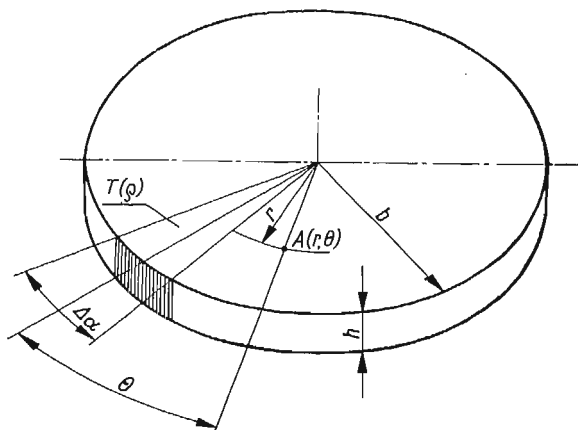


STAN NAPRĘŻEŃ I PRZEMIESZCZEŃ W TARCZY KOŁOWEJ O STAŁEJ GRUBOŚCI,  
WYWOŁANY IMPULSEM CIEPLNYM NA WYCINKU TARCZY  $\Delta\alpha$

JANUSZ LIPIŃSKI, JANUSZ ZIÓŁKOWSKI (ŁÓDŹ)

1. Podstawowe równania

Rozpatruje się tarczę kołową o stałej grubości, podlegającą płaskiemu stanowi naprężeń osiowo-niesymetrycznych, który wywołany został przyłożeniem niejednorodnego pola temperatury  $T(\varrho, \Theta)$  na płaszczyznach bocznych tarczy. W tym przypadku napręż-



Rys. 1

nia promieniowe, obwodowe i styczne w tarczy można określić następującymi zależnościami

$$(1.1) \quad \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{E}{(1-\nu^2)b} \left[ \frac{\partial u}{\partial \varrho} + \nu \frac{u}{\varrho} + \frac{1}{\varrho} \frac{\partial v}{\partial \Theta} \right] - \frac{1}{1-\nu} \lambda E T(\varrho, \Theta), \\ \sigma_\theta &= \frac{E}{(1-\nu^2)b} \left[ \frac{u}{\varrho} + \frac{1}{\varrho} \frac{\partial v}{\partial \Theta} + \nu \frac{\partial u}{\partial \varrho} \right] - \frac{1}{1-\nu} \lambda E T(\varrho, \Theta), \\ \tau_{r\theta} &= \frac{E}{2(1+\nu)b} \left( \frac{1}{\varrho} \frac{\partial u}{\partial \Theta} + \frac{\partial v}{\partial \varrho} - \frac{v}{\varrho} \right), \end{aligned}$$

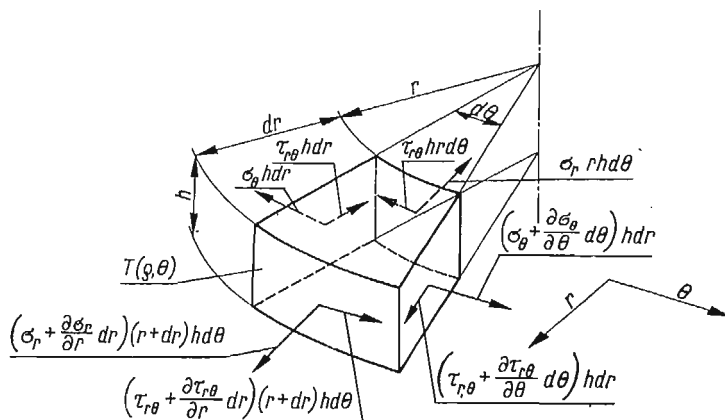
gdzie  $b$  — promień zewnętrzny tarczy,

$\varrho$  — bezwymiarowa współrzędna biegunowa promienia  $\varrho = r/b$ ,

$\Theta$  — współrzędna biegunowa kąta,

- $u$  — przemieszczenie promieniowe,  
 $v$  — przemieszczenie obwodowe,  
 $E$  — moduł Younga,  
 $\nu$  — współczynnik Poissona,  
 $\lambda$  — współczynnik cieplnej rozszerzalności liniowej.

Przyjmuje się, że dla rozważanego zakresu temperatury współczynniki  $E$ ,  $\nu$ ,  $\lambda$  są stałe.



Rys. 2

Równania równowagi wewnętrznej tarczy mają postać (rys. 2)

$$(1.2) \quad \frac{\partial \sigma_r}{\partial \rho} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{\rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} = 0,$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \rho} + 2 \frac{\tau_{r\theta}}{\rho} = 0.$$

Podstawiając do równań równowagi (1.2) zależności (1.1) otrzymano dla postawionego zagadnienia układ równań różniczkowych drugiego rzędu, o pochodnych cząstkowych, wyrażony w przemieszczeniach

$$(1.3) \quad \frac{\partial^2 u}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial u}{\partial \rho} - \frac{u}{\rho^2} + \frac{1-\nu}{2} \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} + \frac{1+\nu}{2} \frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 v}{\partial \rho \partial \theta} - \frac{3-\nu}{2} \frac{1}{\rho} \frac{\partial v}{\partial \theta} = (1+\nu)b\lambda \frac{\partial T(\rho, \theta)}{\partial \rho},$$

$$\frac{1-\nu}{2} \left[ \frac{\partial^2 v}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial v}{\partial \rho} - \frac{v}{\rho^2} \right] + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} + \frac{3-\nu}{2} \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{1+\nu}{2} \frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 u}{\partial \rho \partial \theta} = (1+\nu)b\lambda \frac{1}{\rho} \frac{\partial T(\rho, \theta)}{\partial \theta}.$$

## 2. Równania różniczkowe dla danego zagadnienia i ich rozwiązanie

Temperaturę  $T(\rho)$  przyłożoną na wycinku tarczy  $\Delta\alpha$  (rys. 1) rozłożono w szereg trygonometryczny

$$(2.1) \quad T(\rho, \theta) = \frac{\Delta\alpha}{2\pi} T(\rho) \left[ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \sin \frac{n\Delta\alpha}{2}}{n\Delta\alpha} \cos(n\theta) \right].$$

Przy założeniu, że temperaturę  $T(\varrho)$  można przedstawić w postaci wielomianu potęgowego

$$(2.2) \quad T(\varrho) = \sum_{k=0}^N T_k \varrho^{\eta k}, \quad \text{gdzie} \quad \eta k \neq m, \quad k = 0, 1, 2, \dots, N,$$

$$m = 1, 2, 3, \dots,$$

po podstawieniu (2.2) do (2.1) otrzymano następujący rozkład temperatury w tarczy

$$(2.3) \quad T(\varrho, \Theta) = \frac{\Delta\alpha}{2\pi} \sum_{k=0}^N T_k \varrho^{\eta k} \left[ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \sin \frac{n\Delta\alpha}{2}}{n\Delta\alpha} \cos(n\Theta) \right].$$

Po zróżniczkowaniu wyrażenia (2.3), raz względem  $\varrho$  i raz względem  $\Theta$  i podstawieniu do równań (1.3), otrzymano dla rozpatrywanego zagadnienia układ równań różniczkowych

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial \varrho^2} + \frac{1}{\varrho} \frac{\partial u}{\partial \varrho} - \frac{u}{\varrho^2} + \frac{1-\nu}{2} \frac{1}{\varrho^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \Theta^2} + \frac{1+\nu}{2} \frac{1}{\varrho} \frac{\partial^2 v}{\partial \varrho \partial \Theta} - \frac{3-\nu}{2} \frac{1}{\varrho} \frac{\partial v}{\partial \Theta} = \\ = \beta \left[ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \sin \frac{n\Delta\alpha}{2}}{n\Delta\alpha} \cos(n\Theta) \right] \sum_{k=0}^N \eta k T_k \varrho^{\eta k-1}, \end{aligned}$$

(2.4)

$$\begin{aligned} \frac{1-\nu}{2} \left[ \frac{\partial^2 v}{\partial \varrho^2} + \frac{1}{\varrho} \frac{\partial v}{\partial \varrho} - \frac{v}{\varrho^2} \right] + \frac{1}{\varrho^2} \frac{\partial^2 v}{\partial \Theta^2} + \frac{3-\nu}{2} \frac{1}{\varrho^2} \frac{\partial u}{\partial \Theta} + \frac{1+\nu}{2} \frac{1}{\varrho} \frac{\partial^2 u}{\partial \varrho \partial \Theta} = \\ = -2\beta \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \sin \frac{n\Delta\alpha}{2}}{\Delta\alpha} \sin(n\Theta) \sum_{k=0}^N T_k \varrho^{\eta k-1}, \end{aligned}$$

gdzie

$$\beta = \frac{(1+\nu)\lambda b \Delta\alpha}{2\pi}.$$

Rozwiązanie ogólne układu równań różniczkowych (2.4) przewiduje się w następującej postaci

$$(2.5) \quad u(\varrho, \Theta) = u_0(\varrho) + \sum_{n=1}^{\infty} u_n(\varrho) \frac{2 \sin \frac{n\Delta\alpha}{2}}{n\Delta\alpha} \cos(n\Theta),$$

$$v(\varrho, \Theta) = v_0(\varrho) + \sum_{n=1}^{\infty} v_n(\varrho) \frac{2 \sin \frac{n\Delta\alpha}{2}}{n\Delta\alpha} \sin(n\Theta).$$

Podstawiając przewidywane rozwiązania ogólne wyrażone równaniami (2.5) do układu równań różniczkowych (2.4) otrzymano

a) dla zagadnienia osiowo-symetrycznego — układ równań różniczkowych

$$(2.6) \quad \frac{d^2 u_0}{d\varrho^2} + \frac{1}{\varrho} \frac{du_0}{d\varrho} - \frac{u_0}{\varrho^2} = \beta \eta \sum_{k=1}^N k T_k \varrho^{\eta k - 1},$$

$$\frac{d^2 v_0}{d\varrho^2} + \frac{1}{\varrho} \frac{dv_0}{d\varrho} - \frac{v_0}{\varrho^2} = 0,$$

którego rozwiązania ogólne mają postać

$$(2.7) \quad u_0(\varrho) = \frac{C_1}{\varrho} + C_2 \varrho + \beta \sum_{k=1}^N \frac{1}{\eta k + 2} T_k \varrho^{\eta k + 1},$$

$$v_0(\varrho) = \frac{C_3}{\varrho} + C_4 \varrho,$$

gdzie  $C_1, C_2, C_3, C_4$  — stałe znajdujące z warunków brzegowych zagadnienia;

b) dla zagadnienia osiowo-niesymetrycznego — układ równań różniczkowych zwyczajnych

$$(2.8) \quad \frac{d^2 u_n}{d\varrho^2} + \frac{1}{\varrho} \frac{du_n}{d\varrho} - \left(1 + \frac{1-\nu}{2} n^2\right) \frac{u_n}{\varrho^2} + \frac{1+\nu}{2} n \frac{1}{\varrho} \frac{dv_n}{d\varrho} - \frac{3-\nu}{2} n \frac{v_n}{\varrho^2} = 2\beta n \sum_{k=0}^N k T_k \varrho^{\eta k - 1},$$

$$\frac{1-\nu}{2} \left[ \frac{d^2 v_n}{d\varrho^2} + \frac{1}{\varrho} \frac{dv_n}{d\varrho} - \frac{v_n}{\varrho^2} \right] - n^2 \frac{v_n}{\varrho^2} - \frac{3-\nu}{2} n \frac{u_n}{\varrho^2} - \frac{1+\nu}{2} n \frac{1}{\varrho} \frac{du_n}{d\varrho} = -2\beta n \sum_{k=0}^N T_k \varrho^{\eta k - 1}.$$

Rozwiązanie układu równań różniczkowych (2.8) składa się z rozwiązania ogólnego układu równań jednorodnych oraz rozwiązania szczególnego układu pełnego.

Dla układu równań jednorodnych

$$(2.9) \quad \frac{d^2 u_n}{d\varrho^2} + \frac{1}{\varrho} \frac{du_n}{d\varrho} - \left(1 + \frac{1-\nu}{2} n^2\right) \frac{u_n}{\varrho^2} + \frac{1+\nu}{2} n \frac{1}{\varrho} \frac{dv_n}{d\varrho} - \frac{3-\nu}{2} n \frac{v_n}{\varrho^2} = 0,$$

$$\frac{1-\nu}{2} \left[ \frac{d^2 v_n}{d\varrho^2} + \frac{1}{\varrho} \frac{dv_n}{d\varrho} - \frac{v_n}{\varrho^2} \right] - n^2 \frac{v_n}{\varrho^2} - \frac{3-\nu}{2} n \frac{u_n}{\varrho^2} - \frac{1+\nu}{2} n \frac{1}{\varrho} \frac{du_n}{d\varrho} = 0,$$

rozwiązanie ma postać

$$(2.10) \quad \bar{u}_n = \sum_{l=1}^4 B_{ln} \varrho^{t_{ln}},$$

$$\bar{v}_n = \sum_{l=1}^4 \alpha_{ln} B_{ln} \varrho^{t_{ln}},$$

gdzie  $B_{ln}$  — stałe znajdujące z warunków brzegowych zagadnienia.

Wykładnik potęgi przy  $\varrho$  określony jest zależnością

$$(2.11) \quad t_{ln} = (-1)^{l-1} - (l^2 - 5l + 5)n, \quad n = 1, 2, 3, \dots, l = 1, 2, 3, 4,$$

a współczynnik

$$(2.12) \quad \alpha_{ln} = -\frac{3-\nu+(1+\nu)[(-1)^{l-1}-(l^2-5l+5)n]}{2(1-\nu)(-1)^{l-1}(l^2-5l+5)+(1+\nu)n}.$$

Rozwiązania szczególne układu równań różniczkowych (2.8) znalezione w następującej postaci

a) dla  $k = 1, 2, 3, \dots, N$  oraz  $k = 0$  i  $n \neq 2$

$$(2.13) \quad \begin{aligned} u_{kn}^x &= D_{kn} \varrho^{\eta k+1}, \\ v_{kn}^x &= \bar{D}_{kn} \varrho^{\eta k+1}, \end{aligned}$$

gdzie

$$(2.14) \quad \begin{aligned} D_{kn} &= \frac{2(\eta k+2)}{n^2-(\eta k+2)^2} \beta T_k, \\ \bar{D}_{kn} &= \frac{2n}{n^2-(\eta k+2)^2} \beta T_k; \end{aligned}$$

b) dla  $k = 0$  i  $n = 2$

$$(2.15) \quad \begin{aligned} u_{02}^x &= \left( \frac{1}{4} - \ln \varrho \right) \varrho \beta T_0, \\ v_{02}^x &= \left( \frac{1}{4} + \ln \varrho \right) \varrho \beta T_0. \end{aligned}$$

Otrzymano ostatecznie rozwiązanie ogólne układu (2.4), które jest rozwiązaniem w przemieszczeniach rozpatrywanego zagadnienia.

$$(2.16) \quad \begin{aligned} u(\varrho, \Theta) &= u_0(\varrho) + \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \sum_{l=1}^4 B_{ln} \varrho^{l'n} + \sum_{k=0}^N u_{kn}^x(\varrho) \right] \cos(n\Theta), \\ v(\varrho, \Theta) &= v_0(\varrho) + \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \sum_{l=1}^4 \alpha_{ln} B_{ln} \varrho^{l'n} + \sum_{k=0}^N v_{kn}^x(\varrho) \right] \sin(n\Theta). \end{aligned}$$

### 3. Naprężenia w tarczy kołowej, warunki brzegowe zagadnienia

Podstawiając do (1.1) rozwiązania w przemieszczeniach zagadnienia osiowo-symetrycznego (2.7) oraz osiowo-niesymetrycznego (2.10) i (2.13) lub (2.15) otrzymano następujące wyrażenia dla naprężeń promieniowych, obwodowych i stycznych w tarczy

$$\begin{aligned} \sigma_r(\varrho, \Theta) &= \frac{E}{(1-\nu^2)b} \left\{ (-1+\nu) \frac{C_1}{\varrho^2} + (1+\nu) C_2 + \beta \sum_{k=1}^N \frac{\eta k+1+\nu}{\eta k+2} T_k \varrho^{\eta k} + \right. \\ &+ \left. \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \sum_{l=1}^4 [l'n + \nu(1+n\alpha_{ln})] B_{ln} \varrho^{l'n-1} + \sum_{k=0}^N \left[ \frac{du_{kn}^x}{d\varrho} + \nu \left( \frac{u_{kn}^x}{\varrho} + n \frac{v_{kn}^x}{\varrho} \right) - 2\beta T_k \varrho^{\eta k} \right] \right] \cos(n\Theta) \right\}, \end{aligned}$$

$$(3.1) \quad \sigma_\theta(\varrho, \Theta) = \frac{E}{(1-\nu^2)b} \left\{ (1-\nu) \frac{C_1}{\varrho^2} + (1+\nu) C_2 + \beta \sum_{k=1}^N \frac{\nu(\eta k+1)+1}{\eta k+2} T_k \varrho^{\eta k} + \right. \\ \left. + \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \sum_{l=1}^4 (1+n\alpha_{ln} + \nu t_{ln}) B_{ln} \varrho^{l'n-1} + \sum_{k=0}^N \left( \frac{u_{kn}^x}{\varrho} + n \frac{v_{kn}^x}{\varrho} + \nu \frac{du_{kn}^x}{d\varrho} - 2\beta T_k \varrho^{\eta k} \right) \right] \cos(n\Theta) \right\}, \\ \tau_{r\theta}(\varrho, \Theta) = \frac{E}{2(1+\nu)b} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \sum_{l=1}^4 [\alpha_{ln}(t_{ln}-1) - n] B_{ln} \varrho^{l'n-1} + \right. \\ \left. + \sum_{k=0}^N \left( \frac{dv_{kn}^x}{d\varrho} - \frac{v_{kn}^x}{\varrho} - n \frac{u_{kn}^x}{\varrho} \right) \right] \sin(n\Theta).$$

Obliczenia wykonano dla tarczy pełnej pod wpływem przyłożonego impulsu o stałej temperaturze  $T(\varrho) = T_0$  (dla  $k = 0$ ). Uwzględniając warunki ciągłości odkształceń w środku tarczy dla  $\varrho = 0$ , z rozwiązań w przemieszczeniach (2.16) otrzymano  $C_1 = 0$ ,  $B_{1n} = 0$ ,  $B_{4n} = 0$ .

Warunki brzegowe postawionego zagadnienia mają postać

$$(3.2) \quad [\sigma_r(\varrho, \Theta)]_{\varrho=1} = 0, \\ [\tau_{r\theta}(\varrho, \Theta)]_{\varrho=1} = 0;$$

otrzymano stąd

- a) dla zagadnienia osiowo-symetrycznego —  $C_2 = 0$   
b) dla zagadnienia osiowo-niesymetrycznego — układ równań

$$(3.3) \quad \sum_{l=2}^3 [t_{ln} + \nu(1+n\alpha_{ln}) B_{ln} + P_{0n}^{(1)}(1)] = 0, \\ \sum_{l=2}^3 [\alpha_{ln}(t_{ln}-1) - n] B_{ln} + P_{0n}^{(3)}(1) = 0;$$

wprowadzono tutaj oznaczenia

$$(3.4) \quad P_{kn}^{(1)}(\varrho) = \frac{du_{kn}^x}{d\varrho} + \nu \left( \frac{u_{kn}^x}{\varrho} + n \frac{v_{kn}^x}{\varrho} \right) - 2\beta T_k \varrho^{\eta k}, \\ P_{kn}^{(2)}(\varrho) = \frac{u_{kn}^x}{\varrho} + n \frac{v_{kn}^x}{\varrho} + \nu \frac{du_{kn}^x}{d\varrho} - 2\beta T_k \varrho^{\eta k}, \\ P_{kn}^{(3)}(\varrho) = \frac{dv_{kn}^x}{d\varrho} - \frac{v_{kn}^x}{\varrho} - n \frac{u_{kn}^x}{\varrho}.$$

Przyjmując  $\nu = 0,3$  rozwiązano układ równań (3.3).

Dla  $n \neq 2$  otrzymujemy

$$(3.5.1) \quad B_{2n} = \frac{1}{3,5} \frac{(3,5n^2 + 3,5n - 40)n}{(n-1)(n^2-4)}, \\ B_{3n} = \frac{0,8}{3,64} \frac{(1,4-1,3n)(3,5n^2 + 3,5n - 33)}{(n+1)(n^2-4)};$$

dla  $n = 2$

$$(3.5.2) \quad B_{22} = \frac{10,1}{2,8}, \quad B_{32} = -\frac{4,7}{9,1}.$$

Ostatecznie rozwiązania dla naprężeń mają postać

dla  $n \neq 2$

$$\frac{\sigma'_r(\varrho, \Theta)}{E\lambda T} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3,5\pi n(n^2-4)} [n(3,5n^2+3,5n-40)\varrho^{-2+n} - (n-2)(3,5n^2+3,5n-33)\varrho^n - 7n^2+66] \sin\left(\frac{n\Delta\alpha}{2}\right) \cos(n\Theta);$$

dla  $n = 2$

$$(3.6) \quad \frac{\sigma''_r(\varrho, \Theta)}{E\lambda T} = -\frac{1}{2\pi} \ln \varrho \sin \Delta\alpha \cos(2\Theta);$$

dla  $n \neq 2$

$$\frac{\sigma'_\theta(\varrho, \Theta)}{E\lambda T} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3,5\pi n(n^2-4)} [-n(3,5n^2+3,5n-40)\varrho^{-2+n} + (n+2)(3,5n^2+3,5n-33)\varrho^n + 66] \sin\left(\frac{n\Delta\alpha}{2}\right) \cos(n\Theta);$$

dla  $n = 2$

$$\frac{\sigma''_\theta(\varrho, \Theta)}{E\lambda T} = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{4,7}{0,7} \varrho^2 + \ln \varrho - \frac{4}{0,7} \right) \sin(\Delta\alpha) \cos(2\Theta);$$

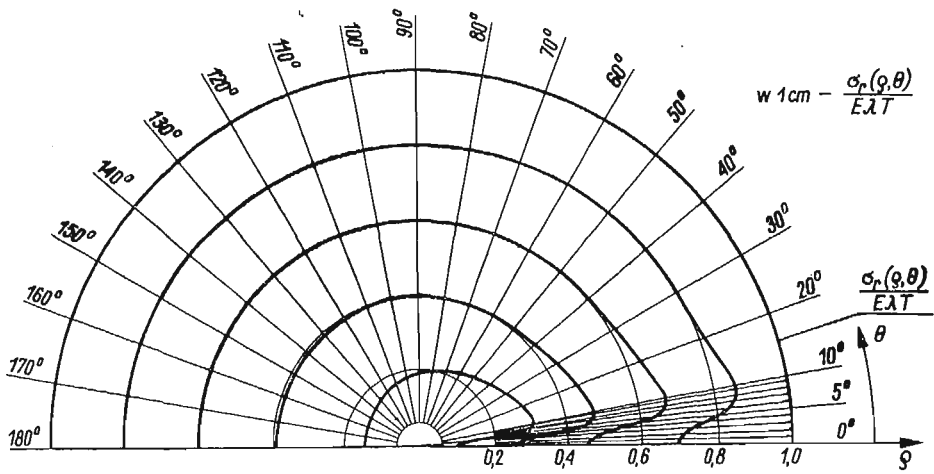
dla  $n \neq 2$

$$\frac{\tau'_{r\theta}(\varrho, \Theta)}{E\lambda T} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3,5(n^2-4)} [-(3,5n^2+3,5n-40)\varrho^{-2+n} + (3,5n^2+3,5n-33)\varrho^n - 7] \sin\left(\frac{n\Delta\alpha}{2}\right) \sin(n\Theta);$$

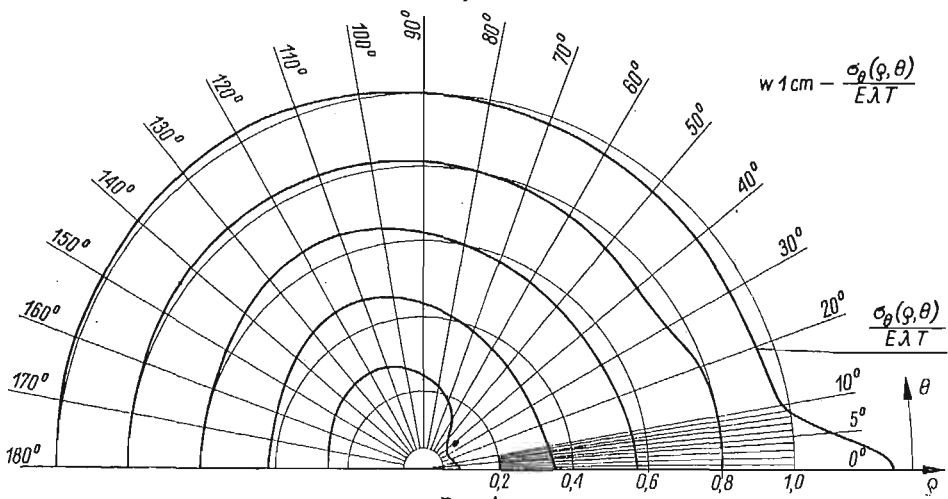
dla  $n = 2$

$$\frac{\tau''_{r\theta}(\varrho, \Theta)}{E\lambda T} = \frac{1}{2\pi} \left[ \frac{10,1}{2,8} (\varrho^2-1) + \ln \varrho \right] \sin(\Delta\alpha) \sin(2\Theta).$$

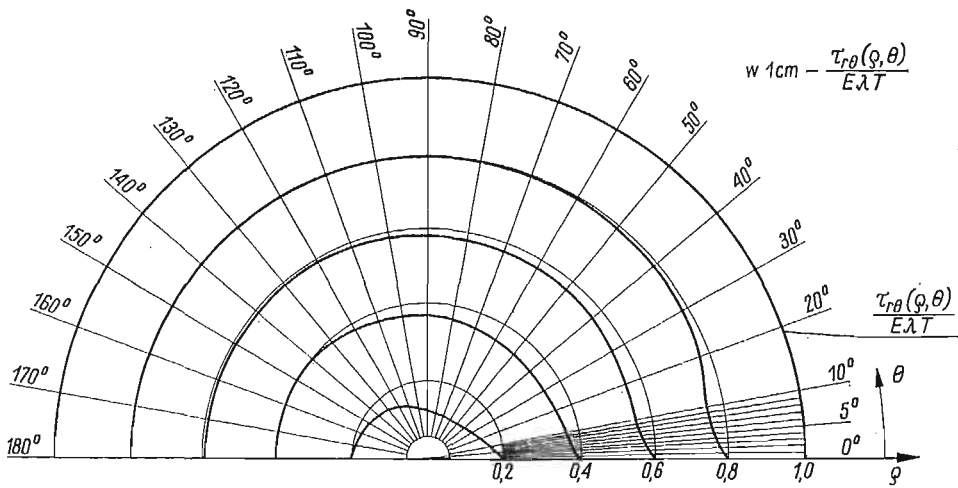
Rozkłady naprężeń w wykonanym przykładzie liczbowym dla wycinka tarczy o kącie wierzchołkowym  $\Delta\alpha = \pi/18$  pokazano dla naprężeń promieniowych na rys. 3, obwodowych na rys. 4 i stycznych na rys. 5. Obliczenia przykładu ilustrującego podaną metodę wykonano na elektronicznej maszynie cyfrowej ZAM2.



Rys. 3



Rys. 4



Rys. 5



## Literatura cytowana w tekście

1. *Proczność i deformacja w nierównomiernych temperaturnych polach*, MIFI Moskwa, 1962, (praca zbiorowa).
2. B. E. GATEWOOD, *Temperaturnyje naprjażenia*, IIL, Moskwa 1959.
3. B. SHARMA, *Thermal stress in infinites elastic discs*, J. Appl. Mech., 23, (1956), 4, 527.
4. J. WEINER, *An elastoplastic thermal — stress analysis of free plate*, J. Appl. Mech., 23, (1956), 3, 395.
5. D. W., WAJNBURG, O. M. RUBACZ, *Konstruktywno ortotropni krugli plastini*, Izd. A. N. USSR, Kijów 1959.

## Резюме

## НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ И ПЕРЕМЕЩЕНИЯ В ДИСКЕ ПОСТОЯННОЙ ТОЛЩИНЫ, ВЫЗВАННЫЕ ТЕПЛОВЫМ ИМПУЛЬСОМ ПРИЛОЖЕННЫМ К СЕКТОРУ ДИСКА

В работе даются общие дифференциальные уравнения, описывающие перемещения в круговом диске постоянной толщины нагруженном тепловым импульсом  $T(\varrho, \Theta)$  приложенным к сектору с углом раствора  $\Delta\alpha$ .

Решения дифференциальных уравнений для перемещений и, затем, для напряжений получены в виде бесконечных рядов. В решенном численном примере температура сектора принята постоянной  $T(\varrho) = \text{const}$ .

## Summary

## STATE OF STRESS AND STRAIN IN A CIRCULAR DISC OF CONSTANT THICKNESS DUE TO THERMAL NUCLEUS IN A SECTOR OF THE DISC

General system of displacement differential equations are given governing the problem of a circular disc of constant thickness, loaded by the nucleus of thermoelastic strain  $T(\varrho, \Theta)$ , applied on the sector of the disc with the vertex angle  $\Delta\alpha$ . The solution of the differential equations, the displacements and stresses acting in the disc, are expressed in the form of infinite series. In the numerical example, the temperature of the sector is assumed to be constant  $T(\varrho) = \text{const}$ .

POLITECHNIKA ŁÓDZKA

*Praca została złożona w Redakcji dnia 5 stycznia 1968 r.*