

ZAGADNIENIE DYNAMIKI MASZYN WIBRACYJNYCH

I. I. BLECHMAN (LENINGRAD)

1. Wstęp

W ostatnich latach maszyny i urządzenia wibracyjne znalazły powszechne zastosowanie w najróżniejszych gałęziach przemysłu.

W obecnej chwili nie ma ogólnie przyjętego określenia maszyny wibracyjnej (tak samo jak nie ma ogólnego określenia procesu wibracyjnego). Nie siląc się na podanie takiego określenia zaznaczmy, że przez nazwę «maszyny wibracyjnej» będziemy tutaj rozumieli takie maszyny, których oddziaływanie na ośrodek poddawany obróbce albo napęd oparty jest w istotny sposób na wykorzystaniu zjawisk związanych z drganiami mechanicznymi. Do takich zjawisk należą w szczególności:

1. Transport rozdrobnionych lub sypkich materiałów na powierzchniach drgających, stosowany szeroko w wibracyjnych urządzeniach przenośnikowych oraz w maszynach i urządzeniach transportowo-technologicznych.

2. Obniżenie efektywnych (pozornych), a czasami również rzeczywistych współczynników tarcia suchego między ciałami pod działaniem wibracji, w wyniku czego bardzo znacznie zmniejsza się opór ciał na przesunięcie pod działaniem sił stałych, na przykład siły ciężkości. Cząstki ośrodka sypkiego poddanego wibracji nabywają pewnej ruchliwości, tak że ośrodek staje się pod wieloma względami podobny do cieczy lepkiej.

Zjawiska te wykorzystane są między innymi w wibracyjnych kafarach do zabijania pali i ścianek szczelnych oraz w wibracyjnych urządzeniach do usuwania nawisów materiałów sypkich w bunkrach i w innych maszynach.

3. Rozwarstwienie za pomocą wibracji cząstek materiałów sypkich ze względu na ciężar właściwy i wielkość cząstek (segregacja). Zjawisko to, pojawiające się w wyniku działania siły ciężkości w warunkach pseudorozrzedzenia i obniżenia efektywnych współczynników tarcia podczas wibracji, jest powszechnie uwzględniane w sitach wibracyjnych, w urządzeniach osadowych oraz w innych maszynach służących do klasyfikacji.

4. Zjawisko spulchnienia albo, odwrotnie, zagęszczenia materiałów pod wpływem wibracji. Zjawiska te są uwzględnione w wibracyjnych urządzeniach do zagęszczania i spulchniania, w wibracyjnych suszarkach i urządzeniach do ochładzania.

5. Periodyczne podrzucanie ciał na drgających płaszczyznach albo w drgających naczyniach wykorzystane na przykład w wibracyjnych urządzeniach do rozdrabniania (młynach) oraz w suszarkach wibracyjnych.

6. Obniżenie wytrzymałości materiałów na zniszczenie pod działaniem okresowo zmiennych obciążeń.

7. Zjawisko rozdzielania cząstek materiału sypkiego na drgających powierzchniach ze względu na współczynniki tarcia, postać oraz niektóre inne wielkości charakterystyczne. Zjawisko to, polegające na różnicy szybkości przesuwania się po drgających powierzchniach cząstek różniących się co do kształtu i mikrowłasności powierzchni, jest uwzględnione w separatorach wibracyjnych.

8. Wiele zjawisk rezonansu i drgań własnych, zjawisko samosynchronizacji i samofazowania wibratorów, zjawisko wibracyjnego utrzymywania ruchu wirnika. Zjawiska te uwzględniane są powszechnie w napędach maszyn wibracyjnych.

Podany wykaz nie wyczerpuje wszystkich zjawisk typowo wibracyjnych. Należy także wziąć pod uwagę, że wykaz ten jest ciągle uzupełniany w miarę badania zagadnień dotyczących drgań i możliwości ich technicznego zastosowania.

Wydaje się, że zaleta podanego określenia pojęcia maszyny wibracyjnej polega na klasyfikacji maszyn w zależności od występujących zjawisk fizycznych, a to, z kolei, określa ogólność stosowanych metod badawczych.

Zagadnienia dynamiki, które pojawiają się w procesie konstruowania maszyny wibracyjnej, można podzielić na dwie duże grupy.

Do pierwszej grupy należą zagadnienia teorii procesów roboczych, zachodzących w maszynach wibracyjnych. Tutaj zasadniczy problem polega na znalezieniu takich parametrów trajektorii i częstości drgań elementu roboczego, które okażą się optymalne lub przynajmniej nadają się do przyjęcia ze względów technologicznych.

Druga grupa zagadnień związana jest z koniecznością pewnego zabezpieczenia wymaganych drgań elementu roboczego w okresie eksploatacji maszyny. Zagadnienia te można zaliczyć do problemów dynamiki napędu maszyn wibracyjnych.

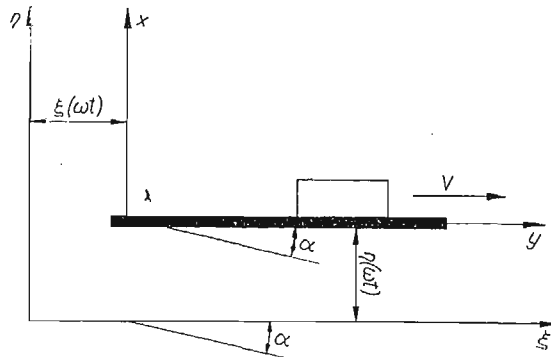
W krótkim artykule nie można oczywiście zajmować się wszystkimi wymienionymi zagadnieniami i rozpatrywać wszystkich kierunków rozwojowych. Zajmiemy się tutaj głównie badaniami związanymi bezpośrednio z zainteresowaniami autora i jego współpracowników, specjalistów w dziedzinie maszyn wibracyjnych, stosowanych do wzbogacenia użytecznych kopalin oraz ich kawałkowania (zbrylania).

2. Prace z zakresu teorii procesów wibracyjnych

Znaczna część procesów roboczych realizowanych w maszynach wibracyjnych (między innymi transport, oddzielanie i przesiewanie, wbijanie pali, ładowanie sypkich materiałów) jest szczególnym przypadkiem tak zwanego procesu przemieszczania wibracyjnego. W procesie tym kierunek «średni» zmiany przemieszczenia otrzymuje się w wyniku (okresowych) oddziaływań średnio nieskierowanych. Jednym z prostszych przykładów jest transport wibracyjny, to znaczy przemieszczanie cząstek materiału sypkiego po drgającej chropowatej powierzchni (rys. 1). Jedno z głównych zagadnień polega tutaj na obliczeniu szybkości przemieszczenia wibracyjnego, a także na właściwym wyborze parametrów drgań elementu drgającego w zależności od przeznaczenia maszyny i właściwości materiału przenoszonego. Prace na temat teoretycznych studiów przemieszczenia wibracyjnego omówione zostały w opublikowanej niedawno książce G. J. DZANELIDZE i autora artykułu [1].

Spośród nowych szybko rozwijających się kierunków wspomniny prace dotyczące optymalizacji procesu przemieszczenia wibracyjnego. E.A. AGRANOWSKI wraz z autorem artykułu opublikowali w 1961 r. pracę [2], poświęconą przypadkowi szczególnemu drgań biharmonicznych. Zagadnienie optymalizacji było następnie przedmiotem interesujących badań W. A. TROICKIEGO, E. E. LAWENDELA, I. J. LIEPINSZA i innych autorów [3-6].

W jednym z praktycznie ważnych przypadków zagadnienie wyboru optymalnego prawa drgań elementu roboczego wibracyjnej maszyny transportującej można ująć w sposób następujący. Niech element roboczy wykonuje okresowo drgania postępowe w kierunku



Rys. 1

podłużnym według prawa $\xi = \xi(\omega t)$ i w kierunku poprzecznym według prawa $\eta = \eta(\omega t)$, gdzie $\omega = 2\pi/T$. Tutaj T jest najmniejszym ogólnym okresem funkcji ξ i η , a ω oznacza odpowiednią częstość.

Oznaczmy przez

$$(2.1) \quad W_{\max} = \omega^2 \left[\sqrt{\left(\frac{\alpha^2 \xi}{dt^2} \right)^2 + \left(\frac{d^2 \eta}{dt^2} \right)^2} \right]_{\max} = \omega^2 \left[\sqrt{(\xi'')^2 + (\eta'')^2} \right]_{\max}, \quad \tau = \omega t$$

największą co do bezwzględnej wartości wartość przyspieszenia drgań płaszczyzny. Będziemy wtedy nazywali optymalnym takie prawo ruchu $\xi = \xi(\omega t)$, $\eta = \eta(\omega t)$, któremu przy danych: częstości drgań ω , największym przyspieszeniu W_{\max} , kącie nachylenia płaszczyzny do poziomu α i danych własnościach przemieszczanego materiału odpowiada największa szybkość transportu V , to znaczy średnia szybkość ruchu wzdłuż płaszczyzny.

Podstawą do sformułowania opisanego wyżej zagadnienia jest ta okoliczność, że przy danym poziomie największego przyspieszenia i postaci drgań elementu roboczego podana średnia szybkość jest odwrotnie proporcjonalna do częstości drgań. Oprócz tego, przy niezmiennych pozostałych warunkach największa osiągalna średnia prędkość z reguły jest tym większa, im wyższa jest największa wartość przyspieszenia drgań W_{\max} . W związku z tym przy projektowaniu wibracyjnych maszyn transportujących należy przyjąć jak najniższą częstość drgań ω , tak jak to jest tylko możliwe ze względów konstrukcyjnych i innych. W podobny sposób największe przyspieszenie W_{\max} drgań należy wybrać na tyle duże, na ile jest to celowe ze względów konstrukcyjnych i techniczno-ekonomicznych. Wybór częstości ω i największego przyspieszenia W_{\max} jest więc w zasadzie zagadnieniem

konstrukcyjnym lub techniczno-ekonomicznym. Natomiast wybór optymalnego prawa drgań doprowadza do sformułowanego poprzednio zagadnienia matematycznego. Ponieważ średnia prędkość V jest funkcjonalem wielkości $\xi(\omega t)$ i $\eta(\omega t)$, łatwo dojść do wniosku, że ostatnie zagadnienie jest zagadnieniem wariacyjnym dotyczącym warunkowego ekstremum funkcjonału V przy dodatkowym ograniczeniu

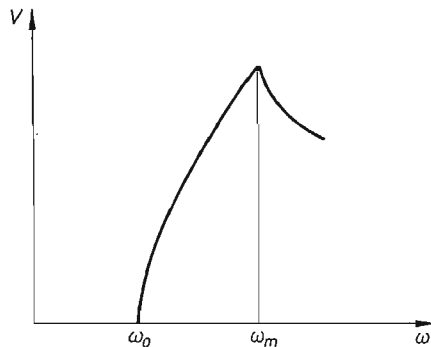
$$\omega^2 \sqrt{(\xi'')^2 + (\eta'')^2} \leq W_{\max}.$$

Tego rodzaju zagadnienia przyciągające w ostatnich latach uwagę matematyków i inżynierów otrzymały nazwę zagadnień optymalnego sterowania; do ich rozwiązywania obok znanych metod klasycznych rozwinięto szereg metod specjalnych [7].

Pewne wyniki zostały osiągnięte ostatnio w zakresie badania procesu wibracyjnego rozdzielania mieszanin sypkich. Opiszemy tu jedną z podstawowych części tego zagadnienia.

Załóżmy, że mamy naczynie zawierające mieszaninę twardych cząstek różniących się co do kształtu, wielkości i ciężaru właściwego. Niech naczynie będzie wprawiane w pewnego rodzaju ruch drgający. Znając początkowy rozkład cząstek w naczyniu należy określić rozkład cząstek po upływie dostatecznie długiego czasu trwania ruchu drgającego. Należy również zbadać kinetykę procesu, to znaczy prędkość przybliżenia do tego stanu granicznego. Jest to ważne zagadnienie dla wielu maszyn wibracyjnych, między innymi dla osadzarek, sit, stołów koncentracyjnych oraz maszyn do przerabiania produktów przemiału zboża.

W pracy [8] na podstawie hipotezy, że siła oporu w stosunku do względnego przemieszczenia poszczególnej cząstki w otaczającym ośrodku sypkim jest podobna do siły tarcia



Rys. 2

suchego, udało się wyjaśnić zjawisko pozornego rozrzedzenia ośrodka sypkiego pod wpływem drgań, obliczyć efektywny współczynnik lepkości oraz określić warunki, w których zachodzi takie «rozrzedzenie». Wyjaśniono «paradoksalną» sytuację, gdy proces rozwarstwienia następuje w kierunku odpowiadającym wzrastającej energii potencjalnej układu.

Zauważono ciekawe zjawisko, że w pewnych przypadkach zależność prędkości wpływania lub zanurzania cząstki w ośrodku sypkim od częstości drgań ma bardzo wyraźnie zaznaczone maksimum (rys. 2) podobne do maksimum rezonansowego. Należy jednak

zauważyć, że w rzeczywistości nie występuje tutaj rezonans (wbrew temu co czasami się na ten temat pisze), gdyż maksimum to jest spowodowane zupełnie innymi przyczynami.

Obok wyłącznie deterministycznego podejścia w ostatnich czasach wykonano badania, w których zagadnienie rozdzielenia syplej mieszczyny rozpatruje się statystycznie [9, 10].

3. Prace z zakresu dynamiki napędu maszyn wibracyjnych

Napęd maszyny wibracyjnej i jej element roboczy współdziałający bezpośrednio z ośrodkiem poddawany obróbce stanowią jeden układ dynamiczny. Niemniej jednak można wydzielić pewne zagadnienia teoretyczne, które można zaliczyć do zagadnień dynamiki napędu maszyn wibracyjnych.

Jednym z takich zagadnień jest zagadnienie dotyczące wzajemnego oddziaływania układu drgającego ze źródłem zaburzenia o mocy ograniczonej. Sprawa polega na tym, że wielu ważnych własności maszyn wibracyjnych nie można wykryć, jeśli się założy, że siła wymuszająca drgania jest dana i nie zależy od ruchu układu. Taka idealizacja byłaby słuszna tylko w przypadku źródła zaburzeń o nieograniczonej mocy, kiedy drgania układu nie wpływają wcale na charakter zaburzeń. W rzeczywistości warunki takie występują bardzo rzadko i wobec tego obserwuje się wiele zjawisk oryginalnych.

Uwzględnienie wzajemnego oddziaływania silnika z układem drgającym powoduje znaczne skomplikowanie zagadnienia; należy wtedy rozpatrywać układ z większą liczbą stopni swobody, z reguły nieliniowy.

Do niedawna w dostatecznie ścisłym sformułowaniu uwzględniano wzajemne oddziaływanie z układem drgającym tylko nierównoważonych wibratorów mechanicznych, napędzanych przez silniki dowolnego typu.

W wielu pracach, w szczególności w artykułach A. SOMMERFELDA [11], B. C. MARTYSZKINA [12], G. J. DZANELIDZE i autora niniejszej pracy [13, 14] oraz szczególnie obszernie w pracach W. O. KONONIENKI i jego kontynuatorów [15] pokazano wiele interesujących prawidłowości zachowania się takich układów: niestateczność warunków pracy, odpowiadających poszczególnym częściom klasycznej krzywej rezonansowej, skokowe przejście od jednych warunków pracy do drugich, zależność charakteru ruchu ustalonego układu od kierunków zmiany parametrów.

Wydaje się rzeczą dziwną, że podobne własności przez długi czas pozostawały niezauważone i nieobjaśnione w przypadku układów z elektromagnetycznymi synchronicznymi elementami do wzbudzania drgań.

Odpowiednie badania przeprowadził niedawno K. S. HODŻAJEW (Instytut Obróbki Mechanicznej), który studiował współdziałanie elektromagnetycznego układu wzbudzającego z dowolnym układem drgającym. Oprócz poprawek ilościowych badania K.S. Hodżajewa doprowadziły do zaobserwowania zjawisk bardzo podobnych do zjawisk zachodzących w układach z mechanicznym wzbudaniem drgań, jak również wielu nowych zjawisk. Mówiąc ogólnie, wyniki K.S. Hodżajewa sprowadzają się do tego, że zamiast zwykłej charakterystyki amplitudowo-częstościowej (krzywej rezonansowej, odpowiadającej układowi liniowemu) dla układu z przyłączonym wibratorem elektromagnetycznym (czyli dla nieliniowego układu połączonego) otrzymuje się charakterystykę ze stromą krzywą rezonansową, której określone odcinki odpowiadają niestatecznym warunkom pracy, to znaczy nie mogą być realizowane w rzeczywistości.

Uwagę wielu inżynierów i badaczy zajmują badania dynamiki wielonapędowych elektrycznych maszyn wibracyjnych. Wiadomo na przykład, że jeśli połączyć w jedną całość kilka dobrze pracujących oddzielnych części przenośnika rurowego z elektromagnetycznymi elementami wzbudzającymi (rys. 3a), to układ połączony bardzo rzadko pracuje zadowolająco. W wyniku połączenia poszczególnych części równomierność drgań elementu roboczego wzdłuż długości zostaje zwykle naruszona, wobec czego następuje utrata normalnego toku przenoszenia materiału wzdłuż rury.

W pracy G. J. DZANELIDZE i autora artykułu [16] udowodniono, że jeśli odstęp między wibratorami l (skok wibratorów) nie jest większy niż

$$(3.1) \quad l_{\max} = \zeta \sqrt[4]{EJ/\rho\omega^2}$$

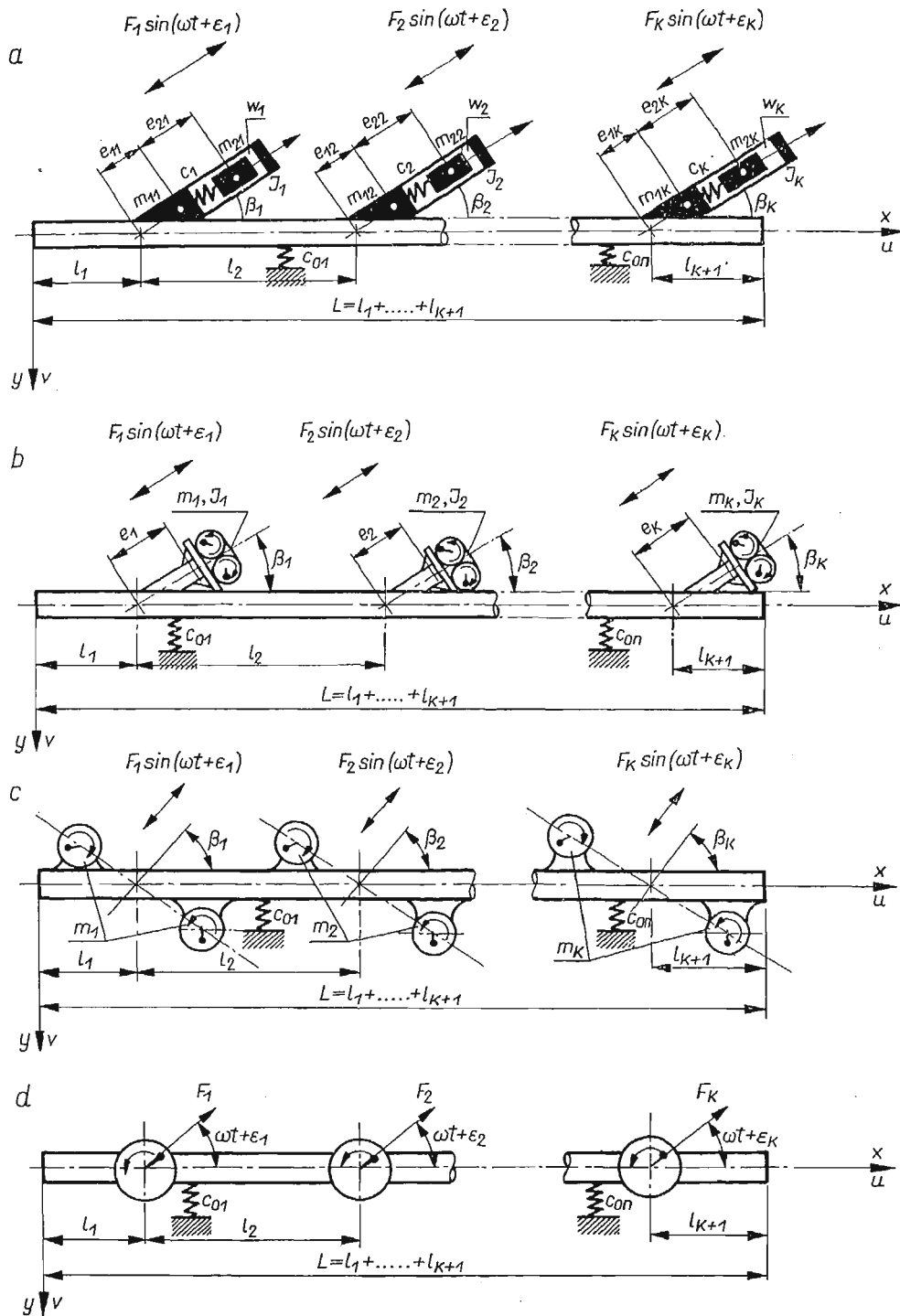
i wszystkie wibratory są dokładnie jednakowe, to maszyna składająca się z nieskończenie wielkiej liczby kolejno połączonych części pracuje zadowolająco; jej roboczy element realizuje drgania bliskie drganiom postępowym, charakterystycznym dla każdego z oddzielnych segmentów.

Wynika stąd, że przyczyny zaburzenia drgań elementu roboczego mogą leżeć albo w tym, że poszczególne części nie są jednakowe, albo w ograniczonych rozmiarach maszyn (efekt brzegowy). Dlatego jednym z głównych problemów badań było wyjaśnienie, która z podanych przyczyn jest najistotniejsza i jakie środki mogą być zastosowane w celu osłabienia działania nieodpowiednio przyjętych czynników.

Trudność rozwiązania tego zagadnienia jest z jednej strony uwarunkowana tym, że maszyna wielonapędowa opisana jest dość złożonym układem równań różniczkowych cząstkowych i w różniczkach zupełnych, którego analityczne rozwiązanie nie może być sprowadzone do prostej postaci. Z drugiej strony, bezpośrednie doświadczenia na rzeczywistych maszynach są dość skomplikowane i trudne, w wyniku czego badania większej liczby wariantów, konieczne dla otrzymania ogólnych zależności, wymagałyby wyjątkowo dużego nakładu czasu.

W związku z tym podczas wykonywania pracy zdecydowano zastosować szybkie maszyny liczące. Za pomocą maszyny BESM-2 rozpatrzono kilka tysięcy wariantów wielonapędowych elektrowibracyjnych przenośników rurowych, a następnie dla sprawdzenia poprawności rozwiązania teoretycznego przeprowadzono względnie niewielką serię doświadczeń na obiekcie w normalnych warunkach eksploatacyjnych.

Po opracowaniu wyników obliczeń i doświadczeń okazało się, że w przypadku, gdy skok wibratorów był mniejszy od wielkości krytycznej, określonej wzorem (3.1), wyłączną rzeczywistą przyczyną nierówności drgań elementu drgającego jest rozrzut parametrów poszczególnych części, w szczególności rozrzut sztywności układów sprężystych wibratorów. Zostało również ustalone, że zniekształcenie trajektorii drgań polega praktycznie na zmianie kątów pochylenia trajektorii prostoliniowych punktów elementu roboczego względem jego osi; amplitudy drgań przy zwykle występujących odchyleniach parametrów pozostają niemal niezmiennie wzdłuż elementu roboczego; istotna eliptyczność trajektorii także nie występuje. Zauważono przy tym, że zmiana jednoimiennych parametrów wszystkich wibratorów o taką samą wielkość nie doprowadza do zmiany kątów pochylenia trajektorii drgań punktów, może tylko spowodować zmianę średniej amplitudy drgań.



Rys. 3

Ostatnia uwaga ma istotne znaczenie, gdyż wynika z niej, że zagadnienie podwyższenia niezawodności maszyn wielonapędowych można rozłożyć na dwa oddzielne zagadnienia: pierwsze zagadnienie polega na zapewnieniu równomierności rozkładu kątów nachylenia trajektorii drgań wzdłuż długości maszyny, drugie zagadnienie dotyczy podwyższenia stateczności średniej w czasie amplitudy drgań. To ostatnie zagadnienie należy rozwiązać dokładnie tak jak w przypadku dowolnej jednonapędowej maszyny.

Po stwierdzeniu, że najistotniejszy wpływ na rozkład drgań wzdłuż długości maszyny ma rozkład sztywności wibratorów, należało wyjaśnić, czy nie można by było dobrać nominalnych parametrów maszyny w taki sposób, żeby przy danych maksymalnych odchyleniach osłabić czułość maszyny na zmiany sztywności. Początkowo wydawało się, że jeśli zmieniać skok wibratorów l w granicach $0 < l < l_{\max}$, to czułość maszyny na zmianę parametrów będzie znaczna wskutek tego, że przy pewnych wartościach skoku do częstości podstawowej drgań własnych przenośnika (1) bliskiej 50 herców zbliżać się będą częstości uboczne drgań własnego układu. Obliczenie częstości drgań własnych maszyny nie potwierdziło jednak takiej hipotezy (tak zwanej teorii skoków zakazanych [17]) (2). Okazało się, że wymienione zbliżenie częstości możliwe jest tylko w tym przypadku, gdy skok zbliża się do l_{\max} .

Wbrew oczekiwaniu okazało się także, że na drodze dobierania nominalnych wartości takich parametrów jak na przykład odchylenie od rezonansu i współczynnik tłumienia, nie można w istotny sposób obniżyć czułości maszyny na różnice występujące w parametrach poszczególnych segmentów.

Stwierdzenie, że w miarę powiększania całkowitej długości maszyny czułość nieco się zwiększa, a przy powiększeniu sztywności pręseł — obniża się, miało poważne konsekwencje. Jeżeli jednak zmniejszać skok wibratora przy takiej samej całkowitej długości przenośnika, osiągając to przez zwiększenie liczby wibratorów, to nie otrzymuje się praktycznie odczuwalnej korzyści w zakresie stateczności.

W trakcie prowadzenia opisanych prac autorzy (I. I. BLECHMAN, W. I. POLIAKOW, K. S. HODZAJEW) stwierdzili, że tym samym zagadnieniem zajmują się badacze z Instytutu Konstrukcji Lekkich i Ekonomicznego Wykorzystania Materiałów Budowlanych (Magdeburg NRD) pod kierownictwem inż. W. LANGERA [18]. Wydaje się, że zgodne wysiłki tych zespołów doprowadzą do szybkiego rozwiązania wymienionych zagadnień interesujących z punktu widzenia teoretycznego i aktualnych ze względu na możliwości ich zastosowania.

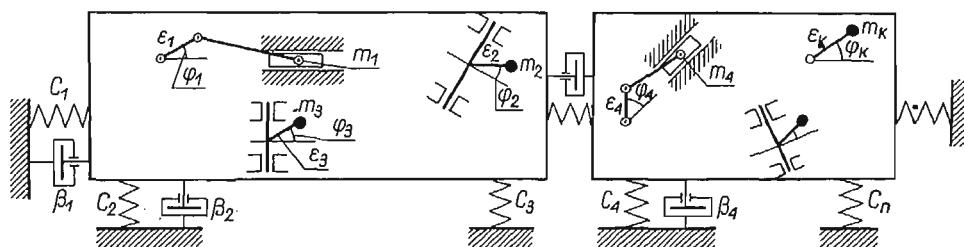
Na zakończenie zatrzymamy się na serii badań poświęconych zagadnieniu synchronizacji wibratorów mechanicznych, których podstawowym elementem jest albo ciało wykonujące ruch zwrotno-posuwisty, albo niewyważony wirnik. Należą one do najbardziej rozpowszechnionych urządzeń napędowych maszyn wibracyjnych.

(1) To znaczy do częstości określonej przez sztywność sprężystego układu wibratorów.

(2) Należy zauważyć, że w przypadku bezwładnościowych maszyn wielonapędowych (rys. 3b i 3c), w których częstość podstawowa nie występuje, teoria skoków zakazanych została potwierdzona zarówno na drodze doświadczalnej jak i teoretycznej. Sprawa polega na tym, że dla takich maszyn przy zmianie skoku w granicach $0 < l < l_{\max}$ może nastąpić równość częstości siły wymuszającej i częstości drgań własnych układu.

W wielu typach maszyn wibracyjnych przyjmuje się nie jeden, lecz kilka wibratorów zainstalowanych na jednej podstawie (elemente drgającym) albo na dwóch lub większej liczbie podstaw połączonych (rys. 4). W pewnych przypadkach przyjęcie kilku wibratorów o względnie niewielkiej mocy zamiast jednego o większej mocy jest uzasadnione koniecznością rozłożenia siły wymuszającej na elemencie drgającym o dużych rozmiarach (rys. 3). Na tej drodze, przy zachowaniu określonych warunków, o których częściowo była już mowa, udaje się zapewnić drgania elementu roboczego maszyny wibracyjnej, różniące się mało od drgań tego elementu jako ciała idealnie sztywnego, chociaż częstość siły wymuszającej przewyższa rząd częstości i sprężystych drgań własnych elementu roboczego.

W wielu przypadkach korzysta się z kilku wibratorów zamiast z jednego w celu zmniejszenia obciążenia na łożyska wibratorów, rozkładając obciążenie na większą liczbę łożysk. Przyjęcie dwóch wibratorów (albo dowolnej liczby parzystej) obracających się z jednakową prędkością w przeciwnych kierunkach pozwala otrzymać siłę wymuszającą o stałym



Rys. 4

kierunku. Dwa lub więcej jednakowych wibratorów ze skrzyżowanymi osiami przy określonej zgodności faz i kierunków ruchu powoduje drgania śrubowe elementu [23]. Kilka niewyważonych wibratorów obracających się z różnymi (z reguły wielokrotnymi) prędkościami kątowymi wykorzystuje się w maszynach wibracyjnych, w których element roboczy drga według złożonego prawa poliharmonicznego.

W znacznej większości maszyn i urządzeń wibracyjnych z wieloma wibratorami koniecznym warunkiem normalnej ich pracy jest synchroniczność obrotów, a czasami również istnienie określonych zależności między fazami ruchu obrotowego wirników poszczególnych wibratorów, jak na przykład współfazowość lub przeciwfazowość ruchu.

Obecnie znane są trzy zasadnicze sposoby uzgodnienia ruchu wibratorów mechanicznych.

Najprostszym i historycznie pierwszym sposobem jest wprowadzenie połączeń kinematycznych między wirnikami wibratorów. Takimi połączeniami mogą być na przykład przekładnie zębate lub łańcuchowe, wały synchronizujące itp. Kinematyczna synchronizacja ruchu ma jednak wiele istotnych wad. Przede wszystkim nie można jej zastosować w sposób właściwy w wielu praktycznie ważnych przypadkach, w szczególności jeśli odległość między wibratorami jest znaczna i dochodzi w przypadku niektórych maszyn do dziesięciu metrów. Drugą wadą jest duży hałas towarzyszący pracy przekładni zębatej lub łańcuchowej w maszynach wibracyjnych i zwiększone zużycie kół zębatych i łańcuchów.

Drugi sposób polega na zastosowaniu połączeń elektrycznych między silnikami wprowadzając w ruch wirnik, na przykład za pomocą układu wału elektrycznego.

Za pomocą trzeciego sposobu, polegającego na wykorzystaniu wewnętrznych własności samego układu drgającego, synchroniczność i wymagana zgodność faz ruchu obrotowego wirników pewnej liczby wibratorów, ustawionych na maszynie wibracyjnej i napędzanych różnymi niezależnymi od siebie silnikami (na przykład asynchronicznymi silnikami elektrycznymi albo silnikami elektrycznymi prądu stałego) osiągnięta jest automatycznie. Chodzi tu o pewne szczególne zjawisko fizyczne samosynchronizacji wibratorów, które, o ile nam wiadomo, zostało wykryte i opisane po raz pierwszy w Instytucie Obróbki Mechanicznej w 1948 r. podczas prac prowadzonych pod kierunkiem D. A. PLISSA.

Samosynchronizacja a tym bardziej wymagana ze względu na warunki pracy maszyn zgodność faz ruchu obrotowego wirników nie występuje oczywiście zawsze. Niemniej jednak, jak wykazały badania, o których będzie mowa w dalszym ciągu, istnieje dostatecznie szeroka klasa maszyn wibracyjnych, w których zjawisko samosynchronizacji może być skutecznie wykorzystane. W takich przypadkach nie ma oczywiście potrzeby uciekania się do wymuszanej synchronizacji kinematycznej lub elektrycznej oraz do wymuszanego uzgadniania fazy ruchu obrotowego wirników.

Rozpatrzmy w ogólnych zarysach sformułowanie zagadnienia dotyczącego synchronizacji wibratorów [13, 24].

W przypadku wystarczająco ogólnym maszyna wibracyjna może być przedstawiona w sposób wyidealizowany w postaci układu złożonego z pewnej liczby η ciał sztywnych (rys. 4), połączonych między sobą i z nieruchomym podłożem za pomocą pewnych więzów geometrycznych oraz elementów sprężystych i tłumiących. Położenie ciał określone jest za pomocą uogólnionych współrzędnych u_1, \dots, u_ν .

Niech na ciałach sztywnych umieszczona zostanie pewna liczba k wibratorów mechanicznych o osiach skierowanych dowolnie oraz różnych podstawowych parametrach. Położenie niezrównoważonych mas wibratorów określa się kątami obrotu $\varphi_1, \dots, \varphi_k$.

Przypuśćmy również, że na wały wibratorów działają pewne momenty wewnętrzne lub zewnętrzne względem rozpatrywanego układu. Takimi momentami mogą być momenty sił oporu ruchowi obrotowemu wibratorów, momenty obrotowe przekazywane od silników oraz momenty sił zależnych od elektrycznych, sprężystych lub ciernych połączeń między wirnikami wibratorów. Momenty te mogą być różne dla różnych wibratorów i mogą zależeć od kątów obrotu $\varphi_1, \dots, \varphi_k$, współrzędnych u_1, \dots, u_ν oraz od ich pochodnych względem czasu a także bezpośrednio od czasu.

Podstawowym zagadnieniem dotyczącym synchronizacji wibratorów jest zbadanie warunków, przy których wały wszystkich wibratorów bez względu na możliwe różnice w parametrach wibratorów i w działających na nie siłach obracają się z jednakowymi co do modułu średnimi w czasie każdego obrotu prędkościami kątowymi $|\dot{\varphi}_s^*| = \omega$, ($s = 1, \dots, k$), a ciała wykonują przy tym drgania o okresie $T = 2\pi/\omega$.

Wyrażając to inaczej zagadnienie polega na ustaleniu warunków koniecznych i dostatecznych istnienia i stateczności ruchów synchronicznych układu, to znaczy ruchów w postaci

$$(3.2) \quad \begin{aligned} \varphi_s &= \sigma_s[\omega t + \alpha_s + \psi_s^*(\omega t)], & s &= 1, \dots, k, \\ u_r &= u_r(\omega t), & r &= 1, \dots, \nu, \end{aligned}$$

gdzie σ_s oznaczają liczby, z których każda może być równa $+1$ albo -1 w zależności od kierunku obrotu wirników wibratorów w rozpatrywanym ruchu; α_s są stałymi; ψ_s^* i u_r są funkcjami okresowymi czasu t o okresie $2\pi/\omega$. Stałe α_s można określić tak, żeby średnie w czasie jednego obrotu wartości funkcji ψ_s^* były równe zeru. Należy zaznaczyć, że drgania faz są zwykle małe.

W zastosowaniach interesujące jest także nieco ogólniejsze zagadnienie (można je nazwać zagadnieniem dotyczącym wielokrotnej synchronizacji), w którym chodzi o określenie warunków istnienia i stateczności ruchów postaci

$$(3.3) \quad \varphi_s = \sigma_s n_s [\omega t + \alpha_s + \psi_s^*(\omega t)], \quad s = 1, \dots, k, \\ u_r = u_r(\omega t), \quad r = 1, \dots, \nu,$$

gdzie n_s są dowolnymi liczbami naturalnymi.

W przypadku gdy układ rozpatrywany jest autonomiczny, w szczególności w zagadnieniu dotyczącym samosynchronizacji, prędkość kątowna ω nie jest wielkością daną, ale należy ją wyznaczyć w trakcie rozwiązywania zagadnienia.

Wyjaśnienie i teoretyczne zbadanie zjawiska samosynchronizacji wibratorów w prostszym przypadku, gdy element roboczy maszyny ma tylko jeden stopień swobody, znaleźć można w pracy autora [13]. Bardziej złożone zagadnienie, dotyczące samosynchronizacji wibratorów zainstalowanych na maszynie, której element drgający może wykonywać dowolny ruch płaski, to znaczy ma trzy stopnie swobody, zostało przez nas zbadane w pracach [19–21]. Teoretycznym badaniom synchronizacji elektrycznej i uzgodnienia faz ruchu wibratorów poświęcona jest praca [22].

Podstawowe wyniki teorii synchronizacji wibratorów można sformułować następująco: aby był możliwy ruch synchroniczny wszystkich wibratorów według równania (3.2), bliski równomiernemu ruchowi obrotowemu, konieczne jest istnienie rzeczywistych rozwiązań układu równań przestępnych

$$(3.4) \quad P_s(\alpha_1, \dots, \alpha_k, \omega) = \frac{1}{k_s} [L_s(\alpha_s, \omega) - R_s(\alpha_1, \dots, \alpha_k, \omega) - \\ - S_s(\alpha_1, \dots, \alpha_k) - W(\alpha_1, \dots, \alpha_k, \omega)] = 0, \quad s = 1, \dots, k$$

względem $\alpha_1, \dots, \alpha_k$. Znaczenie wielkości występujących w tych równaniach będzie podane dalej.

Każdemu układowi stałych rzeczywistych $\alpha_1 = \alpha_1, \dots, \alpha_k = \alpha_k^*$, spełniającemu równania (3.4), odpowiada w rzeczywistości jeden jedyny asymptotycznie stateczny ruch synchroniczny rozpatrywanego typu, jeżeli dla tego układu wszystkie pierwiastki \approx równania algebraicznego stopnia k

$$(3.5) \quad \left| \frac{\partial P_s}{\partial \alpha_j} - \delta_{sj} \alpha_j \right| = 0,$$

gdzie δ_{sj} jest symbolem Kroneckera, mają ujemne części rzeczywiste. Jeśli istnieje choćby jeden pierwiastek równania (3.5) z dodatnią częścią rzeczywistą, to odpowiadający mu ruch jest niestateczny. Przypadek rozwiązań zerowych lub czysto urojonych wymaga dodatkowego badania.

Sformułowany wynik dotyczy zagadnienia synchronizacji zewnętrznej, gdy układ jest nieautonomiczny i prędkość kątowa synchronicznego ruchu obrotowego ω jest z góry znana. W zagadnieniu dotyczącym synchronizacji wewnętrznej (w szczególności samosynchronizacji), wielkości α_j mogą być wyznaczone z równań (3.4) tylko z dokładnością do dowolnej stałej addytywnej. Prócz tego, z równań tych jednocześnie określa się nie znaną poprzednio (z powodu autonomiczności układu) przybliżoną wartość prędkości kątowej obrotowego ruchu synchronicznego ω . Aby istniały ruchy synchroniczne, równania (3.4) powinny posiadać rozwiązania rzeczywiste względem α_j i dodatnie względem ω . Równanie (3.5) ma w danym przypadku niezmiennie jeden pierwiastek zerowy, nie mający wpływu na rozwiązanie zagadnienia dotyczącego istnienia i stateczności ruchów synchronicznych.

Przy podanych warunkach wielkości $\alpha_j = \alpha_j^*$, określone z (3.4), są (z dokładnością do znaków) wartościami przybliżonymi początkowych faz ruchu wibratorów w ruchach synchronicznych (3.2).

Równania (3.4) mają dostatecznie prosty sens. Są one równaniami równowagi średnich (w czasie jednego obrotu) momentów sił działających na wały każdego wibratora przy warunku, że układ potusza się zgodnie z równaniem (3.2) przy $\psi_s^* = 0$. Zgodnie z tym w równaniach (3.4) oznaczono przez L_s i R_s średnie wartości momentu obrotowego na wale s -tego wibratora; $S_s(\alpha_1, \dots, \alpha_k)$ oznacza moment pochodzący od sprężystych połączeń wymuszających synchronizację, jeśli połączenia takie istnieją; k_s oznacza pochodną $d(L_s - R_s)/d\omega$, zwykle dodatnią.

Momenty W_s grają zasadniczą rolę w rozpatrywanych zjawiskach. Przedstawiają one odwrotny wpływ drgań na ruch wibratorów i dlatego można je nazwać momentami wibracyjnymi. Jeśli momenty W_s nie istnieją, równości (3.4) przechodzą w równania ustalonego zakresu ruchu obrotowego wałów wibratorów umieszczonych na nieruchomym podłożu

$$(3.6) \quad L_s(\omega) = S_s(\alpha_1, \dots, \alpha_k) + R_s(\alpha_1, \dots, \alpha_k, \omega), \quad s = 1, \dots, k.$$

W przypadku zagadnienia dotyczącego samosynchronizacji ($S_s = 0$) z równań tych określa się prędkości kątowe ruchu wałów takich wibratorów. Te prędkości kątowe ω_s będziemy nazywać cząsteczkowymi prędkościami kątowymi. Ze względu na to, że momenty L_s i R_s są niejednakowe, co spowodowane jest rzeczywistym rozrzutem parametrów, cząstkowe prędkości kątowe ω_s są w ogólności różne. Istnienie jednak momentów wibracyjnych W_s może doprowadzić do wyrównania prędkości kątowych poszczególnych maszyn i do ustalenia określonych faz ruchu obrotowego, wyznaczonych z równań (3.4).

W pracach [25–27] wykazano, że zachodzą związki

$$(3.7) \quad W_s = \frac{\partial A_0}{\partial \alpha_s},$$

gdzie

$$(3.8) \quad A_0 = A(\alpha_1, \dots, \alpha_k, \omega) = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} [L_0] dt$$

są średnimi w okresie $2\pi/\omega$ wartościami funkcji Lagrange'a $L_0 = T_0 - \Pi_0$, przy czym T_0 i Π_0 oznaczają odpowiednio energię kinetyczną i potencjalną. Wartości (3.8) oblicza się tylko dla ciał sztywnych, na których zamocowane są wibratory, a w obliczeniach zakłada się, że wały wibratorów obracają się synchronicznie według prawa określonego równaniami (3.2) przy $\psi_s^* = 0$, tak że ciała wykonują ustalone harmoniczne drgania wymuszone. Wyrażenia na momenty wibracyjne mają przy tym postać

$$(3.9) \quad W_s = \frac{1}{2} \frac{m_s \varepsilon_s \omega^2}{M} \sum_{j=1}^k [R_{sj} \sin(\alpha_s - \alpha_j) + Q_{sj} \cos(\alpha_s - \alpha_j)], \quad s = 1, \dots, k,$$

gdzie m_s i ε_s oznaczają odpowiednio masę niezrównoważoną i jej mimośród albo amplitudę drgań względnych, M jest masą całego układu, P_{sj} i Q_{sj} są wielkościami, zależnymi tylko od stałych parametrów układu: od mas ciał sztywnych, na których ustawione są wibratory, od sztywności podstawy i połączeń sprężystych, od parametrów określających miejsce umieszczenia wibratorów na ciałach, od prędkości kątowej ruchu synchronicznego ω itd.

Wzory na momenty wibracyjne dla niektórych ważnych praktycznie przypadków podane są w pracach autora [20–22] i w pracy B. P. ŁAWROWA [23]. Dla innych przypadków momenty te można obliczyć albo na podstawie prac [28–30], w których przestudiowano pewną liczbę interesujących praktycznie zagadnień dotyczących samosynchronizacji wibratorów albo bezpośrednio ze wzorów (3.7) i (3.8).

Podane powyżej zależności dotyczą najbardziej rozpowszechnionego przypadku nierezonansowego, gdy można uważać, że częstość synchroniczna ω dostatecznie różni się od częstości drgań własnych układu. W przypadku rezonansu podstawowe zależności rachunkowe nieco się zmieniają.

Analiza równań w przypadku samosynchronizacji ($S_s = 0$) wykazuje [13, 19–22], że istnienie lub brak samosynchronizacji najbardziej zależy od tego, jak bardzo różnią się od siebie cząstkowe prędkości kątowe ruchu obrotowego wałów wibratorów ω_s . Jeżeli prędkości te są jednakowe, to znaczy, jeśli wały wibratorów ustawionych na nieruchomym podłożu obracają się z jednakową prędkością kątową, to samosynchronizacja praktycznie zawsze występuje niezależnie od wartości innych parametrów również przy ustawieniu wibratorów na podłożach ruchomych.

Samosynchronizacja może jednak występować nawet w przypadku, gdy cząstkowe prędkości kątowe różnią się znacznie między sobą. Mówiąc ogólnie, wielkości granicznie możliwych odchyień prędkości cząstkowych, dla których występuje jeszcze samosynchronizacja, jest określona za pomocą największych możliwych wartości momentów wibracyjnych, które, jak już powiedzieliśmy, spełniają rolę rozdzielaczy energii w układzie wyrównywując prędkości kątowe poszczególnych maszyn.

Te graniczne wartości momentów wibracyjnych przy niezmiennych pozostałych warunkach są proporcjonalne do kwadratu momentów statycznych mas niezrównoważonych i do kwadratu prędkości kątowej ruchu synchronicznego. Ponadto, mówiąc ogólnie, momenty te zmniejszają się przy zwiększaniu masy fundamentów i ich momentów bezwładności. Dlatego można powiedzieć, że momenty wibracyjne wzrastają wraz z powiększaniem się intensywności drgań ciał, na których zostały ustawione wibratory. W granicy,

przy nieograniczenie wzrastających masie i momentach bezwładności fundamentu (to znaczy przy przejściu do nieruchomego podłoża), momenty vibracyjne są równe zeru. Drgające ciało lub połączone ze sobą ciała, na których ustawiono wibratory, grają jakby rolę kanałów, przekazujących energię od jednej maszyny do drugiej, w wyniku czego prędkości kątowe maszyn mogą się wyrównywać.

Tak więc jeżeli parametry maszyn, a w szczególności ich cząstkowe prędkości kątowe, są jednakowe, to samosynchronizacja i uzyskanie ścisłej zgodności faz z pewnością zostaną osiągnięte. Jednak parametry występujące w praktyce mniej lub więcej różnią się między sobą w poszczególnych maszynach. W jednym przypadku (gdy «połączenie vibracyjne» jest słabe) może się okazać, że nawet nieznaczne odchylenia uniemożliwiają samosynchronizację. Wtedy prędkości kątowe i fazy ruchu obrotowego mają charakter przypadkowy. W drugim przypadku (gdy «połączenie vibracyjne» jest silne) okazuje się na odwrót, że nawet przy dużych odchyleniach występuje samosynchronizacja i określone uzgodnienie faz.

Założmy, że znane są prawa rozkładu odchylenia parametrów występujących w równaniach (3.4) jako wielkości o charakterze przypadkowym. Wtedy w zasadzie zawsze można znaleźć prawdopodobieństwo samosynchronizacji W_{ω} . Jeśli to prawdopodobieństwo jest bliskie zeru, to wykorzystanie samosynchronizujących się wibratorów w danym przypadku jest niemożliwe. Jeśli prawdopodobieństwo to jest znaczne oraz istnieje duże prawdopodobieństwo, że odchylenia trajektorii drgań od nominalnych trajektorii elementu roboczego są dostatecznie małe, to zjawisko samosynchronizacji można z powodzeniem wykorzystać [21].

Zwróćmy uwagę, że «ośrodki przyciągania» faz ruchu obrotowego wibratorów w statecznym ruchu synchronicznym z reguły można łatwo znaleźć z równań (3.4) i (3.5); w tym celu należy założyć, że parametry wszystkich wibratorów są dokładnie takie same.

Skuteczny sposób wyjaśnienia charakteru statecznego ruchu synchronicznego daje tak zwane całkowite kryterium stateczności, zaproponowane przez B. P. ŁAWROWA i autora [25] i uzasadnione w pracach [26–27]. Zgodnie z tym kryterium statecznemu ruchowi synchronicznemu jednakowych lub prawie jednakowych wibratorów odpowiada taka kombinacja faz ruchu, że średnia w jednym okresie wartość \mathcal{A}_0 funkcji Lagrange'a, odpowiadającej ciałom, na których umieszczono wibratory, przyjmuje wartość najmniejszą.

Oprócz wymienionych badań dotyczących samosynchronizacji wibratorów należy wspomnieć prace O. J. SZECHTER [28], K. M. RAGULSKISA [29] i R. F. NAGAJEWA [30].

Wykorzystanie zjawiska samosynchronizacji otwiera szerokie możliwości ulepszenia istniejących i budowania nowych maszyn vibracyjnych. Obecnie skonstruowano i z powodzeniem eksploatuje się zarówno w Związku Radzieckim jak i w innych krajach dużą liczbę maszyn vibracyjnych z wibratorami samosynchronizującymi się.

Rozwinęła się również teoria samosynchronizacji nie tylko wibratorów, ale również innych układów dynamicznych. W związku z tym należy zauważyć, że dążenie do osiągnięcia ruchu synchronicznego jest własnością charakterystyczną dla dość szerokiej klasy obiektów zarówno wytworzonych sztucznie, jak i naturalnych. Ogólne sformułowanie zagadnienia i przegląd prac z tego zakresu można znaleźć w pracy autora [24]. Ostatnio ukazały się nowe interesujące prace R. F. NAGAJEWA [31 i 32].

Literatura cytowana w tekście

1. И. И. БЛЕХМАН и Г. Ю. ДЖАНЕЛИДЗЕ, *Вибрационное перемещение*, Издательство «Наука», М. 1964.
2. Э. А. АГРАНОВСКАЯ и И. И. БЛЕХМАН, *Выбор оптимальных параметров вибрационных транспортирующих машин с помощью электронной моделирующей установки*, Бюллетень «Обогащение руд», изд. института Механобр, № 5, Л. 1961.
3. В. А. ТРОИЦКИЙ, *Вариационные задачи оптимизации процессов управления для уравнений с разрывными правыми частями*, Прикл. мат. мех., 2, 26 (1962).
4. В. А. ТРОИЦКИЙ, *Об оптимизации процесса вибротранспортировки*, Прикл. мат. мех., 6, 27 (1963).
6. Э. Э. ЛАВЕНДЕЛ и И. Ю. ЛИЕПИНЫШ, *Оптимизация безотрывных режимов вибротранспортировки*, Известия вузов, Машиностроение, № 4, 1963.
5. Э. Э. ЛАВЕНДЕЛ, *О выборе параметров оптимального закона вибротранспортировки деталей*, Известия вузов, Машиностроение, № 4, 1964.
7. Л. С. ПОНТЯГИН, В. Г. БОЛТЯНСКИЙ, Р. В. ГАМКРЕЛИДЗЕ и Е. Ф. МИЩЕНКО, *Математическая теория оптимальных процессов*, Физматгиз, 1961.
8. И. И. БЛЕХМАН, В. В. ГОРТИНСКИЙ и Г. Е. ПТУШКИНА, *Движение частицы в колеблющейся среде при наличии сопротивления типа сухого трения (К теории вибрационного разделения сыпучих смесей)*, Известия АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, № 4, 1963.
9. Е. А. НЕПОМНЯЩИЙ, *К теории самосортирования сыпучих смесей*, Известия Ленинградского электротехнического института, 46, 1961.
10. Е. А. НЕПОМНЯЩИЙ, *К теории отсадки тяжелых зерен в слое конечной толщины*, Бюллетень «Обогащение руд», изд. института Механобр, 6, Л. 1964.
11. A. SOMMERFELD, *Beiträge zum Dynamischen Ausbau der Festigkeitslehre*, Zeitschr. VDI, 11, 46 (1902).
12. В. С. МАРТЫШКИН, *Установка для изучения динамических характеристик строительных материалов*, Сб. «Динамические свойства строительных материалов» под ред. Ю. А. НИЛЕНДЕРА, изд. ЦНИИПС, М.-Л. 1960.
13. И. И. БЛЕХМАН, *Самосинхронизация вибраторов некоторых вибрационных машин*, Инженерный сборник, 11 (1953).
14. И. И. БЛЕХМАН и Г. Ю. ДЖАНЕЛИДЗЕ, *Динамика регулятора Буасса-Сарду*, Известия АН СССР, ОТН, 10 (1955).
15. В. О. КОНОНЕНКО, *Колебательные системы с ограниченным возбуждением*, Издательство «Наука», М. 1964.
16. И. И. БЛЕХМАН и Г. Ю. ДЖАНЕЛИДЗЕ, *Исследование вынужденных колебаний некоторых вибрационных машин со многими вибраторами*, Известия АН СССР, ОТН, 3, 1959.
17. И. И. БЛЕХМАН, *Об условиях нормальной работы многовибраторных вибрационных машин*, Труды третьего Всесоюзного совещания по основным проблемам машин и механизмов, Машгиз, 1963.
18. W. LANGER, *Beitrag zur Berechnung elektromagnetisch angetriebener Schwingförderer*. Mitteilungen aus dem Institut für Hochbau und ökonomische Verwendung von Werkstoffen, Heft 9/10, Dresden 1963.
19. И. И. БЛЕХМАН, *О самосинхронизации механических вибраторов*, Известия АН СССР, ОТН, 6, 1958.
20. И. И. БЛЕХМАН, *Теория самосинхронизации механических вибраторов и ее приложения*, Труды второго Всесоюзного совещания по основным проблемам теории машин и механизмов, Динамика машин, Машгиз 1960.
21. И. И. БЛЕХМАН, *Вибрационные машины с механическими возбудителями колебаний*, Применение вибротехники в горном деле, Сборник статей, Госгортехиздат, М. 1960.
22. И. И. БЛЕХМАН, *Динамика привода вибрационных машин со многими синхронными механическими вибраторами*, Известия АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 1, 1960.
23. В. П. ЛАВРОВ, *Пространственная задача о синхронизации механических вибраторов*, Известия АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 5, 1961.

24. И. И. БЛЕХМАН, *Проблема синхронизации динамических систем*, Прикл. мат. мех., 2, 28 (1964).
25. И. И. БЛЕХМАН и Б. П. ЛАВРОВ, *Об одном интегральном признаке устойчивости движения*, Прикл. мат. мех., 5, 24 (1960).
26. И. И. БЛЕХМАН, *Обоснование интегрального признака устойчивости движения в задачах о самосинхронизации вибраторов*, Прикл. мат. мех., 6, 24 (1960).
27. И. И. БЛЕХМАН, *Интегральный критерий устойчивости периодических движений некоторых нелинейных систем и его приложения*, Доклад на Международном симпозиуме по нелинейным колебаниям, Киев 1961.
28. О. Я. ШЕХТЕР, *О погружении тяжелых железобетонных оболочек*, Динамика грунтов, сб. № 44. Госстройиздат, 1961.
29. К. М. РАГУЛЬСКИС, *Механизмы на вибрирующем основании* (вопросы динамики и устойчивости), Изд. Ин-та энергетики и электротехники АН ЛитССР, Каунас 1963.
30. Р. Ф. НАГАЕВ, *Динамика виброударной дробилки с парой самосинхронизирующихся вибраторов*, Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 5, 1963.
31. Р. Ф. НАГАЕВ, *О синхронизации почти одинаковых динамических систем, близких к системам Ляпунова*, Прикл. мат. мех., 3, 28 (1964).
32. Р. Ф. НАГАЕВ, *Синхронизация в системе существенно нелинейных объектов с одной степенью свободы*, Прикл. мат. мех., 2, 29 (1965).

Р е з ю м е

ВОПРОС ДИНАМИКИ ВИБРАЦИОННЫХ МАШИН

В работе описывается развитие исследований машин, проводимых сотрудниками Института механобр. (Ленинград). Во введении даются определения вибрационных машин и определения процесса колебаний. В дальнейшем рассматриваются, в основном, следующие вопросы:

- 1) оптимизация процесса колебаний, а также вибрационное разделение смесей,
- 2) вопросы вибрационных машин, в особенности вибрационных машин с периодическим действием с вибраторами ограниченной мощности (механическими и электромагнитными).

Обсуждается проблема взаимодействия одного вибратора со многими вибраторами, а также вопрос о механической синхронизации вибраторов и приложения.

S u m m a r y

THE PROBLEMS OF VIBRATION MACHINES DYNAMICS

The paper gives the survey of investigations in the field of vibration machines carried out mostly by the scientific staff of the Mekhanobr Institute (Leningrad).

The definitions of a vibration machine and vibration process are given in the introduction part of the paper. Later on the main attention is paid to the following points:

- 1) The theory of vibration movement processes and especially the problem of the optimization of these processes and the problem of vibrational separation of the bulk mixtures.
- 2) The problems of the vibration machine drive, especially the problem of the reciprocal action of a vibrating system with a vibrator of a limited capacity (both for mechanical and for electromagnetic vibrators). The problems of guaranteeing the normal operation of a single working organ with several vibrators. The problem of the mechanical vibrators synchronisation and its applications.

INSTITUT MECHANOBŔ., LENINGRAD

Praca została złożona w Redakcji dnia 10 lutego 1966 r.