

Z BADAŃ FOTOSPRĘŻYSTYCH STANU NAPRĘŻENIA WYWOŁANEGO
CIĘŻAREM WŁASNYM Z UWZGLĘDNIENIEM WPLYWU PODŁOŻA

ROMAN STEFAN DOROSZKIEWICZ (WARSZAWA)

1. Wstęp

Fotosprężystość jest jedną z najbardziej znanych i ogólnie stosowanych metod analizy naprężeń. Jednakże, o ile autorowi wiadomo, przeprowadzono dotychczas jedynie nieliczne badania fotosprężyste stanu naprężenia ciał niejednorodnych obciążonych ciężarem własnym pomimo tego, że omawiany problem ma duże znaczenie dla praktyki inżynierskiej. W badaniach tych, dotyczących wyznaczania rozkładu naprężeń w zaporach, wpływ różnych współczynników sprężystości podłużnej E zapory i podłoża, wyznaczano przez zbadanie modelu płaskiego o odpowiednich stosunkach grubości obszarów modelujących zaporę i podłoże. Wyznaczony tym sposobem stan naprężenia w punktach dostatecznie odległych od linii kontaktu obu modeli nie budzi zastrzeżeń. Natomiast w bezpośrednim sąsiedztwie połączenia tych modeli wprowadzano trójwymiarowy stan naprężenia, co wyklucza możliwość wyznaczenia wartości naprężeń faktycznie panujących w punktach brzegu kontaktu zapory i podłoża.

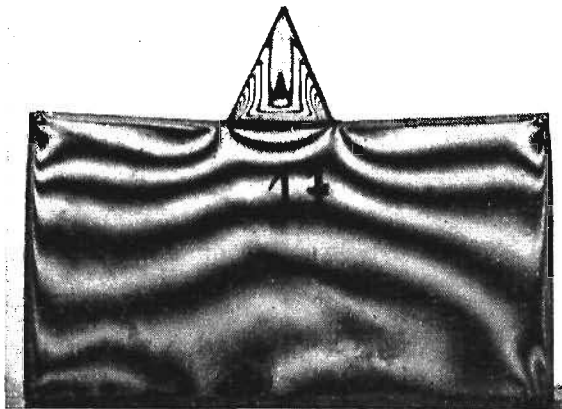
Brak wzmianek w literaturze fachowej o dokładniejszych badaniach fotosprężystych powyższego zagadnienia można wyjaśnić jedynie wielkimi trudnościami laboratoryjnymi, jakie nastęrczają badania tego rodzaju. W pracy niniejszej autor przedstawia swe pierwsze badania mające na celu opracowanie metody fotosprężystości umożliwiającej bardziej dokładne rozwiązanie zadań z zakresu tego problemu.

2. Przeprowadzone badania stanu naprężenia wywołanego
ciężarem własnym z uwzględnieniem wpływu podłoża

2.1. Kilka fotosprężystych metod modelowania stanu naprężenia wywołanych działaniem ciężaru własnego wykorzystuje analogię, jaka zachodzi między wyrażeniami na wartość naprężeń powstałych od obciążenia ciężarem własnym i siłami odśrodkowymi [4]. O ile wykonamy model o dostatecznie małych wymiarach w stosunku do promienia wirowania, to błąd spowodowany niejednorodnością pola sił odśrodkowych możemy sprowadzić do wartości błędów, z jakimi rozwiązujemy przeciętne zadania z zakresu budownictwa.

Podstawowa różnica pomiędzy tymi metodami zachodzi w sposobie utrwalania fotosprężystego obrazu naprężeń. W omawianych badaniach korzystano z dwu takich sposobów.

W pierwszym etapie badań zastosowano wirowanie z wykorzystaniem zjawiska «zamrażania naprężeń». Jak wykazały wyniki tych badań, wpływ «zamrażania» modeli złożonych na ich stan naprężenia jest znaczny szczególnie w strefie połączenia (rys. 1). Współczynniki rozszerzalności termicznej dla materiałów fotosprężystych nie są wartością stałą, lecz są różne dla różnych



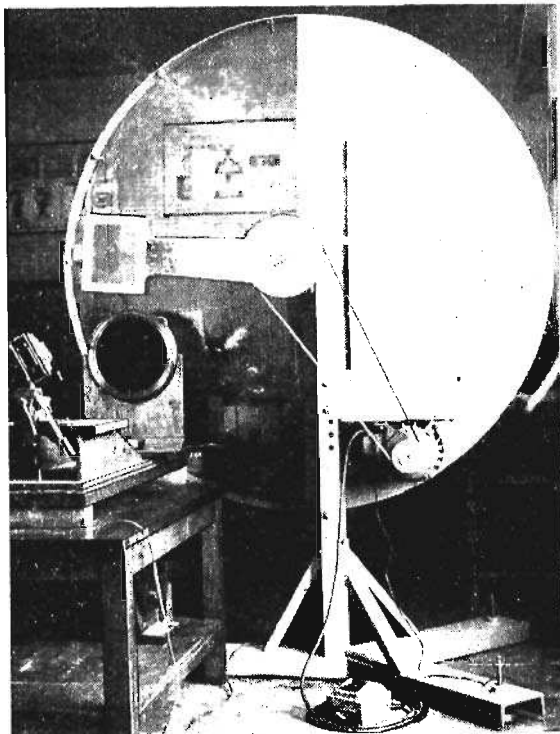
Rys. 1. Izochromy połówkowe modelu 17, wywołane łącznym działaniem naprężeń termicznych oraz metodą wirowania z zamrażaniem

zakresów temperatury. Ponadto nawet dla materiałów fotosprężystych tego samego rodzaju współczynniki rozszerzalności termicznej mogą się zmieniać w zależności od ich składu chemicznego i przyjętej techniki obróbki termicznej. Z tego też względu po przeprowadzeniu wstępnych badań metodą wirowania z zamrażaniem uznano za konieczne poszukanie innych sposobów rozwiązania postawionego zadania.

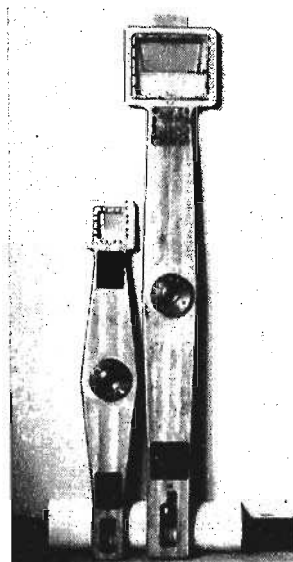
W badaniach etapu drugiego korzystano z lamp błyskowych i tę metodę nazwano «błyskową metodą wirowania». W metodzie tej najpierw analizowano wizualnie obraz naprężeń przy pomocy stroboskopu (można by to nazwać «zamrażaniem optycznym naprężeń»). Na podstawie tych obserwacji stwierdzano, czy gradient naprężeń jest dostatecznie wielki oraz czy obraz naprężeń nie budzi zastrzeżeń odnośnie przebiegu oraz stopnia wyrazistości izochrom i izoklin. Po zanalizowaniu tego obrazu wprowadzano ewentualne poprawki w ustawieniu modelu lub w liczbie obrotów wirówki. Następnie usuwano lampę stroboskopową, a na jej miejsce wprowadzano lampę błyskową emitującą pojedyncze błyski, ale o znacznie większym natężeniu światła. Korzystając z tych błysków sporządzano fotografie obrazów izochrom i izoklin.

2.2. Podstawową aparaturą, umożliwiającą prowadzenie badań «błyskową metodą wirowania» jest specjalnie w tym celu zaprojektowana i wykonana

wirówka wraz z urządzeniem do synchronizacji chwili błysku, położenia modelu oraz chwili ekspozycji negatywu w kamerze fotograficznej, (rys. 2). Wirówka ta posiada dwa wymienne ramiona (rys. 3).



Rys. 2. Wirówka do fotosprężystych badań w temperaturze pokojowej z zastosowaniem techniki błyskowej. Widok od strony analizatora



Rys. 3. Ramiona wirówki

Pierwszy z nich daje znaczne przeciążenie, dochodzące do 2000 g, ale tylko na mniejszym promieniu wirowania nie przekraczającym 55 cm. Ten wirnik jest przeznaczony do badań modeli mniejszych, wykonanych z żywicy twardej o $E = 25\ 000\text{--}40\ 000\ \text{kG/cm}^2$ i $K = 7\text{--}10\ \text{kG/cm}^2$. Drugi wirnik umożliwia wirowanie na dłuższym ramieniu o długości 80 cm modeli o większych wymiarach, wykonanych z wysokoczułych żywicy gumopodobnych o $E = 10\text{--}300\ \text{kG/cm}^2$ oraz $K = 0,3\text{--}1\ \text{kG/cm}^2$ przy przeciążeniach rzędu 200–400 g.

Napęd z silnika na wrzeciono przeniesiony jest przy pomocy wymiennych kół i pasków klinowych. W wirniku znajduje się wycięcie w kształcie prostokątnego okna, w którym umieszczony jest model fotosprężysty pomiędzy dwiema płytkami ze szkła.

Praca przy pomocy wirówki polega na:

- a) badaniu wizualnym obrazu naprężeń w modelu,
- b) dokonywaniu zdjęć izochrom i izoklin za pomocą kamery fotograficznej.

W przypadku a) użyta zostaje lampa stroboskopowa, której błyski sterowane są przez wirnik za pośrednictwem fotokomórki. W przypadku b) do zdjęć wykorzystana zostaje lampa błyskowa na błysk pojedynczy, wyzwalany przez obracający się wirnik; wyzwolenie błysku następuje przez naciśnięcie migawki w aparacie fotograficznym.

2.3. Właściwe badania fotosprężyste przeprowadzone «błyskową metodą wirowania» objęły następujące sześć modeli¹ (tablica 1):

1. Model klejony wzdłuż powierzchni kontaktu i składający się z podłoża, wykonanego z tekstolitu i trójkąta ze zmodyfikowanej żywicy epoksydowej P-81 o niskiej wartości współczynnika sprężystości podłużnej E ; stosunek modułów Younga $E_t : E_p = 0,011$.

2. Model klejony, złożony z dwóch różnych zmodyfikowanych żywic epoksydowych P-81 oraz P-47; $E_t : E_p = 0,36$.

3. Model klejony, wykonany z żywic epoksydowych P-51 i P-47, o zbliżonych właściwościach sprężystych; $E_t : E_p = 0,82$; model ten służył do sprawdzenia wpływu klejenia na rozkład naprężeń w pobliżu krawędzi styku.

4. Model jednolity trójkąta wraz z podłożem, wykonany z żywicy P-51; $E_t : E_p = 1$.

5. Model klejony, złożony z dwóch różnych żywic P-47 i P-81; $E_t : E_p = 2,76$.

6. Model klejony złożony z podłoża wykonanego z żywicy P-81 i trójkąta z tekstolitu; $E_t : E_p = 90$.

Tablica 1. Zestawienie badanych modeli

Nr modelu	Materiał modelu trójkąta/podłoża	E_t/E_p	K kG cm ² ·rz	Uwagi
1	P-81*/Tekstolit	12,2/1100 = 0,011	0,18/—	Rys. 5c**
2	P-81/P-47	12,2/33,7 = 0,36	0,18/0,22	Rys. 6b**
3	P-51*/P-47*	27,7/33,7 = 0,82	0,21/0,22	Rys. 4b, 5b
4	P-51	27,7/27,7 = 1	0,21	Model jednolity. Rys. 4a, 6a, 7, 8
5	P-47/P-81	33,7/12,2 = 2,76	0,22/0,18	Rys. 6c**
6	Tekstolit/P-81	1100/12,2 = 90	—/0,18	Rys. 6d**

* P-47, P-51 oraz P-81 są modyfikowanymi żywicami epoksydowymi polimeryzowanymi we własnym zakresie w Pracowni Analizy Naprężeń IPPT-PAN. Wartość izochromy k wyznaczano metodą «półpłaszczyzny» [5].

** Model złożony (klejony).

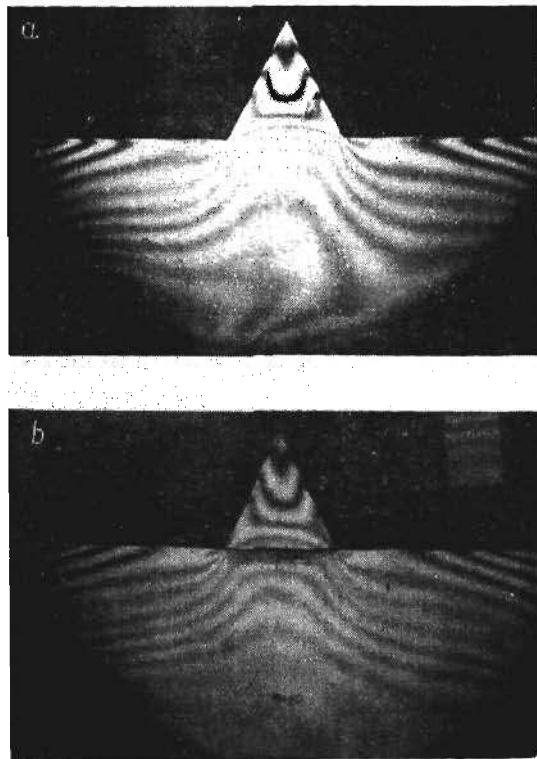
Badania przeprowadzono w płaskim stanie naprężenia². Wielkość elementu podłoża przyjęto dostatecznie dużą w stosunku do trójkąta, tak aby otrzymane

¹ Przyjęto oznaczenia: E_t jest współczynnikiem sprężystości podłużnej materiału modelu trójkąta; E_p modułem Younga materiału modelu półpłaszczyzny.

² Opisane w pracy badania przeprowadzono na terenie Pracowni Analizy Naprężeń IPPT-PAN pod kierunkiem autora.

wyniki badań modelowych można było ewentualnie porównać z wynikami teoretycznymi dla trójkąta, połączonego z półpłaszczyzną.

Modele spoczywały swobodnie w pojemniku wirówki. Pomiedzy bocznymi powierzchniami podłoża, a ściankami pojemnika zachowano luz, umożliwiając swobodne odkształcenie się podłoża.



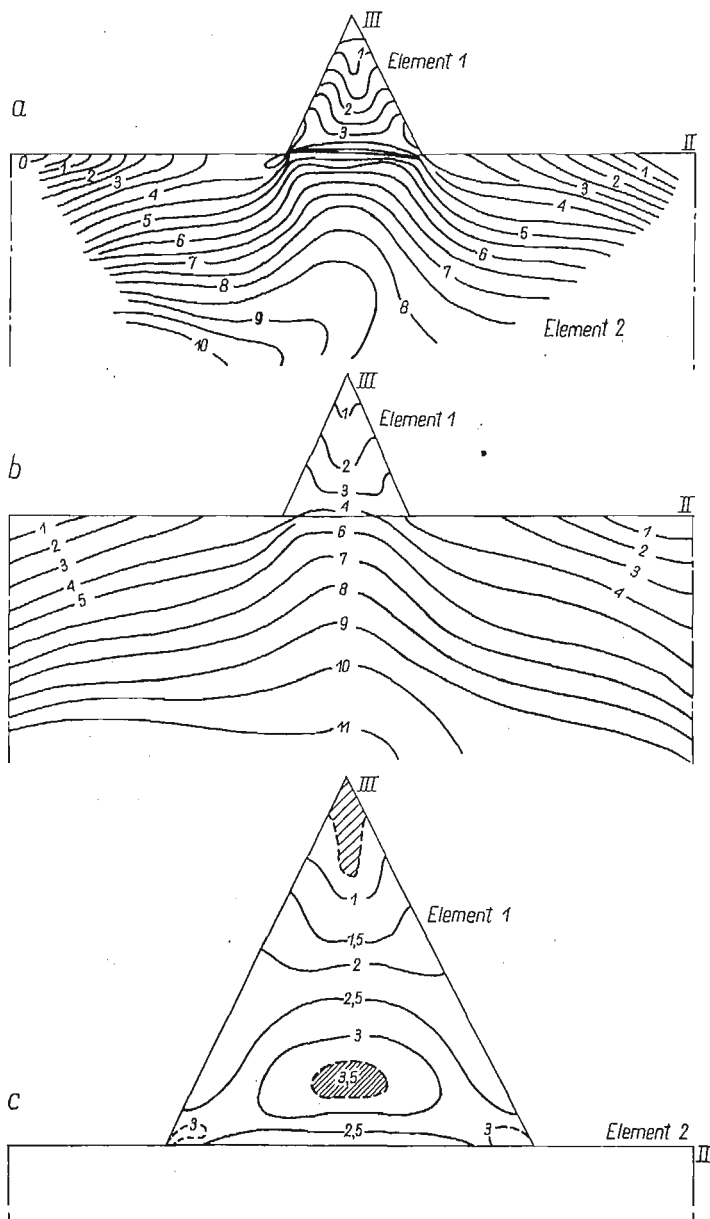
Rys. 4. Obrazy izochrom modeli wirowanych metodą błyskową a) M.4 — jednorodnego z P-51; b) M.3 — złożonego z P-51 oraz P-47; $E_t : E_p = 0,82$

Dla wszystkich wymienionych modeli wykonano zdjęcia izochrom całkowitych i połówkowych oraz zdjęcia izoklin. Na podstawie uzyskanych zdjęć izochrom (rys. 4) sporządzono wykresy izochrom (rys. 5), naprężeń brzegowych (rys. 6) i różnicy naprężeń głównych wzdłuż linii styku trójkąta z półpłaszczyzną.

Dla modelu jednolitego sporządzono zbiorcze wykresy izoklin (rys. 7) oraz wykresy trajektorii naprężeń głównych (rys. 8) i trajektorii maksymalnych naprężeń stycznych. Dla pozostałych modeli trajektorii nie wykreślono, gdyż wykazują one we wszystkich przypadkach przebieg podobny jak w modelu jednolitym.

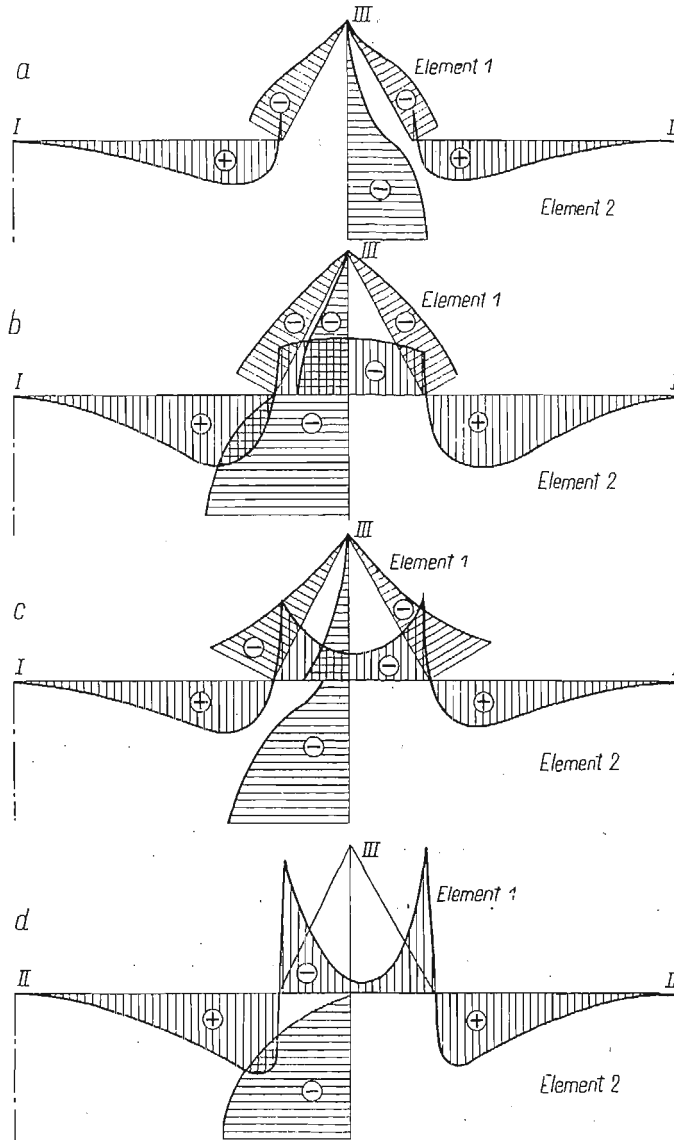
Badania wykazały, że istnieje zasadnicza jakościowa różnica pomiędzy rozkładem naprężeń w trójkącie równoramiennym wykonanym z materiału sprę-

żystego o niskim współczynniku sprężystości E_t , spoczywającym na podłożu sprężystym wykonanym z materiału o wyższym module $E_p = 3E_t$ (rys. 6b), a rozkładem naprężeń w trójkącie sztywnym, spoczywającym na podłożu o niskim E (rys. 6d).



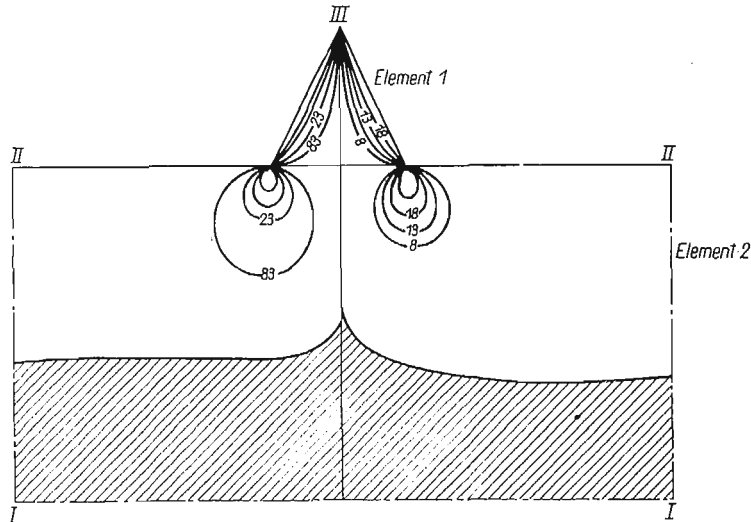
Rys. 5. Wykresy izochrom modelu: a) jednorodnego M.4, b) złożonego M.3 ($E_t : E_p = 0,82$); c) M.1 złożonego z P-81 i tekstolitu ($E_t : E_p = 0,011$)

W pierwszym przypadku obserwujemy maksimum wartości naprężeń w środku długości podstawy trójkąta i brak spiętrzeń naprężeń w narożach. W drugim natomiast przypadku występują wyraźne spiętrzenia naprężeń w narożach podstawy, a minimum ich wartości w środku podstawy.

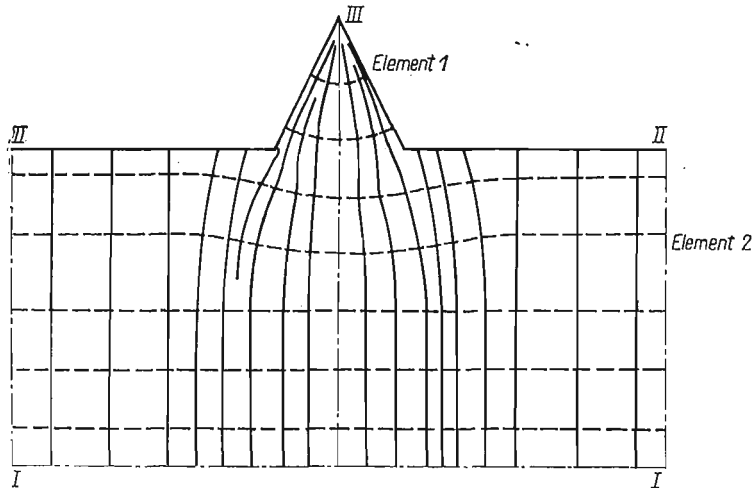


Rys. 6. Naprężenia brzegowe modeli: a) jednorodnego M.4, b) złożonego M.2 ($E_t : E_p = 0,36$); c) złożonego M.5 ($E_t : E_p = 2,76$); d) złożonego M.6 ($E_t : E_p = 90$). Na rys. 6b, 6c, 6d wzdłuż linii styku trójkąta z półpłaszczyzną sporządzono wykres efektu optycznego mierzonego w rzędach izochrom

Jednakże wpływ różnicy współczynników sprężystości E na stan naprężenia trójkąta jest istotny dopiero w przypadkach znacznych różnic obu współczynników sprężystości E . Przy dwu- lub nawet trzykrotnym stosunku współczynników E materiałów podłoża i trójkąta wpływ ten mieści się w granicach błędu



Rys. 7. Izokliny modelu jedolitego M.4 z P-51

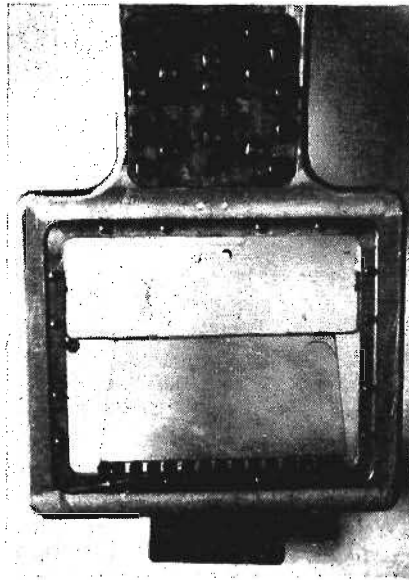


Rys. 8. Trajektorie naprężeń głównych modelu M.4

pomiarowego, występującego przy tego rodzaju badaniach fotosprężystych (tj. w przedziale 10-20%).

W celu określenia wpływu składowych sił odśrodkowych, prostopadłych do osi symetrii modelu, przeprowadzono badania uzupełniające. W wykonanej

przez Pracownię wirówce oś obrotu jest prostopadła do płaszczyzny modelu, co powoduje nierównoległość kierunków działania sił odśrodkowych. Powstałe składowe siły odśrodkowych równoległe do podstawy modelu powodują rozciąganie podłoża w tym kierunku. W celu oceny tego wpływu zbadano trzy różne modele podłoża: a) model prostokątny, swobodnie stojący w pojemniku, b) model trapezowy, również swobodnie stojący oraz c) model trapezowy oparty na waleczkach gumowych, mających na celu wyeliminowanie składowej stycznej działającej na podstawę podłoża (rys. 9). Dla wszystkich badanych modeli podłoża sporządzono zdjęcia izochrom całkowitych i połówkowych oraz wykresy



Rys. 9. Model trapezowy oparty na waleczkach gumowych

izochrom oraz naprężeń brzegowych. Jak wykazały przeprowadzone badania, wpływ sił masowych, prostopadłych do osi symetrii modelu (o szerokości równej ok. $1/4$ promienia wirowania) na rozkład naprężeń w podłożu jest znaczny. W przypadku działania jednorodnego pola sił ciężkości o kierunkach równoległych w elemencie podłoża powinny wystąpić naprężenia pionowe σ_y , zmniejszające się liniowo od zera na górnym swobodnym brzegu do maksymalnej wartości przy podstawie. Naprężenia główne «poziome» (prostopadłe do osi symetrii) powinny być w takim przypadku równe zero. Faktyczny rozkład naprężeń w badanym modelu podłoża odbiega znacznie od tego stanu. Ponieważ jednak przedmiotem prowadzonych badań było jedynie ustalenie wpływu różnych modułów E na rozkład naprężeń, otrzymana zaś niejednorodność naprężeń we wszystkich modelach ma charakter taki sam, to nie powinna ona mieć wpływu w rozpatrywanym przypadku na dokładność otrzymanych wyników badań.

Uwagi końcowe

«Błyskowa metoda wirowania» umożliwia badanie stanu naprężenia modeli złożonych z różnych materiałów. Metodą tą można również modelować stany naprężenia wywołane działaniem ciężaru własnego. W tym przypadku należy dążyć do tego, aby stosunek szerokości modelu do promienia wirowania był jak najmniejszy. W ten sposób ograniczamy do minimum wartość kąta, jaki tworzą między sobą kierunki sił odśrodkowych, działających na skrajne (w kierunku szerokości) punkty modelu. Jednakże w przypadku modelowania grawitacyjnego pola sił bardziej prawidłowy rozkład naprężeń dawałyby siły odśrodkowe o kierunkach równoległych do siebie. Takie właśnie możliwości daje zaproponowana przez autora nowa metoda wirowania. Metoda polega na wprowadzeniu do «błyskowej metody wirowania» dwu zasadniczych zmian: a) wirowania dookoła osi leżącej w płaszczyźnie modelu (zamiast osi prostopadłej do tej płaszczyzny); b) obserwowanie i rejestrowanie obrazów naprężeń w płaszczyźnie wirowania. Jak się okazało, nasuwające się trudności konstrukcyjne są do pokonania. W najbliższym czasie będą prowadzone w Pracowni pierwsze badania tą metodą.

Literatura

- [1] A. U. HÜGGENBERGER, *Talsperren — Messtechnik*, 1951, 101-103.
- [2] M. MILBAUER, *Fotoelasticimetrie a její použití v praxi*, Praha 1953.
- [3] Я. ЯВОРНИЦКИЙ, *Поляризационно-оптические исследования в Чехословацкой Академии Наук*. Труды Конференции: «Поляризационнооптический метод исследования напряжений» 13-21 февраля 1958 года. Издательство Ленинградского Университета 1960.
- [4] R. S. DOROSZKIEWICZ, *New photoelastic method for determining the state of stress in dams*, Symposium on Concrete Dam Models. October 14-19, 1963. Paper No 9. Lisboa.
- [5] R. S. DOROSZKIEWICZ, A. LIŹEWKA, *Doraźne badania własności mechanicznych i elasto-оптычных материалов używanych w elastoоптыке*. *Mechanika Teoretyczna i Stosowana*, 1, 2 (1964).

Резюме

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОМ ФОТОУПРУГОСТИ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ВЫЗВАННОГО СОБСТВЕННЫМ ВЕСОМ, С УЧЕТОМ ВЛИЯНИЯ ОСНОВАНИЯ

В работе описываются исследования напряженного состояния треугольника нагруженного собственным весом. Исследовано шесть моделей со следующими отношениями модулей Юнга материалов треугольника и основания: 0,011; 0,36; 0,82; 1; 2,76; 90. Исследования проведены на моделях методом фотоупругости.

В предварительных испытаниях использован метод вращения с применением замораживания, в дальнейшем: «метод вращения со вспышкой». Во втором из перечисленных случаев для производства моделей использованы высокочувствительные, резино-подобные эпоксидные смолы, полимеризованные для испытаний.

Описывается спроектированная и сделанная в Лаборатории Анализа Напряжений ИОПТ, — ПАН специальная аппаратура применяемая в этих исследованиях.

В конце работы проведен краткий анализ результатов.

Приводится идея нового метода, дающего возможность получить более правильное распределение напряжений для случая действия силового поля тяготения на тела состоящие из областей с разными упругими свойствами.

S u m m a r y

PHOTO-ELASTIC INVESTIGATION OF THE STATE OF STRESS PRODUCED BY OWN WEIGHT IN A TRIANGLE RESTING ON ELASTIC FOUNDATION

The problem of stresses in a triangle loaded by own weight is discussed. Six models have been tested with the following ratios of the Young moduli of the triangle and the foundation: 0.011; 0.36; 0.82; 1; 2.76; 90. The introductory experiments were based on the centrifugal method combined with freezing; then the flash light method has been employed. In the latter tests the models were made of high-sensitive rubberlike epoxy resins polymerized in the laboratory of the Institute.

Special equipment designed and built in the Laboratory of Stress Analysis of the IBTP-PAN has been described.

A brief discussion of the obtained results follows, and the idea of a new method is outlined enabling us to obtain a more correct stress distribution in the case when a field of gravitational forces is acting upon a body composed of parts having different elastic properties.

ZAKŁAD MECHANIKI OŚRODKÓW CIĄGŁYCH
INSTYTUTU PODSTAWOWYCH PROBLEMÓW TECHNIKI PAN

Praca została złożona w Redakcji dn. 4 kwietnia 1964 r.
