

NOŚNOŚĆ GRANICZNA ROZCIĄGANYCH PRĘTÓW Z KARBAMI KĄTOWYMI O DOWOLNYCH WYMIARACH CZĘŚCI NAD KARBAMI

JÓZEF MIASTKOWSKI (WARSZAWA)

1. Wprowadzenie

Nagle zmiany wymiarów lub kształtu wzdłuż elementu wywołują w nim znaczną nierównomierność rozkładu naprężeń. Może ona być wywołana przez wszelkie karby, podtoczenia i szczeliny na powierzchni pręta, przez nacięcia gwintu, ślady po obróbce wiórowej lub inne przyczyny. Na dnach tych karbów występują zawsze znacznie większe naprężenia, niż w całym pozostałym przekroju poprzecznym.

Przy obciążeniach stałych lub zmiennych, ale o niewielkiej liczbie zmian obciążenia w całym okresie pracy elementu, o zniszczeniu będą decydować bądź to odkształcenia plastyczne, bądź to kruche pęknięcia powstające przy pewnej granicznej wielkości obciążenia. To obciążenie nazywamy nośnością graniczną. Stosowane metale konstrukcyjne mają zwykle dobre własności plastyczne i pęknięcie powstaje w nich dopiero po rozwinięciu się dużych odkształceń plastycznych. Z tego względu analiza nośności granicznej oparta na założeniach teorii plastyczności ma duże znaczenie praktyczne.

Dla płaskich prętów osłabionych obustronnie karbami, teoretyczna nośność graniczna może być wyznaczona w dwóch skrajnych przypadkach, mianowicie dla płaskiego stanu odkształcenia oraz dla płaskiego stanu naprężenia.

Do warunków płaskiego stanu odkształcenia zbliżamy się, gdy grubość $2b$ (rys. 1) pręta jest dostatecznie duża w porównaniu z wymiarem $2h$. Przeciwnie, gdy grubość $2b$ jest mała, w pręcie występują warunki płaskiego stanu naprężenia. Kompletnie rozwiązanie dla płaskiego stanu odkształcenia jest możliwe, o ile stosunek ramion c/h jest tak duży, że pole linii poślizgów leży całkowicie wewnątrz konturu pręta [1]. Jeżeli jednak stosunek ramion jest mały, rozwiązanie kompletne jest nadal nieznanne. Możliwe jest jedynie określenie górnej i dolnej oceny nośności granicznej.

W wielu rzeczywistych konstrukcjach wymiar $2b$ pręta nie jest ani na tyle mały, aby powstał płaski stan naprężenia, ani na tyle duży, aby wytworzył się płaski stan odkształcenia. Niestety, obecnie teoria nie jest w stanie dać odpowiedzi, jaka będzie nośność graniczna przy pośrednich grubościach pręta. Powstaje wobec tego ważny problem, kiedy teoretyczne schematy płaskiego stanu naprężenia i płaskiego stanu odkształcenia mogą stanowić dobre przybliżenie rzeczywistych warunków.

Próbkę teoretycznej analizy tego zagadnienia podjął DRUCKER [2] w oparciu o graniczne twierdzenia teorii plastyczności. Analiza taka, polegająca na doborze odpowiednich pól kinematycznie lub statycznie dopuszczalnych, może dać jedynie przybliżoną ocenę wielkości $2b$, niezbędnej dla powstania stanu zbliżonego do płaskiego stanu odkształcenia. Całkowicie pewne informacje mogą być uzyskane jedynie w sposób doświadczalny.

ŻUKOWSKI [3, 4, 5] badał wpływ grubości $2b$ na nośność pręta z ostrym karbem kątowym i wykazał, że dla stosunku $b/h > 4$, zarówno wielkość siły zrywającej, odniesionej do jednostki powierzchni, jak i wartość naprężeń umownej granicy plastyczności praktycznie nie ulega zmianie.

W pracy SZCZEPIŃSKIEGO i MIASTKOWSKIEGO [6] badano pręty z karbem o zaokrąglonych narożach i stwierdzono, że dla stosunku $b/h > 2$ praktycznie realizuje się płaski stan odkształcenia. Wystarczająca wartość stosunku $b/h = 3$ wynika z badań przeprowadzonych w pracy FINDLEY'A i DRUCKERA [7], w której zajmowano się prętami z karbem ostrym i o zaokrąglonych narożach. Autorzy zaznaczają jednak, że jeszcze dla $b/h = 6,67$ istnieje wpływ grubości $2b$ pręta.

W pracy SZCZEPIŃSKIEGO i MIASTKOWSKIEGO [8] przeprowadzona została teoretyczna i doświadczalna analiza nośności granicznej rozciąganych prętów z karbami okrągłymi i prostokątnymi o dowolnej grubości $2b$ i zmiennej szerokości części nad karbem $2c$.

Obszerny przegląd prac doświadczalnych i teoretycznych dotyczących nośności granicznej rozciąganych płaskich i osiowo-symetrycznych prętów z karbami został podany w pracy SZCZEPIŃSKIEGO [9].

Na podstawie wyników doświadczalnych można stwierdzić, że obciążenie graniczne obliczane przy założeniu idealnie plastycznego materiału ma praktyczne znaczenie dla plastycznych metali. Wynika z nich również, że płaski stan odkształcenia realizuje się w próbkach z karbami wówczas, gdy grubość pręta $2b$ jest kilka razy większa od wymiaru $2h$ w najwęższym przekroju. Należy jednak zaznaczyć, że wartość $\lambda = b/h$ jest w dużym stopniu zależna od kształtu karbu.

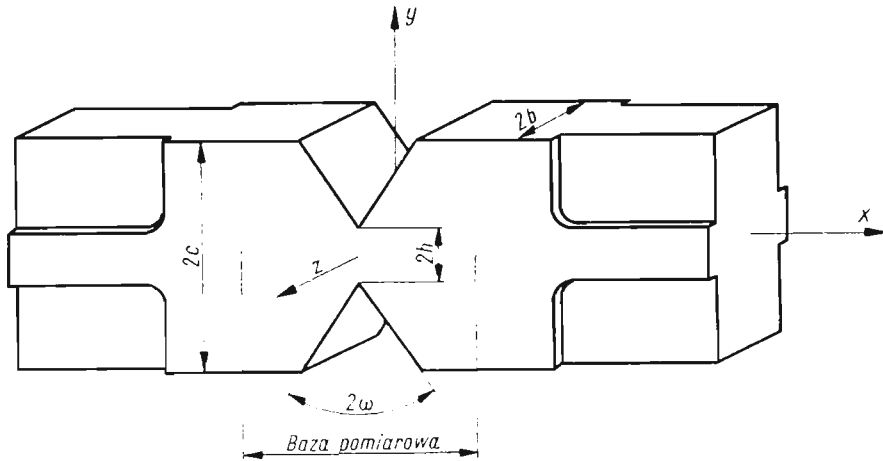
W przedstawionej pracy podano górne oceny nośności granicznej dla prętów z karbami kątowymi o pośredniej grubości i zmiennym stosunku szerokości części nad karbem $2c$ do wymiaru $2h$. Dane z obliczeń porównano następnie z wynikami doświadczeń.

2. Sposób przeprowadzenia doświadczeń

Badania próbek przeprowadzono na hydraulicznej maszynie wytrzymałościowej. Próbki, w których wymiar $2c$ był większy od $3h$, były specjalnie przygotowane w sposób pokazany na rysunku 1. Części przeznaczone do mocowania w uchwytach zrywarki były frezowane, aby zapewnić osiowe rozciąganie i uniknąć możliwości zginania w płaszczyźnie x, y .

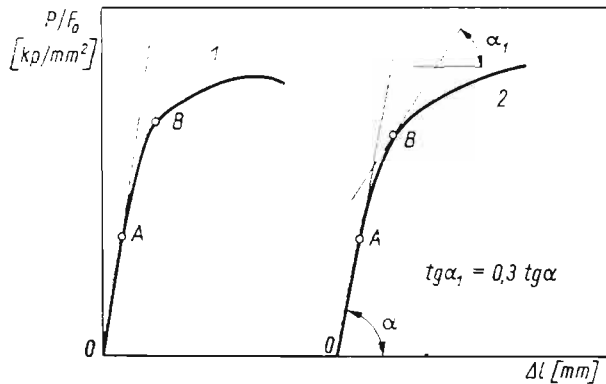
Odształcenia mierzono za pomocą dwóch tensometrów mechanicznych umieszczonych po obu stronach próbki, na bazie pomiarowej 60 mm. Odczyty pomiarów odkształceń prowadzono z dokładnością do 0,01 mm. Mierzenie odkształceń na dwóch przeciwległych powierzchniach próbki z $= \pm b$ pozwalało sprowadzić do minimum efekty wynikające z ewentualnego zginania w płaszczyźnie x, z . Wydłużenie ustalono następnie jako wartość średnią ze wskazań obu tensometrów.

Stwierdzono, że powyższa metoda przeprowadzenia doświadczeń zapewniała otrzymywanie dobrych wyników doświadczalnych. Otrzymane w ten sposób krzywe obciążenie—odkształcenie cechują się dużą regularnością przebiegu.



Rys. 1

W zależności od kształtu i rodzaju materiału wykresy obciążenie—wydłużenie różnią się swoim przebiegiem. Typowe krzywe otrzymywane w tej pracy pokazano na rys. 2. Prosty początkowy odcinek OA każdej krzywej odpowiada pełnemu stanowi sprężystemu pręta. Nieznaczna krzywizna wykresu powyżej punktu A łączy się ze wzrostem plastycz-



Rys. 2

nych obszarów, podczas gdy sprężysta część środkowa najwęższego przekroju poprzecznego zapewnia małe całkowite wydłużenie. Swobodne plastyczne płynięcie zaczyna się w chwili, kiedy obszary plastyczne zbiegają się w osi symetrii pręta. Moment ten jest wyraźnie widoczny w punkcie B na krzywej 1. Bardzo często moment ten, w którym cały przekrój osiąga pełny stan plastyczny jest mało widoczny (patrz krzywa 2 na rys. 2).

W takich przypadkach przyjęto w pracy umowną granicę plastyczności, którą utożsamiano z punktem B , w którym moduł stycznej osiągał wartość $0,3 \operatorname{tg} \alpha$. Przez α oznaczono kąt, który tworzy początkowa prostoliniowa część wykresu z osią wydłużeń.

3. Teoretyczna górna ocena nośności granicznej

Załóżmy, że P^* oznacza nieznaną rzeczywistą wartość granicy plastyczności. Górna ocena P_g tej wartości P^* może być określona przez porównanie pracy wykonanej przez siłę zewnętrzną P do wewnętrznej energii dysypowanej przez dowolny, kinematycznie dopuszczalny, schemat odkształcenia plastycznego [10]. Współczynnik obciążenia granicznego dla pręta z karbem może być określony jako stosunek $f = P^*/P_0$, gdzie $P_0 = 8kbh$ jest granicą plastyczności gładkiego pręta ze stałym poprzecznym przekrojem $4bh$. Górna ocena f jest równa:

$$(3.1) \quad f_g = P_g/P_0.$$

Na rys. 3 pokazano cztery różne, kinematycznie dopuszczalne, mechanizmy plastycznego zniszczenia prętów z kątowymi wycięciami. Jest oczywiste, że te sposoby odkształcenia można również stosować do określenia górnej oceny nośności granicznej prętów z wycięciami o innych kształtach.

Wszystkie wzory na górną ocenę f_g określone zostały przy założeniu warunku plastyczności Treski.

Mechanizm I przedstawia rozwiązania metodą linii poślizgów [11] dla płaskiego stanu odkształcenia. Dla przypadku tego ($\lambda = b/h \rightarrow \infty$) jest to kompletne rozwiązanie o ile szerokość pręta wyrażona przez $\kappa = c/h$ jest tak duża, że przedłużenie siatki linii poślizgów w karbie mieści się całkowicie wewnątrz zarysu pręta. Można łatwo wykazać, że wszystkie kinematycznie dopuszczalne warunki będą również spełnione, jeżeli szerokość pręta wyrażona przez $\kappa = c/h$ jest mniejsza od wymaganej przez teorię i jeżeli stosunek $\lambda = b/h$ jest ograniczony. W ten sposób rozwiązania linii poślizgów mogą być uważane jako kinematycznie dopuszczalne sposoby odkształcenia dla prętów o pośrednich stosunkach c/h i b/h , dając dla nich górną ocenę nieznannej wartości rzeczywistej granicy plastyczności.

Mechanizm II [12] stanowi proste ścinanie wzdłuż zakreskowanej płaszczyzny pokazanej na rys. 3. Górna część pręta nad płaszczyzną porusza się, jak ciało sztywne w kierunku równoległym do płaszczyzny przekroju, podczas gdy dolna część może być traktowana jako nieruchoma. Optymalną wartość górnej oceny granicy plastyczności otrzymujemy, jeżeli płaszczyzna przekroju tworzy z osią pręta kąt 45° . Górna ocena współczynnika obciążenia jest niezależna od stosunku $\lambda = b/h$ i jest równa

$$(3.2) \quad f_g^{IIa} = \frac{1}{2}(\kappa + 1) \quad \text{dla} \quad 0 \leq \omega \leq \omega_g^{II}$$

oraz

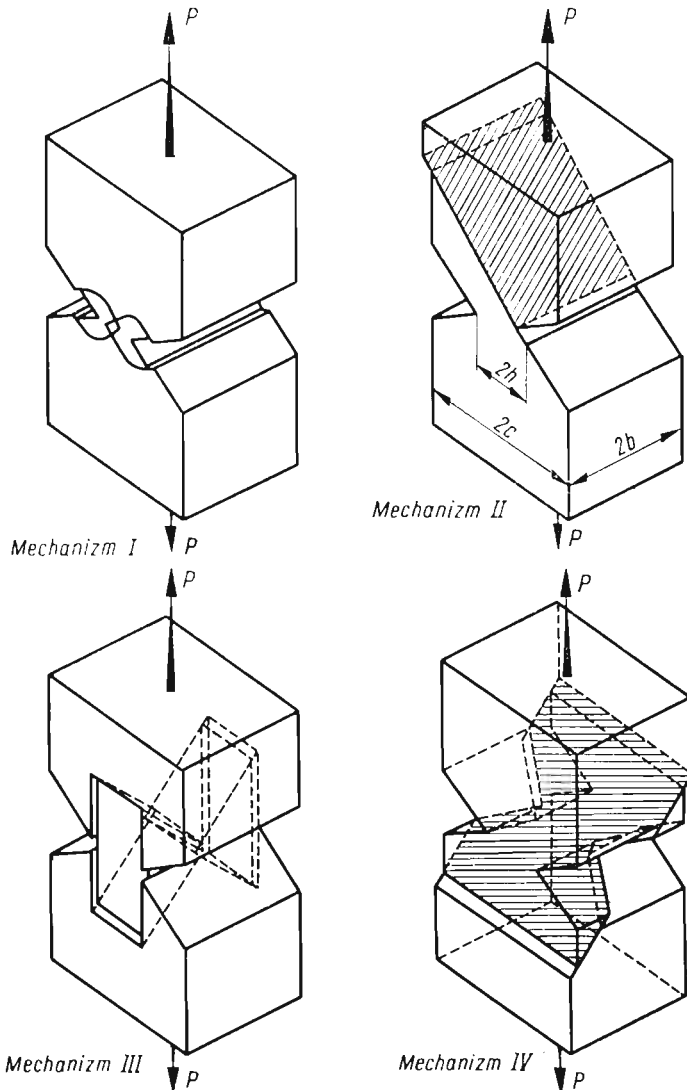
$$(3.3) \quad f_g^{IIb} = \frac{\operatorname{tg} \omega}{\operatorname{tg} \omega - 1} \quad \text{dla} \quad \omega_g^{II} \leq \omega \leq \frac{\pi}{2},$$

gdzie $\kappa = c/h$.

Na kąt graniczny ω_g^{II} łatwo można znaleźć następującą zależność

$$(3.4) \quad \omega_g^{II} = \arctg \frac{\kappa + 1}{\kappa - 1}.$$

Dalej pokazano, że wzór (3.2) daje najlepszą górną ocenę dla wystarczająco dużych λ i małych κ .



Rys. 3

Mechanizm III [2] pokazany na rys. 3 polega na ruchu dwóch sztywnych kostek utworzonych przez dwie płaszczyzny poprowadzone pod kątem 45° do osi pręta oraz przez dwie płaszczyzny równoległe do osi pręta przechodzące przez dna karbów. Dla

większości kształtów karbu, a wśród nich i dla karbów kątowych, górną ocenę wartości f określamy ze wzoru

$$(3.5) \quad f_g^{III} = 1 + \frac{1/\sqrt{2}}{4} \lambda.$$

Mechanizm IV przedstawia prosty przekrój wzdłuż płaszczyzny zakreskowanej, tworzącej kąt 45° z osią pręta. Płaszczyzna przekroju jest pokazana na rys. 3. Mechanizm ten daje najlepszą górną ocenę współczynnika obciążenia f_g^{IV} dla małych $\lambda = b/h$. Wobec tego, że powierzchnia przekroju zależy od kształtu wycięcia, górną ocenę współczynnika obciążenia f_g^{IV} musi być obliczana dla każdego szczególnego przypadku oddzielnie.

Dla karbów kątowych wzory na współczynnik obciążenia przyjmują postać

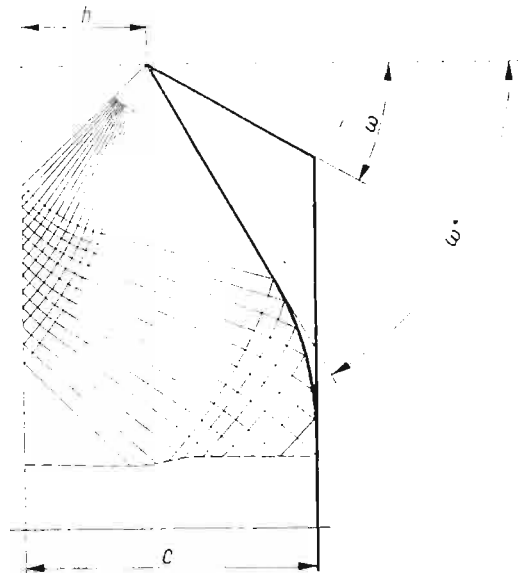
$$(3.6) \quad f_g^{IVa} = \kappa - \frac{1}{2\lambda} (\kappa^2 - 2\kappa + 1) \operatorname{tg} \omega \quad \text{dla} \quad \lambda \geq (\kappa - 1) \operatorname{tg} \omega$$

oraz

$$(3.7) \quad f_g^{IVb} = 1 + \frac{1}{2} \lambda \operatorname{ctg} \omega \quad \text{dla} \quad \lambda \leq (\kappa - 1) \operatorname{tg} \omega.$$

4. Teoretyczna dolna ocena nośności granicznej

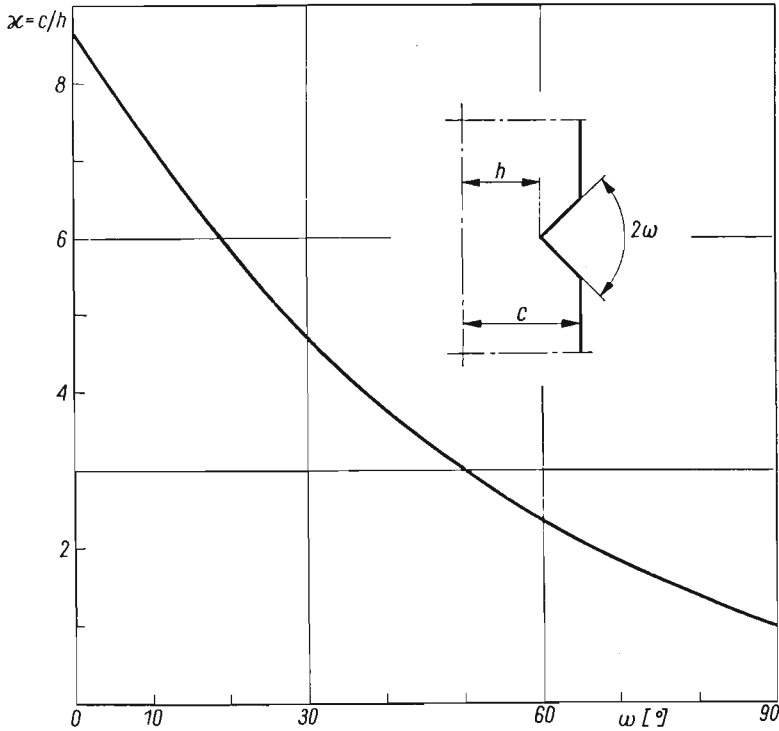
Rozważmy teraz ważny przypadek prętów z wycięciami, dla których wartość stosunku wymiarów $\lambda \gg 1$ pozwala na analizę w płaskim stanie odkształcenia, ale mających mały



Rys. 4

współczynnik $\kappa = c/h$. Dla takich prętów możemy określić nie tylko górną ocenę f_g z mechanizmu II, ale także wyznaczyć orientacyjną dolną ocenę z odpowiedniego statycznie dopuszczalnego pola naprężeń, zakładając, że w przecie mamy płaski stan odkształcenia. Ocenę taką można wyznaczyć na przykład, na podstawie pola linii poślizgu pokazanego na rys. 4.

Rozpatrzmy przypadek pręta z karbem kątowym o kącie 2ω i małej szerokości $2c$ (rys. 4). Jesteśmy w stanie zawsze znaleźć taki kąt $2\omega^*$ karbu kąтового, dla którego przedłużenie pola linii poślizgu obliczone w sposób pokazany przez BISHOPA [1], leży całkowicie w konturze rozpatrywanego pręta o kącie 2ω i szerokości $2c$, jak pokazano na rys. 4.



Rys. 5

Przyjmując tu, że materiał na zewnątrz pola linii poślizgu jest wolny od naprężeń, możemy określić dolną wartość współczynnika obciążenia f_d równą rzeczywistej wartości tego parametru dla pręta z karbem o kącie $2\omega^*$. W ten sam sposób można określić dolną ocenę dla innych kształtów karbów.

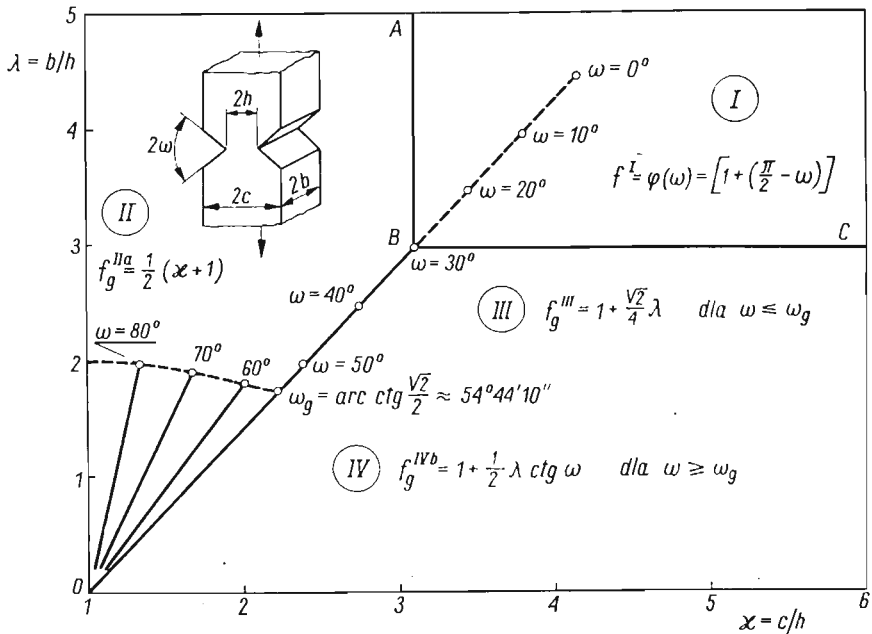
Na rys. 5 pokazano wykres, wynikający z przedłużeń Bishopa szerokości $2c$, wyrażonej przez parametr x w funkcji kąta ω dla karbów kątowych, podany przez McCLINTOCKA w pracy [13].

5. Nośność graniczna prętów z wycięciami kątowymi

Rozważmy teraz pręt z karbem kątowym (rys. 1). Kształt karbu jest określony przez kąt ω . Granica plastyczności w tym przypadku jest zależna od trzech niezależnych parametrów

$$0 \leq \omega \leq \frac{\pi}{2}, \quad 0 \leq (\lambda = b/h) \leq \infty, \quad 1 \leq (x = c/h) \leq \infty.$$

Na rys. 6 pokazano na płaszczyźnie λ, κ obszary, w których poszczególne mechanizmy plastycznego zniszczenia z rys. 3 dają najniższą ocenę współczynnika obciążenia. Każdy obszar jest oznaczony numerem odpowiadającym oznaczeniom odpowiednich mechanizmów na rys. 3. Rozmieszczenie odpowiednich obszarów podano na rys. 6 dla parametru $\omega = 30^\circ$. Dla innych wartości parametru ω zmienia się położenie punktu B oraz ulegają zmianie wielkości poszczególnych obszarów przy niezmiennym układzie wy-



Rys. 6

kresu. Trajektoria punktu B jest pokazana linią (częściowo przerywaną), na której zaznaczono wartości ω od 0° do 90° co 10° . W miarę wzrostu kąta ω od 0° aż do ω_g punkt B przesuwa się po linii prostej, a następnie od położenia odpowiadającego kątowi ω_g po linii krzywej dążąc do położenia granicznego $\lambda = 2$ i $\kappa = 1$ dla $\omega \rightarrow \pi/2$.

Obszar I odpowiada mechanizmowi linii poślizgów I i w tym zakresie λ, κ najmniejsza wartość górnej oceny współczynnika obciążenia może być określona ze wzoru HILLA [11],

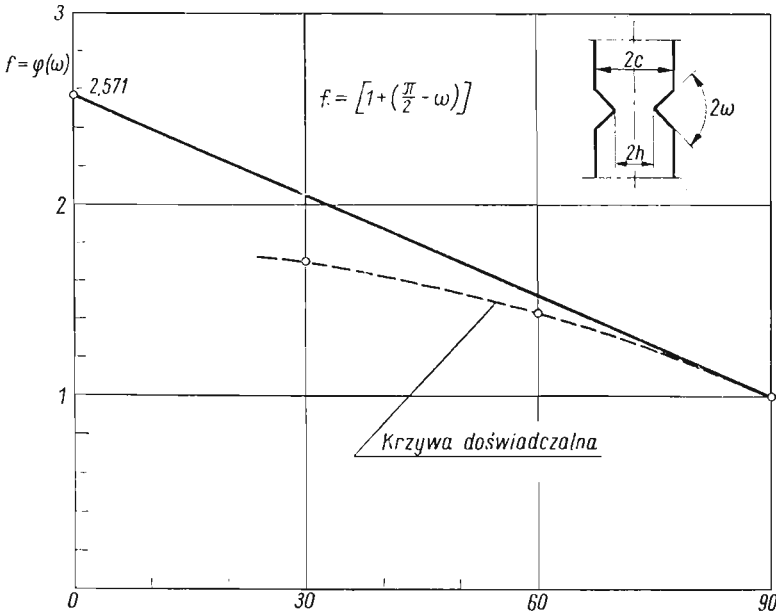
$$(5.1) \quad f_g^I = \varphi(\omega) = \left[1 + \left(\frac{\pi}{2} - \omega \right) \right].$$

Jest to zależność liniowa, której wykres przedstawiono na rys. 7.

Górna ocena f w polu II wyznaczona dla II sposobu zniszczenia określona jest przez wzór (3.2).

W polu III, w którym najlepszą górną ocenę daje mechanizm III, współczynnik obciążenia określamy ze wzoru (3.5). Należy zwrócić uwagę, że w obszarze ograniczonym

osią κ i liniami OBC mechanizm III obowiązuje dla $0 \leq \omega \leq \omega_g$, natomiast dla $\omega_g \leq \omega \leq \pi/2$ niższą wartość w tym obszarze daje mechanizm IV według wzoru (3.7). W prosty sposób można znaleźć, że $\omega_g = \text{arctg} \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 54^\circ 44'$.



Rys. 7

Linie oddzielające poszczególne obszary na rys. 6 mają następujące równania we współrzędnych λ, κ .

Linia AB

$$\kappa = 2\varphi(\omega) - 1.$$

Linia BC

- a) $\lambda = 2\sqrt{2} [\varphi(\omega) - 1]$ dla $0 \leq \omega \leq \omega_g$,
- b) $\lambda = 2[\varphi(\omega) - 1] \text{tg} \omega$ dla $\omega_g \leq \omega \leq \pi/2$.

Linia OB

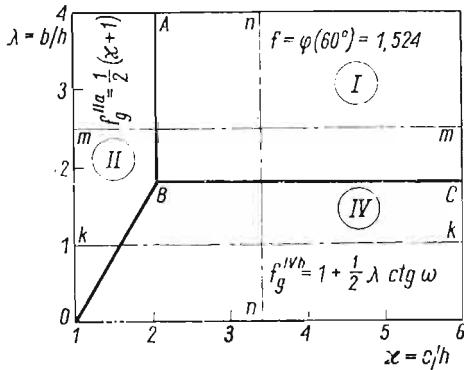
- a) $\kappa = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \lambda$ dla $0 \leq \omega \leq \omega_g$,
- b) $\kappa = 1 + \lambda \text{ctg} \omega$ dla $\omega_g \leq \omega \leq \pi/2$.

6. Wyniki doświadczalne

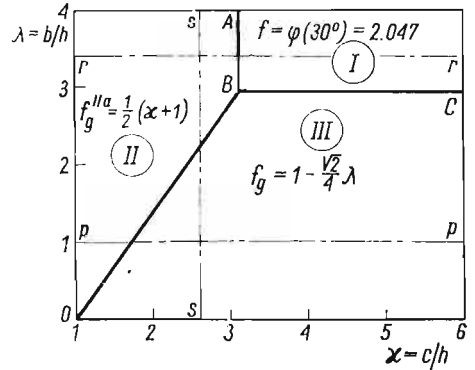
Doświadczenia przeprowadzono na sześciu seriach próbek. Trzy serie próbek z karcami o kącie $\omega = 60^\circ$ oraz trzy serie o kącie $\omega = 30^\circ$. W każdej z tych serii przy zachowaniu stałej wartości ω zmieniano parametr $\lambda = b/h$ utrzymując stały stosunek $\kappa = c/h$

lub zmieniano κ przy ustalonej wartości λ . Na rys. 8 i 9 podano wykresy mechanizmów plastycznego zniszczenia na płaszczyźnie λ, κ dla $\omega = 60^\circ$ i $\omega = 30^\circ$. Na rysunkach tych pokazano następnie liniami przerywanymi z kropkami przecięcia, które zostały zweryfikowane doświadczalnie.

Dwie serie próbek wykonano ze stopu aluminium PA2 (Al Mg3) w stanie miękkim. Stop ten cechuje się bardzo dobrymi własnościami plastycznymi i jest stosowany na średnio obciążone elementy konstrukcji lotniczych, okrętowych i pojazdów mechanicznych.



Rys. 8



Rys. 9

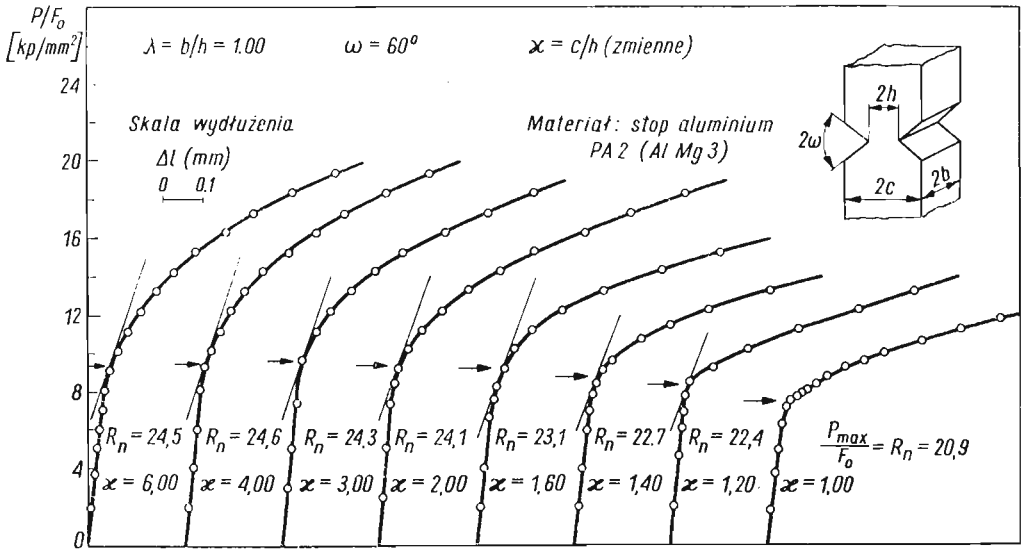
Znajduje również szerokie zastosowanie w urządzeniach przemysłu chemicznego i spożywczego oraz w elementach konstrukcji budowlanych. Pozostałe cztery serie próbek wykonano ze stopu aluminium PA4 (Al Mg1 Si1) w stanie przesyconym i stężonym. Stop ten ma dobre własności plastyczne, ale pod względem własności wytrzymałościowych różni się od stopu PA2 w sposób zasadniczy. Jest stosowany do wyrobu elementów konstrukcji lotniczych i pojazdów mechanicznych.

Przedstawiona w pracy teoretyczna analiza nośności granicznej odnosi się tylko do granicy plastyczności. Jednakże w doświadczeniach oprócz wyznaczenia granicy plastyczności, mierzono również maksymalne obciążenia zrywające P_{max} , podając przy wykresach wytrzymałość nominalną $R_n = P_{max}/F_0$, gdzie F_0 — jest polem początkowego przekroju poprzecznego próbki w najwęższym miejscu karbu. Pomiarów maksymalnych obciążeń zrywających elementów z karbami i ich analiza dostarczyły informacji o dużym znaczeniu praktycznym.

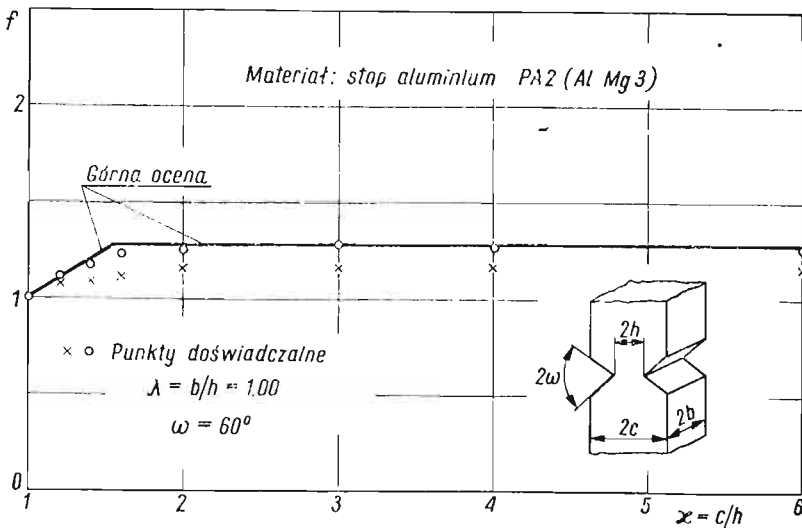
Na rys. 10 i 11 pokazano wyniki doświadczeń dla pierwszej serii próbek o stałym parametrze charakteryzującym kształt karbu $\omega = 60^\circ$. W serii tej stałą wartość miał również parametr $\lambda = 1$, przy różnych szerokościach części nad karbem wyrażonych przez $\kappa = c/h$. Parametrom tym odpowiada linia $k-k$ na rys. 8. Próbkę wykonano ze stopu aluminium PA2. Na rys. 10 podano początkowe odcinki wykresów naprężenia P/F_0 w funkcji wydłużenia oraz wartości naprężeń nominalnych $R_n = P_{max}/F_0$ dla próbek z karbami o różnych κ oraz dla próbki bez karbu, dla której $\kappa = 1$.

Zależności między granicą plastyczności a parametrem κ są pokazane na rys. 11 razem z teoretycznymi liniami. Punkty oznaczone kółkami odpowiadają doświadczalnym wartościom współczynnika obciążenia granicznego dla prętów z karbami. Otrzymano je dzieląc

wartości granicy plastyczności dla prętów z korbami przez odpowiednią wartość granicy plastyczności dla pręta bez karbu. Z rys. 8 widzimy, że najlepsza teoretyczna górna ocena nośności granicznej dla przekroju *k-k* wynika z mechanizmów II i IV.



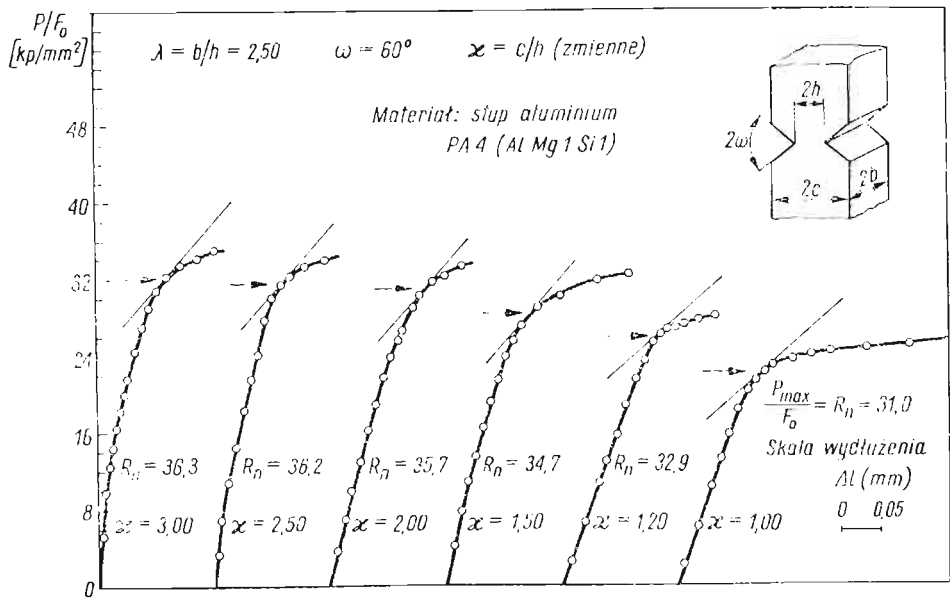
Rys. 10



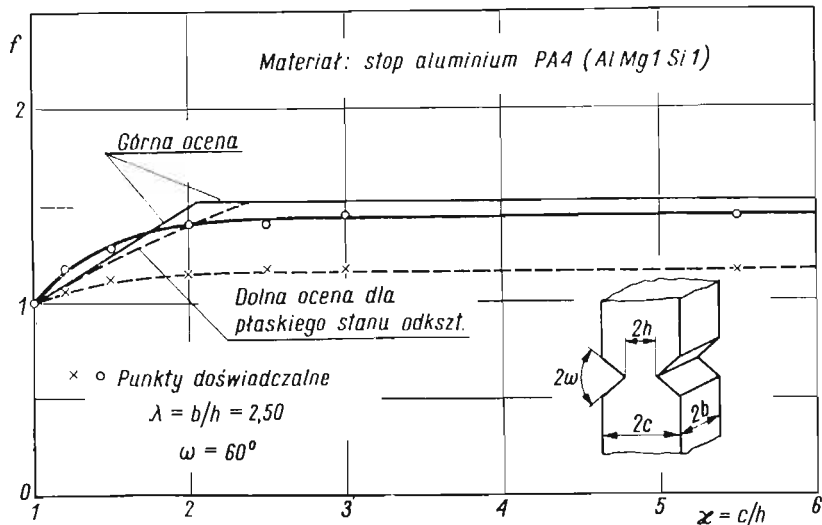
Rys. 11

Identyczne doświadczenia przeprowadzono dla drugiej serii próbek wykonanych ze stopu aluminium PA4 o parametrach wynikających z przekroju *m-m* na rys. 8. Wyniki tych badań przedstawiono na rys. 12 i 13. Najlepszą górną ocenę dla tego przypadku otrzymujemy z mechanizmów zniszczenia plastycznego II i I.

W trzeciej serii próbek dla ustalonych wartości $\omega = 60^\circ$ i $\kappa = 3,40$ badano wpływ grubości, określony parametrem $\lambda = b/h$, na nośność graniczną. Należy zwrócić uwagę, że κ przyjęto tu znacznie większe niż to, które wynika z teorii. Z rys. 5 widać, że dla $\omega =$

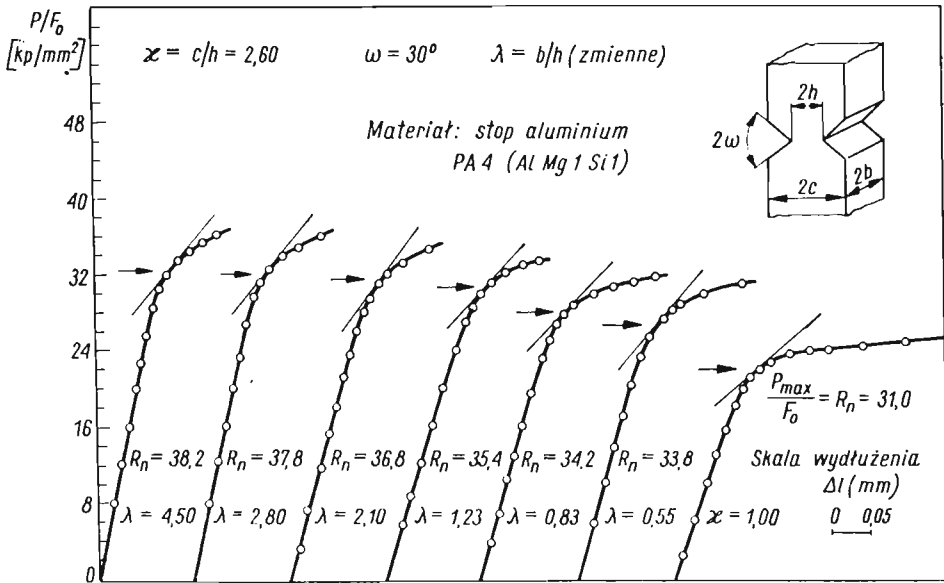


Rys. 12



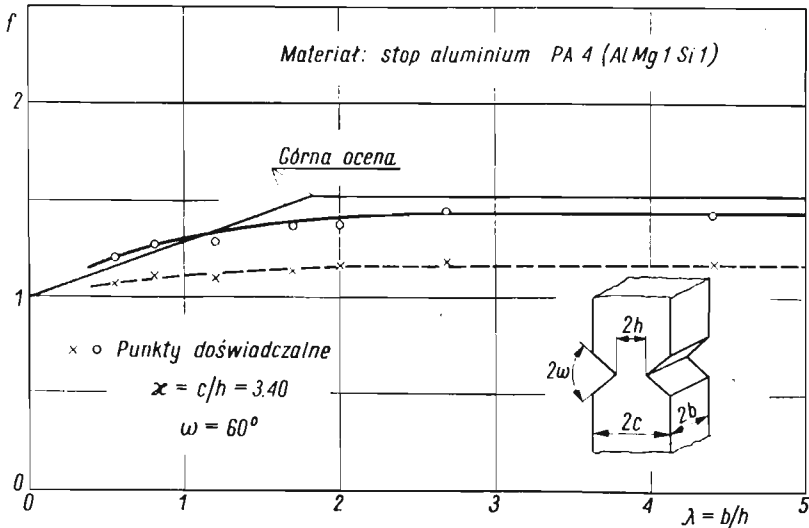
Rys. 13

$= 60^\circ$, κ winno mieć wartość 2,35. W doświadczeniu tym sprawdzono przekrój $n-n$ na rys. 8. Wyniki badań przedstawiono na rys. 14 i 15. Najlepszą górną ocenę nośności granicznej dla tych parametrów dają nam mechanizmy IV i I.



Rys. 14

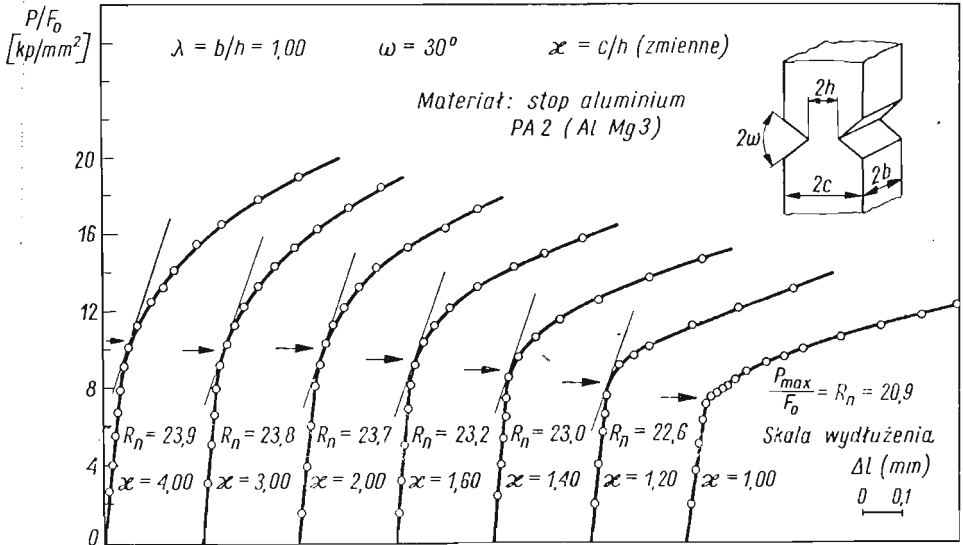
Trzy następnne serie próbek miały karby o jednakowym parametrze $\omega = 30^\circ$. Dla tego typu karbów, rozkład mechanizmów plastycznego zniszczenia na płaszczyźnie λ, κ pokazano na rys. 9. Weryfikację doświadczalną przekroju $p-p$ na rys. 9 przeprowadzono na



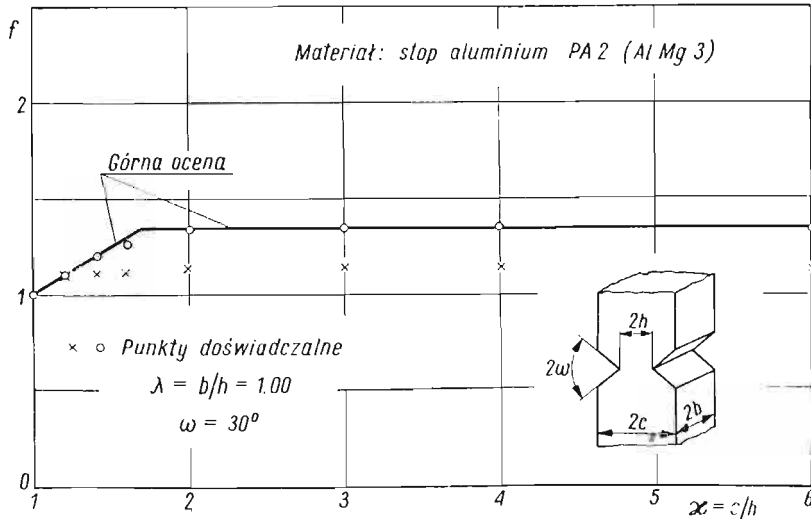
Rys. 15

próbkach wykonanych ze stopu aluminium PA2. Wyniki badań podano na rys. 16 i 17. Najlepsze górne oceny nośności granicznej wynikają dla tych parametrów z mechanizmów II i III.

W serii piątej, próbki wykonano ze stopu aluminium PA4. Cechował je znacznie większy parametr λ w porównaniu z próbkami serii czwartej. Odpowiada to linii $r-r$ na rys. 9. Wyniki doświadczeń przedstawiono na rys. 18 i 19. Najlepszą górną ocenę nośności gra-



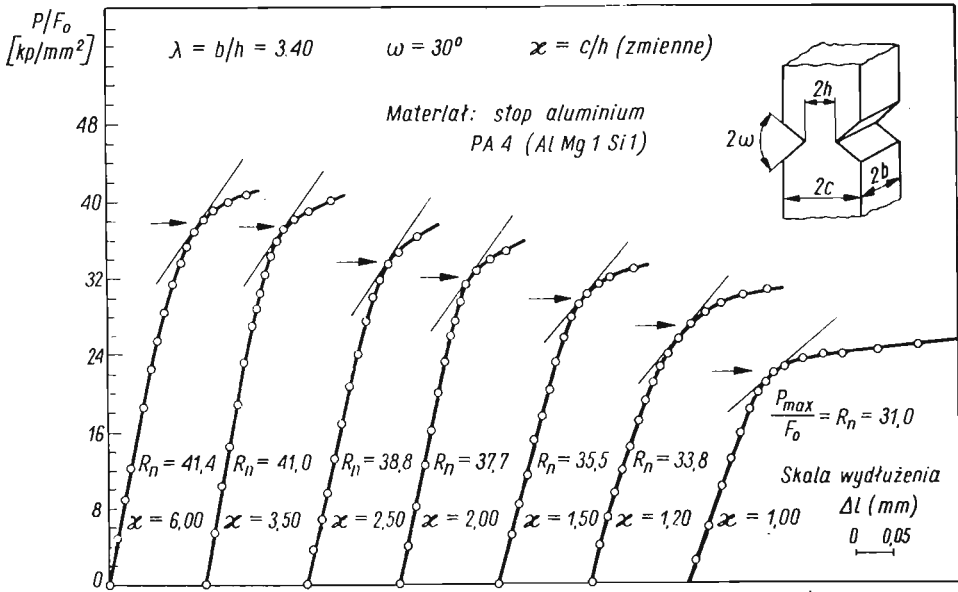
Rys. 16



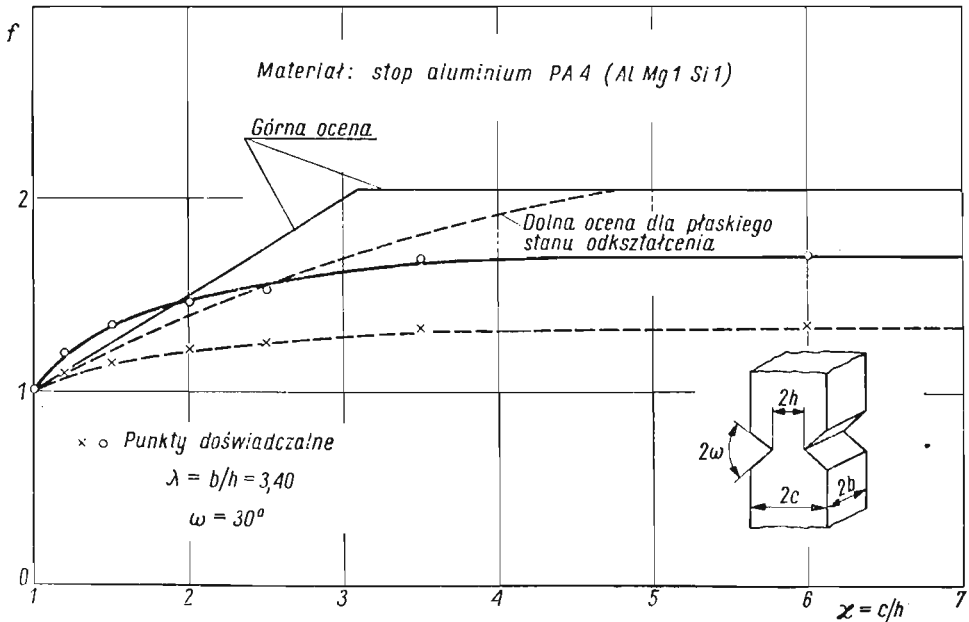
Rys. 17

nicznej dają mechanizmy II i I. Dolną ocenę nośności' granicznej określono, tak jak dla drugiej serii, w sposób pokazany na rys. 4. Dla $\kappa = 4,75$ dolna i górna ocena nośności granicznej dla płaskiego stanu odkształcenia pokrywają się.

W serii szóstej próbki miały stały parametr $\omega = 30^\circ$ i stałą wartość $\kappa = 2,60$ przy zmieniającej się grubości wyrażonej przez $\lambda = b/h$. Parametry te odpowiadają linii $s-s$



Rys. 18

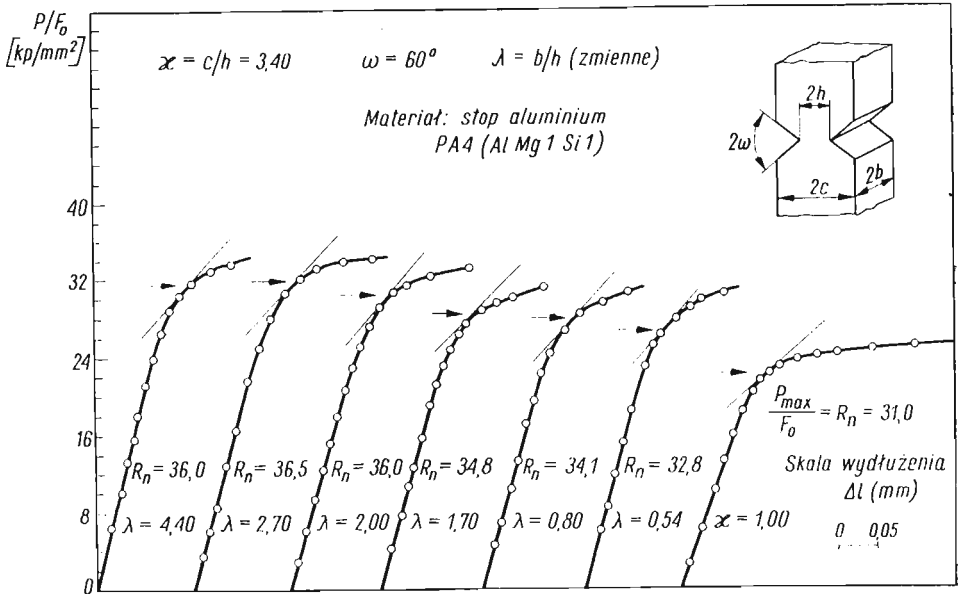


Rys. 19

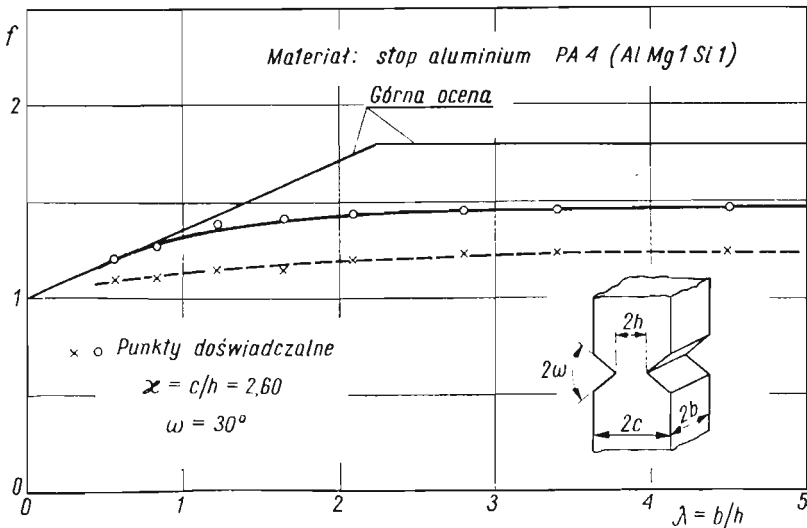
na rys. 9. Wyniki badań tej serii próbek zamieszczono na rys. 20 i 21. Jak wynika z rys. 9, najlepsze górne oceny wyznaczone zostały z mechanizmów III i II.

Porównując uzyskane wyniki na próbkach z materiału PA2 (rys. 11 i 17) z wynikami otrzymanymi na próbkach wykonanych ze stopu aluminium PA4 (rys. 13, 15, 19 i 21),

można stwierdzić, że zgodność wyników doświadczalnych jest lepsza dla materiału bardziej plastycznego, jakim jest stop PA2. Z drugiej strony widać duży wpływ samej geometrii karbu. Na rys. 7 naniesiono punkty doświadczalne odpowiadające największym wartościom rzeczywistego współczynnika nośności granicznej uzyskane dla karbów o kącie $\omega = 30^\circ$ i $\omega = 60^\circ$. Widzimy, że o ile dla karbu o kącie $\omega = 60^\circ$ różnica między wynikami teoretycznymi i doświadczalnymi wynosi $\approx 4,5\%$, to dla karbu o kącie $\omega = 30^\circ$ różnica ta wynosi $\approx 16,5\%$.



Rys. 20



Rys. 21

Na rys. 11, 13, 15, 17, 19 i 21, oprócz punktów odpowiadających granicy plastyczności, naniesiono krzyżykami punkty dla naprężeń nominalnych $R_n = P_{\max}/F_0$. Punkty te otrzymano przez odniesienie wartości R_n dla próbki z karbem do wartości R_n otrzymanej dla próbki bez karbu. Dla wszystkich badanych próbek stosunek ten jest większy od jedności, ale mniejszy od odpowiednich rzeczywistych współczynników obciążenia granicznego obliczonych dla granicy plastyczności. Na wszystkich rysunkach punkty oznaczone krzyżykami leżą poniżej punktów odpowiadających granicy plastyczności. Różnica między oboma tymi współczynnikami zależy od rodzaju materiału oraz od geometrii karbu i jest tym większa, im mniej plastyczny materiał i bardziej ostry karb.

7. Wnioski

Wyniki doświadczeń pokazują, że zgodność między teoretyczną górną oceną granicy plastyczności a jej rzeczywistą wartością jest zupełnie dobra dla stopu aluminium o dobrych własnościach plastycznych. Jednocześnie widać wpływ geometrii karbu i własności plastycznych materiału na zgodność wyników teoretycznych i doświadczalnych.

Jest bardzo interesujące, że wartość naprężenia nominalnego $R_n = P_{\max}/F_0$ wzrasta wraz ze wzrostem κ do pewnej określonej wartości maksymalnej i dalej już dla wzrastających κ nie ulega zmianie. Widać wyraźnie, że stosunek naprężenia nominalnego R_n wszystkich próbek z karbem do naprężenia R_n próbki bez karbu jest dla obu materiałów większy od jedności, ale jednocześnie mniejszy od odpowiednich stosunków obliczonych dla granicy plastyczności. Na rysunkach wyraża się to tym, że punkty oznaczone krzyżykami leżą zawsze niżej od odpowiednich punktów oznaczonych kółeczkami. Dla mniej plastycznego materiału i ostrzejszego karbu, różnica między oboma powyższymi zależnościami jest większa.

Jeżeli chodzi o wpływ grubości próbki na nośność graniczną, to z przeprowadzonych doświadczeń wynika, że dla $\lambda = b/h > 2$ zarówno przyrost granicy plastyczności, jak i maksymalnej siły zrywającej jest minimalny. Znacząco to, że w próbkach z korbami o wystarczająco dużym stosunku κ dla $\lambda > 2$ realizuje się stan zbliżony do płaskiego stanu odkształcenia.

Literatura cytowana w tekście

1. J. F. W. BISHOP, *On the complete solution to problems of deformation of a plastic-rigid material*, J. Mech. Phys. Solids, 2 (1953), 43–53.
2. D. C. DRUCKER, *On obtaining plane strain or plane stress conditions in plasticity*, Proc. 2nd U. S. Nat. Congr. Appl. Mech., 1954, 485–488.
3. В. С. Жуковский, *Распределение деформаций и напряжений в плоских надрезанных стержнях в связи с объемностью напряженного состояния*, Проблемы прочности в машиностроении, Вып. 2, Изд. АН СССР, Москва 1959.
4. В. С. Жуковский, *О коэффициенте усиления и характере распространения пластических зон в надрезанных стержнях*, Изв. АН СССР, ОТН, 5, 1958, 116–119.
5. В. С. Жуковский, *Деформированное состояние и прочность плоских надрезанных стержней произвольной толщины*, Расчеты на прочность, Вып. 9, Машгиз., Москва 1963, 231–252.
6. W. SZCZEPIŃSKI, J. MIĄSTKOWSKI, *Doświadczalna analiza nośności granicznej rozciąganych płaskich prętów z karbem*, Rozpr. Inżyn. 13 (1965), 637–652.

7. W. N. FINDLEY, D. C. DRUCKER, *An experimental study of plane plastic straining of notched bars*, J. Appl. Mech., **32** (1965), 493–503.
8. W. SZCZEPIŃSKI, J. MIASKOWSKI, *Plastic straining of notched bars with intermediate thickness and small shoulder ratio*, Int. J. Non-Linear Mechanics, **3** (1967), 83–97.
9. W. SZCZEPIŃSKI, *Przegląd prac dotyczących nośności granicznej rozciąganych prętów z karbem*, Mech. Teoret. Stos., **3**, 3 (1965), 51–78.
10. D. C. DRUCKER, H. J. GREENBERG, W. PRAGER, *Extended limit design theorems for continuous media*, Q. Appl. Math., **9** (1952), 381–389.
11. R. HILL, *The plastic yielding of notched bars under tension*, Quart. J. Mech. Appl. Math., **2** (1949), 40.
12. W. PRAGER, P. G. HODGE, *Theory of perfectly plastic solids*, J. Wiley Inc., New York 1951, 215–216.
13. F. A. McCLINTOCK, *On notch sensitivity*, Welding Journal Research Supplement, May 1961.

Р е з ю м е

НЕСУЩАЯ СПОСОБНОСТЬ РАСТЯГИВАЕМЫХ СТЕРЖНЕЙ С УГЛОВЫМИ НАДРЕЗАМИИ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ШИРИНОЙ ВНЕ НАДРЕЗОВ

В статье излагается теоретический и экспериментальный анализ несущей способности плоских образцов с угловыми надрезами. Исследовались образцы промежуточных толщин и различных ширин вне надрезов, изготовленные из алюминиевых сплавов PA2 и PA4. Обнаружено, что действительные силы, соответствующие началу пластического течения, хорошо совпадают по величине с верхними оценками несущей способности стержней из сплава PA2, обладающего очень хорошими пластическими свойствами. В случае менее пластичного сплава PA4 это совпадение хуже. Опыты показали также, что существенное влияние на расхождение экспериментальных и теоретических данных оказывает геометрия надреза.

В работе проводились также исследование влияния толщины образца с надрезом на его несущую способность. Обнаружено, что в образцах с достаточно большим отношением λ , при величинах параметра $\lambda > 2$, реализуется плоское деформированное состояние.

S u m m a r y

PLASTIC YIELDING OF TENSILE V-NOTCHED ELEMENTS WITH ARBITRARY INTERMEDIATE SHOULDER RATIO

Presented is theoretical and experimental analysis of the yield load of V-notched tensile elements with intermediate thickness of various shoulder ratios. The experiments have been performed using two aluminium alloys PA2 and PA4. Experimental results show that the actual loads corresponding to initial stage of plastic flow are in good agreement with theoretical upper limits of yield load for the PA2 alloy displaying very good ductility. For less ductile material PA4 this agreement is worse. It is found, moreover, that the difference between the experimental and theoretical results depends on the angle of the notch.

The influence of the thickness on the yield load of notched elements was tested. The experimental results show that if the shoulder ratio is sufficiently large, for the thickness ratio $\lambda > 2$ practically the plane state of strain occurs.

ZAKŁAD MECHANIKI OŚRODKÓW CIĄGLYCH
INSTYTUTU PODSTAWOWYCH PROBLEMÓW TECHNIKI PAN

Praca została złożona w Redakcji dnia 15 lipca 1968 r.