

Чернець М.В., * ****Ярема Р.Я. ****** Дрогобицький державний педагогічний
університет імені Івана Франка** Люблінський політехнічний інститут,
м. Люблін, Польща,*** Львівський локомотиворемонтний завод,
м. Львів, Україна**ДО ПИТАННЯ ПРО ОЦІНКУ ВПЛИВУ
КОРИГУВАННЯ ЗУБІВ ЦИЛІНДРИЧНОЇ
ЕВОЛЬВЕНТНОЇ КОСОЗУБОЇ ПЕРЕДАЧІ
НА ЇХ КОНТАКТНУ МІЦНІСТЬ**

Евольвентні зубчасті зачеплення із коригуванням, як конструкційним способом покращення форми зубів, знаходять широке застосування у практиці. При цьому коригована передача набуває корисних властивостей у порівнянні із такою ж некоригованою передачею. У літературі, на загал, відзначається можливість зниження внаслідок коригування контактних напружень на робочих поверхнях зубів, що зумовлене зростанням радіусів кривини евольвентних зубів шестерні. Однак конкретних результатів досліджень впливу коригування на контактну міцність обмаль. Тому нижче подано результати таких досліджень для коригованої косозубої циліндричної евольвентної передачі за розробленим узагальненим методом дослідження кінетики контактно-фрикційної взаємодії. Також оцінка впливу коригування на контактну та згинну витривалість зубів може бути проведена згідно рекомендацій ГОСТ 21354-75.

1. Оцінка максимальних контактних тисків

Максимальні контактні напруження (тиски) $p_{j\max}$, що діють у вибраних точках j співдотику зубів, обчислюються за формулою Герца:

$$p_{j\max} = 0.418 \sqrt{N'\theta / \rho_j}, \quad (1)$$

де $N' = N / l_{\min} w$; $N = 9550PK_H / r_1 n_1 \cos \alpha_t$ – сила, що виникає у зачепленні; K_H – коефіцієнт навантаження; α_t – торцевий кут зачеплення; l_{\min} – мінімальна довжина контактних ліній у зачепленні; w – кількість пар зачеплень зубів; P – потужність на ведучому валу; $\theta = (1 - \nu_1^2) / E_1 + (1 - \nu_2^2) / E_2$; E, ν – модулі Юнга та коефіцієнти Пуасона матеріалів зубчастих коліс; ρ_j – зведений радіус кривини профілів зубів у нормальному перерізі; $j = 0, 1, 2, 3, \dots, s$ – точки контакту на робочих поверхнях зубів.

Радіуси кривини профілів зубів косозубої передачі (зведений, шестерні, колеса) [1]:

$$\rho_j = \frac{\rho_{1j}\rho_{2j}}{\rho_{1j} + \rho_{2j}}, \quad \rho_{1j} = \frac{\rho_{t1j}}{\cos \beta_b}, \quad \rho_{2j} = \frac{\rho_{t2j}}{\cos \beta_b}, \quad (2)$$

$$\beta_b = \arctg(\tg \beta \cos \alpha_t), \quad \alpha_t = \arctg\left(\frac{\tg \alpha}{\cos \beta}\right),$$

$$\rho_{t1j} = r_{b1} \tg \alpha_{t1j}, \quad \rho_{t2j} = r_2 \sqrt{(r_{2j}/r_2)^2 - \cos^2 \alpha_t},$$

$$\alpha_{t1j} = \arctg(\tg \alpha_{t10} + \varphi), \quad \alpha_{t2j} = \arccos\left[\left(r_2 / r_{2j}\right) \cos \alpha\right],$$

$$r_{b1} = r_1 \cos \alpha_t, \quad r_1 = mz_1 / 2 \cos \beta, \quad r_{b2} = r_2 \cos \alpha_t, \quad r_2 = mz_2 / 2 \cos \beta,$$

$$\tg \alpha_{t10} = (1 + u) \tg \alpha_t - \frac{u}{\cos \alpha_t} \sqrt{(r_{20}/r_2)^2 - \cos^2 \alpha_t}, \quad r_{20} = r_{a2} - r, \quad r_{a2} = r_2 + m,$$

$$r_{2j} = \sqrt{a^2 + r_{1j}^2 - 2ar_{1j} \cos(\alpha_t - \alpha_{t1j})}, \quad r_{1j} = r_1 \cos \alpha_t / \cos \alpha_{t1j}, \quad a = (z_1 + z_2)m / 2 \cos \beta,$$

$$\alpha_{t1s} = \arctg \sqrt{(r_{1s}/r_1)^2 - \cos^2 \alpha_t}, \quad r_{1s} = r_{a1} - r, \quad r_{a1} = r_1 + m,$$

$$\operatorname{tg} \alpha_{t2s} = (1 + u^{-1}) \operatorname{tg} \alpha_t - \frac{1}{u \cos \alpha_t} \sqrt{(r_{1s}/r_1)^2 - \cos^2 \alpha_t},$$

де β – кут нахилу зубів;

r_1, r_2 – відповідно, радіуси ділительних кіл шестерні і колеса;

Φ – кут повороту (вибраний) зубів шестерні з точки початкового контакту (т.0) в т. 1 і т. д.;

u – передаточне відношення передачі;

m – модуль зачеплення;

$r = 0, 2m$ – радіус заокруглення вершин зубів;

z_1, z_2 – числа зубів коліс;

$\alpha = 20^\circ$ – кут зачеплення;

$\alpha_{t10}, \alpha_{t1s}$ – кути, що вказують розташування першої і останньої точок зачеплення зуба шестерні на лінії зачеплення;

$\alpha_{t20}, \alpha_{t2s}$ – кути, що вказують розташування першої і останньої точок зачеплення зуба колеса на лінії зачеплення.

Мінімальна довжина лінії контакту:

$$l_{\min} = \frac{b \varepsilon_\alpha}{\cos \beta_b} \left[1 - \frac{(1 - n_\alpha)(1 - n_\beta)}{\varepsilon_\alpha \varepsilon_\beta} \right] \text{ при } n_\alpha + n_\beta > 1, \quad (3)$$

$$l_{\min} = \frac{b \varepsilon_\alpha}{\cos \beta_b} \left[1 - \frac{n_\alpha n_\beta}{\varepsilon_\alpha \varepsilon_\beta} \right] \text{ при } n_\alpha + n_\beta \leq 1, \quad (4)$$

де b – ширина шестерні;

n_α, n_β – дробові частини коефіцієнтів $\varepsilon_\alpha, \varepsilon_\beta$ торцевого і покрового перекриття передачі;

$$\varepsilon_\alpha = \frac{t_1 + t_2}{t_z}, \quad \varepsilon_\beta = \frac{b \sin \beta}{\pi m}, \quad t_1 = \frac{e_1}{\omega_1 r_{b1}}, \quad t_2 = \frac{e_2}{\omega_1 r_{b1}}, \quad t_z = \frac{2\pi}{z_1 \omega_1},$$

$$e_1 = \sqrt{r_{1s}^2 - r_{b1}^2} - r_1 \sin \alpha_t, \quad e_2 = \sqrt{r_{20}^2 - r_{b2}^2} - r_2 \sin \alpha_t.$$

2. Кориговані зачеплення

Коригування зубчастих коліс виникло як засіб усунення явища підрізання ніжки зубів шестерні з малим числом зубів, яке спричиняє вкорочення робочої висоти зуба, зменшення довжини зачеплення і зниження згинної міцності. У випадку додатнього коригування використовуються участки евольвенти з більшим радіусом кривини, а це підвищує контактну міцність зубів. Також внаслідок збільшення товщини зубів біля основи зростає їх міцність на згин. Важливим практичним наслідком коригування є зниження зношування та зростання довговічності передачі. Коригування зачеплення також застосовується щоб забезпечити задану міжосьову відстань. В загальному шляхом коригування досягається покращення якості зачеплення: зменшення швидкостей та умов ковзання робочих профілів, зниження небезпеки заїдання, підвищення к.к.д. та надійності передачі.

В практиці знаходять широке застосування два види коригування профілю зубів: висотне і кутове. Процедура коригування полягає на зміщенні (додатньому чи від'ємному) профілю відносно вихідного (некоригованого) контура зубів зубчастих коліс на певну відстань ξ і характеризується коефіцієнтами зміщення x_1 (шестерня) та x_2 (зубчасте колесо). Відповідно тоді зміщення інструменту при нарізанні зубів буде:

$$\xi = xm.$$

1. Висотне коригування.

Коефіцієнти зміщення $x_1 = -x_2$; сумарний коефіцієнт $x_2 = x_1 + x_2 = 0$; міжосьова відстань $a = r_1 + r_2$ та торцевий кут зачеплення α_t залишаються такими ж, як і для передачі без зміщення.

Радіуси виступів зубів:

$$r_{a1} = r_1 + (1 + x_1)m, \quad r_{a2} = r_2 + (1 + x_2)m. \quad (5)$$

Всі інші параметри передачі залишаються такими ж, як для некоригованої передачі.

2. Кутове коригування.

Коефіцієнти зміщення $x_1 \neq x_2$ (як правило $x_1 > 0$, $x_2 > 0$); сумарний коефіцієнт $x_\Sigma > 0$; міжосьова відстань $a_w = r_{w1} + r_{w2} > a$; коригований кут зачеплення $\alpha_w > \alpha_t$ на початковому колі.

Відповідно, початкові радіуси шестерні і колеса:

$$r_{w1} = r_1 \frac{\cos \alpha_t}{\cos \alpha_w}, \quad r_{w2} = r_2 \frac{\cos \alpha_t}{\cos \alpha_w}, \quad (6)$$

$$r_{a1} = r_1 + (1 + x_1 - K)m, \quad r_{a2} = r_2 + (1 + x_2 - K)m, \quad (7)$$

де коефіцієнт зменшення висоти головок зубів:

$$K = \frac{a - a_w}{m} + x_\Sigma, \quad (8)$$

$$x_\Sigma = x_1 + x_2 = \frac{(\operatorname{inv} \alpha_w - \operatorname{inv} \alpha_t)(z_1 + z_2)}{2 \operatorname{tg} \alpha}. \quad (9)$$

В інженерній практиці використовується кілька способів розкладу x_Σ :

1) обернено пропорційно (додатне коригування $x_\Sigma > 0$):

$$x_1 = \frac{z_2}{z_1 + z_2} x_\Sigma, \quad x_2 = x_\Sigma - x_1;$$

2) прямо пропорційно (від'ємне коригування $x_\Sigma < 0$):

$$x_1 = \frac{z_1}{z_1 + z_2} x_\Sigma, \quad x_2 = x_\Sigma - x_1;$$

3) порівну ($z_1 \approx z_2$):

$$x_1 = x_\Sigma / 2, \quad x_2 = x_1;$$

4) на одне колесо $|x_\Sigma| < 0,3$:

$$x_1 = x_\Sigma, \quad x_2 = 0.$$

Якщо задано дійсну (необхідну) міжосьову відстань a_w , то:

$$\alpha_w = \arccos \frac{a}{a_w} \cos \alpha_t. \quad (10)$$

Якщо задано $x_1 + x_2$, то коригований кут зачеплення α_w знаходиться так:

$$\operatorname{inv} \alpha_w = 2 \operatorname{tg} \alpha \frac{x_1 + x_2}{z_1 + z_2} + \operatorname{inv} \alpha_t, \quad (11)$$

а в подальшому слід обчислити дійсну міжосьову відстань

$$a_w = a \frac{\cos \alpha_t}{\cos \alpha_w}. \quad (12)$$

Для цього виду коригування у вищеподаних розрахункових співвідношеннях слід здійснити відповідно заміну a, α, r_1, r_2 на $a_w, \alpha_w, r_{w1}, r_{w2}$ у таких співвідношеннях:

$$N = 9550P / r_{w1} n_1 \cos \alpha_w,$$

$$\operatorname{tg} \alpha_{t10} = (1 + u) \operatorname{tg} \alpha_w - \frac{u}{\cos \alpha_w} \sqrt{(r_{20} / r_{w2})^2 - \cos^2 \alpha_w},$$

$$\rho_{t2j} = r_{w2} \sqrt{(r_{2j} / r_{w2})^2 - \cos^2 \alpha_w},$$

$$r_{2j} = \sqrt{a_w^2 + r_{1j}^2 - 2a_w r_{1j} \cos(\alpha_w - \alpha_{t1j})}, \quad r_{1j} = r_{w1} \cos \alpha_w / \cos \alpha_{t1j},$$

$$\operatorname{tg} \alpha_{t2s} = (1 + u^{-1}) \operatorname{tg} \alpha_w - \frac{1}{u \cos \alpha_w} \sqrt{(r_{1s} / r_{w1})^2 - \cos^2 \alpha_w},$$

$$e_1 = \sqrt{r_{1s}^2 - r_{b1}^2} - r_{w1} \sin \alpha_w, \quad e_2 = \sqrt{r_{20}^2 - r_{b2}^2} - r_{w2} \sin \alpha_w.$$

3. Числовий розв'язок задачі

Прийнято, що: 1) у зачепленні постійно знаходиться дві пари зубів, оскільки передача є косозубою; 2) максимальні контактні тиски $p_{j \max}$ в процесі зношування покладаються постійними; 3) забезпечується граничне мащення оливою; 4) досліджується тягова спарена передача локомотива ВЛ-10.

Дані для обчислень: $z_1 = 23$; $z_2 = 88$; $m = 10$ мм; $u = 3,826$; $n_1 = 800$ об/хв; $P = 670$ кВт; $\beta = 24,517^\circ$; $b = 100$ мм; матеріали коліс – шестерня – сталь 20ХНЗА цементация або нітроцементация на глибину 1,6 ... 2,4 мм, 58 ± 3 HRC; $\sigma_B = 950$ МПа; колесо – сталь 55Ф об'ємне гартування з високим відпуском, 280 – 321 НВ, $\sigma_B = 931$ МПа; $E = 2,1 \cdot 10^5$ МПа, $\nu = 0,3$; $K_H = 1,5$; $\varphi = 0, 4^\circ, 8^\circ, 12^\circ, 16^\circ, 20^\circ, 24,95^\circ$ – кути розташування точок контакту j .

Коефіцієнти зміщення та параметри передачі:

а) зміщення по висоті: $x_1 = 0; 0,2; 0,4; 0,6$; $x_2 = 0; -0,2; -0,4; -0,6$; $x_\Sigma = 0$; $a = 610$ мм;

б) кутове зміщення: $x_1 = 0; 0,2; 0,4; 0,6$; $x_\Sigma = 0,66$; $a = 610$ мм; $a_w = 615,222$ мм, $\alpha_w = 22,991^\circ$.

Результати розв'язку подано у табл. 1 і 2 та на рис. 1 - 5.

Таблиця 1

Коефіцієнт зміщення ($-x_2$)	Висотне коригування						24,95 (вихід)
	0 (вхід)	4	8	12	16	20	
	Кут повороту, град						
0	560,2	499,8	459,3	430,5	409,3	393,3	378,9
0,2	525,6	478,1	445,1	420,9	402,9	389,4	377,3
0,4	500,5	462,3	434,9	414,5	399,2	387,9	376,6
0,6	482,5	451,1	428,1	410,8	397,8	388,2	379,9

Примітка: у чисельнику наведено p_{\max} ; у знаменнику – φ

Аналіз даних, наведених у таблицях і на рис. 1 і 2, свідчить, що в обох випадках коригування зачеплення спричиняє зниження рівня максимальних контактних тисків. Найбільш значним воно є на вході зубів у зачеплення ($j = 0$, $\varphi = 0$): висотне – 14 %, кутове – 12 %. Це показано на рис. 3, де $\frac{p_{0\max}}{p_{0\max}}$ – відношення $p_{0\max}$ у коригованому зачепленні до $p_{0\max}$ для некоригованого зачеплення. Натомість на виході

із зачеплення впливу коригування на тиски практично немає. У загальному, збільшення коефіцієнта зміщення зубів коліс (висотне коригування) чи збільшення коефіцієнта зміщення зубів шестерні (кутове коригування) позитивно впливає на контактну втомну витривалість передачі.

Коригування досліджуваної передачі призводить до незначного зростання $p_{P_{\max}}$ у межах 4 % у полюсі зачеплення (табл. 1, 2) внаслідок його зміщення до входу у зачеплення зі зростанням коефіцієнта зміщення $x_1 = -x_2$ чи x_1 . Це також спричиняє зменшення тут швидкості ковзання з одночасним її збільшенням на виході із зачеплення (рис. 4, 5).

Таблиця 2

Кутове коригування

г

		Кут повороту, град					
0 (вхід)	4	8	12	16	20	вихід	
560,2	499,8	459,3	430,5	409,3	393,3	$\frac{378,9}{(24,95^\circ)}$	
537,5	489,9	456,2	431,4	412,7	-	$\frac{409,4}{(16,82^\circ)}$	
512,3	473,3	445,0	423,9	407,7	-	$\frac{406,4}{(16,4^\circ)}$	
493,7	461,2	437,2	418,9	-	-	$\frac{405,4}{(15,9^\circ)}$	

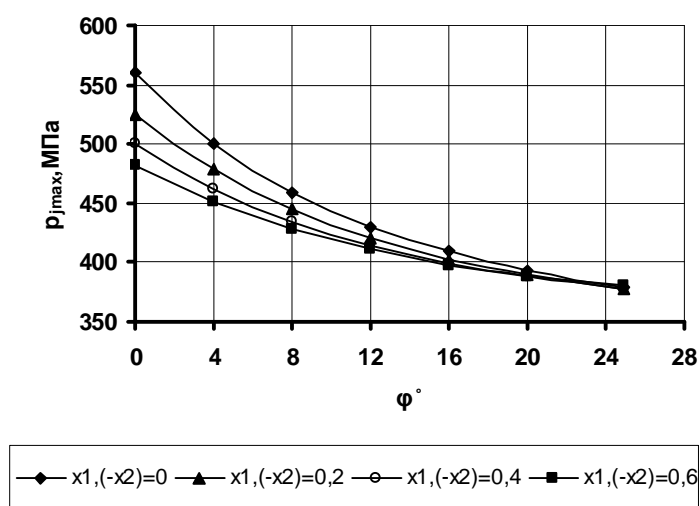
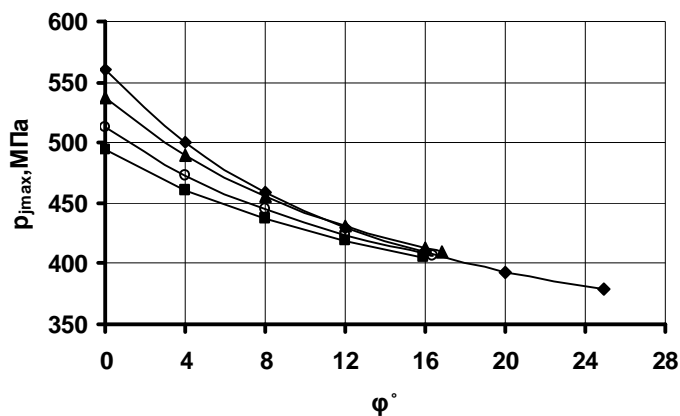


Рис. 1 – Вплив висотного коригування на контактну міцність



—◆— $x_1=0; x_2=0$ —▲— $x_1=0,2; x_2=0,46$
 —○— $x_1=0,4; x_2=0,26$ —■— $x_1=0,6; x_2=0,06$

Рис. 2 – Вплив кутового коригування на контактну міцність

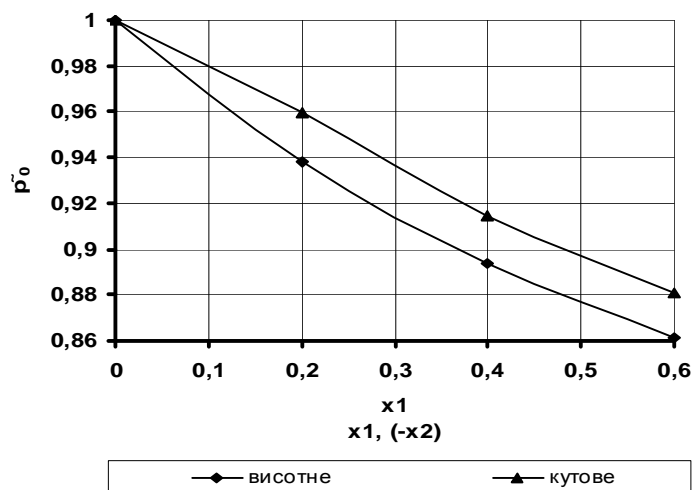
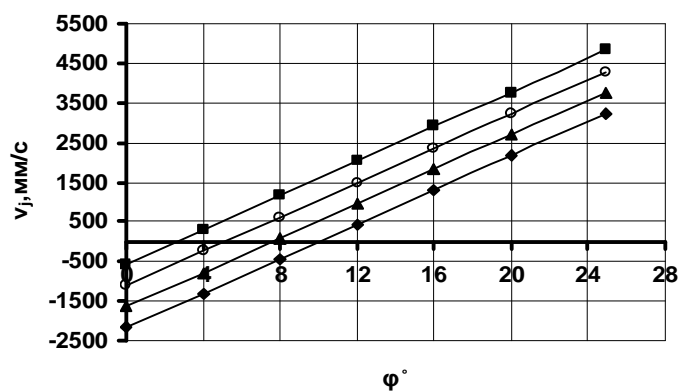


Рис. 3 – Зменшення контактних тисків у результаті коригування



—◆— $x_1, (-x_2)=0$ —▲— $x_1, (-x_2)=0,2$ —○— $x_1, (-x_2)=0,4$ —■— $x_1, (-x_2)=0,6$

Рис. 4 – Швидкість ковзання у процесі зачеплення (висотне коригування)

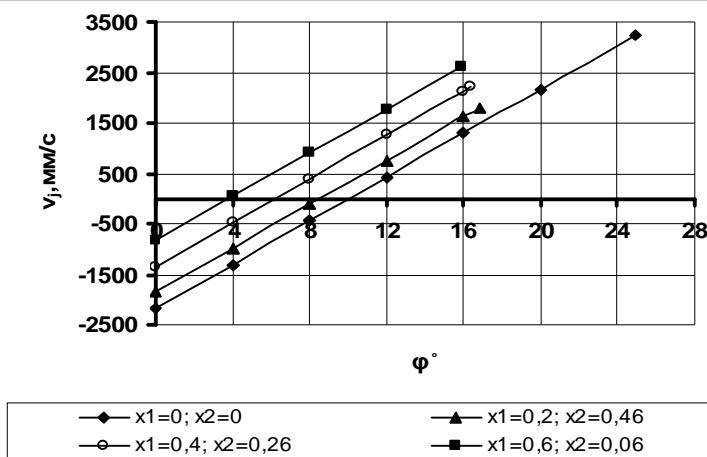


Рис. 5 – Швидкість ковзання у процесі зачеплення (кутове коригування)

Нижче проведено порівняльну оцінку напружень $p_{p\max}$ у полюсі зачеплення за поданою методикою та відомими методами розрахунку σ_H за ГОСТ 21354-75 «Передачі зубчасті циліндричні евольвентні. Розрахунок на міцність» і за методикою [2].

Згідно ГОСТ 21354-75:

$$\sigma_H = Z_H Z_M Z_\epsilon \sqrt{\frac{w_{Hr} (u+1)}{d_{w1} u}}, \quad (13)$$

де $w_t = F_t K_H / bw$ – питома розрахункова колова сила;

$Z_H = \sqrt{2 \cos \beta_b / \sin 2\alpha_w}$ – для коригованих передач;

$Z_H = \sqrt{2 \cos \beta / \sin 2\alpha}$ – для некоригованих передач або при висотному коригуванні ($x_\Sigma = 0$);

$Z_M = \sqrt{E / \pi (1 - \nu^2)}$ – коефіцієнт, що враховує механічні властивості матеріалів;

$Z_\epsilon = \sqrt{1 / \epsilon_\alpha}$ (при $\epsilon_\beta \geq 0,9$) – коефіцієнт, що враховує розподіл навантаження між зубами;

$F_t = 2T_1 / d_1$ – розрахункова колова сила;

$T_1 = 9550P / n_1$ – крутний момент на валу шестерні;

d_{w1} – початковий діаметр шестерні.

Згідно методики [2]:

$$\sigma_H = \frac{270}{a_w} \sqrt{\frac{T_2 K_H (u+1)^3}{bu^2}}, \quad (14)$$

де $T_2 = T_1 u / w$ – крутний момент на валу зубчастого колеса (при неопарному зачепленні).

За результатами розрахунків встановлено, що відмінність між p_{\max} та σ_H за обома вказаними методами складає:

за наведеною методикою – $p_{\max} = 444,9$ МПа – за відсутності коригування;

за ГОСТ 21354-75 – $\sigma_H = 503,0$ МПа (13 %) – за відсутності коригування або при $x_\Sigma = 0$;

за методикою [2] – $\sigma_H = 479,8$ МПа (7,8 %) – для висотного коригування ($a_w = a = 610$ мм);

$\sigma_H = 475,8$ МПа (6,95 %) – для кутового коригування ($a_w = 615,222$ мм).

При наявності коригування, відповідно, p_{\max} і σ_H та їх відмінності будуть:

за наведеною методикою – $p_{\max} = 461,9$ МПа (висотне при $x_1 = -x_2 = 0,6$);

$$P_{\max} = 462,9 \text{ МПа (кутове при } x_1 = 0,6, x_2 = 0,06);$$

за ГОСТ 21354-75 – $\sigma_H = 485,4 \text{ МПа (5 \%)} – \text{кутове коригування};$

за методикою [2] – $\sigma_H = 479,8 \text{ МПа (3,9 \%)} – \text{висотне коригування};$

$$\sigma_H = 475,8 \text{ МПа (3,0 \%)} – \text{кутове коригування}.$$

Однак ні ГОСТ 21354-75, ні використовувані в інженерній практиці розрахункові методики не враховують зміщення полюсу зачеплення при коригування зубів, внаслідок чого в дійсності відбувається деяке зростання $P_{P_{\max}}$ (до 4 %), а не їх зниження як це є для σ_H .

Проведені дослідження підтверджують той факт, що найвищих значень P_{\max} досягають на вході зубів у зачеплення, а не у полюсі зачеплення (табл. 1, 2; рис. 1, 2). Ця вкрай важлива для практики обставина, однак, не враховується ані ГОСТ 21354-75, ані іншими рекомендованими інженерними методиками розрахунку контактної міцності зубчастих передач. Проведена вище оцінка вказує на суттєве зниження у некоригованих передачах $P_{0_{\max}}$ у порівнянні з $P_{P_{\max}}$ (до 21 %). Внаслідок коригування зачеплення відмінність між ними зменшується до 4,3 % (висотне при $x_1 = -x_2 = 0,6$) та до 6,2 % (кутове при $x_1 = 0,6, x_2 = 0,06$).

Література

1. Чернець М.В., Келбінські Є. Вплив нахилу зубів косозубих циліндричних передач на трибомеханічні, силові та кінематичні характеристики // Проблеми трибології. – 2006. -№ 4. – С. 3-7.
2. Курсовое проектирование деталей машин / Чернавский С.А., Ицкович Г.М., Боков К.Н. и др. – М.: Машиностроение, 1979. – 351 с.

Надійшла 10.09.2011