

ZAGADNIENIA NIEZAWODNOŚCI I BEZPIECZEŃSTWA W MECHANICE MATERIAŁÓW
I KONSTRUKCJI*

JANUSZ MURZEWSKI (KRAKÓW)

W zagadnieniach niezawodności i bezpieczeństwa układów mechanicznych stosuje się rachunek prawdopodobieństwa [3], [8], [9], [14]. Metody probabilistyczne stosuje się w tych zagadnieniach w zakresie *makroskopowym* — najbardziej ogólnym, odniesionym do obiektów takich, jak budowle, maszyny, urządzenia itp. które mają być użyteczne dla człowieka jako całość, a które oceniamy z punktu widzenia spełnienia swych zadań. Można rozważyć także prawdopodobieństwa niezawodności i bezpieczeństwa podzespołów lub elementów konstrukcji, a nawet większych lub mniejszych elementów materiału, ale trzeba pamiętać, że to ograniczenie ma na celu tylko skoncentrowanie uwagi na pewnym poziomie analizy strukturalnej. Przyszłą, konsekwentnie probabilistyczną teorię niezawodności i bezpieczeństwa wyobrażamy sobie jako spójny kompleks zastosowań rachunku prawdopodobieństwa na różnych poziomach. Próbę klasyfikacji modeli probabilistycznych przedstawia tabl. 1. Jest to wstępna propozycja. Potrzeba takiej klasy-

Tablica 1. Modele probabilistyczne

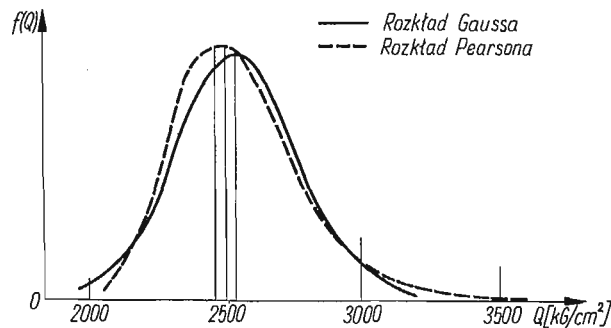
Poziom	Problemy
makro- submakro-	niezawodność urządzeń bezpieczeństwo konstrukcji wytężenie materiału efekt skali
mezzo-	struktury { wielofazowe technologiczne quasi-jednorodne infinitesimalne quasi-izotropowe
mikro- submikro-	dyslokacje fizyka statystyczna mechanika falowa

fikacji niewątpliwie istnieje, gdyż coraz częściej stosuje się podejścia probabilistyczne do mechaniki systemów materialnych, analizowanych w różnych skalach, z mniejszego lub większego dystansu.

*) Referat problemowy wygłoszony na XIV Polskiej Konferencji Mechaniki Ciała Stałego w Krośnicy, we wrześniu 1971 r.

Drugą cechą charakterystyczną tych zastosowań rachunku prawdopodobieństwa, które są przedmiotem referatu, jest to, że probabilistykę stosuje się «wszechstronnie», to znaczy zarówno w odniesieniu do wewnętrznych, jak również zewnętrznych czynników, warunkujących zachowanie się obiektu. A więc np. w przypadku oceny bezpieczeństwa budowli, jako losowe traktujemy zarówno obciążenia, jak też — nośność konstrukcji. Ostatnio dają się zauważyć tendencje autonomicznego rozwijania stochastycznej teorii obciążeń [5], [13], a także stochastycznej mechaniki [4], [6], względnie jej działów — dynamiki układów losowych, statystycznej teorii stateczności itp. Te dyscypliny można by uznać za działy probabilistycznej teorii niezawodności i bezpieczeństwa, gdyż synteza tych dyscyplin prowadzi właśnie do oceny niezawodności lub bezpieczeństwa obiektu. Ale z drugiej strony należy się zgodzić, że nie zawsze taka synteza musi być celem rozwijania tych dyscyplin.

Nowy sposób matematycznego opisu rzeczywistości, jakim jest podejście probabilistyczne, różni się od tradycyjnego, deterministycznego podejścia przede wszystkim tym, że wielkości charakteryzujące stan i zachowanie się obiektu określa się nie liczbami, lecz funkcjami *rozkładu prawdopodobieństw*. Mając to na uwadze, w pierwszym etapie rozwoju teorii bezpieczeństwa zajmowano się elementarnymi z punktu widzenia materiału przypadkami — pręta rozciąganego, belki prostej itp. i skierowano wysiłki w kierunku probabilistycznej charakterystyki zmiennych losowych. Rysunek 1 przedsta-

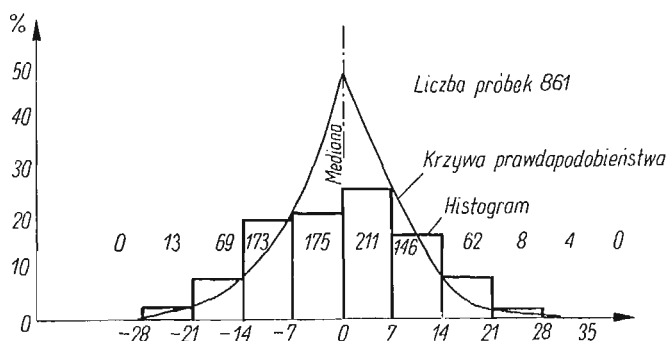
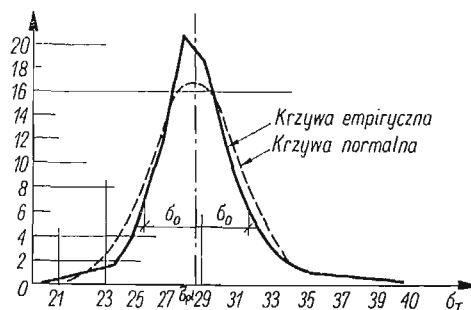


Rys. 1. Krzywa rozkładu granicy plastyczności polskiej stali konstrukcyjnej zwykłej jakości według badań W. Wierzbickiego

wia krzywe rozkładu prawdopodobieństw granicy plastyczności stali konstrukcyjnej, zestawione przez W. WIERZBICKIEGO na podstawie opracowania danych statystycznych dotyczących produkcji hut polskich [21]. Rysunek 2 przedstawia krzywą rozkładu prawdopodobieństw wytrzymałości betonu, wyznaczoną przez komisję Centralnego Naukowo-Badawczego Instytutu Konstrukcji Przemysłowych w ZSRR, która podjęła inicjatywę N. S. STRELECKIEGO zmierzającą do uzasadnienia obliczeniowych wytrzymałości w oparciu o szerokie badania statystyczne, a roboty przy budowie metra moskiewskiego dały ku temu dobrą okazję [2]. Rysunek 3 przedstawia histogram i krzywą rozkładu przedstawioną przez O. G. JULIANA w pierwszym raporcie o postępie prac komisji d/s współczynników bezpieczeństwa Amerykańskiego Towarzystwa Inżynierów Cywilnych [12]. Wykresy te nie dają jeszcze jasnego obrazu, jakie funkcje charakteryzują rozkład

parametrów wytrzymałościowych podstawowych materiałów budowlanych. Dalsze coraz liczniejsze badania statystyczne nie doprowadziły do sfinalizowania sprawy jednoznacznej weryfikacji empirycznej znanych rozkładów teoretycznych (tabl. 2). W tej sy-

Rys. 2. Krzywa rozkładu granicy plastyczności stali zbrojenowej St. 3 według CNIIPS (ZSRR)



Rys. 3. Krzywa rozkładu wytrzymałości walcowej betonu produkowanego pod dobrą kontrolą według raportu O. G. Juliana, ASCE (USA)

Tablica 2. Rozkłady prawdopodobieństw weryfikowane empirycznie

Nazwa	Gęstość prawdopodobieństw
normalny	$f(R) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}v\bar{R}} \exp \frac{-(R/\bar{R}-1)^2}{2v^2}$
gamma	$f(R) = \frac{1}{\Gamma(p)R} \left(\frac{pR}{\bar{R}}\right)^p \exp\left(-\frac{pR}{\bar{R}}\right)$
log-normalny	$f(R) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}vR} \exp \frac{-\ln^2 R/\check{R}}{2v^2}$
Weibulla	$f(R) = \frac{1}{\alpha\check{R}} \left(\frac{R}{\check{R}}\right)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \exp \left[\sqrt[\alpha]{\frac{R}{\check{R}}} \right]$

tuacji duże nadzieje wiąże się obecnie z zastosowaniem asymptotycznych rozkładów wartości ekstremalnych [11]. W zagadnieniach bezpieczeństwa dużą rolę grają ekstrema: największe obciążenia, najmniejsze wytrzymałości, itp. Jeśli te ekstremalne wartości

mamy wybrać spośród n stochastycznie niezależnych wielkości losowych, to ich prawdopodobieństwo możemy charakteryzować rozkładem asymptotycznym. Będzie to charakterystyka przybliżona, bo rozkłady asymptotyczne są dokładne dla $n \rightarrow \infty$, ale przy dostatecznie dużej liczbie n przybliżenie może być dobre. Matematycy R. A. FISHER i L. H. TIPPETT udowodnili, że istnieją 3 i tylko 3 asymptotyczne rozkłady ekstremów (tabl. 3), z których pierwszy charakteryzuje ekstrema zmiennych losowych nieograniczonych,

Tablica 3. Rozkłady prawdopodobieństw ekstremalne — asymptotyczne

Rodzaj	Dystrybuanta		Zakres
	$F(\min)$	$F(\max)$	
I. rodzaju	$1 - e^{-e^{r(R-\check{R})}}$	$e^{-e^{-r(P-\check{P})}}$	$-\infty < x < +\infty$
II. rodzaju	—	$e^{-\frac{\alpha}{\sqrt{P P}}}$	$0 < x < \infty, x = P$
III. rodzaju	$1 - e^{-\frac{\alpha}{\sqrt{R \check{R}}}}$	—	$0 < x < \infty, x = R$

nych, a następane — ograniczonych. Parametry rozkładu podlegają, oczywiście, osobnemu wyspecyfikowanemu i są zależne od każdorazowej liczebności ciągu n zmiennych losowych. Jeśliby udało się tak formułować zagadnienia bezpieczeństwa budowli, żeby w rachubę wchodziły tylko ekstrema ciągów zmiennych losowych jednorodnych i niezależnych, można by zrezygnować w ogóle z dociekań nad typem rozkładów macierzystych, tzn. rozkładów poszczególnych zmiennych losowych, a korzystać z gotowych wzorów na prawo rozkładu ekstremów z tabl. 3. Nie wchodząc w dyskusję, czy taka perspektywa jest realistyczna, a mając na uwadze inne utrudnienia, o których mowa za chwilę, wspominamy o innej jeszcze koncepcji polegającej na tym, żeby nie ustalać dokładnych praw rozkładu prawdopodobieństw i nie przykładać tak dużej wagi do tego zagadnienia. Wystarczające praktyczne wyniki można uzyskać charakteryzując każdą skalarową zmienną losową dwoma parametrami rozkładu i stosując twierdzenie ważne w zasadzie dla rozkładów normalnych. Na tym polega, z grubsza rzecz biorąc, teoria stochastyczna drugiego rzędu, zwana też metodą korelacyjną [3]. Dalej jeszcze idzie praktyczna propozycja autora [14], by w obliczeniach stosować różne rozkłady dla tej samej zmiennej losowej, w zależności od wygody. Przy tym wygodne są te rozkłady prawdopodobieństw, które są stochastycznie stateczne względem działania, które mamy wykonać. I tak stateczne są np.:

- a) rozkłady normalne — względem dodawania,
- b) rozkłady log-normalne — względem mnożenia,
- c) rozkłady ekstremalne — względem operacji wyznaczenia maksimum lub minimum.

Wiele wzorów mechaniki technicznej ma postać wielomianu:

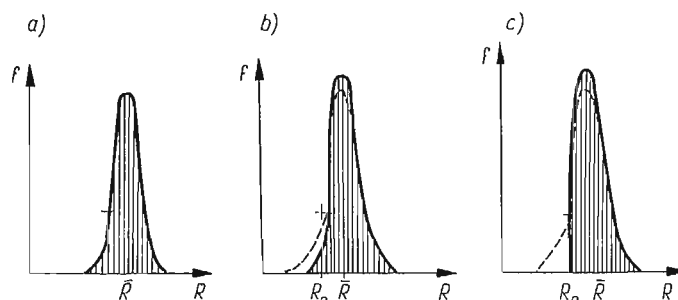
$$(1) \quad Z = aX_1^{\alpha_1} X_2^{\alpha_2} X_3^{\alpha_3} \dots + bY_1^{\beta_1} Y_2^{\beta_2} Y_3^{\beta_3} + \dots,$$

gdzie Z, X_i, Y_j — zmienne losowe, a, α_i, b, β_j — parametry zdeterminowane.

Parametry rozkładu prawdopodobieństw dla jednomianów łatwo obliczamy zakładając, że zmienne losowe $X_i, Y_j \dots$ są log-normalne, bo wówczas iloczyny są również

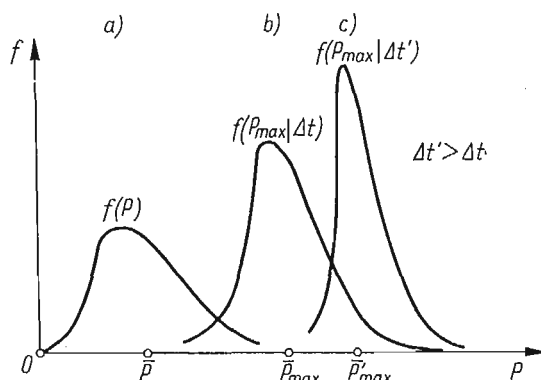
log-normalne, a parametry rozkładu całego wielomianu Z obliczamy jak dla zmiennej losowej normalnej, zakładając tym razem, że jego składniki losowe są normalne. Niekonsekwencja taka jest dopuszczalna przy małych współczynnikach zmienności $v_i, v_j \dots$, choć i w tych przypadkach wymaga niewątpliwie dużej ostrożności.

Dodatkowym utrudnieniem w wyznaczeniu funkcji rozkładu prawdopodobieństw jest to, że zmienne losowe muszą być bardzo ściśle zdefiniowane, z uwzględnieniem drobiazgowych warunków. Przy zaniedbaniu niektórych warunków materiał statystyczny może się okazać bezużyteczny. Weźmy dla przykładu rozkład prawdopodobieństwa wytrzymałości materiału przed kontrolą i po kontroli jakości. Gdyby kontrola była doskonała, rozkład prawdopodobieństw nieograniczony zamieniłby się w wyniku działalności brakażnika na rozkład ucięty (rys. 4a i c). W praktyce zauważamy na ogół tylko nieznaczne



Rys. 4. Rozkład prawdopodobieństw wytrzymałości materiału: a) naturalny, b) po wrywkowej kontroli braków, c) po kontroli doskonałej

powiększenie asymetrii rozkładu (rys. 4b). Jest to efekt drobny, którego nie powinno się jednak lekceważyć. W rozwiązaniach probabilistycznej teorii bezpieczeństwa ten właśnie efekt może być uwzględniony jako bardzo ważny parametr [14].



Rys. 5. Rozkład prawdopodobieństw parcia wiatru: a) chwilowego, b) maksymalnego w czasie Δt , c) maksymalnego w czasie $\Delta t'$

Innym przykładem są krzywe rozkładu prawdopodobieństw dla parcia wiatru, które mogą mieć różną postać i różne parametry w zależności od tego, jak to obciążenie definiujemy (rys. 5). Czy to ma być losowa, chwilowa wartość parcia wiatru w czasie kalendarzowym, tzn. bez pominięcia chwil ciszy, czy w czasie obciążenia? A może maksimum

parcia wiatru obserwowane w okresach kilkusekundowych, kilkuminutowych, kilkuletnich? Żeby odpowiedzieć trafnie na te pytania, trzeba znać dynamikę budowli, której obciążenie wiatrem rozpatrujemy [3].

Z przykładów tych wynika, że rozwój badań teoretycznych probabilistycznej teorii bezpieczeństwa jest równie ważny jak rozwój badań statystycznych i powinien je wyprzedzać. Okazuje się przy tym, że głęboka probabilistyczna analiza problemów mechaniki prowadzi do wyników jakościowo różnych od tych, które znane są z klasycznych, deterministycznych rozważań. Wyjaśnione zostają efekty, które poprzednio były uwzględnione przy pomocy wzorów empirycznych, albo wręcz — zaniebawane, jako niemożliwe do pogodzenia z deterministycznymi kategoriami rozumowania.

Jako pierwszy taki efekt omówimy *efekt skali*. O efekcie skali mówimy wtedy, gdy sformułowane są teoretyczne prawa prawdopodobieństwa modelowego i gdy stwierdzamy w praktyce odstępstwa od tego prawa. W szczególności w mechanice technicznej zauważono, choć w obliczeniach inżynierskich na ogół nie uwzględniano, efekt skali polegający na tym, że wytrzymałość materiału w $[\text{kG}/\text{cm}^2]$ zależy od objętości próbki badanej [7]. Niezależnie od różnych przyczyn technologicznych, które mogą to powodować, rachunek prawdopodobieństwa pozwala na przekonujące wytłumaczenie tego efektu. Wystarczy przyjąć, że zapoczątkowanie procesu w jednym miejscu naprężonego ciała prowadzi nieuchronnie do zniszczenia całego ciała i jest równoważnym zdarzeniem losowym. Tego typu koncepcję nazywa się koncepcją najsłabszego ogniwa w łańcuchu. Wytrzymałość łańcucha złożonego z n ogniw o losowo zmiennej wytrzymałości jest bowiem równa wytrzymałości najsłabszego ogniwa.

$$(2) \quad R = \min R_i, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n.$$

Jeśli zmienne losowe R_i są niezależne, a ich dystrybuanty $F_1(R_i)$ jednakowe, to dystrybuanta wytrzymałości łańcucha wynika ze wzoru

$$(3) \quad F(R) = 1 - [1 - F_1(R)]^n.$$

Dla dystrybuanty $F_1(R)$ typu Weibulla o parametrach, R_0 , α , lub dla dużej liczby ogniw ($n \rightarrow \infty$) mamy

$$(4) \quad F(R) = 1 - \exp \left[-n \left(\frac{R}{R_0} \right)^\alpha \right].$$

Przy oznaczeniu $n = V/V_0$, gdzie V_0 — objętość jednego ogniwa, oraz \bar{R}_1 — średnia wytrzymałość próbki o jednostkowej objętości, mamy wzór na średnią wytrzymałość obiektu o objętości V

$$(5) \quad \bar{R} = \frac{\bar{R}_1}{\sqrt[r]{V}}.$$

Wzór ten można stosować do rozciąganego łańcucha, którego ogniwa cechują stochastycznie niezależne granice wytrzymałości, a także do innych ciał, dla których jest aktualna koncepcja «najsłabszego ogniwa w łańcuchu».

Uogólnieniem tej koncepcji jest teoria zniszczenia zakładająca nieprzekraczalną, graniczną kumulację mikrodefektów. W myśl tej teorii

$$(6) \quad \lambda < \lambda_{\text{ult}} \approx \sqrt[r]{V_0/V}, \quad r = \text{const.}$$

Kumulacja mikrodefektów λ , którą można też nazwać lokalnym stopniem wyęźnienia, definiowana jest jako prawdopodobieństwo geometryczne uszkodzonych mikro-elementów w małym makro-elemente. Wiąże się to z założeniem złożonej, losowej struktury ośrodka quasi-jednorodnego i z wyróżnieniem w nim elementów małych pierwszego rzędu (makro) i drugiego rzędu (mikro). Parametr r daje się zinterpretować jako graniczna ilość mikro-uszkodzeń, które mogą być skoncentrowane w jednym elemente pierwszego rzędu. Lokalny stopień wyęźnienia wyraża się dla niezależnych mikro-naprężeń i mikro-wytrzymałości R całką

$$(7) \quad \lambda = \mathcal{P}(R < \sigma) = \int_0^{\infty} F_{\sigma}(R) f_R(R) dR,$$

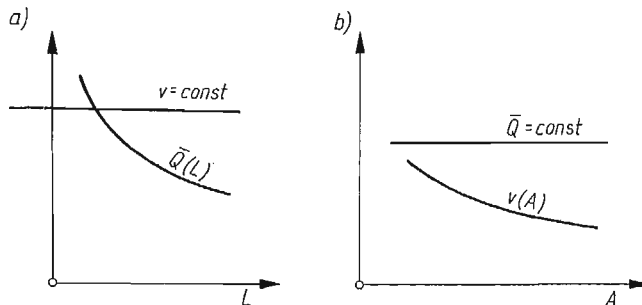
gdzie F_{σ} — dystrybuanta mikro-naprężeń, f_R — gęstość prawdopodobieństwa mikro-wytrzymałości.

Dla porównania ze wzorem (5) podajemy według [14] jeden ze wzorów na średnią wytrzymałość ciała o objętości V , który wynika z tej koncepcji. Mamy

$$(8) \quad \bar{R} \approx \frac{\bar{R}_1}{1 + v_1 \bar{\Psi} \left(1 - \sqrt{\frac{V_0}{V}} \right)},$$

gdzie $\bar{\Psi}$ — funkcja odwrotna do funkcji Laplace'a, v_1 — współczynnik zmienności R_1 .

Jeszcze ogólniejsza jest koncepcja równoległej wiązki łańcuchów. Można ją wykorzystać do wyjaśnienia efektu skali dla rozciąganych prętów przyrządycznych z materiału ciągliwego [14]. Okazuje się, że efekt ten ma jakby charakter anizotropowy, tzn. parametry

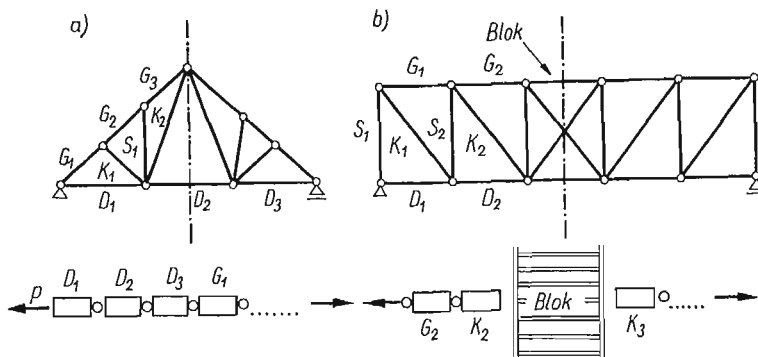


Rys. 6. Zależność oczekiwanej granicy plastyczności \bar{Q} i jej współczynnika zmienności v od (a) długości L , (b) pola przekroju A rozciąganego pręta ciągliwego stochastycznie niejednorodnego

rozkładu prawdopodobieństw granicy plastyczności \bar{Q} inaczej zależą od długości pręta L , a inaczej od pola jego przekroju A (rys. 6).

Układy szeregowe i równoległe są to podstawowe modele rozważane w teorii niezawodności systemów. Do modelu szeregowego czyli pojedynczego łańcucha daje się sprowadzić wszelkie ustroje statycznie wyznaczalne (np. z rys. 7a), złożone z elementów o niezależnych granicach wytrzymałości. Ustroje statycznie niewyznaczalne dają się podzielić czasem na takie podzespoły, które po zablokowaniu dają się sprowadzić do układu szeregowego (np. rys. 7b). Równoległy schemat bloku na ogół niezbyt dokładnie modeluje

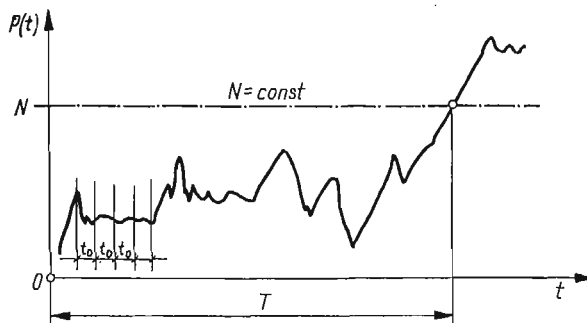
pracę statyczną podzespołu. Modele równoległe i mieszane, bardzo rozpowszechnione w teorii niezawodności układów elektronicznych [10], są niestety zbyt uproszczone w statyce ustrojów niewyznaczalnych. Nie sądzimy jednak, by rozwój analizy takich zastęp-



Rys. 7. Przykłady konstrukcji złożonej z losowo-jednorodnych elementów, których niezawodność maleje: a) układ szeregowy, b) układ mieszany

czych modeli był tu potrzebny. Są już bowiem przykłady ścisłych obliczeń prawdopodobieństwa zniszczenia elasto-plastycznych ram, belek ciągłych i kratownic hiperstatycznych [15], oparte na rozważeniu prawdopodobieństw warunkowych powstania wszelkich możliwych mechanizmów płynięcia, których zbiór może być przeliczalny, a może być — mocy continuum.

Drugim efektem statystycznym, który omówimy, jest *efekt trwałości*. Tak proponujemy nazwać efekt związany z czasem, a więc do pewnego stopnia analogiczny do efektu skali, który dotyczył wymiaru przestrzeni. Efekt trwałości uwzględni się od dawna w prak-



Rys. 8. Losowy proces obciążenia $P(t)$ przewyższający w czasie T nośność niestarczającej się konstrukcji

tyce projektowania, przyjmując inne obciążenia dla budowli prowizorycznych, a inne dla budowli stałych — na podstawie intuicyjnego odczucia. Teoria asymptotycznych rozkładów ekstremów pozwala na ściślejsze ustalenie obciążeń obliczeniowych P_{gr} w zależności od założonego z góry prawdopodobieństwa przeciążenia $\mathcal{P}(P > P_{gr})$, preliminowanej trwałości obiektu T i parametrów rozkładu \check{P}_0, v_0 maksymalnego obciążenia w ustalonym okresie t_0 (rys. 8).

Dla rozkładu ekstremalnego pierwszego rodzaju (Gumbela) mamy

$$(9) \quad P_{gr}(T) = \check{P}_0 \left(1 + \frac{\sqrt{6} V_0}{\pi} \ln \frac{T}{t_0 \ln \Theta} \right),$$

a dla rozkładu ekstremalnego drugiego rodzaju (Fréchéta)

$$(10) \quad P_{gr}(T) = \check{P}_0 \sqrt[\alpha]{\frac{T}{t_0 \ln \Theta}},$$

gdzie $\Theta = \frac{1}{\mathcal{P}(P > P_{gr})}$ — średni okres powrotu przeciążenia, $\alpha \cong 0,8 v_0$ — weibullowski wskaźnik zmienności.

Dla stosowalności tych wzorów potrzeba, by maksymalne obciążenia w sąsiednich okresach t_0 były stochastycznie niezależne. Założenie to jest raczej kłopotliwe. Nie jest ono potrzebne w teorii przewyższenia ustalonego poziomu N przez stacjonarny proces stochastyczny $P(t)$.

Gdy proces jest gaussowski, to ryzyko przeciążenia $P(t) > N$ wynosi

$$(11) \quad r = f_p N |\dot{P}| = \frac{\sqrt{-\ddot{K}_0}}{2\pi} \exp \left[-\frac{(N - \bar{P}_0)^2}{2\mu_0^2} \right],$$

gdzie f_p — gęstość prawdopodobieństwa obciążenia chwilowego o parametrach \bar{P}_0 , μ_0 , K_τ — funkcja autokorelacyjna procesu obciążenia dla dwóch chwil odległych o τ , a kropkami oznaczono różniczkowanie względem czasu.

Dystrybuanta trwałości przy stałym w czasie ryzyku wyraża się wzorem wykładniczym

$$(12) \quad F(t) = \mathcal{P}(T < t) = 1 - e^{-rt},$$

a obciążenie obliczeniowe dla okresu T

$$(13) \quad P_{gr}(T) = \bar{P}_0 \left(1 + v \sqrt{2 \ln \frac{T}{\theta \ln \theta}} \right),$$

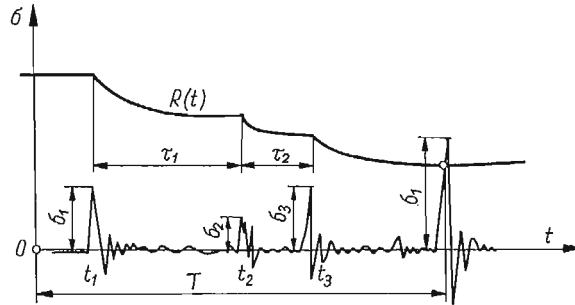
gdzie $\theta = \frac{2\pi}{\sqrt{-\ddot{K}_0}}$ tzw. efektywny okres powtarzalności, czyli średni czas powrotu wartości oczekiwanej obciążenia.

Ryzyko przeciążenia nie zawsze jest stałe w czasie. Zmienia się, gdy obiekt się starzeje. Szczególnym rodzajem starzenia, sprzężonym z procesem obciążenia jest zmęczenie materiału konstrukcyjnego. Rysunek 9 przedstawia jedno z rozwiązanych [16] prostszych zagadnień: przewyższania wytrzymałości $R(t)$ malejącej w czasie na skutek zmęczenia. Uproszczenie założeń polega na tym, że proces stochastyczny naprężeń $\sigma(t)$ określony jest rozkładem dwóch zmiennych losowych; losowej amplitudy impulsu naprężenia σ_i i losowego odstępu czasu między impulsami τ_i .

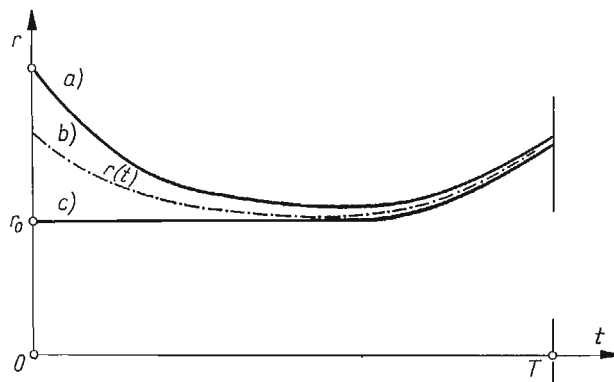
Najmniej może rozpoznanym i docenianym w teorii efektem statystycznym jest *efekt kontroli*. W praktyce przywiązuje się do niego pierwszorzędą wagę, lecz tylko na podstawie intuicyjnych przesłanek. W kategoriach teorii niezawodności da on się scharakteryzować poglądowo w ten sposób, że zależnie od sprawności kontroli odbiorowej (na początku eksploatacji) rozmaicie kształtuje się w czasie krzywa ryzyka $r(t)$ (rys. 10) i krzywa

przetwania $p(t)$. Związki między tymi funkcjami, a w szczególności: gęstością $f(t)$ i dystrybuantą $F(t)$ trwałości oraz okresem powrotu awarii $\Theta(t)$ określają równania:

$$(14) \quad \begin{cases} f(t) = \frac{d}{dt} F(t), & r(t) = \frac{d}{dt} \ln \Theta(t), \\ F(t) = 1 - p(t), & \Theta(t) = 1/p(t), \\ f(t) = r(t)p(t). \end{cases}$$



Rys. 9. Losowy łańcuch dynamicznych impulsów naprężenia przewyższający w czasie T wytrzymałość materiału malejącą na skutek zmęczenia



Rys. 10. Ryzyko dyskwalifikacji zmienne w czasie w przypadku: a) braku kontroli odbiorowej, b) kontroli realnej, c) kontroli doskonałej

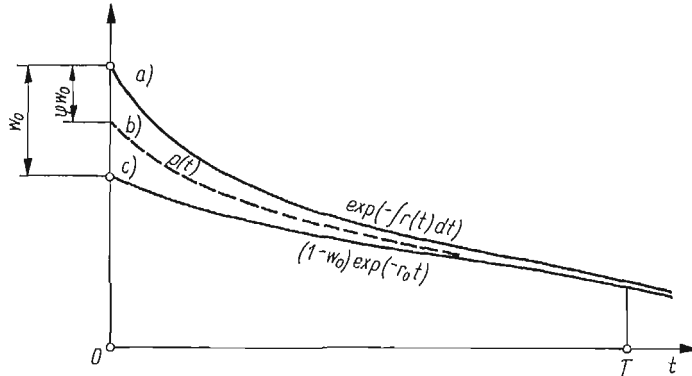
Co najmniej cztery parametry są potrzebne, by scharakteryzować krzywe na rys. 10 i 11: w_0 — wadliwość początkowa, ψ — sprawność kontroli, r_0 — ryzyko stacjonarne, T_0 — trwałość preliminowana.

Najtrudniejszy do oszacowania jest parametr ψ mogący się wahać w granicach

$$(15) \quad 0 < \psi < 1.$$

Gdy sprawność kontroli osiąga kres dolny ($\psi = 0$), to funkcję przetrwania będziemy nazywać funkcją niezawodności, gdy zaś $\psi = 1$, będziemy mówić o bezpieczeństwie. Proponując takie rozróżnienie pojęć niezawodności i bezpieczeństwa mamy na uwadze wymagania związane z odrębnymi dziedzinami zastosowań teorii niezawodności i teorii bezpieczeństwa, mianowicie z dziedziną urządzeń mechanicznych i elektrycznych w pierw-

szym przypadku, i dziedziną konstrukcji budowlanych — w drugim. W rzeczywistości nie ma tak drastycznych różnic sprawności kontroli w jednym i drugim przypadku i można oczekiwać, że krzywa przetrwania będzie zawsze przebiegać między krzywą niezawodności a krzywą bezpieczeństwa.



Rys. 11. Funkcja przetrwania obiektu, zmienna w czasie zależna od sprawności kontroli odbiorowej

Jeśli stawiamy problem kontroli, to od razu nasuwa się kwestia *podziału odpowiedzialności*. Ile ma być wielkości podlegających kontroli, z punktu widzenia ogólnej teorii bezpieczeństwa, czyli ile jest tzw. parametrów bezpieczeństwa?

Jeśli rozróżnimy tylko jeden parametr bezpieczeństwa, to mamy przypadek osobliwy, w którym nie ma właściwie sensu mówić o odpowiedzialności kogoś przed kimś. Ale dla możliwości późniejszego porównania rozpatrzmy najpierw ten właśnie przypadek. Tym jednym parametrem bezpieczeństwa może być np. losowy współczynnik bezpieczeństwa

$$(16) \quad x = R/\sigma > 1,$$

gdzie σ — losowe naprężenie, R — losowa wytrzymałość.

Z warunku zachowania z góry danego bezpieczeństwa Ω ,

$$(17) \quad \mathcal{P}(x > 1) = 1 - F_x(1) = \Omega,$$

otrzymujemy dla rozkładów log-normalnych prosty wzór na obliczeniowy współczynnik bezpieczeństwa

$$(18) \quad x = e^{\lambda\nu}, \quad \nu = \sqrt{\nu_1^2 + \nu_2^2},$$

gdzie ν_1, ν_2 — logarytmiczne wskaźniki zmienności i naprężenia. Dla normalnych rozkładów prawdopodobieństw wytrzymałości i naprężenia, względnie — nośności i obciążenia, lepiej jest wziąć jako jedyny parametr bezpieczeństwa — losową rezerwę nośności

$$(19) \quad x = N - P > 0.$$

Wówczas warunek bezpieczeństwa

$$\mathcal{P}(x > 0) = 1 - F_x(0) = \Omega$$

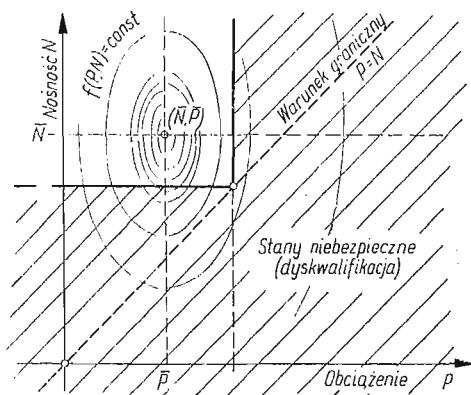
daje prosty wzór na wartość obliczeniową:

$$(20) \quad x = \lambda\mu, \quad \mu = \sqrt{\mu_1^2 + \mu_2^2},$$

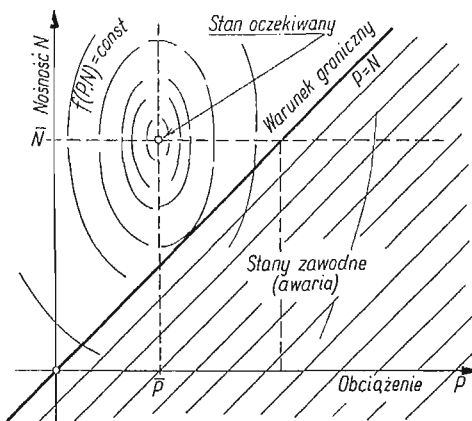
gdzie μ_1, μ_2 — odchylenia standardowe nośności i obciążenia.

Jeśli zgodzimy się, że są dwa parametry bezpieczeństwa, to naturalną rzeczą będzie uważać jako takie — losową nośność i losowe obciążenie:

$$(21) \quad N > X, \quad P < X.$$



Rys. 12. Płaszczyzna stanu konstrukcji, z liniami stałej gęstości prawdopodobieństwa, dla przypadku, gdy kontroluje się nieprzekroczenie granicznych wartości obciążenia i nośności



Rys. 13. Płaszczyzna stanu konstrukcji w przypadku, gdy nie ma kontroli wartości granicznych obciążenia ani nośności

Prawdopodobieństwo bezpieczeństwa (rys. 12) nie jest wówczas bynajmniej równe prawdopodobieństwu niezawodności (rys. 13):

$$(22) \quad \mathcal{P}(N > X, \quad P < X) \neq \mathcal{P}(N > P),$$

co jak spostrzeżliśmy, przez długi czas rozwoju teorii bezpieczeństwa nie było rozumiane [14].

Z warunku bezpieczeństwa $\mathcal{P} < \Omega$ i założenia o typie rozkładów wynikają współczynniki tolerancji

$$(23) \quad \begin{aligned} \Omega_1 &= 1 - F_1(X) \rightarrow \lambda_1, \\ \Omega_2 &= F_2(X) \rightarrow \lambda_2, \quad \Omega_1 \Omega_2 = \Omega, \end{aligned}$$

które służą do określenia częściowych współczynników bezpieczeństwa s_i , $i = 1, 2$, i obliczeniowej wartości granicznej X . Np. dla rozkładów log-normalnych

$$(24) \quad s_i = e^{\lambda_i v_i}, \quad X = \bar{N}/s_1 \quad \text{lub} \quad X = \bar{P}s_2.$$

Globalny współczynnik bezpieczeństwa wynosi

$$(25) \quad s = s_1 s_2 = e^{\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2}.$$

Współczynnik bezpieczeństwa daje się sformułować tą metodą dla trzech i więcej parametrów bezpieczeństwa, mianowicie

$$(26) \quad s = \exp \sum_i \lambda_i \nu_i,$$

nie da się jednak ogólnie określić dla tzw. metody «Stanów Granicznych» [2]. W metodzie SG ilość parametrów bezpieczeństwa nie jest z góry ustalona, a dla każdej ewentualnej zmiennej losowej (lub jej składowej), która występuje w obliczeniach wytrzymałościowych, określa się wartość graniczną według «reguły trzysigmowej»

$$(27) \quad X_i = \bar{x}_i \pm 3\sigma_i,$$

gdzie σ_i = odchylenie standardowe zmiennej losowej x_i .

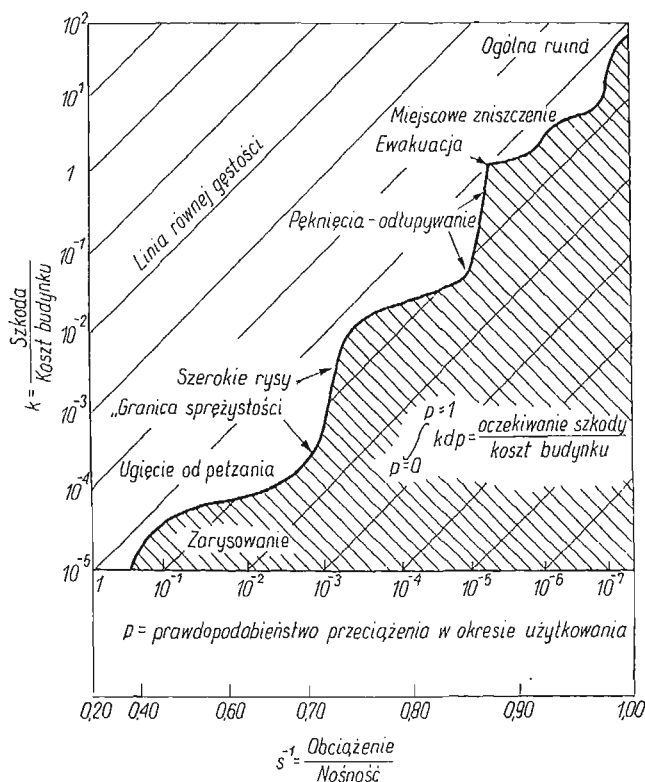
Bardzo ważnym problemem jest optymalizacja miar bezpieczeństwa [1], [20]. Teoria bezpieczeństwa nabiera właściwego sensu dopiero po sformułowaniu warunku ekonomicznego. W myśl tego warunku ogólny społeczny koszt obiektu, do którego oprócz kosztów realizacji i asekuracji doliczają także koszty eksploatacji i likwidacji, powinien osiągać minimum. Dla tej funkcji celu optymalizuje się prawdopodobieństwo bezpieczeństwa i zależnie od wskaźników kosztów awarii proponuje się klasyfikację bezpieczeństwa budowli i innych obiektów technicznych [14]. Oprócz tych zagadnień, które wymagają danych ekonometrycznych i które nazwiemy drugim zadaniem optymalizacyjnym teorii bezpieczeństwa, wyodrębniliśmy pierwsze zadanie optymalizacyjne, polegające na optymalnym rozkładzie z góry danego wskaźnika bezpieczeństwa Ω na czynniki $\Omega_1, \Omega_2, \dots$. Zauważmy, że już przy dwóch parametrach bezpieczeństwa (23) mamy jeden stopień swobody w tym względzie.

Probabilistyczne teorie niezawodności i bezpieczeństwa są to teorie młode, stojące niewątpliwie u progu swego rozwoju. Same pojęcia niezawodności i bezpieczeństwa, które w sposób lapidarny objaśniliśmy przeciwstawiając rys. 12 i rys. 13, nie są rozumiane w sposób jednoznaczny. Niektórzy kojarzą pojęcie niebezpieczeństwa tylko z tymi okolicznościami, które stanowią bardzo poważne zagrożenie dla człowieka, a pojęcie niezawodności — z możliwością niespełnienia wszystkich innych funkcji obiektu. Tak często rozumie się teorię niezawodności w mechanice maszyn, silnie wiążąc niezawodność z zagadnieniami starzenia, zużycia i trwałości technicznej, a nawet moralnej. Oczywiście w mechanice budowli także można i trzeba zagadnienie niezawodności i bezpieczeństwa stawiać ogólnie i kompleksowo i tu przytoczymy za SAWYEREM [18] rys. 14, przedstawiający schemat ideowy takiego sposobu podejścia w budownictwie żelbetowym. Z tego schematu wyłania się bardzo szerokie zadanie probabilistycznej mechaniki konstrukcji, polegające na takim jej zaprojektowaniu, by zoptymalizować krzywą względnych kosztów szkód, wynikłych z niewłaściwego zachowania się budowli w zależności od prawdopodobieństwa przeciążenia.

Obecny stan rozwoju teorii niezawodności i bezpieczeństwa jest już jednak tak zaawansowany, że wielu autorów i instytucji uznaje za aktualną sprawę wprowadzenia niektórych wyników do norm projektowania konstrukcji budowlanych [14], [19] i innych [1], [13]. Rozważania i dyskusje idą w dwóch nie wykluczających się kierunkach:

a) określenia systemu częściowych współczynników bezpieczeństwa lub tym podobnych wartości obliczeniowych, które miałyby obiektywny sens statystyczny [17], [19];

b) wprowadzenia miar bezpieczeństwa pozwalających na klasyfikację bezpieczeństwa projektowanych lub wykonanych obiektów, na podstawie racjonalnych przesłanek [13], [14].



Rys. 14. Przybliżony wykres charakteryzujący koszty zmian stopnia niezawodności konstrukcji żelbetowej według Sawyera

Propozycje nowelizacji norm projektowania mają na razie charakter kompromisowy — zachowują na ogół konwencjonalną, deterministyczną metodykę obliczeń. Bardziej konsekwentne, probabilistyczne metody projektowania są jednak kwestią nie tak odległej chyba przyszłości. Problemy rozwojowe, których rozwiązanie może tę perspektywę przybliżyć są, zdaniem autora, następujące:

- 1) przetworzenie posiadanych informacji o obciążeniach konstrukcji i zebranie nowych danych statystycznych według jednolitego, spójnego systemu, opartego np. na teorii rozkładów ekstremalnych lub teorii procesów stochastycznych,
- 2) wyprowadzenie prostej, ale probabilistycznie uzasadnionej metody kojarzenia (koinkencji) obciążeń wieloźródłowych,
- 3) opracowanie praktycznych metod obliczania prawdopodobnej nośności ustrojów hiperstatycznych z uwzględnieniem niepewnych własności wytrzymałościowych, odchylek wymiarów i błędów wynikających z przyjęcia do obliczeń wyidealizowanych schematów statycznych,

4) zbadanie doświadczalne autokorelacji cech mechanicznych dla różnych materiałów konstrukcyjnych; dotkliwy brak danych w tym zakresie bardzo hamuje praktyczne zastosowanie probabilistycznej mechaniki budowli,

5) określenie uzasadnionych limitów dla czasu eksploatacji poszczególnych typów konstrukcji i przygotowanie planu wdrożenia techniki niezawodności dla konstrukcji budowlanych i innych.

Literatura cytowana w tekście

1. E. ABRAHAMSEN, *Structural safety of ships and risks to human life*, European Shipbuilding, 6(1962), 3-7.
2. В. А. БАЛДИН и ин. *Расчёт строительных конструкции по предельным состояниям*, Москва 1951.
3. W. W. ВОЛОТИН, *Metody statystyczne w mechanice budowli*, Warszawa 1968.
4. В. В. БОЛОТИН, *Применение теории вероятностей и теории надёжности в расчётах сооружений*, Москва 1971.
5. J. F. BORGES, M. CASTANHETA, *Structural Safety*, Lab. Nac. de Engenharia Civil, Lisboa, Course 101 Nov. 1969.
6. C. A. CORNELL, *Bounds on the reliability of structural systems*, J. Struct. Div. ASCE, Febr. 1967, 171-200
7. Б. Б. ЧЕЧУЛИН, *Масштабный фактор и статистическая природа прочности металлов*, Москва 1963.
8. J. DAHL, G. SPAETHE, *Sicherheit und Zuverlässigkeit von Bauwerken*, Deutsche Bauinformation, DBA, Berlin 1970.
9. A. M. FREUDENTHAL, *Critical appraisal of safety criteria and their basic concepts*, VIII-th Congr. IABSE—New York 1968, Prel. Rep. 45-55.
10. W. W. GNIEDIENKO, J. K. BIELAJEW, A. D. SOŁOWIEW, *Metody matematyczne w teorii niezawodności*, Warszawa 1963.
11. E. GUMBEL, *Statistics of Extremes*, Columbia Un. Press, New York 1962.
12. O. G. JULIAN, *Synopsis of First Progress Report of Committee on Factors of Safety*, J. Struct. Div. ASCE, July 1967, 1-22.
13. P. H. JUUL, *Note sur le degré de sécurité et sur les risques de rupture dans l'étude des pylônes*, CIGRE — Session 1964, Paris, No 215.
14. J. MURZEWSKI, *Bezpieczeństwo konstrukcji budowlanych*, Warszawa 1970.
15. J. MURZEWSKI, J. SOJKA, *Charakterystyka prawdopodobieństwa nośności granicznej ustroju z quasi-jednorodnego materiału ciągliwego*, Rozpr. Inż., 2 (1967), 259-282.
16. J. MURZEWSKI, A. WINIARZ, *Safety of structures subject to random load impulses*, Bull. Acad. Polon. Sci., Série sci. techn., 4 (1970), 1-8.
17. M. K. RAVINDRA, A. C. HEANEY, N. C. LIND, *Probabilistic Evaluation of Safety Factors*, Symposium IABSE — London 1969, Final Rep. 35-46.
18. H. A. SAWYER, *Comprehensive design of reinforced concrete frames by plasticity factors*, Bull. d'Inform. CEB, No 53, Janv. 1966, 299-316.
19. M. TICHY, *A Logical System for Partial Safety Factors*, Symposium IABSE — London 1969, Final Report, 273-277
20. C. J. TURKSTRA, *Choice of failure probabilities*, J. Struct. Div. ASCE, Dec. 1967, 189-200.
21. W. WIERZBICKI, *Obiektywne metody oceny bezpieczeństwa konstrukcji*, Warszawa 1961.

Р е з ю м е

ВОПРОСЫ НАДЁЖНОСТИ И БЕЗОПАСНОСТИ В МЕХАНИКЕ МАТЕРИАЛОВ И КОНСТРУКЦИЙ

В теории механической надёжности и безопасности на макроскопическом уровне применяются вероятностные методы, так для задач о нагрузках, как и для нахождения свойств сооружений. В первую очередь рассматривались некоторые основные распределения вероятностей (Табл. 2),

а затем был разработан анализ асимптотических распределений (Табл. 3), а также статистический анализ второго порядка при неопределенной форме распределения. Простая вероятностная теория масштабного эффекта дана Вейбуллом для хрупких тел. Для некоторых задач дано обобщение этой теории на упруго-пластические сооружения (Рис. 7). Расчётная нагрузка зависит от предполагаемого времени работы конструкции, (9), (10). Такой эффект долговечности был рассмотрен с точки зрения теории гауссовых стационарных случайных процессов (Форм. 13). С точки зрения эффекта контроля понятия надёжности и безопасности различны. Эти понятия относятся к двум крайним случаям: когда дефектные изделия не исключены (Фиг. 13), или когда они вполне исключены (Фиг. 12). Если эффект контроля учтён в расчётах необходимо определить относительные области ответственности. Различия между безопасностью и надёжностью возникают в случае двух или более контролируемых параметров безопасности (Фиг. 12). Коэффициент запаса разлагается в этом случае на частичные факторы (25).

S u m m a r y

RELIABILITY AND SAFETY PROBLEMS IN MECHANICS OF MATERIALS AND STRUCTURES

Probabilistic methods are applied to mechanical reliability and safety problems on the macroscopic level, both to the loading and structural properties. First, some basic probability distributions (Tab. 2) have been taken under consideration, then a distribution-free analysis is attempted by means of the asymptotic distributions (Tabl. 3) or by a «second-order» statistical analysis, where the exact form of the distribution remains undefined.

Simple probabilistic theory of size-effect has been developed by Weibull for the brittle bodies. The extension of the theory to elastic-plastic structural systems is already accomplished in some cases (Fig. 7).

The design load depends on the anticipated service-life of the structure, Eqs. (9), (10). This «durability effect» has also been analysed by means of Gaussian stationary stochastic processes, Eq. (13).

Notions of reliability and safety are distinguished from the point of view of the effect of control. These notions correspond to the two extreme cases: no preliminary elimination of defective objects (Fig. 13) and the perfect elimination (Fig. 12). If the control effect is taken into account, the specific fields of responsibility must be defined and delimited. The difference between safety and reliability is evident in the case of two or more safety parameters under control (Fig. 12). The safety factor, Eq. (25), is easily decomposed into partial factors in these cases.

POLITECHNIKA KRAKOWSKA

Praca została złożona w Redakcji dnia 22 listopada 1971 r.
