

PRZYBLIŻONE OBLICZANIE PŁYTY KOŁOWEJ, UŻEBROWANEJ JEDNOSTRONNIE,
OBCIĄŻONEJ ANTYSYMETRYCZNIE

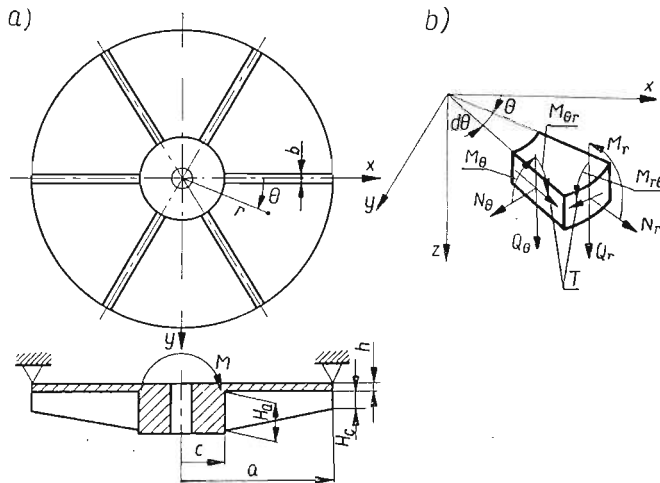
ANDRZEJ M Ł O T K O W S K I (ŁÓDŹ)

Oznaczenia

$A_{1(k)} - A_{3(k)}$	stałe,
a	promień zewnętrzny płyty,
$B_{1(k)} - B_{2(k)}$	stałe,
$b(k)$	grubość żebra,
c	promień wewnętrzny płyty,
$D_{0(k)}$	sztywność obwodowa płyty,
$D_{r(k)}$	sztywność promieniowa płyty,
E	moduł Younga,
F	powierzchnia przekroju poprzecznego żebra,
$F_{1(k)}$	współczynnik,
G	moduł sprężystości postaciowej,
$H_{(k)}$	wysokość żebra,
H_a	wysokość żebra na promieniu zewnętrznym,
H_c	wysokość żebra na promieniu wewnętrznym,
$h(k)$	grubość płyty,
$I_{(k)}$	moment bezwładności przekroju żebra przypadający na jednostkę obwodu płyty,
k	indeks określający wielkości dotyczące kolejnej płyty pierścieniowej,
M	moment obciążający,
$M_{r(k)}$	moment gnący promieniowy przypadający na jednostkę obwodu płyty,
$M_{0(k)}$	moment gnący obwodowy przypadający na jednostkę promienia,
$M_{r0(k)}$	moment skręcający,
m	liczba płyt pierścieniowych,
$N_{r(k)}$	siła promieniowa przypadająca na jednostkę obwodu płyty,
$N_{0(k)}$	siła obwodowa przypadająca na jednostkę promienia,
n	liczba żeber,
Q_r, Q_0	siły tnące — promieniowe i obwodowe,
r	promień biegnący płyty,
$S_{(k)}$	iloczyn modułu Younga i momentu statycznego żebra względem płaszczyzny środkowej przypadający na jednostkę obwodu płyty,
$T_{(k)}$	siła styczna (położona w płaszczyźnie środkowej płyty),
$u_{(k)}$	przemieszczenie promieniowe,
$u_{0(k)}$	przemieszczenie promieniowe płaszczyzny środkowej płyty,
$v_{(k)}$	przemieszczenie obwodowe,
$v_{0(k)}$	przemieszczenie obwodowe płaszczyzny środkowej płyty,

$w^{(k)}$	ugięcie płyty,
z	współrzędna określająca odległość rozpatrywanego punktu od płaszczyzny środkowej,
$\alpha_{1(k)} - \alpha_{8(k)}$	stałe,
$\beta^{(k)}$	współczynnik,
θ	współrzędna kątowa rozpatrywanego punktu,
ν	liczba Poissona,
$\varrho = \frac{r}{a}$	promień bezwymiarowy,
σ_r	naprężenia promieniowe w płycie,
$\bar{\sigma}_r$	naprężenia w żebrze,
σ_θ	naprężenia obwodowe w płycie,
$\tau_{r\theta}$	naprężenia styczne w płycie.

Poniższe rozważania są rozszerzeniem pracy [1], w której omówiono sposób obliczenia płyt kołowych wzmocnionych żebrami po jednej stronie płaszczyzny środkowej i obciążonej antysymetrycznie parą sił przyłożoną w środku. Kształt żeber był jednak tak dobrany, by promieniowa sztywność zginania oraz inne współczynniki, występujące w układzie równań różniczkowych płyty uźebrowanej, były stałe.



Rys. 1

W praktyce, płyty wzmocniane są żebrami promieniowymi o kształtach, które powodują, że wyżej wspomniane wielkości są funkcjami promienia.

Płyta o zmiennej sztywności zginania może być w przybliżeniu przedstawiona jako szereg połączonych ze sobą ortotropowych płyt pierścieniowych o stałych sztywnościach zginania. Na przykład dla płyty przedstawionej na rys. 1 sztywność zginania można przedstawić, jak na rys. 2.

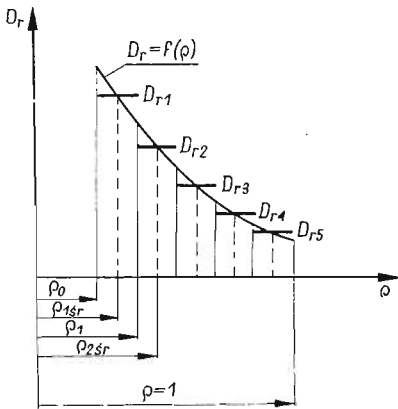
Można przyjąć sztywności poszczególnych pierścieni równe sztywnościom w ich środkach. Podobnie można przedstawić wielkości S i F_1 (oraz ewentualnie D_0 jeśli grubość płyty jest zmienna). Odpowiada to jakby zmianie kształtu żeber według rys. 3.

Jeśli płytę podzielić na dostatecznie dużą liczbę pierścieni, wówczas «stopnie» na żebrach będą praktycznie bez znaczenia dla dokładności obliczeń.

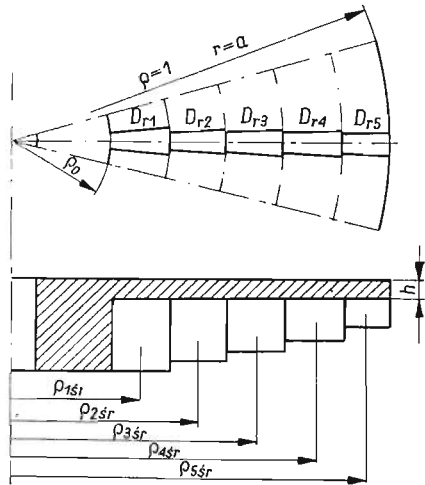
Na styku dwóch kolejnych pierścieni muszą być spełnione warunki ciągłości dotyczące odkształceń i sił wewnętrznych. Ugięcia, kąty ugięcia, przemieszczenia promieniowe i obwodowe, momenty promieniowe, siły normalne, styczne oraz zastępcze siły poprzeczne muszą być na liniach styku płyt pierścieniowych odpowiednio sobie równe.

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & w_{(k)} = w_{(k+1)}, & M_{r(k)} &= M_{r(k+1)}, \\
 & \frac{\partial w_{(k)}}{\partial \varrho} = \frac{\partial w_{(k+1)}}{\partial \varrho}, & N_{r(k)} &= N_{r(k+1)}, \\
 & u_{(k)} = u_{(k+1)}, & T_{(k)} &= T_{(k+1)}, \\
 & v_{(k)} = v_{(k+1)} \\
 & Q_{r(k)} - \frac{M_{r\theta(k)}}{r \cdot \partial \theta} = Q_{r(k+1)} - \frac{M_{r\theta(k+1)}}{r \cdot \partial \theta}.
 \end{aligned}$$

gdzie k oznacza numer kolejny pierścienia.



Rys. 2



Rys. 3

Obliczenia wykonane tą metodą przy podziale płyty na pięć pierścieni dały większą dokładność niż przy zastosowaniu metody różnic skończonych ze względu na wysoki rząd pochodnych w równaniach równowagi (2.14) w pracy [1].

Jak wykazano w cytowanej pracy, przemieszczenia poszczególnych punktów powierzchni środkowej k -tego pierścienia płyty można wyrazić w następującej postaci

$$\begin{aligned}
 (2) \quad & w_{(k)} = \left[A_{1(k)}\varrho + A_{2(k)}\varrho \ln \varrho + \sum_{i=5}^8 A_{i(k)}\varrho^{\alpha_{i(k)+1}} \right] \cos \theta, \\
 & u_{0(k)} = \left[B_{1(k)} + B_{2(k)} \ln \varrho + \sum_{i=5}^8 P_{i(k)} A_{i(k)} \varrho^{\alpha_{i(k)}} \right] \cos \theta, \\
 & v_{0(k)} = \left[-B_{1(k)} - \left(\frac{1+\nu}{3-\nu} + \ln \varrho \right) B_{2(k)} + \sum_{i=5}^8 P_{i(k)} Q_{i(k)} A_{i(k)} \varrho^{\alpha_{i(k)}} \right] \sin \theta,
 \end{aligned}$$

gdzie

$$\begin{aligned}
 D_{0(k)} &= \frac{Eh_{(k)}^3}{12(1-\nu^2)}, \\
 D_{r(k)} &= D_{0(k)} + EI_{(k)} = D_{0(k)} + E \left[\frac{b_{(k)}H_{(k)}^3}{12} + b_{(k)}H_{(k)} \left(\frac{H_{(k)} + h_{(k)}}{2} \right)^2 \right] \frac{n}{2\pi a \varrho_{sr(k)}}, \\
 (3) \quad S_{(k)} &= Eb_{(k)}H_{(k)} \left(\frac{H_{(k)} + h_{(k)}}{2} \right) \frac{n}{2\pi a \varrho_{sr(k)}}, \\
 F_{1(k)} &= \frac{Eh_{(k)}}{1-\nu^2} + EF_{(k)} = \frac{Eh_{(k)}}{1-\nu^2} + Eb_{(k)}H_{(k)} \frac{n}{2\pi a \varrho_{sr(k)}}, \\
 \beta_{(k)} &= \frac{Eh_{(k)}}{2(1-\nu^2)}, \\
 p_{i(k)} &= \frac{D_{r(k)}(\alpha_{i(k)}^2 - 1) - 3D_{0(k)}}{S_{(k)}a(\alpha_{i(k)} - 1)}, \\
 q_{i(k)} &= \frac{(1+\nu)\alpha_{i(k)} + (3-\nu)}{(1-\nu)\alpha_{i(k)}^2 - (3-\nu)}.
 \end{aligned}$$

Współczynniki $\alpha_{5(k)} \div \alpha_{8(k)}$ znajdujemy z równania dwukwadratowego

$$\begin{aligned}
 (4) \quad &(1-\nu)(S_{(k)}^2 - F_{1(k)}D_{r(k)})\alpha_{(k)}^4 + [(1-\nu)(F_{1(k)}D_{r(k)} + 3D_{0(k)}F_{1(k)}) - \\
 &\quad - (3-\nu)(1-\nu)\beta_{(k)}D_{r(k)} - (1+\nu)^2\beta_{(k)}D_{r(k)} + (3-\nu)F_{1(k)}D_{r(k)} - \\
 &\quad - 2(2-\nu)S_{(k)}^2\alpha_{(k)}^2] - [(3-\nu)(1-\nu) - (1+\nu)^2(\beta_{(k)}D_{r(k)} + 3\beta_{(k)}D_{0(k)}) - \\
 &\quad - (3-\nu)(F_{1(k)}D_{r(k)} + 3F_{1(k)}D_{0(k)} - S_{(k)}^2)] = 0.
 \end{aligned}$$

Stałe $A_{1(k)}$, $A_{2(k)}$, $B_{1(k)}$, $B_{2(k)}$, $A_{5(k)} \div A_{8(k)}$ można wyznaczyć z warunków brzegowych oraz warunków ciągłości (1).

Siły wewnętrzne określone są wzorami

$$\begin{aligned}
 M_{r(k)} &= -\frac{1}{a^2} \left(D_{r(k)} \frac{\partial^2 w_{(k)}}{\partial \varrho^2} + \frac{D_{0(k)}\nu}{\varrho} \frac{\partial w_{(k)}}{\partial \varrho} + \frac{D_{0(k)}\nu}{\varrho^2} \frac{\partial^2 w_{(k)}}{\partial \theta^2} + S_{(k)} \frac{1}{a} \frac{\partial u_{0(k)}}{\partial \varrho} \right), \\
 M_{\theta(k)} &= -\frac{1}{a^2} D_{0(k)} \left(\nu \frac{\partial^2 w_{(k)}}{\partial \varrho^2} + \frac{1}{\varrho} \frac{\partial w_{(k)}}{\partial \varrho} + \frac{1}{\varrho^2} \frac{\partial^2 w_{(k)}}{\partial \theta^2} \right), \\
 M_{r\theta(k)} &= -(1-\nu)D_{0(k)} \frac{1}{a^2} \left(\frac{1}{\varrho^2} \frac{\partial w_{(k)}}{\partial \theta} - \frac{1}{\varrho} \frac{\partial^2 w_{(k)}}{\partial \varrho \partial \theta} \right), \\
 (5) \quad N_{r(k)} &= 2\beta_{(k)} \frac{\nu}{a\varrho} \left(u_{0(k)} + \frac{\partial v_{0(k)}}{\partial \theta} \right) + F_1 \frac{1}{a} \frac{\partial u_{0(k)}}{\partial \varrho} - S_{(k)} \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 w_{(k)}}{\partial \varrho^2}, \\
 N_{\theta(k)} &= \frac{2\beta}{a} \left(\frac{u_{0(k)}}{\varrho} + \nu \frac{\partial u_{0(k)}}{\partial \varrho} + \frac{1}{\varrho} \frac{\partial v_{0(k)}}{\partial \theta} \right), \\
 T_{(k)} &= (1-\nu) \frac{\beta_{(k)}}{a} \left(\frac{1}{\varrho} \frac{\partial u_{0(k)}}{\partial \theta} - \frac{v_{0(k)}}{\varrho} + \frac{\partial v_{0(k)}}{\partial \varrho} \right), \\
 Q_{r(k)} &= \frac{1}{a\varrho} \left(M_{r(k)} - M_{\theta(k)} + \varrho \frac{dM_{r(k)}}{d\varrho} - \frac{dM_{r\theta(k)}}{d\theta} \right) \cos \theta.
 \end{aligned}$$

Po podstawieniu (2) do (5) i wykorzystując (1) otrzymano układy równań dla linii styku kolejnych dwóch pierścieni

$$\begin{aligned}
 & \varrho A_{1(k)} + \varrho \ln \varrho A_{2(k)} + \sum_{i=5}^8 \varrho^{\alpha_{i(k)}+1} A_{i(k)} - A_{1(k+1)} - \varrho \ln \varrho A_{2(k+1)} - \sum_{i=5}^8 \varrho^{\alpha_{i(k+1)}+1} A_{i(k+1)} = 0, \\
 & A_{1(k)} + (1 + \ln \varrho) A_{2(k)} + \sum_{i=5}^8 (\alpha_{i(k)} + 1) \varrho^{\alpha_{i(k)}} A_{i(k)} - \\
 & \quad - A_{1(k+1)} - (1 + \ln \varrho) A_{2(k+1)} - \sum_{i=5}^8 (\alpha_{i(k+1)} + 1) \varrho^{\alpha_{i(k+1)}} A_{i(k+1)} = 0, \\
 & B_{1(k)} + \ln \varrho B_{2(k)} + \sum_{i=5}^8 p_{i(k)} \varrho^{\alpha_{i(k)}} A_{i(k)} - \\
 & \quad - B_{1(k+1)} - \ln \varrho B_{2(k+1)} - \sum_{i=5}^8 p_{i(k+1)} \varrho^{\alpha_{i(k+1)}} A_{i(k+1)} = 0, \\
 & -B_{1(k)} - \left(\frac{1+\nu}{3-\nu} + \ln \varrho \right) B_{2(k)} + \sum_{i=5}^8 p_{i(k)} q_{i(k)} \varrho^{\alpha_{i(k)}} A_{i(k)} + \\
 & \quad + B_{1(k+1)} + \left(\frac{1+\nu}{3-\nu} + \ln \varrho \right) B_{2(k+1)} - \sum_{i=5}^8 p_{i(k+1)} q_{i(k+1)} \varrho^{\alpha_{i(k+1)}} A_{i(k+1)} = 0, \\
 (6) \quad & (D_r + D_0 \nu)_{(k)} A_{2(k)} - S_{(k)} a B_{2(k)} + \\
 & \quad + \sum_{i=5}^8 [D_{r(k)} \alpha_{i(k)}^2 + (D_{r(k)} + D_0 \nu - S_{(k)} a p_{i(k)}) \alpha_{1(k)}] A_{i(k)} \varrho^{\alpha_{i(k)}} - \\
 & \quad - (D_r + D_0 \nu)_{(k+1)} A_{2(k+1)} + S_{(k+1)} a B_{2(k+1)} - \\
 & \quad - \sum_{i=5}^8 [D_{r(k+1)} \alpha_{i(k+1)}^2 + (D_{r(k+1)} + D_0 \nu - S_{(k+1)} a p_{i(k+1)}) \alpha_{i(k+1)}] \varrho^{\alpha_{i(k+1)}} A_{i(k+1)} = 0, \\
 & \quad - \frac{S_{(k)}}{a} A_{2(k)} + \left(F_{1(k)} - 2\beta \nu \frac{1+\nu}{3-\nu} \right) B_{2(k)} + \sum_{i=5}^8 \left\{ 2\beta \nu p_{i(k)} [1 + q_{i(k)}] + \right. \\
 & \quad \left. + \left[F_{1(k)} p_{i(k)} - \frac{S_{(k)}}{a} (\alpha_{i(k)} + 1) \right] \alpha_{i(k)} \right\} \varrho^{\alpha_{i(k)}} A_{i(k)} + \\
 & \quad + \frac{S_{(k+1)}}{a} A_{2(k+1)} - \left(F_{1(k+1)} - 2\beta \nu \frac{1+\nu}{3-\nu} \right) B_{2(k+1)} - \sum_{i=5}^8 \left\{ 2\beta \nu p_{i(k+1)} [1 + q_{i(k+1)}] + \right. \\
 & \quad \left. + \left[F_{1(k+1)} p_{i(k+1)} - \frac{S_{(k+1)}}{a} (\alpha_{i(k+1)} + 1) \right] \alpha_{i(k+1)} \right\} \varrho^{\alpha_{i(k+1)}} A_{i(k+1)} = 0,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{2(1-\nu)}{3-\nu}B_{2(k)} + \sum_{i=5}^8 p_{i(k)} \left\{ -[1+q_{i(k)}] + q_{i(k)}\alpha_{i(k)} \right\} \varrho^{\alpha_{i(k)}} A_{i(k)} + \\
(6) \quad & + \frac{2(1-\nu)}{3-\nu}B_{2(k+1)} - \sum_{i=5}^8 p_{i(k+1)} \left\{ -[1+q_{i(k+1)}] + q_{i(k+1)}\alpha_{i(k+1)} \right\} \varrho^{\alpha_{i(k+1)}} A_{i(k+1)} = 0, \\
\text{[c.d.]} \quad & (3-\nu)D_0A_{2(k)} + \sum_{i=5}^8 \left\{ -D_{r(k)}\alpha_i^2(k)[\alpha_{i(k)} + 1] + (3-\nu)D_0\alpha_{i(k)} + \right. \\
& + S_{(k)}ap_{i(k)}\alpha_i^2(k)\left. \right\} \varrho^{\alpha_{i(k)}} A_{i(k)} - (3-\nu)D_0A_{2(k+1)} - \sum_{i=5}^8 \left\{ -D_{r(k+1)}\alpha_i^2(k+1)[\alpha_{i(k+1)} + 1] + \right. \\
& \left. + (3-\nu)D_0\alpha_{i(k+1)} + S_{(k+1)}ap_{i(k+1)}\alpha_i^2(k+1) \right\} \varrho^{\alpha_{i(k+1)}} A_{i(k+1)} = 0.
\end{aligned}$$

Powyższe równania wraz z warunkami brzegowymi dla zewnętrznego i wewnętrznego brzegu płyty stanowią układ równań, z którego można wyznaczyć wszystkie stałe dowolne. Liczba stałych dowolnych równa jest liczbie przedziałów pomnożonej przez osiem.

Warunki brzegowe dla płyty podpartej na obwodzie zewnętrznym i mającej sztywną piastę w środku są następujące:

a) dla obwodu zewnętrznego ($\varrho = 1, k = m$)

$$\begin{aligned}
(7)_1 \quad & w_{(k)} = 0, \quad M_{r(k)} = 0, \quad N_{r(k)} = 0, \quad T_{(k)} = 0, \\
& a \int_{-\pi}^{+\pi} M_{r\theta(k)} \sin\theta d\theta - a^2 \int_{-\pi}^{+\pi} Q_{r(k)} \cos\theta d\theta = M;
\end{aligned}$$

ponadto, jak udowodniono w [1], stała $B_{1(k)} = 0$;

b) dla obwodu wewnętrznego ($\varrho = \varrho_0 = c/a, k = 1$)

$$\begin{aligned}
(7)_2 \quad & w_{(k)} = \varrho_0 \frac{dw_{(k)}}{d\varrho}, \\
& u_{(k)} \sin\theta = -v_{(k)} \cos\theta.
\end{aligned}$$

W podobny sposób można otrzymać warunki brzegowe dla płyty utwierdzonej na obwodzie zewnętrznym i mającej sztywną piastę w środku:

a) dla obwodu zewnętrznego ($\varrho = 1, k = m$)

$$\begin{aligned}
(8) \quad & w_{(k)} = 0, \quad \frac{dw_{(k)}}{d\varrho} = 0, \quad u_{(k)} = 0, \quad v_{(k)} = 0, \\
& a \int_{-\pi}^{+\pi} M_{r(k)} \cos\theta d\theta + a \int_{-\pi}^{+\pi} M_{r\theta(k)} \sin\theta d\theta - a^2 \int_{-\pi}^{+\pi} Q_{r(k)} \cos\theta d\theta = M, \\
& \int_{-\pi}^{+\pi} N_{r(k)} \cos\theta d\theta - \int_{-\pi}^{+\pi} T_{(k)} \sin\theta d\theta = 0;
\end{aligned}$$

b) dla obwodu wewnętrznego warunki pozostaną bez zmiany.

Naprężenia promieniowe w płycie i żebrach oraz naprężenia obwodowe i styczne w płycie obliczyć można ze wzorów ([1])

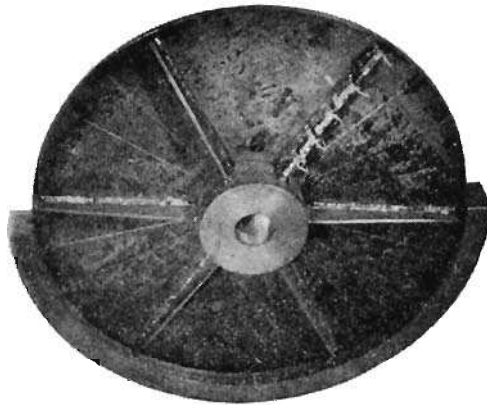
$$\sigma_{r(k)} = \frac{E}{(1-\nu^2)a} \left[\nu \frac{u_{0(k)}}{\rho} + \frac{\partial u_{0(k)}}{\partial \rho} + \frac{\nu}{\rho} \frac{\partial v_{0(k)}}{\partial \theta} - \frac{z}{a} \left(\frac{\partial^2 w_{(k)}}{\partial \rho^2} + \frac{\nu}{\rho} \frac{\partial w_{(k)}}{\partial \rho} + \frac{\nu}{\rho^2} \frac{\partial^2 w_{(k)}}{\partial \theta^2} \right) \right],$$

$$\bar{\sigma}_{r(k)} = \frac{E}{a} \left(\frac{u_{0(k)}}{\rho} - \frac{z}{a} \frac{\partial^2 w_{(k)}}{\partial \rho^2} \right),$$

$$\sigma_{\theta(k)} = \frac{E}{(1-\nu^2)a} \left[\frac{u_{0(k)}}{\rho} + \nu \frac{\partial u_{0(k)}}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial v_{0(k)}}{\partial \theta} - \frac{z}{a} \left(\nu \frac{\partial^2 w_{(k)}}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial w_{(k)}}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 w_{(k)}}{\partial \theta^2} \right) \right],$$

$$\tau_{r\theta(k)} = G\gamma_{r\theta} = 2G \frac{z}{a} \left(\frac{1}{a\rho^2} \frac{\partial w_{(k)}}{\partial \theta} - \frac{\partial^2 w_{(k)}}{\partial \rho \partial \theta} \right) + \frac{G}{a} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial u_{0(k)}}{\partial \theta} - \frac{v_{0(k)}}{\rho} + \frac{\partial v_{0(k)}}{\partial \rho} \right).$$

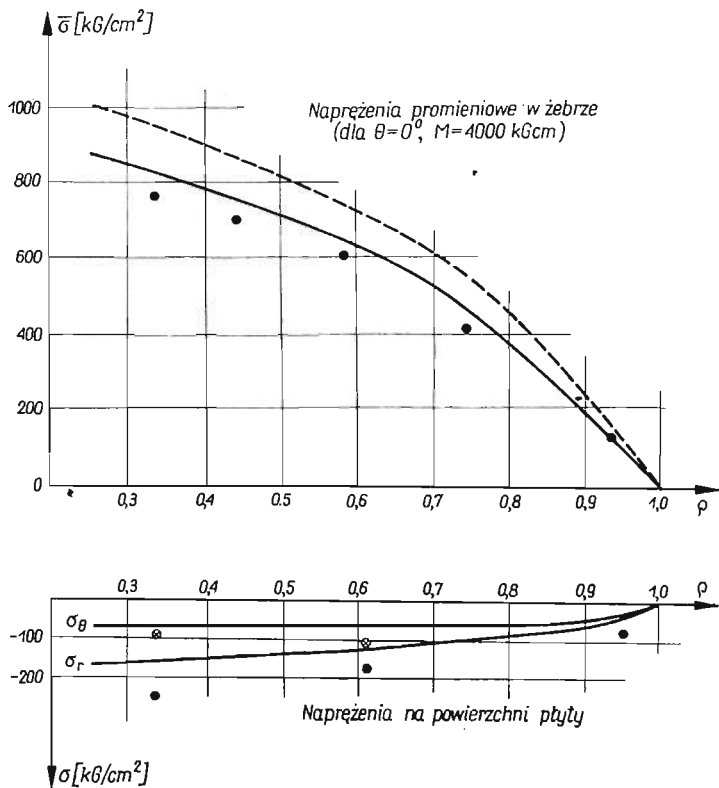
Przykład. Obliczenie naprężeń i przemieszczeń płyty kołowej wzmocnionej żebrami według rys. 1 i 4. Płyta podparta jest przegubowo na obwodzie zewnętrznym. Dane: $a = 22$ cm, $c = 5,5$ cm, $H_a = 1,5$ cm, $H_c = 3,0$ cm, $b = 0,3$ cm, $n = 6$.



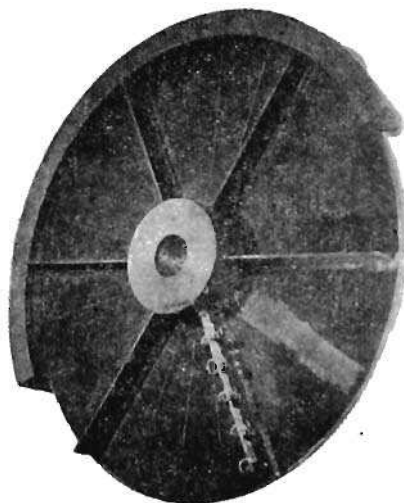
Rys. 4

Płytę podzielono na $m = 5$ pierścieni o jednakowej szerokości. Dla średniego promienia każdego z pierścieni obliczono wielkości D_r , S , F_1 według wzorów (3) podstawiając za $b_{(k)}$, $H_{(k)}$ i $\rho_{sr(k)}$ wartości grubości, wysokości żebra i promienia w środku pierścienia. Następnie dla każdego pierścienia rozwiązano równanie (4) uzyskując wartości $\alpha_{l(k)}$. Obliczone wielkości podstawiono do wzorów (7) na warunki brzegowe po uwzględnieniu (2) i (5) oraz do wzorów (6). Ponieważ równania (6) muszą być spełnione na liniach styku kolejnych dwóch pierścieni, to przy podziale na 5 pierścieni otrzymano układ 40 liniowych równań algebraicznych umożliwiających obliczenie stałych $A_{1(k)} - A_{8(k)}$ dla każdego pierścienia. Następnie z wzorów (2) obliczono przemieszczenie poszczególnych pierścieni. Obliczenia wykonano na elektronicznej maszynie cyfrowej ZAM-2 Beta.

Powyższa metoda podziału płyty na pierścienie nie zapewnia ciągłości naprężeń na styku pierścieni. W związku z tym najbardziej miarodajne są naprężenia obliczone dla środków pierścieni według wzorów (9). Na wykresie rys. 5 pokazano naprężenia w żebrach



Rys. 5 Napężenia w płycie wzmocnionej $n = 6$ żebrami o zmiennej wysokości, podpartej przegubowo na obwodzie zewnętrznym. Napężenia teoretyczne na krawędzi żebra — linia przerywana, a na wysokości naklejenia tensometrów — linia ciągła. Wyniki pomiarów naprężeń promieniowych (●) i obwodowych (⊗)



Rys. 6

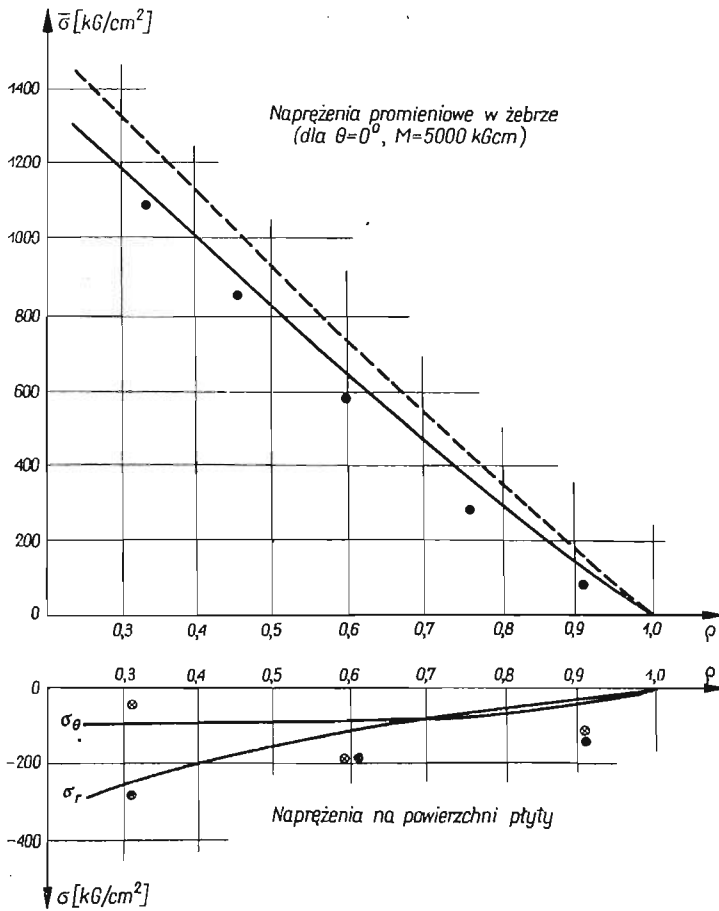
w płycie przedstawionej na rys. 1 i 4, dla kąta $\theta = 0^\circ$ (płaszczyzna działania momentu M); krzywe poprowadzono przez punkty odpowiadające środkom pierścieni.

Płyta poddana została ponadto badaniom tensometrycznym na specjalnym stanowisku umożliwiającym realizację warunków brzegowych oraz obciążenia. Wyniki pomiarów naniesiono na rys. 5.

Podobnie wykonano obliczenia i pomiary dla płyty przedstawionej na rys. 6 (wzmocnionej sześcioma żebrami o jednakowej wysokości i grubości). Wyniki przedstawiono na rys. 7.

Przeprowadzone badania tensometryczne wykazują dobrą zgodność z wynikami teoretycznymi.

Należy podkreślić, że doświadczenia i obliczenia zostały przeprowadzone dla małej liczby żeber, co jest często spotykane w konstrukcjach maszynowych.



Rys. 7. Napężenia w płycie wzmocnionej $n = 6$ żebrami o stałej wysokości i grubości, podpartej przegubowo na obwodzie zewnętrznym. Napężenia teoretyczne na krawędzi zebra — linia przerywana, na wysokości naklejenia tensometrów — linia ciągła. Wyniki pomiarów naprężeń promieniowych (●) i obwodowych (⊗)

Literatura cytowana w tekście

1. A. MŁOTKOWSKI, *Wytrzymałość płyty kolowej jednostronnie uźebrowanej poddanej antysymetrycznemu zginaniu*, Mech. Teor. i Stos., 4, 6 (1968).
2. S. TIMOSHENKO, S. WOYNOWSKY-KRIEGER, *Teoria płyt i powłok*, Arkady, 1962.

Резюме

ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ ПОДВЕРГНУТОЙ АНТИСИММЕТРИЧНОМУ ИЗГИБУ
КРУГОВОЙ ПЛАСТИНКИ ПОДКРЕПЛЕННОЙ ОДНОСТОРОННИМИ
РАДИАЛЬНЫМИ РЕБРАМИ

Приближенным методом решена задача о напряжениях и деформации в круговой пластине подкрепленной радиальными ребрами любой формы, расположенными осесимметрично по одну сторону от срединной поверхности.

Решение находится путем разделения пластинки на несколько ортотропных кольцевых пластинок постоянной жесткости при соблюдении условий непрерывности деформации и внутренних сил. Рассмотрены случаи шарнирно и жестко закрепленных краев пластинки. Произведены расчеты и тензомерические измерения для пластинок с 6-ю ребрами переменного и постоянного сечений.

Summary

APPROXIMATE SOLUTION OF A CIRCULAR PLATE WITH ONE-SIDED RIBS SUBJECTED
TO ANTISYMMETRIC BENDING

An approximate method of determination of the state of strain and stress in circular elastic plate reinforced by radial ribs of arbitrary shape, eccentric with respect to the middle surface, has been discussed. The plate is loaded by a skew-symmetric bending couple acting on the hub. In order to establish the state of stress and strain, the plate was divided into several orthotropic rings of constant flexural rigidity. Continuity conditions (6) at the lines of contact between the rings have to be satisfied, the outside edge of the plate being either simply supported or clamped. Numerical example comparing the theoretical and experimental results are given.

POLITECHNIKA ŁÓDZKA

Praca została złożona w Redakcji dnia 26 maja 1969 r.