1}{R'_1} - \frac{1}{R'_2} \right) \cos 2\phi \right]$$

Зауважимо, що отримані співвідношення справедливі для пружного контакту і коли центри кривизни розташовані усередині відповідних тіл.

У разі, коли опуклість одного тіла входить в западину іншого тіла, то для западини обидві кривизни треба брати із знаком мінус.

Розглянемо випадок, коли западина в околиці точки контакту з опуклістю другого тіла можуть бути описані кульовою поверхнею (рис. 7).

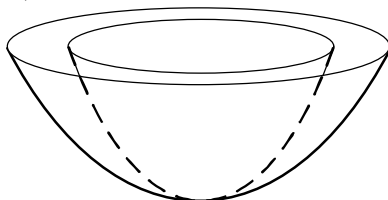


Рис. 7 – Контакт двох шорстких поверхонь

Нехай R – радіус внутрішньої кулі, а R' – радіус западини, тоді $R_1 = R_2 = R$, $R'_1 = R'_2 = R'$. В

цьому випадку маємо $2(A+B) = \frac{2}{R} - \frac{2}{R'}$; $4(A-B)^2 = 0$, звідки отримуємо $A = B = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R'} \right)$,

оскільки кривизна западини від'ємна, тому що центр знаходиться поза тілом западини.

В цьому випадку область контакту є круг радіусу: $a = b = p^{\frac{1}{3}} \left(D \frac{RR'}{R' - R} \right)^{\frac{1}{3}}$.

Максимальне контактне напруження визначиться по формулі:

$$\sigma_{\max} = \frac{3p}{2\pi ab} = \frac{3}{2\pi} \left(D \frac{RR'}{R' - R} \right)^{-\frac{2}{3}} \cdot p^{\frac{1}{3}}.$$

У роботі [16] виконаний аналіз різного виду нерівностей і встановлено, що в більшості випадків нерівності мають сферичну форму, тому надалі виходитимемо з даного припущення і вважаємо, що відомі параметри мікрогеометрії.

У загальному випадку залежно від мікрогеометрії поверхні контакту, фізико-механічних властивостей і знімаючого зусилля розрізняють наступні види контакту: пружний, еластичний, пластичний із зміцненням і пружнопластичний.

У роботі [17] приводиться умова, коли має місце пружний контакт: $\sigma_{\max} \leq q_c^v$, де

$$q_c^v = 0.2 \cdot 2.4^{\frac{2\nu+1}{2}} \left(\frac{rb^{\frac{1}{\nu}}}{R_{\max}} \right)^{\nu} \cdot \nu \cdot (\nu-1) \cdot B_1 \cdot \left(\frac{HB(1-\mu^2)}{E} \right)^{2\nu} \cdot HB;$$

ν, b – параметри опорної кривої профілю; r – радіус сферичної нерівності; R_{\max} – максимальна висота мікронерівностей; HB – твердість по Брінеллю; E – модуль пружності; μ – коефіцієнт Пуассона; $B_1 = \frac{\Gamma(2.5) \cdot \Gamma(\nu-1)}{\Gamma(\nu+1.5)}$; де $\Gamma(x)$ – гамма-функція.

Контактна деформація при пружному контакті визначається виразом

$$h = R_{\max} \left(\frac{2\pi^{\frac{1}{2}} \sigma_{\max} (1-\mu^2)}{K_v b E} \cdot \left(\frac{r}{R_{\max}} \right)^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{2}{2\nu+1}},$$

де $K_v = \frac{\Gamma(\nu+1)}{\Gamma(\nu+1.5)}$.

Пластичний контакт має місце при контактному тиску [17]:

$$\sigma_{\max} \geq q_c^{\Gamma} = 0.5 \cdot 5.4^{\nu} \left(\frac{rb^{\frac{1}{\nu}}}{R_{\max}} \right)^{\nu} \left(\frac{HB(1-\mu^2)}{E} \right)^{2\nu} \cdot HB,$$

а контактна деформація дорівнює: $h = R_{\max} \left(\frac{\sigma_{\max}}{b HB} \right)^{\frac{1}{\nu}}$.

У разі, коли має місце: $q_c^v < \sigma_{\max} < q_c^{\Gamma}$, то говорять, що має місце пружнопластичний контакт, а деформація є:

$$h = R_{\max} \left(\frac{\sigma_{\max}}{\alpha \cdot b \cdot HB} \right)^{\frac{1}{\nu}},$$

де α – коефіцієнт, залежний від твердості і співвідношення кроків нерівностей по середній лінії профілю і середньої висоти нерівностей $\frac{S_m}{R_z}$.

При пластичній деформації із зміцненням для сферичної моделі нерівностей деформація дорівнює:

$$h = R_{\max} \left(\frac{\sigma_{\max}}{2^{2m} \cdot \alpha \cdot H_y \cdot K \cdot b} \left(\frac{r}{R_{\max}} \right) \right)^{\frac{1}{v+m}},$$

де $m = \frac{v}{2} - 1$, v – показник в ступені закону Майєра;

H_y – максимальна твердість по Майєру;

K – коефіцієнт, залежний від n .

У роботі [18] затверджується, що при деякому тиску, коли всі виступи увійдуть до контакту, параметри опорної кривої змінюються. Це наступить, якщо контактна деформація рівна або більша ніж

$$h_H = R_{\max} \left(\frac{1}{bv} \right)^{\frac{1}{v-1}}.$$

У цій ситуації величину деформації необхідно визначати по формулі:

$$h = R_{\max} \left(\frac{3 \cdot \sigma_{\max}^{2/3} \cdot (1 - \mu^2)^{2/3} \cdot r^{1/3}}{E^2 R_{\max}^3} + \frac{v-1}{(bv^v)^{1/(v-1)}} \right),$$

для пружного контакту, а для пластичного:

$$h = \frac{R_{\max}}{(bv^v)^{1/(v-1)}} \cdot \left(\frac{\sigma_{\max} \cdot (bv)^{1/(v-1)}}{\alpha \cdot HB} + 1 - v \right).$$

Наведені формули мають обмежене застосування, і область їх застосування визначається відносним зближенням, тобто коли має місце: $\varepsilon = \frac{h}{R_{\max}} \leq 0.44$.

Проте, якщо контурний тиск перевищує межу пластичності, то не всі мікронерівності деформуються пластично і в роботі [19] пропонується дві величини

$$h_n = 5.4 \cdot r (1 - \mu^2)^2 \left(\frac{HB}{E} \right)^2; \quad h_y = 2.4 \cdot r (1 - \mu^2)^2 \left(\frac{HB}{E} \right)^2,$$

по яким можна судити про характер деформації i -тої нерівності:

- якщо $h_i < h_y$, то має місце пружна деформація;
- якщо $h_y \leq h_i < h_n$, то має місце пружно-пластична деформація;
- якщо $h_n \leq h_i$, то має місце пластична деформація, де h_i – втиснення для i -тої нерівності.

І тоді для ненасиченого контакту, нормальне навантаження прикладене до контактуючих поверхонь, визначиться за формулою

$$N = \int_{\varepsilon - \varepsilon_y}^{\varepsilon} N_{iy} dn_r + \int_{\varepsilon - \varepsilon_n}^{\varepsilon - \varepsilon_y} N_{iyn} dn_r + \int_0^{\varepsilon - \varepsilon_n} N_{in} dn_r, \quad (19)$$

де N_{iy} , N_{iyn} , N_{in} – нормальні навантаження, що викликають пружні, пружно-пластичні деформації;

dn_r – число нерівностей з однаковим зближенням;

$$\varepsilon_y = \frac{h_y}{R_{\max}}; \quad \varepsilon_n = \frac{h_n}{R_{\max}}.$$

Співвідношення (19) дозволяє визначити значення контактної деформації ε .

Зауважимо ще раз, що співвідношення (19) справедливе для ненасичених контактів, коли: $\varepsilon < \varepsilon_n$,

де ϵ_n - деформація насиченого контакту, яка ≈ 0.44 .

Висновки

1. Для тривимірної взаємодії отримано диференціальне рівняння поверхонь зносу контактуючої пари.

2. У класичному завданні пружної взаємодії двох тіл запропонована методика розрахунку параметрів площі контакту і параметрів деформації з використанням спеціального інтеграла $J(\alpha)$, де α - відношення напівосей еліпса в задачі Герца.

3. Досліджені властивості інтеграла $J(\alpha)$ і отримано взаємозв'язок даного інтеграла з параметрами квадратичної форми приведеної до головних осей суми тензорів поверхні контакту.

Перспективи. Даний розгляд в подальшому дозволить сформулювати уточнені вимоги до технологій відновлення (ремонт) зношених деталей покриттями, а також для кожного виду тертя визначити вимоги до фізико-хімічних властивостей контактуючих тіл, щоб напруцювання до моменту втрати працездатності було якомога більше.

Література

1. Гриб В.В. Решение триботехнических задач численными методами. - М.: Наука, 1982.-112 с.
2. Любарский И.М., Палатник Л.С. Металлофизика трения. - М.: Металлургия, 1976. -176 с.
3. Малинин Н.Н. Ползучесть в обработке металлов. - М.:Машиностроение, 1986.-216 с.
4. Пелех Б.Л., Максимук А.В., Коровайчук И.М. Контактные задачи для слоистых элементов конструкций. - Киев: Наук. Дум., 1988. - 280 с.
5. Теплый М.И. Контактные задачи для тел с круговыми границами. - Львов: Выща школа, 1980. - 176 с.
6. Джонсон К. Механика контактного взаимодействия. М: Мир, 1989. - 510 с.
7. Кузьменко А.Г. Метод алгебраических уравнений в контактной механике: монография / А.Г. Кузьменко. – Хмельницкий: ХНУ, 2006. – 448 с.
8. Кузьменко А.Г. Теоретическая и экспериментальная трибология. В 12 т. Т. II. Пластический контакт. Вариационно-экспериментальный метод: монография / А.Г. Кузьменко. – Хмельницкий: ХНУ, 2009. – 359 с.
9. Кузьменко А.Г. Теоретическая и экспериментальная трибология. В 12 т. Т. III. Развитие методов контактной трибомеханики: монография / А.Г. Кузьменко. – Хмельницкий: ХНУ, 2010. – 270 с.
10. Гриб В.В. Решение триботехнических задач численными методами. - М.: Наука, 1982.-112 с.
11. Горшков А.Г., Тарлаковский Д.В. Динамические контактные задачи с подвижными границами. -М.: Наука:Физматлит, 1995. - 351 с.
12. Галахов М.А., Усов П.П. Дифференциальные и интегральные уравнения математической теории трения. – М.: Наука, 1990. – 280 с.
13. Гнусин Н.П., Коварский М.Я. Шероховатость электроосажденных поверхностей. – Новосибирск: Наука, 1970. – 231 с.
14. Лукьянов В.С., Рудзит Я.А. Параметры шероховатости поверхности. – М.: Издательство стандартов, 1979. – 162 с.
15. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория упругости. – М.: Наука, 1965. – 203 с.
16. Демкин Н.Б. Контактное взаимодействие шероховатых поверхностей. – М.: Наука, 1970. – 226 с.
17. Трение, изнашивание и смазка: Справочник в 2 кн. – М.: Машиностроение, 1978. кн. 1 – 400 с.
18. Михин Н.М., Крагельский И.В. Изменение площади касания твердых тел при значительном сближении. – Доклады АН СССР, 1967, т. 176, № 6, с. 1285 – 1287.
19. Крагельский И.В., Михин Н.М. Узлы трения машин: Справочник. – М.: Машиностроение, 1984. – 400 с.

Надійшла 20.11.2011