

ZMODYFIKOWANY PRĘT HOPKINSONA*

JANUSZ KLEPACZKO (WARSZAWA)

1. Uwagi ogólne

Poznanie własności plastycznych metali deformowanych z dużymi prędkościami odkształcenia, rzędu $5 \cdot 10^2 \text{ s}^{-1}$ i większych stanowi poważny problem eksperymentalny. Zagadnienie to jest coraz częściej przedmiotem zainteresowania, gdyż wynika z jednej strony z konieczności dostarczenia informacji o zachowaniu się plastycznym metali w warunkach dynamicznych dla potrzeb technologii formowania z dużymi prędkościami. Z drugiej natomiast strony, badania tego rodzaju mogą znacznie rozszerzyć nasze horyzonty w zakresie plastycznego zachowania się metali.

Należy także dodać, że dla rozwiązania jakiegokolwiek problemu brzegowego w dynamicznych zagadnieniach teorii plastyczności niezbędna jest znajomość równania konstytutywnego wiążącego na drodze analitycznej naprężenie σ , odkształcenie ε , prędkość odkształcenia $\dot{\varepsilon} = \frac{d\varepsilon}{dt}$ oraz temperaturę w skali absolutnej. O ile rozwiązywany problem ma dobrze opisywać rzeczywiste zachowanie się rozważanej konstrukcji odkształcającej się plastycznie w warunkach dynamicznych, należy w większości przypadków uwzględnić wrażliwość materiału konstrukcji na prędkość odkształcenia. Niekiedy uwzględni się również równoczesny wpływ temperatury.

Tak więc celem eksperymentu jest dostarczenie danych o plastycznym zachowaniu się metali w możliwie dużym przedziale prędkości odkształcenia i temperatury. Dane takie służą z kolei do prawidłowego konstruowania równań konstytutywnych w teorii lepkoplastyczności.

Jeżeli pominąć efekty historii temperatury [1] i historii prędkości odkształcenia [2], [3], to zagadnienie sprowadza się do doświadczalnego wyznaczenia pewnej hiperpowierzchni; dla jednoosiowego stanu naprężenia można opisać ją równaniem

$$(1.1) \quad (\sigma, \varepsilon, \dot{\varepsilon}, T) = 0,$$

Zagadnienie komplikuje się jeszcze bardziej dla przypadku złożonego stanu naprężenia; wówczas symbolicznie możemy napisać

$$(1.2) \quad (\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}, \dot{\varepsilon}_{ij}, T) = 0,$$

gdzie trzy wprowadzone wielkości są tensorami wymienionych uprzednio zmiennych.

*) II nagroda na Ogólnopolskim Konkursie na prace doświadczalne z mechaniki, zorganizowanym przez C. dział Gliwicki PTMTS w 1970 roku.

Gdy ograniczyć się do jednoosiowego stanu naprężenia z temperaturą T jako parametrem, to pozostaje do wyznaczenia trójwymiarowa powierzchnia

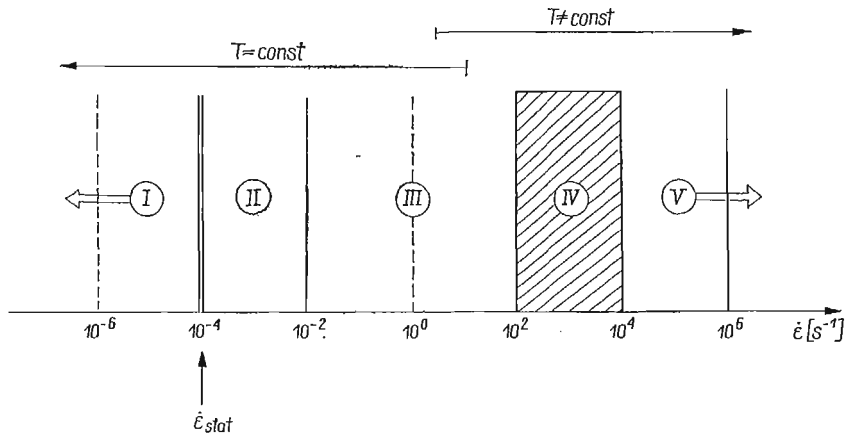
$$(1.3) \quad (\sigma, \varepsilon, \dot{\varepsilon})_T = 0 \quad \text{lub} \quad \sigma = \sigma(\varepsilon, \dot{\varepsilon})_T,$$

z odpowiednim zakresem prędkości odkształcenia $\dot{\varepsilon}$.

Uzyskanie maksymalnie szerokiego zakresu prędkości odkształcenia sprawia poważne trudności techniczne, gdyż zakres możliwych prędkości może zawierać się w wielu rzędach dziesiętnych, licząc w s^{-1} , gdzie

$$\dot{\varepsilon} = \frac{d\varepsilon}{dt}; \quad \varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} \quad \text{stąd} \quad \dot{\varepsilon} = \frac{v}{l_0},$$

l_0 oznacza bazę pomiarową próbki, a v prędkość jej odkształcenia. Dla zilustrowania tego zagadnienia posłużono się widmem prędkości odkształcenia przedstawionym na rys. 1. Ponieważ wpływ prędkości odkształcenia na naprężenie plastycznego płynięcia przejawia się zwykle w postaci monotonicznie rosnącej funkcji prędkości odkształcenia, przeto nie jest obojętne na jakim poziomie prędkości odkształcenia założono istnienie



Rys. 1

krzywej «statycznej». Zwykle za taką wartość przyjmuje się $\dot{\varepsilon}_{stat} = 1 \cdot 10^{-4} s^{-1}$, zaznaczono ją podwójną linią na widmie. Mając tak zdefiniowany poziom odniesienia, można na przedstawionym widmie prędkości odkształcenia rozróżnić szereg zakresów, które wynikają ze stosowanej techniki eksperymentu. I tak:

- I — $\dot{\varepsilon} \leq 1 \cdot 10^{-4} s^{-1}$ — zakres pełzania metali, zwykle eksperymenty przeprowadza się dla $\sigma = const$.
- II — $1 \cdot 10^{-4} s^{-1} \leq \dot{\varepsilon} \leq 1 \cdot 10^{-2} s^{-1}$ — zakres normalnych prób statycznych na standardowych maszynach (zrywarki) i standardowych próbkach (dziesięciokrotnych lub pięciokrotnych).
- III — $1 \cdot 10^{-2} s^{-1} \leq \dot{\varepsilon} \leq 1 \cdot 10^2 s^{-1}$ — zakres prób quasi-statycznych z użyciem takich urządzeń jak młoty spadowe, młoty Charpy'ego, młoty rotacyjne i innych. W zasadzie stosuje się tu próbki standardowe, lub nieco krótsze. Przy spełnieniu równych

warunków można jeszcze stosować schemat doświadczenia oparty na rozciąganiu próbki. Należy jednak już dysponować odpowiednią techniką pomiarową dla rejestracji szybkozmiennych procesów.

IV — $1 \cdot 10^2 \text{ s}^{-1} \leq \dot{\epsilon} \leq 1 \cdot 10^4 \text{ s}^{-1}$ — jest to zakres dużych prędkości odkształcenia, możliwy jedynie do realizacji w przypadku prób ściskania, a to ze względu na istnienie zjawiska krytycznej prędkości wg KÁRMÁNA [4] dla przypadku rozciągania. Muszą tu być stosowane specjalne techniki eksperymentalne z uwzględnieniem elektronicznych urządzeń wzmacniania i rejestracji sygnału o szerokim paśmie przenoszenia. Należy również uwzględnić wiele dodatkowych efektów.

Techniki eksperymentalne omawiane w niniejszej pracy dotyczą tego przedziału prędkości i dlatego został on na rys. 1 zakreskowany.

V — $\dot{\epsilon} \geq 1 \cdot 10^4 \text{ s}^{-1}$ — tak duże prędkości odkształcenia, nazywane superwysokimi, można uzyskiwać jedynie poprzez generację płaskich fal uderzeniowych. Należy dodać, że na czole płaskiej fali uderzeniowej ma miejsce jednoosiowy stan odkształcenia, a stosunkowo niewielkie odkształcenia plastyczne wynikają ze ściśliwości materiału i małej składowej dewiatorowej tensora odkształcenia. Istotnym zagadnieniem są tu również sprzężone procesy termiczne.

Technika pomiaru kształtu czoła fali uderzeniowej jest niezwykle skomplikowana i kosztowna, a dokładność obecnie używanych metod jest niewystarczająca.

Przedstawione zakresy na widmie prędkości stanowią niezwykle szeroki przedział, bo dwanaście rzędów dziesiętnych. Wyznaczenie powierzchni (1.3) w takim przedziale stanowi poważny problem eksperymentalny.

2. Założenia podstawowe metody

Od chwili gdy w roku 1914 HOPKINSON [5] zaproponował użycie pojedynczego pręta stalowego o wysokiej granicy plastyczności wraz z wahadłem balistycznym do pomiaru maksymalnych wartości ciśnienia, minęło z górą pół wieku. Zaproponowany schemat okazał się bardzo przydatny do pomiaru ciśnień dynamicznych. Korzystając w tym przypadku z najprostszego równania falowego (2.1) dla sprężystego pręta [6] oraz z równania ilości ruchu można wyznaczyć maksymalne ciśnienie p_{\max} i długość impulsu t_i .

Równanie falowe przedstawia się w postaci

$$(2.1) \quad \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = C_0^2 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2};$$

rozwiązanie równania (2.1) metodą charakterystyk przyjmuje postać

$$(2.2) \quad C_0 = \pm \frac{dx}{dt}; \quad C_0 = \pm \sqrt{\frac{E}{\rho_0}},$$

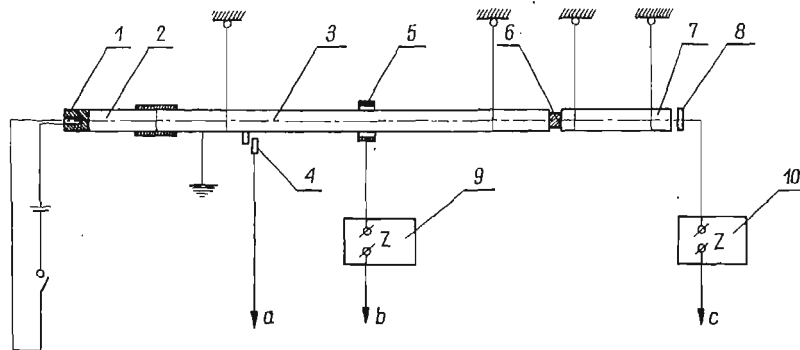
$$(2.3) \quad \sigma = \pm \rho_0 C_0 v,$$

gdzie U oznacza przemieszczenie, x współrzędną Lagrange'a wzdłuż długości pręta, t czas, C_0 prędkość sprężystej fali podłużnej w pręcie, ρ_0 gęstość materiału pręta, wreszcie E oraz v oznacza odpowiednio moduł Younga i prędkość masową.

Rozwój elektroniki umożliwił DAVIESOWI w roku 1948 wykorzystanie metod pomiarowych tego rodzaju dla pręta HOPKINSONA [7]. Zastosowano tu pojemnościową metodę pomiaru przemieszczeń na czole fali w pręcie Hopkinsona, stąd można było zmierzyć całkowity przebieg ciśnienia $p(t)$ na czynnym końcu pręta.

Kolejnym etapem była propozycja KOLSKY'EGO [8] z roku 1949, aby mierzyć w ten sposób, po wprowadzeniu pewnych modyfikacji, dynamiczne krzywe umocnienia metali. Zmodyfikowany układ zastosowany przez Kolsky'ego przedstawiono schematycznie na rys. 2. Zasada tego układu jest stosowana dotychczas.

Ładunek eksplodujący 1 ze spłonką jest umieszczony na końcu wymiennego, miękkiego pręta 2, zwanego kowadłem. Odpalenie ładunku powoduje propagację fali sprężystej we



Rys. 2

właściwym pręcie Hopkinsona 3, wykonanym ze stali o wysokiej granicy plastyczności. Na pręcie zamocowany jest styk 4, włączający podstawę czasu oscyloskopu oraz czujnik pojemnościowy 5, zasilany ze źródła 9. Kształt impulsu wymuszającego $\sigma_I(t)$, który dochodzi do krótkiej cylindrycznej próbki 6, jest rejestrowany czujnikiem 5. Ponieważ próbka 6 jest znacznie miększa od materiału pręta, część impulsu $\sigma_I(t)$ zostaje odbita od czoła pręta 3 i jest ponownie rejestrowana przez czujnik 5 jako $-\sigma_R(t)$. Część impulsu wymuszającego $\sigma_I(t)$ przechodzi przez próbkę i dalej przez pręt 7 będąc rejestrowana jako $\sigma_T(t)$ przez czujnik pojemnościowy 8, zasilany źródłem 10. Wszystkie sygnały elektryczne z wyjść a , b i c są podawane na oscyloskop.

Tak więc należy zarejestrować kształty trzech fal w funkcji czasu: impuls wymuszający $\sigma_I(t)$, impuls odbity $\sigma_R(t)$ oraz impuls przechodzący $\sigma_T(t)$. Odpowiednia analiza tych impulsów umożliwia znalezienie dynamicznej krzywej umocnienia. Zagadnienie to zostanie rozważone dalej.

Na wszystkie metody z wykorzystaniem pomiarowego pręta Hopkinsona narzucone są pewne ograniczenia lub warunki; oto one:

a. Zakłada się, że pręty pomiarowe znajdują się zawsze w stanie sprężystym, a wymuszone i mierzone fale są falami sprężystymi. Dla materiału z którego wykonane są pręty istnieje graniczna wartość naprężenia σ_{\max} , która jest jeszcze dopuszczalna, $\sigma_{\max} < \sigma_e$, gdzie σ_e jest granicą sprężystości.

b. Zakłada się, że izotermiczny moduł Younga E_T jest równy adyabatycznemu E_A , co dla metali z dużą dokładnością zachodzi; różnice modułów wynoszą od 0,1% do 0,5%. Fakt ten nie wpływa zasadniczo na wartość mierzonych naprężeń.

c. Następne założenie sprowadza się do tego, że impuls propaguje się wzdłuż pręta bez jakiegokolwiek tłumienia. Założenie to jest słuszne jedynie wtedy, gdy długość impulsu jest duża w porównaniu do średnicy pręta [7]. Jeżeli założenie to nie jest spełnione, to zachodzi silna dyspersja geometryczna impulsu.

d. Zakłada się również, że naprężenia poosiowe są rozłożone równomiernie na przekroju pręta, a zatem nie istnieje zależność naprężenia od promienia. Doświadczenia wykazują, że nawet przy wymuszeniu prawie punktowym na czynnym końcu pręta Hopkinsona założenie to jest spełnione już na długości równej czterem średnicom pręta pomiarowego (reguła Saint-Vénanta).

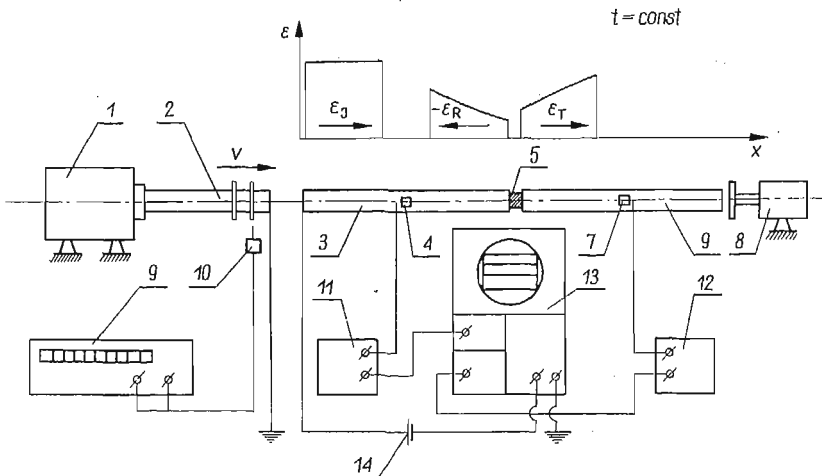
Reguła ta pozwala na stosowanie ściskanych próbek o odpowiednio mniejszej średnicy od średnicy pręta pomiarowego.

Dyskutowane założenia są natury mechanicznej, związanej z mechaniką propagacji impulsu. Należy zdawać sobie także sprawę, że urządzenie wymaga stosunkowo skomplikowanych pomiarów elektronicznych gdzie stosuje się również pewne założenia.

W sumie jednak urządzenie oparte na tej zasadzie jest uważane obecnie za najlepsze i jak dotychczas za najnowocześniejsze narzędzie do badania dynamicznych charakterystyk materiałów w stanie plastycznym.

3. Konstrukcje używane obecnie

Schematy eksperymentalne używane obecnie uległy pewnym zmianom w porównaniu ze schematem pierwotnie zaproponowanym przez KOLSKY'EGO i przedstawionym na rys. 2.

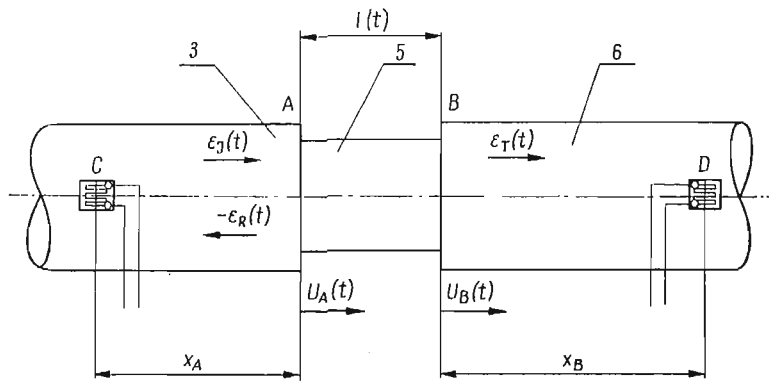


Rys. 3

I tak zaniechano użycia materiału wybuchowego dla generacji impulsu, a pojemnościową technikę pomiaru przemieszczeń zastąpiono zastosowaniem czujników elektrooporowych o krótkich bazach pomiarowych. Taki nowoczesny układ przedstawiono na rys. 3.

Odpowiednia wyrzutnia 1 pozwala na nadanie wymaganej prędkości v prętowi wymuszającemu 2. Prędkość ta jest mierzona za pomocą czujnika pomiaru prędkości, na przykład czujnika magnetycznego oraz czasomierza liczącego 9. Z kolei pręt wymuszający 2 uderza w pręt transmitujący 3 generując w nim falę prostokątną o amplitudzie ε_I . Fala ε_I dochodząc do czoła pręta 3 odbija się częściowo w postaci fali rozciągania $-\varepsilon_R$, druga część fali natomiast oznaczona przez ε_T przechodzi przez próbkę 5 i jest przyjmowana przez pręt odbierający 6. Cały układ prętów jest hamowany przez opornik 8.

Pomiar kształtu wszystkich trzech impulsów jest dokonywany za pomocą odpowiednich tensometrów elektrooporowych 4 i 7 o krótkiej bazie, rzędu od 1 do 3 mm, z wykorzystaniem zasilaczy 11 i 12 oraz dwustrumieniowego oscyloskopu 13 z jednorazowo wyzwalaną podstawą czasu. Podstawę czasu wyzwała się zewnętrznie za pomocą baterii 14, a cały proces jest fotografowany. Kształty oraz kierunki poszczególnych impulsów



Rys. 4

również przedstawiono w funkcji czasu na rys. 3. Należy dodać, że kształty impulsów $\varepsilon_I(t)$ oraz $\varepsilon_R(t)$ są mierzone czujnikiem 4, natomiast kształt impulsu $\varepsilon_T(t)$ jest mierzony czujnikiem 7.

Jeżeli rozważyć przemieszczenia w danej chwili na czołach prętów pozostających w kontakcie z próbką, to otrzymuje się sytuację przedstawioną na rys. 4.

Średnią wartość odkształcenia $\bar{\varepsilon}_s$ dla próbki 5 oraz średnią wartość prędkości odkształcenia $\bar{\dot{\varepsilon}}_s$ można wyrazić przy pomocy przemieszczeń czoł prętów 3 i 6 następująco:

$$(3.1) \quad \bar{\varepsilon}_s(t) = \frac{U_A(t) - U_B(t)}{l_0},$$

$$(3.2) \quad \bar{\dot{\varepsilon}}_s(t) = \frac{1}{l_0} \left[\frac{dU_A(t)}{dt} - \frac{dU_B(t)}{dt} \right],$$

l_0 oznacza długość początkową próbki.

Po wykorzystaniu zależności na charakterystykach dla równania (2.1) można obliczyć U_A oraz U_B ; stąd

$$(3.3) \quad U_A(t) = C_{0E} \int_0^t \varepsilon_I(t') dt' + (-C_{0E}) \int_0^t \varepsilon_R(t') dt',$$

lub

$$(3.4) \quad U_A(t) = C_{0E} \int_0^t [\varepsilon_I(t') - \varepsilon_R(t')] dt',$$

gdzie C_{0E} oznacza prędkość fali sprężystej w prętach. Równocześnie

$$(3.5) \quad U_B(t) = C_{0E} \int_0^t \varepsilon_T(t') dt'.$$

Podstawiając (3.4) i (3.5) do (3.1) otrzymuje się

$$(3.6) \quad \bar{\varepsilon}_s = \frac{C_{0E}}{l_0} \int_0^t [\varepsilon_I(t') - \varepsilon_R(t') - \varepsilon_T(t')] dt',$$

a ponadto

$$(3.7) \quad \dot{\bar{\varepsilon}}_s = \frac{C_{0E}}{l_0} [\varepsilon_I(t) - \varepsilon_R(t) - \varepsilon_T(t)].$$

Średnie naprężenie w próbce $\bar{\sigma}_s$ można obliczyć z zależności

$$(3.8) \quad \bar{\sigma}_s = \frac{P_A(t) + P_B(t)}{2F_s};$$

$P_A(t)$ i $P_B(t)$ oznaczają tu odpowiednie siły działające na próbkę, F_s jest aktualnym polem przekroju próbki. Korzystając z prawa Hooke'a można wyznaczyć $P_A(t)$ i $P_B(t)$ na podstawie zarejestrowanych impulsów

$$(3.9) \quad P_A(t) = EF_E[\varepsilon_I(t) + \varepsilon_R(t)]$$

oraz

$$(3.10) \quad P_B(t) = EF_E \varepsilon_T(t),$$

gdzie E jest modułem Younga materiału prętów, a F_E polem przekroju prętów.

Po podstawieniu (3.9) i (3.10) do (3.8) otrzymuje się

$$(3.11) \quad \bar{\sigma}_s = \frac{1}{2} E \left(\frac{F_E}{F_s} \right) [\varepsilon_I(t) + \varepsilon_R(t) + \varepsilon_T(t)].$$

Tak więc na podstawie znajomości ε_I , ε_R i ε_T można określić trójkę średnich ($\bar{\sigma}_s$, $\bar{\varepsilon}_s$, $\dot{\bar{\varepsilon}}_s$), określających punkt na powierzchni $(\sigma, \varepsilon, \dot{\varepsilon})_T = 0$, a ściślej, dane dla jednej próbki wyznaczają pewną linię na tej powierzchni.

Na uwagę zasługuje możliwość dynamicznego cechowania układu poprzez dokładny pomiar prędkości uderzenia v i wykorzystania zależności (2.3). Mierzac v można natychmiast wyznaczyć maksymalną wartość odkształcenia ε_I dla fali

$$(3.12) \quad (\varepsilon_I)_{\max} = \frac{v}{2C_{0E}}.$$

Przedstawiona na rys. 3 konstrukcja z trzema prętami uchodzi obecnie za optymalną i bywa najczęściej stosowana. Jednak poszczególne laboratoria zależnie od potrzeb ba-

dawczych stosują pewne modyfikacje zarówno w części mechanicznej układu jak i w metodyce pomiarów.

I tak w pracy [9] zamiast prętów zastosowano rury ze stopu aluminium o wysokiej granicy plastyczności, ściskając miękkie pierścieniowe próbki z technicznie czystego aluminium. Taki schemat eksperymentalny jest o tyle korzystny, że zmniejsza efekty bezwładności poprzecznej próbki.

W pracy [10] badano zachowanie się aluminium w podwyższonych temperaturach (do 550°C) tą samą techniką, jednak z użyciem prętów i próbek cylindrycznych. Przerzeź pomiędzy czołami prętów (gdzie umieszczono próbkę) podgrzewano piecem, a powstający w ten sposób gradient temperatury w prętach uwzględniono w analizie numerycznej.

Na uwagę zasługuje praca [11], gdzie w układzie tensometru elektrooporowego na przecie transmitującym zastosowano wzmacniacz całkujący, którego wyjście podłączono na wejście x oscyloskopu. Sygnał z pręta odbierającego podaje się na wejście y oscyloskopu.

Zastosowanie wzmacniacza całkującego wraz z założeniem, że naprężenie w danym momencie jest w próbce stałe (nie ma gradientu naprężenia po długości próbki), pozwala automatycznie scałkować wyrażenie (3.6), które sprowadza się wówczas do postaci

$$(3.13) \quad \varepsilon_s = -\frac{2C_{0F}}{l_0} \int_0^t \varepsilon_R(t') dt' \quad \text{ponieważ} \quad \varepsilon_R(t) = \varepsilon_T(t) - \varepsilon_I(t).$$

W ten sposób eliminuje się skomplikowaną procedurę numeryczną oraz wymagany dokładny i żmudny pomiar oscylogramów, otrzymując od razu dynamiczną krzywą umocnienia.

We wspomnianej pracy [11] uzyskano wiele danych dla aluminium, ołowiu i miedzi.

Również wiele danych otrzymano w pracy [12], gdzie zbadano nieczuły na prędkość odkształcenia stop aluminium oraz pewien stop tytanu.

W pracy [13] zmodyfikowany pręt Hopkinsona umieszczono w komorze ciśnieniowej, badając lepkoplastyczne własności miedzi pod ciśnieniem hydrostatycznym. Uzyskano wyraźny wpływ ciśnienia hydrostatycznego na te własności.

Praca [14] zawiera pewną modyfikację, mianowicie zastosowano na końcu układu trzech prętów czwarty pręt jako pułapkę energii. W ten sposób pręt transmitujący wraz z prętem odbierającym pozostają w spoczynku po zakończeniu procesu deformacji próbki. Układ ten zastosowano w badaniu niskowęglowej stali 0,03%C. Również układ tego rodzaju zastosowano w pracach [15], [16] i [17] przy badaniu polikrystalicznych i monokrystalicznych próbek aluminium.

Wreszcie na uwagę zasługują próby zastosowania układu prętów Hopkinsona do przeprowadzania prób rozciągania krótkich próbek. W pracy [12] zastosowano krótkie próbki rurkowe, a zamiast pręta odbierającego użyto rury. Natomiast w pracy [19] dla przeprowadzenia prób rozciągania zastosowano krótkie próbki cylindryczne łączone z prętami transmitującym i odbierającym za pomocą gwintu. Zamiast pręta wymuszającego zastosowano rurę, która uderzając w pierścień oporowy na przecie transmitującym od strony układu prętów, wywołuje w nich impuls rozciągający.

Całkowitej zmiany systemu pomiarowego dla zmodyfikowanego pręta Hopkinsona dokonano w pracy [20]. Mianowicie pomiędzy czołami prętów a ścisną próbką umieszczono piezoelektryczne czujniki kwarcowe. W ten sposób można bezpośrednio mierzyć siły działające w danym momencie na czoła próbki.

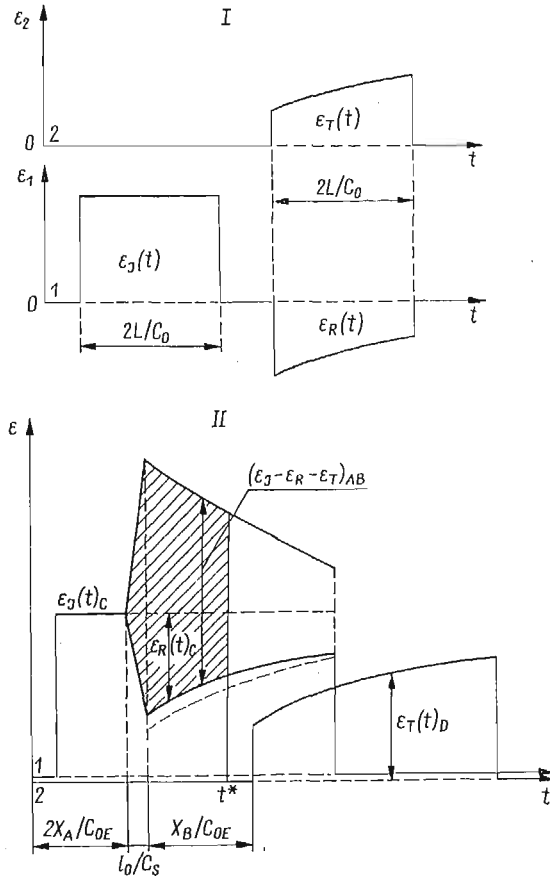
Niezależnie od poszczególnych odmian, technika pomiarów na zmodyfikowanym pręcie Hopkinsona dopuszcza dwa możliwe położenia tensometrów w stosunku do próbki. Pierwsze, które musi być stosowane przy wykorzystaniu układu całkowitego, polega na umieszczeniu tensometrów na odpowiednio dużej odległości od próbki. Wynika to stąd, że poszczególne impulsy muszą być rozdzielone w czasie przed operacją całkowania. Jeżeli pręty transmitujące i odbierające mają taką samą długość L , a czujniki naklejono na połowie ich długości, to długość pręta wymuszającego jest ograniczona i wynosi $L/2$.

Drugi przypadek rozmieszczenia tensometrów, który został zastosowany na przykład w pracach [9], [12], [14] i [15] polega na umieszczeniu czujników na prętach w pobliżu próbki. W takim przypadku czujnik umieszczony na pręcie transmitującym rejestruje najpierw początek impulsu wymuszającego $\varepsilon_I(t)$, a następnie różnicę impulsów wymuszającego $\varepsilon_I(t)$ i odbitego $\varepsilon_R(t)$, zgodnie z zależnością (3.13). Schematyczne przedstawienie kolejności rejestrowanych fal przy rejestracji dwustrumieniowej dla obydwu przypadków oraz graficzne rozwiązanie równania (3.6) dla przypadku drugiego zawiera rys. 5. W przypadku pierwszym uwidoczniła się synchronizacja impulsów. W przypadku drugim impuls $\varepsilon_T(t)$ został przesunięty równolegle w lewo celem przygotowania procedury numerycznej. Zakreskowane pole stanowi całość w równaniu (3.13) i jest proporcjonalne do średniego odkształcenia próbki $\bar{\varepsilon}_s$. Impuls transmitowany $\varepsilon_T(t)$ jest odpowiednio opóźniony po przesunięciu, mianowicie o l_0/C_{0s} , gdzie C_{0s} oznacza prędkość fali sprężystej dla materiału próbki.

Porównując obydwa przypadki można stwierdzić, że rejestracja w przypadku pierwszym musi odbywać się z mniejszą prędkością, gdyż impulsy są rozdzielone, a muszą się zmieścić na ekranie oscyloskopu. W przypadku drugim rejestracja impulsów może być bardziej dokładna w funkcji czasu. Ponadto dla przypadku drugiego obserwuje się mniejszą dyspersję geometryczną impulsu.

Przy stosowaniu tensometrii elektrooporowej do pomiaru fal sprężystych w prętach należy zdawać sobie sprawę, że pomiary tego rodzaju są uważane za trudne i nastęcające wiele problemów. Z jednej strony czasy narastania czoła fali są stosunkowo krótkie, rzędu kilku do kilkudziesięciu mikrosekund ($1\mu s = 10^{-6}s$), z drugiej strony, prędkości propagacji fal są odpowiednio wysokie. W rezultacie czasy rejestracji przebiegów są bardzo krótkie, jak na badania typu mechanicznego, a prędkości rejestracji na ekranie oscyloskopu wynoszą zwykle od $20\mu s/cm$ do $200\mu s/cm$. Układ pomiarowy i rejestrujący odkształcenia powinien posiadać liniowe pasmo przenoszenia od 0 do ~ 10 MHz. Postępy w tensometrii elektrooporowej sprawiły, że obecnie zaczęto stosować do tych celów specjalne tensometry elektrooporowe o krótkich bazach pomiarowych, rzędu od 1 do 3 mm. Pomiary tensometryczne oparte są na jednej z dwóch zasad, mianowicie stosuje się zasadę zasilania tensometru stałym prądem lub zasadę zasilania tensometrów w układzie mostkowym stałym napięciem. Obydwie zasady pomiaru wykazują pewne wady i zalety, jednak ich omówienie wykracza poza ramy niniejszego opracowania. Stosowanie tensometru

elektrooporowego pociąga za sobą pewne ograniczenia wynikające z jego konstrukcji. Po pierwsze, ponieważ tensometr jest klejony do odkształcającego się podłoża (pręta), a jego odkształcenie wymaga pewnej siły, klej musi wykazywać odpowiednią wytrzymałość



Rys. 5

na ścinanie i pomijalne własności reologiczne. Obserwuje się również pewien efekt magnetostrykcji, gdy czujnik jest naklejony na materiale typu ferromagnetycznego.

Po drugie, skończona baza pomiarowa tensometru pociąga za sobą efekt pozornego «rozmycia» czoła rejestrowanej fali, lub efekt pozornej dyspersji. Tensometr działa jak pewnego rodzaju filtr obcinający wyższe harmoniczne impulsu. Na przykład rzeczywisty impuls o kształcie prostokątnym zostanie zarejestrowany jako impuls trapezowy o czasie narastania zależnym od długości bazy tensometru l_0 . Jeżeli oznaczyć odkształcenie rzeczywiste elementu przez ε , a odkształcenie mierzone tensometrem przez ε^* , to w każdym momencie t będzie spełnione równanie

$$(3.14) \quad \varepsilon^* = \frac{1}{l_0} \int_0^l \varepsilon(x) dx \quad \text{lub} \quad \varepsilon^*(t) = \frac{1}{t_0} \int_0^t \varepsilon(t) dt^* .$$

$$0 \leq l \leq l_0 \quad \quad \quad 0 \leq t \leq t_0$$

Tutaj t_0 oznacza czas przejścia impulsu przez tensometr i jeżeli C_0 jest prędkością propagacji impulsu to $l_0 = C_0 t_0$. Zgodnie z równaniem (3.14) rejestrowany impuls prostokątny o odkształceniu maksymalnym ε_m będzie posiadać dwa odcinki

$$\text{dla} \quad 0 \leq t \leq t_0 \quad \varepsilon^*(t) = \varepsilon_m \frac{t}{t_0},$$

$$\text{dla} \quad t \geq t_0 \quad \varepsilon^*(t) = \varepsilon_m.$$

Dla różnych funkcji podcałkowych $\varepsilon(t)$ można otrzymać odpowiednie rozwiązania na $\varepsilon^*(t)$. Na przykład DAVIES [21] przeprowadził analizę dla ciągu fal sinusoidalnych $\varepsilon_m \sin \omega t$ oraz dla funkcji typu $\varepsilon_m e^{-t}$.

Z przeprowadzonej dyskusji wypływa fundamentalny warunek przy stosowaniu czujników o skończonej bazie do pomiaru fali, mianowicie długość mierzonego impulsu $\lambda = C_0 t$ musi być wielokrotnie większa od bazy stosowanego czujnika. Następnym wnioskiem jest stwierdzenie, że wyższe harmoniczne impulsu można rejestrować czujnikami o odpowiednio małej bazie. Stąd tak istotne znaczenie długości bazy czujnika. Ponadto równanie (3.14) wskazuje, że czujnik może być zupełnie nieczuły na impulsy typu szpilkowego lub typu delta Diraca. Wówczas rejestrowana maksymalna wartość impulsu może być wielokrotnie niższa od rzeczywistej. Jednak ten ostatni przypadek w technice pręta Hopkinsona nigdy nie zachodzi, długość impulsu podstawowego nie bywa mniejsza niż 100 mm.

4. Skrętny pręt Hopkinsona

Trudności związane z istotą dynamicznego ściskania krótkich próbek, takie jak tarcie na czołach prętów i próbki oraz prawdopodobieństwo pojawiania się efektów bezwładności poprzecznej, a tym samym wystąpienia złożonego stanu naprężeń w próbce, skłaniają do zaproponowania idei skrętnego pręta Hopkinsona.

Jeżeli zamiast prętów zastosować cienkościennie rury o dużej wytrzymałości, a próbkę wykonać w formie pierścienia, to można wyprowadzić analogiczne zależności dla takiej konstrukcji jak podane poprzednio dla ściskania. Rozwiązanie równania falowego dla fali ścinania można napisać w postaci

$$(4.1) \quad \alpha = \frac{C_{0G}}{r} \int_0^l \gamma(t') dt'; \quad C_{0G} = \sqrt{\frac{G_0}{\rho_0}}$$

oraz

$$(4.2) \quad \omega = \frac{C_{0G}}{r} \gamma, \quad \text{gdzie } \omega = \frac{d\alpha}{dt},$$

G oznacza moduł sprężystości postaciowej, γ odkształcenie postaciowe, α kąt skręcania, r jest średnim promieniem, wreszcie ω — prędkością kątową. Schematyczne przedstawienie pierścieniowej próbki 2 wraz z końcami rury transmitującej l i odbierającej 3

przedstawiono na rys. 6. Na podstawie rys. 6 można napisać wzór na średnie odkształcenie postaciowe próbki $\bar{\gamma}_s$ i średnią prędkość odkształcenia postaciowego $\bar{\dot{\gamma}}_s$

$$(4.3) \quad \bar{\alpha}_s = \alpha_A - \alpha_B \quad \text{stąd} \quad \bar{\gamma}_s = \frac{r_s}{l_0} (\alpha_A - \alpha_B),$$

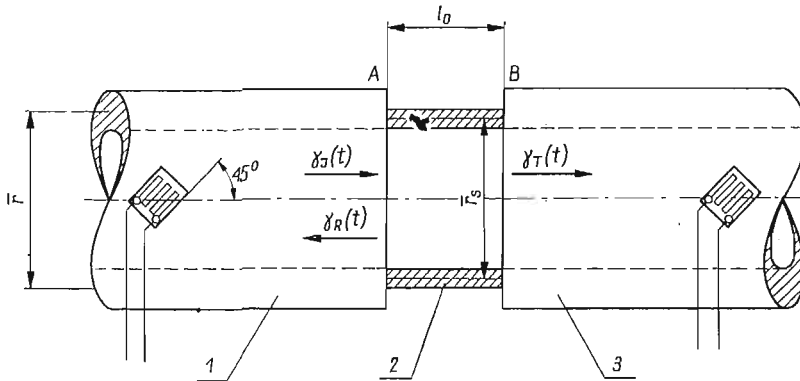
$$(4.4) \quad \bar{\omega}_s = \omega_A - \omega_B \quad \text{stąd} \quad \bar{\dot{\gamma}}_s = \frac{r_s}{l_0} (\omega_A - \omega_B).$$

Uwzględniając zależności (4.1) i (4.2) można, jak poprzednio, znaleźć średnie wartości odkształcenia i prędkość odkształcenia przy ścinaniu próbki

$$(4.5) \quad \bar{\gamma}_s = \frac{C_{0G}}{l_0} \left(\frac{r_s}{r} \right) \int_0^t \{ \gamma_s(t') - [\gamma_R(t') + \gamma_T(t')] \} dt',$$

$$(4.6) \quad \bar{\dot{\gamma}}_s = \frac{C_{0G}}{l_0} \left(\frac{r_s}{r} \right) \{ \dot{\gamma}_s(t) - [\dot{\gamma}_R(t) + \dot{\gamma}_T(t)] \}.$$

Należy zwrócić uwagę, że $\bar{\gamma}_s$ jak i $\bar{\dot{\gamma}}_s$ zależą również liniowo od stosunku średnich promieni próbki i rur. Impulsy należałoby rejestrować za pomocą elektrooporowych czuj-



Rys. 6

ników naklejonych na zewnętrznych powierzchniach rur pod kątem 45° do ich osi. Przez podobne rozumowanie jak poprzednio, można otrzymać zależności na średni moment skracający próbkę \bar{M}_s i średnie naprężenie ścinania $\bar{\tau}_s$

$$(4.7) \quad \bar{M} = \frac{M_A + M_B}{2} \quad \text{oraz} \quad \bar{\tau}_s = \frac{M_A + M_B}{4\pi r_s^2 g_s},$$

gdzie g_s oznacza grubość ścianki próbki rurkowej. Znajomość impulsów $\gamma_1(t)$ i $\gamma_R(t)$ pozwala na wyznaczenie M_A i M_B :

$$(4.8) \quad M_A = 2\pi G r^2 g [\gamma_1(t) + \gamma_R(t)],$$

$$(4.9) \quad M_B = 2\pi G r^2 g \gamma_T(t),$$

gdzie g oznacza grubość ścianki rur sprężystych. Po podstawieniu (4.8) i (4.9) do (4.7) otrzymuje się

$$(4.10) \quad \bar{\tau}_s = \frac{Gg}{2g_s} \left(\frac{r}{r_s} \right)^2 [\gamma_I(t) + \gamma_R(t) + \gamma_T(t)].$$

Na uwagę zasługuje rezultat, że naprężenie ścinania w próbce jest proporcjonalne do kwadratu stosunku r/r_s . Pozwala to na badanie próbek o odpowiedniej geometrii wykonanych z materiałów równie wytrzymałych co materiał prętów pomiarowych. Problem ten jest niemożliwy do rozwiązania w przypadku ściskania.

Porównując obydwa schematy doświadczalne dochodzi się do wniosku, że schemat ze skręcaniem wyróżnia się szeregiem cech dodatnich, mianowicie:

- a) brakiem tłumienia geometrycznego impulsu w rurach w przeciwieństwie do prętów;
- b) brakiem tarcia na czołach próbki;
- c) niemożnością powstania złożonego stanu naprężeń w ścinanej próbce, co jest wynikiem braku istnienia składowej promieniowej prędkości materiału próbki;
- d) prędkość sprężystych fal ścinania jest mniejsza od prędkości sprężystych fal podłużnych w stosunku $\sqrt{G/E}$, co polepsza nieco warunki pomiaru i rejestracji szybkozmennych procesów falowych.

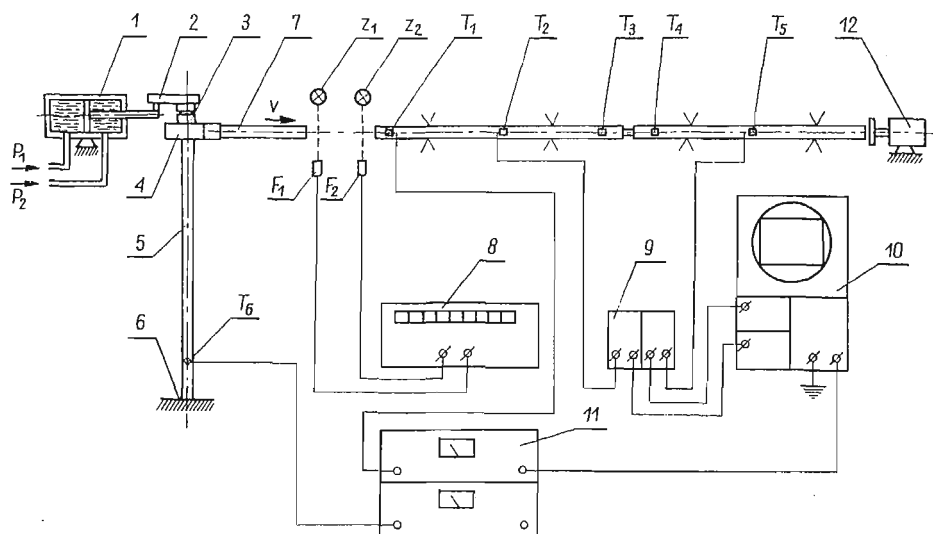
Pomimo oczywistej wyższości skrętnego pręta Hopkinsona, nie udało się dotychczas uzyskać zadowalających rezultatów w realizacji takiej konstrukcji. Jest to spowodowane głównie trudnościami w generacji fal ścinania z równoczesnym wyeliminowaniem fal giętnych oraz trudnościami z odpowiednim mocowaniem próbki. W dziedzinie zastosowania skrętnego pręta Hopkinsona można wymienić zaledwie dwie próby przedstawione w pracach [22] i [23], gdzie badano odpowiednio stop aluminiowy i technicznie czyste żelazo.

5. Konstrukcja Zakładu Mechaniki Ośrodków Ciągłych Instytutu Podstawowych Problemów Techniki

W Pracowni Doświadczalnych Badań Reologii IPPT skonstruowano, wykonano oraz uruchomiono urządzenie oparte na przedstawionej zasadzie i pracujące na ściskanie z możliwością szybkiego przystosowania do pracy na skręcanie. Zmodyfikowany pręt Hopkinsona składa się jak zwykle z części mechanicznej i z elektronicznej części pomiarowej. Na część mechaniczną składa się wyrzutnia prętów oraz system podwieszenia prętów wraz z opornikiem. Schemat mechanicznej części stanowiska wraz ze schematem blokowym układu pomiarowego przedstawiono na rys. 7. Pręt wymuszający 7 jest przyspieszany przez układ z wałkiem skrętnym 5 i krzywką 4. Wałek skrętny jest zamocowany z jednej strony do ramy 6, z drugiej natomiast jest skręcany przy pomocy hydraulicznego siłownika dwustronnego działania 1, dźwigni 2 zamieniającej ruch posuwisto-zwrotny siłownika na ruch obrotowy łącznika 3. Podczas skręcania pręta magazynowana jest w nim energia sprężysta, a moment skręcający rośnie. W pewnym momencie specjalnie hartowany łącznik 3 pęka, a energia sprężysta zamienia się na energię kinetyczną obrotu krzywki i ruchu pręta wymuszającego, który jest w ten sposób wyrzucany z odpowiednio

dużą prędkością. Siłownik jest sterowany przy pomocy urządzenia hydraulicznego z pompą, która nie jest uwidoczniiona na schemacie. Układ prętów jest podwieszony na regulowanych linkach stalowych, a całość traci nagromadzoną energię kinetyczną na oporniku tarciovym 12.

Prędkość pręta wymuszającego v jest mierzona przy pomocy oświetlaczy Z_1 i Z_2 i umieszczonych naprzeciw fotodiod F_1 i F_2 . Cały układ mierzący prędkość jest zamontowany w obudowie ze szczelinami o szerokości $\sim 0,5$ mm, a odległość pomiarowa wynosi 80 mm. Użyto fotodiody germanowe Tewa typ FG-2 o średnicy wejścia optycznego



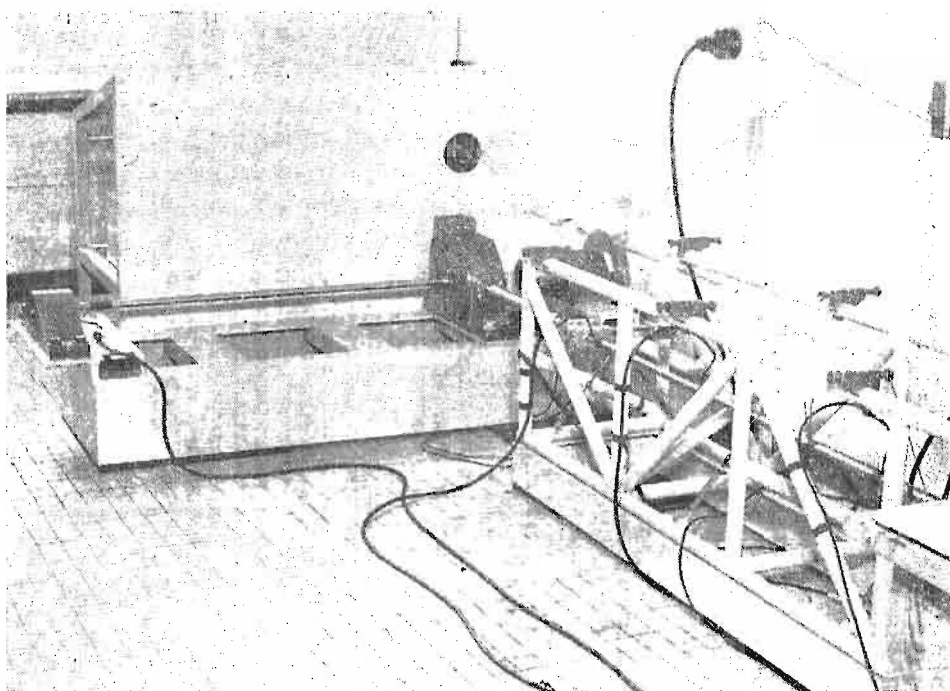
Rys. 7

~ 2 mm. Impulsy napięciowe z fotodiod podawane są na wejścia «start» i «stop» czasomierza liczącego Elpo typ C-552, oznaczonego przez 8. Ponieważ impulsy mogą być mierzone z dokładnością $\pm 1 \mu\text{s}$, a prędkości mierzone są rzędu do 30 ms^{-1} to błąd względny pomiaru prędkości wyniesie

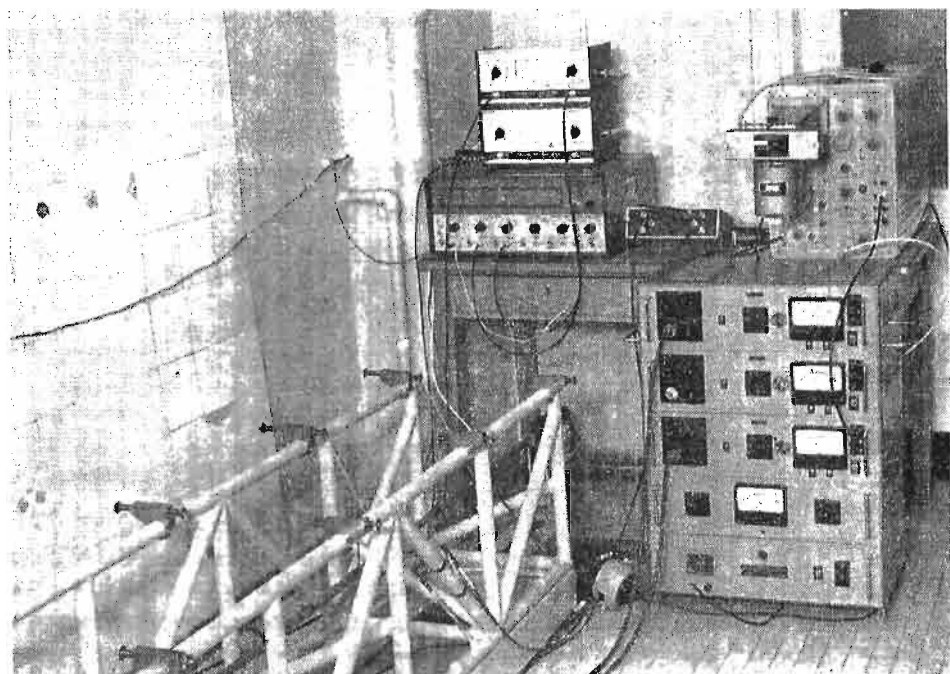
$$(5.1) \quad \frac{\Delta v}{v} = \frac{1}{a} (\Delta a + v \Delta t),$$

gdzie a oznacza odległość pomiędzy fotodiodami; $\Delta a = \pm 0,25$ mm. Po podstawieniu podanych wartości otrzymuje się $\frac{\Delta v}{v} \approx 0,00325$. W pomiarach zastosowano szeroko

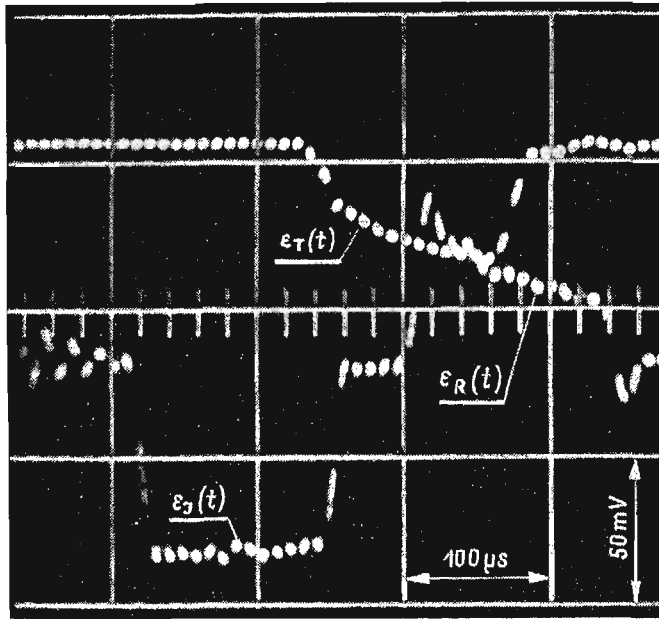
technikę tensometrii elektrooporowej. Kontrolę stopnia skręcania pręta 5 przeprowadza się przy pomocy tensometrów elektrooporowych T_6 , naklejonych pod kątem 45° do osi pręta. Tensometry T_6 są zasilane prądem zmiennym 6 V, 5 kHz z trzykanałowego mostka tensometrycznego 11, Chemiter typ ZPT-147/II. Drugi kanał mostka 11 jest wykorzystany do wyzwolenia podstawy czasu oscyloskopu 10. Gdy czoło impulsu fali sprężystej zaczyna propagować się wzdłuż pręta transmitującego, napotyka na czujnik T_1 , a następnie sygnał ten po wzmacnieniu w mostku 11 pojawia się na odpowiednim wejściu wyzwa-



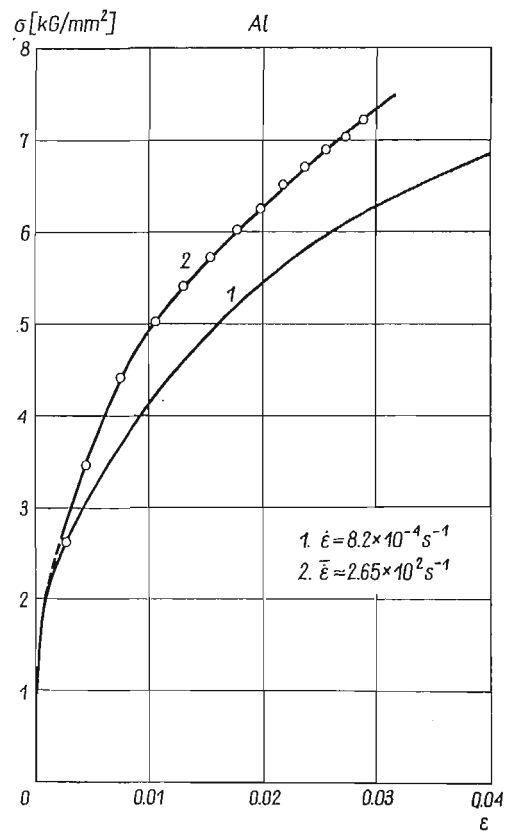
Rys. 8



Rys. 9



Rys. 10



Rys. 11

lania podstawy czasu oscyloskopu. Wreszcie tensometry T_2 , T_3 , T_4 i T_5 naklejone są w ten sposób, aby można było przeprowadzać próby dla diskutowanych poprzednio dwóch schematów ich rozmieszczenia. Użyto tu specjalnych tensometrów ITWL typu FK-1,5 o bazie pomiarowej zaledwie 1,5 mm, zasilanych wzmacniaczem 9 o pasmie przenoszenia od 20 Hz do około powyżej 1 MHz, zbudowanych w IPPT. Jest to wzmacniacz — zasilacz pracujący w oparciu o zasadę zasilania tensometrów stałym prądem. Sygnały ze wzmacniacza 9 są rejestrowane za pomocą oscyloskopu Orion typ TR-4401 z wkładką dwukanałową i przystawki fotograficznej Cossor. Częstotliwość zmiany kanałów wynosi około 0,1 MHz. Ogólny widok urządzenia przedstawiono na rys. 8, natomiast elektroniczną część pomiarową pokazano na rys. 9. Wreszcie zarejestrowany oscylogram trzech impulsów dla próbki aluminiowej przedstawia rys. 10.

Po odpowiednim pomiarze oscylogramu na mikroskopie pomiarowym i scałkowaniu równania (3.6) oraz przeliczeniu równań (3.7) i (3.11) uzyskano dynamiczną krzywą umocnienia przedstawioną na rys. 11 wraz ze statyczną krzywą umocnienia. Statyczną krzywą umocnienia uzyskano na specjalnie skonstruowanym przyrządzie do przeprowadzania dokładnych prób ściskania krótkich próbek wraz z odpowiednim układem rejestracji z wykorzystaniem rejestratora X-Y. Dokładny opis tego urządzenia wykracza jednak poza zakres niniejszego opracowania.

Również poza zakres obecnej pracy wykracza analiza deformacji krótkiej próbki ściskanej dynamicznie. Problem nie jest trywialny, a niektóre jego aspekty omówiono w pracy [24], w sumie to zagadnienie wymaga dalszych studiów.

Omówiona konstrukcja, która została wykonana w Instytucie Podstawowych Problemów Techniki PAN stwarza możliwości badania plastycznego zachowania się materiałów podczas krótkotrwałego obciążenia. Dokładniejsze poznanie tych własności może stanowić podstawę do bardziej racjonalnego projektowania niektórych procesów technologicznych. Z drugiej natomiast strony, jak wspomniano na wstępie, badania tego rodzaju mogą znacznie rozszerzyć horyzonty badawcze.

Literatura cytowana w tekście

1. J. E. DORN, A. GOLDBERG, T. E. TIETZ, *The Effect of Thermal-mechanical History on the Strain Hardening of Metals*, AIMEE Technical Publications, No. 2445 (Sept. 1948).
2. J. KLEPACZKO, *Effects of Strain Rate History on the Strain Hardening Curve of Aluminium*, Arch. Mech. Stos., 2, 19 (1967), 211.
3. J. KLEPACZKO, *Strain Rate History Effects for Polycrystalline Aluminium and Theory of Intersections*, Journ. Mech. Phys. of Solids, 5, 16 (1968), 255.
4. J. KLEPACZKO, *Generalized Conditions for Stability in the Tension Tests*, Int. Journal. Mech. Sciences, 4, 10 (1968), 297.
5. B. HOPKINSON, *A Method of Measuring the Pressure Produced in the Detonation of High Explosives or by the Impact of Bullets*, Phil. Trans., A213 (1914), 437.
6. H. KOLSKY, *Stress Waves in Solids*, Dover Publ., (1963).
7. R. M. DAVIES, *A Critical Study of the Hopkinson Pressure Bar*, Phil. Trans., A240 (1948), 375.
8. H. KOLSKY, *An Investigation of the Mechanical Properties of Materials at Very High Rates of Loading*, Proc. Phys. Soc., B62 (1949), 676.
9. T. E. HAUSER, J. A. SIMMONS, J. E. DORN, *Strain Rate Effects in Plastic Wave Propagation, Response of Metals to High Velocity Deformation*, Interscience (1960).

10. J. L. CHIDDISTER, L. E. MALVERN, *Compression-impact Testing of Aluminium at Elevated Temperatures*, Exp. Mech., 4, 3 (1963), 81.
11. U. S. LINDHOLM, *Some Experiments with the Split Hopkinson Pressure Bar*, J. Mech. Phys. of Solids, 6, 12 (1964), 317.
12. C. J. MAIDEN, S. J. GREEN, *Compression Strain-Rate Tests on Six Selected Materials at Strain Rates From 10^{-3} to 10^4 in/in/sec*, J. Appl. Mech., 3, 33 (1966), 496.
13. J. D. CHALUPNIK, E. A. RIPPERGER, *Dynamic Deformation of Metals under High Hydrostatic Pressure* Exp. Mech., 1, 6 (1966), 547.
14. K. TANAKA, T. MATSUO, M. KINOSHITA, T. MAEDE, *Strength of Mild Steel at High Strain Rate*, Trans. JSME, 33, 9 (1966), 21.
15. S. YOSHIDA, N. NAGATA, *Deformation of Polycrystalline Aluminium at High Strain Rates*, Trans. Japan Inst. of Metals, 4, 7 (1966) 273.
16. S. YOSHIDA, N. NAGATA, *Deformation of Aluminium Single Crystals at High Strain Rates*, Trans. Japan Inst. of Metals, 3, 9 (1967), 108.
17. S. YOSHIDA, N. NAGATA, *Deformation of Polycrystalline Aluminium at High Strain Rates*, Trans. Japan Inst. of Metals, 1, 9 (1967), 20.
18. U. S. LINDHOLM, L. M. YEAKLEY, *High Strain-rate Testing: Tension and Compression*, Exp. Mech. 1, 8 (1968), 1.
19. K. TANAKA, T. NOJIMA, M. KINOSHITA, *The Effect of Temperature and Strain Rate on the Strength of Aluminium*, Proc. 13th Japan Congr. on Materials Res., (1970), 101.
20. H. WATSON, *Experimental Determination of the Dynamic Stress-Strain Characteristics of Pure Iron*, SESA Fall Meeting, Houston, Tex. (1969).
21. R. M. DAVIES, *Stress Waves in Solids*, G. J. Taylor 70-th Aniv. Vol., Cambridge (1956).
22. J. DUFFY, J. D. CAMPBELL, R. H. HAWLEY, *On the Use of a Torsional Split Hopkinson Bar to Study Rate Effect in 1100-0 Aluminium*, Brown Univ. Rep., NSF-GK-4242/1, (1970).
23. J. D. CAMPBELL, J. L. LEWIS, *The Development and Use of a Torsional Split Hopkinson Bar for Testing Materials at Shear Strain Rates up to 15000 sec^{-1}* , Univ. of Oxford Rep. 1080, 69, (1969).
24. J. KŁEPACZKO, *Lateral Inertia Corrections in Impact Experiments*, Prace IPPT, 17 (1969).

Резюме

МОДИФИЦИРОВАННЫЙ СТЕРЖЕНЬ ГОПКИНСОНА

В работе даны и обсуждены результаты экспериментальных исследований пластических свойств металлов при высоких скоростях деформирования. Во вводной части статьи рассматривается весь диапазон скоростей деформации, встречающихся в экспериментальных исследованиях. Излагаются также экспериментальные методы, применяемые для отдельных диапазонов скоростей. Полный спектр скоростей деформаций содержит двенадцать десятичных порядков, от 10^{-6} сек^{-1} до 10^6 сек^{-1} .

Далее дается обзор метода модифицированного стержня Гопкинсона, состоящего в исследовании распространения волны в тонком цилиндрическом образце из мягкого материала, помещаемом между двумя заколенными стержнями. На одном конце системы двух стержней возбуждается продольная упругая волна, которая при переходе через образец, вызывает его деформацию. Анализ осциллограмм позволяет вычислить динамическую кривую упрочнения исследуемого образца.

Обсуждаются некоторые разновидности этого метода, как для случая сжатия образца, так и для его сдвига.

В заключение статьи описана конструкция, созданная в Отделе Механики Сплошных Сред Института Основных Проблем Техники ПАН. Приводятся предварительные результаты для мягкого алюминия.

S u m m a r y

THE MODIFIED SPLIT HOPKINSON PRESSURE BAR

The aim of this paper is to discuss some possibilities as well as experimental results which are connected with the behaviour of metals at high rates of strain. The complete spectrum of strain rates has been discussed having in mind a variety of experimental techniques in the particular ranges of spectrum. The strain rate spectrum takes into account twelve decimal orders, from 10^{-6} s^{-1} to 10^6 s^{-1} .

In the next part of the paper a more detailed description of the split Hopkinson pressure bar technique is given. In this technique the soft wafer specimen is inserted between two hard bars of the proper length. At the one end of this system the longitudinal elastic wave is developed (incident wave). When the incident wave passes the wafer specimen, the reflected and transmitted waves appear, and the specimen undergoes the plastic deformation. The proper analysis of the oscillographic record enables us to obtain a dynamic strain hardening curve.

Some further developments of the technique have been discussed, the torsional method in particular.

Finally, the split Hopkinson pressure bar, which was designed and made in the Institute of Fundamental Technical Research, has been shown. The preliminary experimental results for soft aluminium have also been shown.

INSTYTUT PODSTAWOWYCH PROBLEMÓW TECHNIKI PAN

Praca została złożona w Redakcji dnia 20 stycznia 1971 r.
