

BADANIA W DZIEDZINIE TERMOMECHANIKI ODKSZTAŁCALNEGO CIAŁA STAŁEGO
WYKONANE W UKRAIŃSKIEJ AKADEMII NAUK

A. D. KOWALENKO (KIJÓW)

W pracy omawiane są badania nieizotermicznych procesów odkształcania elementów konstrukcyjnych. Badania te są domeną termomechaniki odkształcalnych ciał stałych, rozumianej jako zespół teorii termosprężystości, termolepkosprężystości i termoplastyczności. Pokróćce omawia się prace z tych dziedzin, wykonane w AN Ukraińskiej SRR.

1. Największe znaczenie praktyczne mają quasi-statyczne zagadnienia termosprężystości, rozwiązywane w oparciu o teorię Duhamela-Neumanna. Ze wczesnych prac w tej dziedzinie wymienić należy publikacje członka Akademii prof. A. N. DINNIKA [1, 2], w których przeanalizowano rozkład naprężeń termosprężystych w długich walcach i rurach, znajdujących się pod działaniem niestacjonarnego pola temperatury.

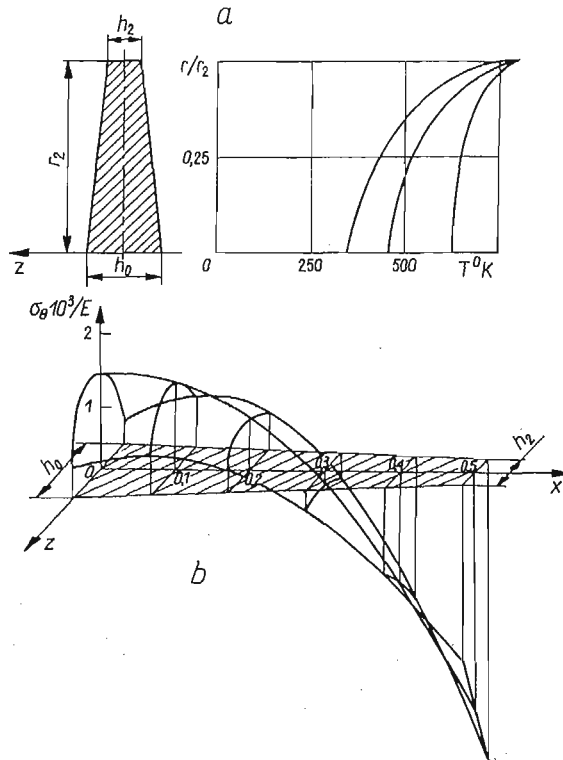
W. M. MAJZEL uogólnił twierdzenie o wzajemności przemieszczeń na klasę quasi-statycznych zagadnień termosprężystości oraz opracował metodę znajdowania naprężeń termosprężystych w tarczach, płytach, powłokach i innych elementach konstrukcyjnych, opartą na wykorzystaniu rozwiązań izotermicznych zagadnień teorii sprężystości, w których dla odpowiednich ciał określa się stan naprężenia pod działaniem sił skupionych [3].

Quasi-statyczna teoria termosprężystości cienkich płyt i powłok, podobnie jak i odpowiednia teoria izotermiczna, oparta jest na hipotezie niezmienności elementu normalnego i szeroko wykorzystuje wyniki, podane w znanych monografiach A. L. GOLDENWEJZERA, A. I. ŁURIE, W. W. NOWOŻYŁOWA.

Jednakowoż dla niestacjonarnego przestrzennego pola temperatury, gdy czysto cieplne odkształcenia mogą zmieniać się po grubości płyty lub powłoki w sposób istotnie różniący się od liniowego, liniowe prawo zmiany naprężeń termosprężystych po grubości nie odpowiada już hipotezie o niezmienności elementu normalnego. Zastosowanie całkowitych charakterystyk cieplnych pozwala sprowadzić zagadnienia termosprężyste z przestrzennymi polami temperatury do dwuwymiarowych izotermicznych problemów teorii płyt i powłok. Na tej podstawie opracowano teorię naprężeń cieplnych w okrągłych płytach o grubości zmiennej po promieniu oraz w powłokach obrotowych o stałej krzywiznie linii tworzącej (powłoki stożkowe, kuliste) [4, 5, 6,]. Teoria ta oparta została na ścisłych rozwiązaniach w funkcjach specjalnych, do zbudowania których zastosowano i rozwinięto teorię funkcji hipergeometrycznych.

Część wyników obliczeń naprężeń termosprężystych podano na rys. 1 i 2. Na rys. 1 przedstawione są naprężenia obwodowe σ_θ/E w tarczy turbiny o liniowej zależności grubości tarczy od promienia; tarcza znajduje się pod działaniem pola temperatury nierów-

nomiernego po promieniu i grubości. Rysunek 2 ilustruje istotny wpływ parametru geometrycznego $\kappa = \frac{S_z}{h} \text{ctg} \alpha$ na naprężenia termosprężyste w powłoce stożkowej o małej wyniosłości, spowodowane działaniem pola temperatury w postaci $T = T_0 + T_2 s^2$ ($T_0, T_2 = \text{const}$). Na rysunku tym z lewej i prawej strony pokazano rozkłady naprężeń obwodowych $\frac{\sigma_\theta}{K}$, gdzie $K = \alpha_T T_2 s^2 E$, zaś α_T jest współczynnikiem liniowej rozszerzalności



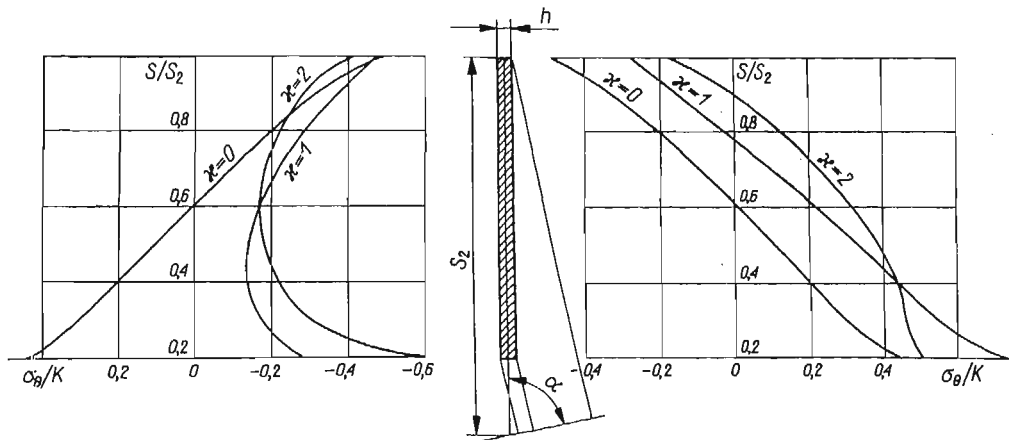
Rys. 1

cieplnej; wykresy te odnoszą się do zewnętrznej i wewnętrznej powierzchni powłoki przy różnych wartościach parametru κ ; warunek $\kappa = 0$ odpowiada płycie okrągłej.

Dla obliczania naprężeń cieplnych w masywnych częściach maszyn, takich jak wirniki oraz obudowy turbin parowych i gazowych, części reaktorów jądrowych itp., istotne znaczenie ma opracowanie metod efektywnego rozwiązywania przestrzennych zagadnień termosprężystości. Specyfika przestrzennych zagadnień termosprężystości, w porównaniu z przestrzennymi problemami izotermicznej teorii sprężystości, polega na tym, że przy gwałtownie niestacjonarnych procesach wymiany ciepła powstaje znaczna nierównomierność rozkładu temperatury, a więc i naprężeń w rozpatrywanych częściach maszyn. Wymaga to dalszych badań zagadnień brzegowych termosprężystości, w których dla dowolnego rozkładu temperatury warunki brzegowe są ściśle spełniane na całej powierzchni ciała sprężystego.

Problemy osiowosymetryczne termosprężystości są stosunkowo najlepiej opracowane ze wszystkich zagadnień przestrzennych tej teorii.

Zanim przeanalizowano te problemy dla ciał o skończonych wymiarach, opracowano metody rozwiązywania takich zagadnień dla ciał sprężystych jednorodnych, dla których możliwe jest rozdzielanie zmiennych w wektorowym równaniu Laplace'a (długi walec, pełna kula, stożek itp.). Doprowadziło to do sformułowania efektywnej metody wektorowych funkcji własnych. Charakterystyczne dla tej metody jest specjalne sformułowanie



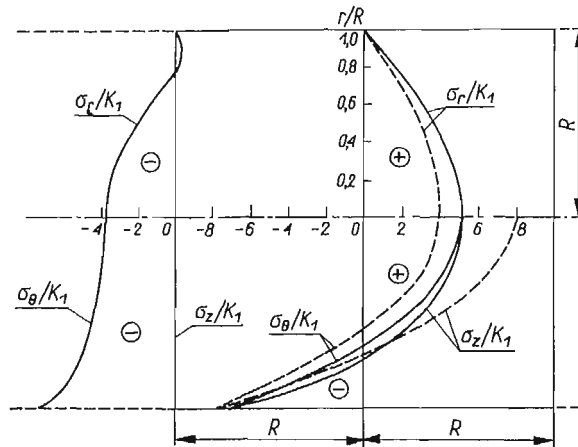
Rys. 2

warunków brzegowych dla stycznych składowych przemieszczeń i naprężeń oraz zbudowanie równań Lamégo termosprężystości w postaci wygodnej dla spełnienia warunków brzegowych [7, 8]. Za pomocą metody wektorowych funkcji własnych skonstruowano w najprostszej postaci rozwiązania zagadnień teorii sprężystości dla warstwy sprężystej, walca o przekroju kołowym i eliptycznym, kuli oraz rozwiązania nowych problemów brzegowych teorii sprężystości dla stożka, torusa, klina i innych ciał [7-12].

Badanie naprężeń cieplnych w ciele o symetrii obrotowej, dla którego wartości brzegowe funkcji poszukiwanych nie mogą być przedstawione na całej powierzchni ciała w postaci szeregów względem pełnego ortogonalnego układu funkcji, oparto o metodę superpozycji rozwiązań bardziej prostych zagadnień brzegowych, wywodzącą się z prac Lamégo i Mathiéu. Metoda superpozycji pozwala budować takie rozwiązania równań Lamégo, które zawierają wystarczającą dowolność funkcjonalną dla spełnienia warunków brzegowych na całej powierzchni ciała. Metoda ta prowadzi do nieskończonych układów równań algebraicznych lub do układów osobliwych równań całkowych. Opracowano efektywne sposoby rozwiązywania tych układów, umożliwiające uzyskanie ważnych szacowań dla wielkości nieznanych. Uzyskano rozwiązania zagadnień osiowosymetrycznych termosprężystości, takich jak rozkład naprężeń cieplnych w walcu o skończonej długości [13, 6], rozkład naprężeń cieplnych w grubościenniej powłoce kulistej przy dowolnym sposobie zmiany temperatury wzdłuż tworzącej [6] i innych; dla przykładu — w pierwszym z tych problemów rozwiązanie zbudowano jako superpozycję rozwiązań dla długiego walca i dla warstwy.

Na podstawie uzyskanych ścisłych rozwiązań zbadano rozkłady naprężeń cieplnych w tarczach, powłokach, walcach, kulach itp. w funkcji postaci pola temperatury i wymiarów geometrycznych ciał sprężystych, przeanalizowano wpływ skończonych wymiarów tych ciał oraz oszacowano błędy wynikające z zastosowania zasady Saint-Venanta. Wyniki te stanowią ważne wzorce dla konstruowania i szacowania efektywności rozmaitych metod numerycznych i przybliżonych w teorii termosprężystości.

Przykładem obliczeń według rozwiązania wzorcowego są wyniki przedstawione na rys. 3. Dla pełnego walca o skończonej długości i pola temperatury w postaci $T = T_0 + T_2 r^2$, rozkład naprężeń $\frac{\sigma_r}{K_1}$, $\frac{\sigma_\theta}{K_1}$, $\frac{\sigma_z}{K_1}$, $K_1 = \frac{\alpha_T T_2 r_2^2 E}{16(1-\nu)}$, przy ścisłym spełnieniu warunków brzegowych, przedstawiony jest linią ciągłą, przy spełnieniu zaś tych warunków w sensie zasady Saint-Venanta — linią przerywaną.



Rys. 3

2. W dalszym etapie badań problemów quasi-statycznych termosprężystości rozpoczęto uwzględniać bardziej złożone formy geometryczne ciał, ich niejednorodność i anizotropię, badać mieszane warunki brzegowe wymiany ciepła itp.

Wyprowadzono równania rozwiązujące dla zagadnień równowagi termosprężystej powłok obrotowych z uźebrowaniem wzdłuż tworzącej oraz tarcz z uźebrowaniem krzywoliniowym, przy uwzględnieniu dyskretnego rozkładu umocnień [14, 15]. Zbadano stan naprężenia w płytach niejednorodnych o zmiennej sztywności i niesymetrycznej strukturze po grubości, znajdujących się pod działaniem obciążeń mechanicznych i cieplnych [16, 17]. Opracowano metodę obliczania powłok obrotowych, których sprężyste charakterystyki zależą od temperatury i mają charakter funkcji losowych; metoda ta polega na aproksymacji zależności funkcjonalnych pomiędzy naprężeniami i danymi wielkościami losowymi na podstawie wyników obliczeń szeregu wariantów deterministycznych [18].

Szczególną uwagę zwrócono na numeryczne sposoby rozwiązywania quasi-statycznych problemów brzegowych dla termosprężystych powłok obrotowych. Zbadano podstawowe równania wymienionej klasy zagadnień i sprowadzono je do postaci wygodnej do obliczeń

numerycznych na maszynach cyfrowych. Opracowano metody, skonstruowano algorytmy i programy typowe dla numerycznego rozwiązywania zagadnień naprężeń cieplnych w niejednorodnych ortotropowych warstwowym powłokach obrotowych o zmiennej sztywności w warunkach symetrycznego i niesymetrycznego rozkładu temperatury [19–23].

Pierwszy etap rozwiązania quasi-statycznego problemu termosprężystości polega na określeniu odpowiedniego pola temperatury.

Opracowano szereg kwestii dotyczących poszukiwania stacjonarnych i niestacjonarnych pól temperatury w płytach, powłokach i ciałach obrotowych przy różnych warunkach nagrzewania [24]. Zaproponowano metodę sprowadzania przestrzennych niestacjonarnych zagadnień przewodnictwa cieplnego w płytach i powłokach o zmiennej grubości do zagadnień dwuwymiarowych; u podstaw tej metody leży aproksymacja rozkładu temperatury po grubości funkcją potęgową [23–29]. W oparciu o metodę skończonych przekształceń całkowych skonstruowano rozwiązania problemów niestacjonarnego rozkładu temperatury w rurze ortotropowej i powłoce kulistej [30, 24].

Szczególnie interesujące są mieszane problemy brzegowe termosprężystości.

Zbadany został osiowosymetryczny stan naprężenia termosprężystego w długim walcu, część powierzchni którego jest izolowana cieplnie od otoczenia, na pozostałej zaś części dana jest temperatura [24].

Przeanalizowano niestacjonarny rozkład temperatury w płytach przy mieszanych warunkach nagrzewania. Zbudowano rozwiązanie zagadnienia stacjonarnego rozkładu temperatury i naprężeń cieplnych w ortotropowej płycie półnieskończonej, znajdującej się pod działaniem źródła ciepła [24]; mieszane warunki brzegowe w tym zagadnieniu polegają na daniu strumienia ciepła na jednej części brzegu i temperatury na pozostałej części brzegu.

Na rys. 4 pokazano rozkłady naprężeń $\frac{\sigma_r}{K_2}$, gdzie $K_2 = \frac{\alpha_r E \omega_0}{\lambda}$, oznaczone linią ciągłą, oraz temperatury $(T - T_0) \frac{\lambda}{\omega_0}$, oznaczone linią przerywaną, dla różnych wartości względnej współrzędnej ξ ; wielkość λ oznacza tu współczynnik przewodnictwa cieplnego, ω_0 — moc źródła ciepła, odniesioną do jednostki długości.

Rozpatrzono problem osiowosymetryczny dla półprzestrzeni ze stacjonarnym polem temperatury, gdy w obszarze pierścieniowym na powierzchni dany jest strumień ciepła, poza tym obszarem zaś dana jest temperatura stała [31]. Rozwiązanie konstruowane jest we współrzędnych toroidalnych. Zastosowanie transformacji całkowej Mellera — Focka sprowadza problem do układu parzystych równań całkowych, a następnie zaś wykorzystanie nieciągłych całek Mellera przekształca ten układ w równanie całkowe Fredholma drugiego rodzaju z jądrem symetrycznym ciągłym względem pewnej funkcji pomocniczej, określającej rozkład temperatury w półprzestrzeni.

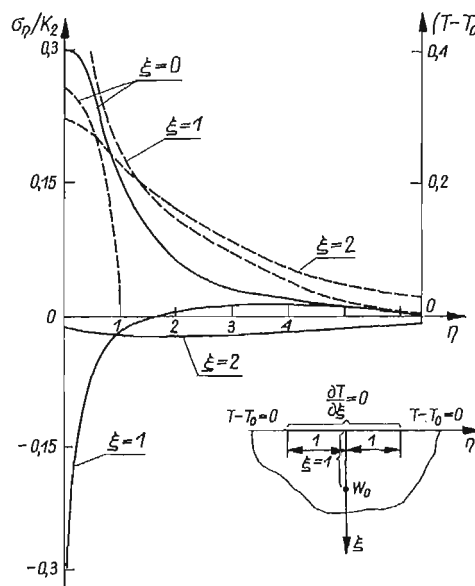
Wyłożony powyżej przegląd quasi-statycznych zagadnień termosprężystości dotyczy badań wykonanych w Instytucie Mechaniki Ukraińskiej Akademii Nauk.

W tej samej dziedzinie istotne wyniki uzyskano w Instytucie Fizyko-Mechaniki Ukraińskiej Akademii Nauk.

Opracowano metodę operatorową znajdowania podstawowych parametrów pola temperatury, to znaczy temperatury uśrednionej po grubości i jej «momentu», które określają

termosprężysty stan naprężenia w płycie lub powłoce bez jakichkolwiek początkowych założeń, dotyczących charakteru rozkładu temperatury po grubości [32–37].

Wykorzystując wyprowadzone poprzednio ogólne związki teorii przewodnictwa cieplnego sformułowano sprzężowe zagadnienie przewodnictwa cieplnego i naprężeń cieplnych w cienkich powłokach, zbadano pewne ogólne własności termosprężystego stanu naprężenia powłok oraz rozwiązano szereg konkretnych zagadnień termosprężystości powłok walcowych, m.in. zagadnienie naprężeń cieplnych, spowodowanych przez skupione nagrzewanie [34]. Uogólniono warunki cieplnego kontaktu ciał stałych [38], jak również



Rys. 4

sformułowano warunki konieczne i wystarczające braku naprężeń cieplnych w powłokach [39]. Wprowadzono pojęcie asymptotycznego stanu cieplnego, odpowiadającego takiemu czasowi nagrzewania ciała, dla którego pole temperatur nie zależy w sposób istotny od warunków początkowych. Zbadano zakres stosowności tego pojęcia dla płyt i walców z pustkami [40, 41]. Przeanalizowano stan naprężenia w cienkich płytach i powłokach walcowych przy ruchomym obciążeniu cieplnym [42, 43, 44]. Wyprowadzono równania przewodnictwa cieplnego dla płyt i powłok, wzmocnionych dyskretnym rozkładem uźebrowań [45, 46].

Wyprowadzono podstawowe równania termosprężystości i sformułowano warunki termomechaniczne nieidealnego kontaktu oraz warunki odpływu ciepła na zamocowanym brzegu dla płyt izotropowych i anizotropowych, znajdujących się pod działaniem źródeł ciepła. Zbadano wpływ anizotropii, chłodzenia powierzchni bocznych i elementów mocujących oraz nieidealnego kontaktu cieplnego i mechanicznego na rozkład naprężeń cieplnych w płytach z polimerów (tekstolitu szklanego i żywicy epoksydowej zbrojonej taśmą szklaną) [47–52].

Rozwiązano problem niestacjonarnego pola temperatury i naprężeń w półnieskończonej płycie ze szczeliną, z wnętrza której unoszony jest strumień ciepła; między ściankami

bocznymi szczelinami i ośrodkiem zachodzi konwektywna wymiana ciepła. Powyższe rozwiązanie uogólniono na przypadek nieskończonej płyty i powłoki walcowej z układem szczelin, oraz półnieskończonej płyty i pasma płytowego z nieciągłymi brzegowymi warunkami cieplnymi [53].

Wiele uwagi zwrócono na badania termosprężystego stanu naprężenia w ciałach z makrodefektami typu obcych wtrąceń, pustek i szczelin. W sposób ogólny sformułowano zagadnienie płaskiego stacjonarnego pola temperatury w ośrodku z dowolnym wtręceniem walcowym w warunkach nieidealnego kontaktu cieplnego. Zaproponowano metodę konstrukcji płaskiego stacjonarnego pola temperatury i pola naprężenia termosprężystego w nieskończonym jednorodnym i obszarach jednorodnym ciała z kilkoma izolowanymi cieplnie szczelinami prostoliniowymi i łukowymi oraz w nieograniczonym izotropowym i transversalnie izotropowym ośrodku z przewodzącą ciepło szczeliną kołową itp. [54–58].

Na zakończenie zwróćmy uwagę na badania, mające znaczenie dla wyboru optymalnego warunku lokalnej obróbki cieplnej i dla badania termonaprężeń powstałych w rezultacie nagrzewania indukcyjnego. Pierwsza grupa badań dotyczy określenia takich pól temperatury w cienkich powłokach sprężystych, które w danym zakresie warunków nagrzewania wywołują stosunkowo najniższe naprężenie cieplne [59–62]. Druga grupa badań wiąże się z kompleksowym zagadnieniem powstawania prądów indukcyjnych oraz pól temperatury i naprężeń przez nie spowodowanych. Opracowano metodykę rozwiązania tego zagadnienia, dzięki której zbadano rozkłady temperatury i naprężenia w półprzestrzeni, warstwie, walcu i powłoce walcowej, w zależności od warunków pracy induktora, warunków wymiany ciepła oraz innych czynników [63].

3. Z zasadniczego punktu widzenia teoria Duhamela–Neumanna dla zagadnień niestacjonarnych, oddziaływań mechanicznych i cieplnych okazuje się teorią ograniczoną, gdyż nie uwzględnia efektów dynamicznych, powstających w konstrukcjach w określonych warunkach wymiany ciepła, jak również wzajemnego oddziaływania pól odkształceń i temperatury.

Konsekwentne badanie procesów odkształcenia termosprężystego i przewodnictwa cieplnego, jako zjawisk sprzężonych, okazało się możliwe na bazie rozważań termodynamicznych. Opracowana w ostatnich latach termodynamika procesów nieodwracalnych umożliwiła bardziej precyzyjną analizę procesów mechanicznych i cieplnych, zachodzących przy odkształcaniu ciała sprężystego. W związku z tym wyraźniej zarysowały się kontury ogólnej teorii termosprężystości, uogólniającej klasyczną teorię sprężystości i teorię przewodnictwa cieplnego.

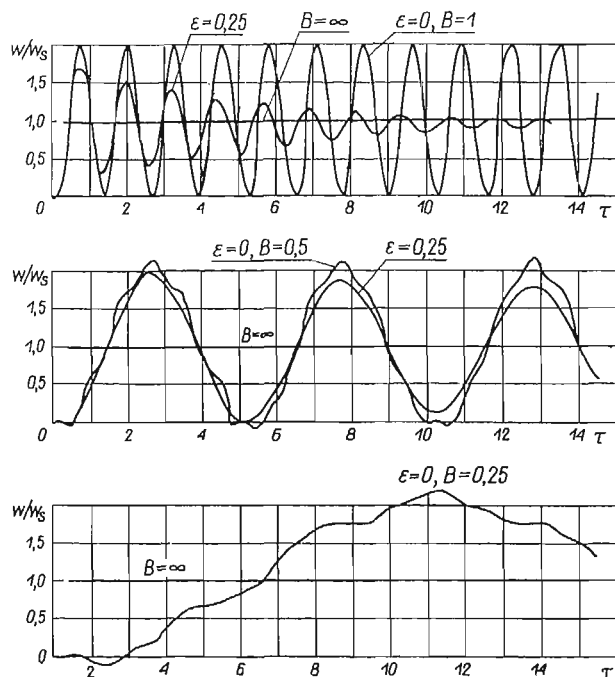
Zazwyczaj przyjmuje się w tej teorii następujące ograniczenie na wielkość zaburzenia termicznego: zakłada się, że przyrost temperatury jest mały w porównaniu z temperaturą początkową. W pracy [6] skonstruowano ogólną teorię termosprężystości, odrzucając powyższe ograniczenie na wielkość zaburzenia cieplnego; nie naruszono przy tym założenia infinytezymalności odkształceń oraz uwzględniono zależność stałych sprężystych i współczynników przewodnictwa cieplnego od temperatury. W ogólnym przypadku teoria ta jest nieliniową, sprzężoną, dynamiczną teorią termosprężystości, zawierającą w sobie, jako przypadki szczególne, liniowe teorie dynamicznej i quasi-statycznej sprzężonej termosprężystości z małymi zaburzeniami cieplnymi, oraz dynamiczne i quasi-statyczne teorie

niesprężonej termosprężystości z dużymi zaburzeniami cieplnymi, korzystające z liniowych równań ruchu i nieliniowego równania przewodnictwa cieplnego.

Wymieńmy inne badania, związane z ogólnymi zagadnieniami teorii termosprężystości. Do nich można zaliczyć uogólnienia znanych reprezentacji rozwiązań klasycznej teorii sprężystości, podanych przez B. G. GALERKINA i P. F. PAPKOWICZA, na przypadki sprzężonych zagadnień termosprężystości oraz bardziej precyzyjną klasyfikację problemów termosprężystości i innych zagadnień [64, 6].

Jedną z pierwszych prac w dziedzinie dynamicznych zagadnień termosprężystości była praca W. I. DANIŁOWSKIEJ na temat udaru cieplnego na powierzchni półprzestrzeni.

Teoretyczna analiza wykazała możliwość pobudzenia drgań w cienkościennych elementach konstrukcyjnych (belkach, płytach, powłokach) przy pomocy impulsywnych oddziaływań termicznych. W 1957 r. BOLEY i BARBER zbadali problem udaru termicznego na powierzchni płyty prostokątnej, przeciwna strona której jest cieplnie izolowana. Wykazali oni, że maksymalne ugięcie dynamiczne tej płyty jest dwukrotnie większe od quasi-statycznego. Dla płyty okrągłej, obciążonej w analogicznych warunkach impulsem termicznym, maksymalny współczynnik dynamiczności dla osiowosymetrycznych postaci drgań okazał się równy 2,24 [6].



Rys. 5

Na rys. 5 podano krzywe zależności stosunku dynamicznego ugięcia środka płyty do quasi-statycznego ugięcia tegoż punktu $\frac{w}{w_s}$ w funkcji bezwymiarowego parametru czasu τ przy różnych wartościach parametru $B = \frac{h}{R\sqrt{a}} \left(\frac{D}{\rho h} \right)^{1/4}$, gdzie h oznacza grubość, R — pro-

mięń, ρ — gęstość, a — współczynnik przewodnictwa temperatury, zaś $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$, oraz przy różnych wartościach współczynnika sprzężenia ε . W przypadku, gdy nie uwzględnia się sprzężenia między polem temperatury i polem odkształcenia ($\varepsilon = 0$) drgania płyty dążą asymptotycznie do stanu ustalonego, w przypadku zaś uwzględniającym to sprzężenie ($\varepsilon = 0,25$) drgania wygasają.

Rozpatrzono problem oddziaływania na nieograniczoną przestrzeń termosprężystą źródeł ciepła okresowo zmiennych w czasie [65] lub skupionych oddziaływań siłowych [66], jak również problem drgań wymuszonych walca pod działaniem okresowo zmiennego w czasie pola temperatury [67]. Wychodząc z równań sprzężonych teorii termosprężystości przeanalizowano wpływ przewodnictwa cieplnego i odpływu ciepła na propagację fal naprężenia w cienkich prętach, płytach i powłokach walcowych, na drgania własne i wymuszone pręta o skończonej długości oraz płyty pierścieniowej [66–71].

Sformułowano przestrzenne i płaskie quasi-statyczne sprzężone zagadnienia termosprężystości oraz rozpatrzono rozwiązania tych zagadnień dla przypadku przestrzeni z pustką walcową i walca pełnego [72].

Zbadano wpływ skończonej prędkości propagacji ciepła na rozkład naprężeń cieplnych, powstających przy uderzeniu termicznym w płytach [73].

Przeanalizowano zjawisko rezonansu termoparametrycznego, polegające na pobudzeniu cienkościennego elementu konstrukcyjnego do drgań termoparametrycznych, spowodowanych przez okresowo zmienne w czasie pole temperatury, co może wywołać utratę stateczności dynamicznej tego elementu [74, 75].

Badania zjawisk termosprężystych w prętach i w warstwie sprężystej, przy uwzględnieniu wzajemnego oddziaływania pól odkształcenia i temperatury, wykazały, że w ciałach tych propagują się dwa rodzaje fal: fale sprężyste i fale termiczne, przy czym obydwie rodziny fal ulegają dyspersji i tłumieniu [76, 77].

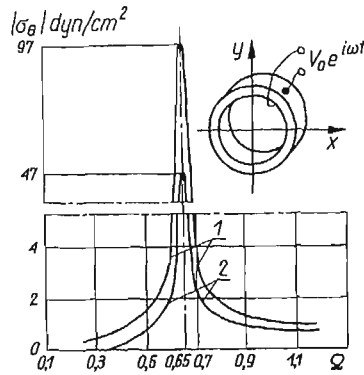
Do klasy zagadnień uwzględniających sprzężenia pól o różnym charakterze należy zaliczyć sprzężone zagadnienia elektrosprężystości. Zbadano sprzężone drgania elektrosprężyste grubościennych walców piezoceramicznych, wstępnie polaryzowanych zarówno po promieniu, jak i w kierunku obwodowym [78, 79, 80]. Wykonane obliczenia wykazały, że naprężenia dynamiczne w walcach drgających, pod wpływem harmonicznie zmiennej w czasie różnicy potencjałów przyłożonych do elektrod, mogą osiągać granicę wytrzymałości przy zmęczeniu w otoczeniu częstotliwości rezonansowej.

Na rys. 6 pokazano, dla przypadku walca polaryzowanego po promieniu, zależność bezwzględnych wartości amplitud naprężeń obwodowych σ_θ na powierzchni wewnętrznej walca (krzywa 1) oraz na powierzchni zewnętrznej walca (krzywa 2) w funkcji względnej częstotliwości elektrycznego pola pobudzającego Ω .

4. Przejdźmy teraz do prac z dziedziny termolepkosprężystości. Na podstawie termodynamiki procesów nieodwracalnych zbudowano zamknięty układ równań całkowo-różniczkowych, opisujących zachowanie ciała lepkosprężystego, którego właściwości mechaniczne i termofizyczne zależą od temperatury. Analogiczny układ równań dla powłok wyprowadzono w ramach hipotez Kirchhoffa–Love'a [81]. W ogólnym przypadku jest to układ nieliniowy, natomiast dla materiałów, których własności nie zależą od tempera-

tury, układ ten może być zlinearyzowany przez zaniedbanie wpływu funkcji dysypatywnej na równanie bilansu energetycznego, istotnego przy długotrwałym okresowym obciążeniu ciała.

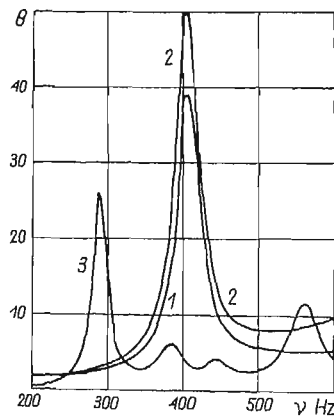
W ramach liniowej teorii dynamicznych sprzężonych problemów termolepkosprężystości przebadano propagację fal płaskich, kulistych, walcowych i powierzchniowych Ray-



Rys. 6

leigha w ośrodku lepkosprężystym. Oszacowano wpływ lepkości i sprzężenia pól na prędkości fazowe i współczynniki tłumienia zmodyfikowanych fal lepkosprężystych i termicznych w całym zakresie zmiany częstotliwości. W szczególności, głębiej zbadano mechanizm propagacji fal powierzchniowych Rayleigha i wyjaśniono charakterystyczne własności tej propagacji, opierając się na wynikach analizy równania sekularnego teorii funkcji algebraicznych [82, 83, 84].

W ramach sformułowań quasi-statycznych i dynamicznych, zbadano zagadnienia produkcji ciepła w ciałach walcowych, wykonanych z typowego materiału lepkosprężystego



Rys. 7

o dyspersji relaksacyjnej i rezonansowej w warunkach obciążenia cyklicznego. Wyjaśniono podstawowe własności pola temperatury w otoczeniu częstotliwości rezonansowych oraz wskazano zakres stosowalności przybliżenia quasi-statycznego [85, 86, 87].

Rysunek 7 ilustruje zależność bezwymiarowej temperatury θ w średnim przekroju poprzecznym powłoki walcowej w funkcji częstotliwości drgań skrętnych ν . Krzywa 1 dotyczy rozwiązania quasi-statycznego, krzywe 2 i 3 — rozwiązań dynamicznych dla różnych długości powłoki.

Dla rozwiązywania zagadnień quasi-statycznych termolepkosprężystości opracowano przybliżoną metodę operatorową, opartą na wykorzystaniu zbieżnych majoryzujących szeregów liczbowych, odpowiadających danemu szeregowi operatorowemu. Metodę tę zastosowano do rozwiązania konkretnych zagadnień [88]. Wykazano zbieżność metody rozwiązań sprężystych w postaci zaproponowanej przez SHAPERY'EGO [89].

W funkcjach hipergeometrycznych skonstruowano rozwiązania problemów osiowo-symetrycznych, dotyczących deformacji wielowarstwowych powłok stożkowych i kulistych, przy uwzględnieniu zwiększonej podatności materiału warstw przy poprzecznym ścinaniu oraz reonomicznych własności materiału [90].

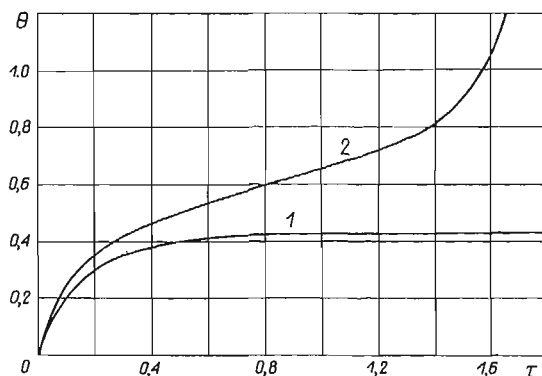
Dla ciał lepkosprężystych, wykonanych z materiałów, których własności zależą od temperatury, zbadano następujące zagadnienia.

Przeanalizowano zachowanie termomechaniczne ortotropowych powłok lepkosprężystych z uwzględnieniem sprzężenia pól temperatury i odkształcenia. Do rozwiązania tego typu zagadnień zaproponowano metodę kolejnych przybliżeń.

Uogólniono analogię Alfreya. Dla zagadnień termolepkosprężystości opracowano metodę rozwiązań sprężystych.

Rozwiązano szereg problemów nagrzewania powłok kulistych, walcowych i stożkowych przy obciążeniach cyklicznych, przy czym zależność własności materiału od temperatury przyjęto w postaci liniowej lub nieliniowej [91, 81].

Na rys. 8 pokazano zależność bezwymiarowej temperatury θ od bezwymiarowego



Rys. 8

parametru czasu τ przy drganiach skrętnych powłoki walcowej. Krzywa 1 odpowiada stanowi dokrytycznemu, krzywa 2 — stanowi nadkrytycznemu.

5. Nieizotermicznemu obciążeniu części maszyn częstokroć towarzyszą znaczne odkształcenia plastyczne.

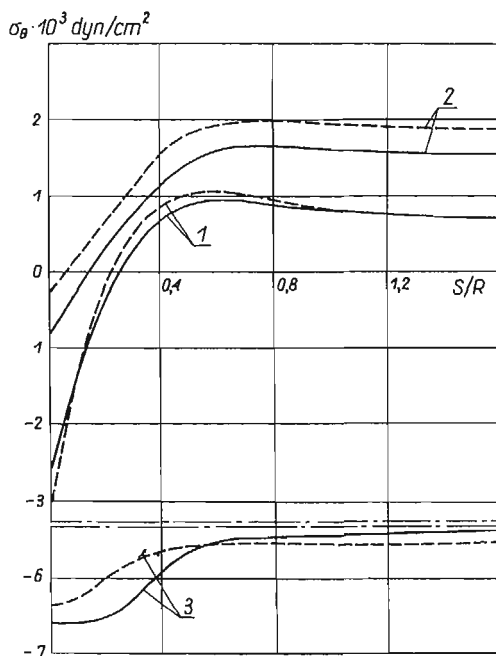
Badania zagadnień teorii plastyczności na Ukrainie, wykonywane w zasadzie w Kijowie, znajdowały się pod wpływem radzieckiej szkoły mechaniki, w szczególności A. J. Isz-

LIŃSKIEGO, który wiele lat pracował w Kijowie, jak również A. A. ILIUSZYNA i jego uczniów. Charakterystyczną cechą badań w dziedzinie termoplastyczności jest uogólnienie teorii plastyczności na zagadnienia nieizotermicznego obciążania oraz opracowanie metod rozwiązywania problemów termoplastyczności z uwzględnieniem wzmocnienia materiału i historii obciążenia.

W pracach [92, 93] postulat plastyczności ILIUSZYNA uogólniono na procesy obciążania nieizotermicznego ciał sprężysto-plastycznych, mechaniczne charakterystyki których zależą od temperatury. Uogólniony postulat plastyczności, to znaczy postulat termoplastyczności, sformułowano w sposób następujący: odkształcenia plastyczne towarzyszą przejściu elementarnej cząstki ciała z jednego stanu odkształcenia do innego wtedy, gdy praca sił zewnętrznych na cyklu zamkniętym po odkształceniach i temperaturze jest dodatnia; jeżeli praca ta jest równa zeru, to odkształcenia są sprężyste; zakłada się przy tym, że w procesie odwrotnym temperatura przebiega te same wartości, co w procesie odkształcania aktywnego.

Na podstawie sformułowanego powyżej postulatu otrzymano różne teorie termoplastyczności i w szczególnym przypadku wyprowadzono związki deformacyjnej teorii termoplastyczności ze wzmocnieniem kinematycznym [94]. W ramach teorii małych odkształceń sprężysto-plastycznych udowodniono twierdzenia o odciążeniu i o prostym obciążeniu zmiennym [93, 95], w ramach zaś deformacyjnej teorii termoplastyczności ze wzmocnieniem kinematycznym, udowodniono twierdzenie o obciążeniu prostym [94].

Teoria małych odkształceń sprężysto-plastycznych oraz teoria płynięcia ze wzmocnieniem izotropowym posłużyły za podstawę opracowania metod obliczania sprężysto-plas-



Rys. 9

tycznego stanu naprężenia w tarczach o profilu symetrycznym i niesymetrycznym oraz w długich walcach przy obciążeniach wielokrotnych [96, 97, 98, 93], jak również metod obliczania naprężeń sprężysto-plastycznych w nierównomiernie nagrzanym powłokach obrotowych [99, 102].

Na rys. 9 porównano wyniki obliczeń naprężeń obwodowych σ_θ w niestacjonarnie nagrzanym obszarze brzegowym sztywno zamocowanej powłoki walcowej, obciążonej ciśnieniem wewnętrznym; liniami ciągłymi zaznaczono wyniki, otrzymane na podstawie teorii płynięcia ze wzmocnieniem izotropowym, a liniami przerywanymi — wyniki teorii małych odkształceń sprężysto-plastycznych. Krzywe 1, 2, 3 dotyczą odpowiednio powierzchni zewnętrznej, środkowej i wewnętrznej powłoki. Różnica między naprężeniami obliczonymi według obydwu teorii jest stosunkowo niewielka, podczas gdy trajektorie obciążenia różnią się istotnie od linii prostych.

Zbadano doświadczalnie proces odkształcania sprężysto-plastycznego nierównomiernie nagrzanym tarcz wirujących, dokonując weryfikacji stosowalności teorii małych odkształceń sprężysto-plastycznych oraz teorii płynięcia ze wzmocnieniem izotropowym [98, 103]. Przeprowadzono również doświadczenia, celem których była weryfikacja postulatu izotropii A. A. ILIUSZYNA i pewnych konsekwencji tego postulatu [104].

Literatura cytowana w tekście

1. А. Н. Динник, *Температурные напряжения в цилиндре*, Изв. Киевск. политехн. ин-та, Отд. инж.-мех., кн. 2, 1911.
2. А. Н. Динник, *Приложение функций Бесселя к задачам теории упругости*, ч. 2 (гл. VI, Температурные напряжения в цилиндре), Изв. Екатеринос. горн. ин-та, 1915.
3. В. М. Майзель, *Температурная задача теории упругости*, К., Изд-во АН УССР, 1951.
4. А. Д. Коваленко, *Круглые пластины переменной толщины*, Физматгиз, М., 1959.
5. А. Д. Коваленко, Я. М. Григоренко, Л. А. Ильин, *Теория тонких конических оболочек и ее приложение в машиностроении*, К., Изд-во АН УССР, 1963.
6. А. Д. Коваленко, *Основы термоупругости*, К., Изд-во „Наукова думка”, 1970.
7. А. Т. Улитко, *Розв’язання деяких задач просторової теорії пружності методом власних вектор-функцій*, Прикладна механіка, т. VI, в. 4, (1960).
8. А. Ф. Улитко, *Метод векторных собственных функций в пространственных задачах теории упругости*, Прикладная механика, т. III, в. 9, (1967).
9. Г. В. Куценко, *Осесимметричная деформация толстостенной тороидальной оболочки*, Прикладная механика, т. III, в. 1, (1967).
10. А. Т. Улитко, *Загальна задача рівноваги пружного конуса*, Прикладна механіка, т. VI, в. 3, (1960).
11. А. Т. Улитко, *Про рівновагу пружного конуса, навантаженого зосередженим моментом у вершині*, ДАН УРСР, № 10, (1960).
12. А. Ф. Улитко, *Напряженное состояние полой сферы, нагруженной сосредоточенными силами*, Прикладная механика, т. IV, в. 5, (1968).
13. В. Т. Гриниченко, *Термонапряженное состояние толстостенного цилиндра конечной длины*, Сб. „Тепловые напряжения в элементах конструкций”, в. 7, К., Изд-во „Наукова думка”, (1967).
14. Л. О. Гльїн, *Диференціальні рівняння пружної рівноваги оболонок обертання з меридіональними ребрами при силових і температурних навантаженнях*, Прикладна механіка, т. X, в. 3, (1964).
15. Л. А. Ильин, *Дифференциальные уравнения задачи о напряженном состоянии круглых дисков с криволинейными ребрами при силовых и тепловых воздействиях*, Сб. „Тепловые напряжения в элементах конструкций”, в. 4, К., Изд-во „Наукова думка”, 1964.

16. Н. А. Лобковл, *Уравнения теории тонких неоднородных пластин в цилиндрических координатах*, Прикладная механика, т. III, в. 7, (1967).
17. Н. А. Лобкова, Л. А. Ильин, *К теории тонких неоднородных пластин*, Прикладная механика, т. I, в. 8, (1965).
18. Л. А. Ильин, Н. А. Лобкова, Л. Д. Криворучко, В. В. Соколов, В. И. Жлуктенко, *Расчет оболочек вращения со случайными упругими характеристиками*, Сб. „Тепловые напряжения в элементах конструкций”, в. 10, К., Изд-во „Наукова думка”, 1970.
19. Я. М. Григоренко, *Система разрешающих уравнений циклически симметричной деформации конической оболочки переменной жесткости с учетом температурных воздействий*, Сб. „Тепловые напряжения в элементах конструкций”, в. 4, К., Изд-во „Наукова думка”, 1964.
20. Я. М. Григоренко, *Об уравнениях циклически симметричного термонапряженного состояния оболочек вращения переменной жесткости*, Сб. „Тепловые напряжения в элементах конструкций”, в. 5, К., Изд-во „Наукова думка”, 1965.
21. Я. М. Григоренко, *Деформация незамкнутых оболочек вращения с шарнирно опертыми меридиональными краями*, Прикладная механика, т. III, в. 1, (1967).
22. Я. М. Григоренко, *Применение численных методов к расчету элементов машин*, Сб. „Динамика и прочность машин”, в. 5, Изд-во Харьковск. ун-та, 1967.
23. Я. М. Григоренко, А. Т. Василенко, *Несимметричная деформация изотропных и анизотропных оболочек вращения*, Прикладная механика, т. IV, в. 3, (1968).
24. И. А. Мотовиловец, *Теплопроводность пластин и тел вращения*, К., Изд-во „Наукова думка”, 1969.
25. А. И. Борисюк, И. А. Мотовиловец, *О температурном поле оболочки переменной толщины*, Прикладная механика, т. III, в. 12, (1967).
26. И. О. Мотовиловец, *Про введение уравнения теплопроводности пластин*, Прикладная механика, т. I, в. 3, (1960).
27. И. А. Мотовиловец, *Решение задачи о нестационарном температурном поле пластины при коллективном теплообмене на ее боковых поверхностях*, Сб. „Тепловые напряжения в элементах турбомашин”, в. 1, К., Изд-во АН УССР, 1961.
28. И. А. Мотовиловец, *Тепловые напряжения в диске при переменной по толщине температуре*, Сб. „Тепловые напряжения в элементах турбомашин”, в. 2, К., Изд-во АН УССР, 1962.
29. И. А. Мотовиловец, *Температурное поле и тепловые напряжения в обогреваемой цилиндрической оболочке при переменном уровне влажности*, Сб. „Тепловые напряжения в элементах конструкций”, в. 3, К., Изд-во АН УССР, 1963.
30. И. А. Мотовиловец, *Температурное поле ортотропного цилиндра*, Сб. „Тепловые напряжения в элементах конструкций”, в. 5, К., Изд-во „Наукова думка”, 1965.
31. В. Т. Гринченко, А. Ф. Улитко, *Об одной смешанной граничной задаче теплопроводности для полупространства*, Инженерно-физический журнал, т. VI, № 10, (1963).
32. Я. С. Підстригач, *Температурное поле в тонких оболочках*, ДАН УРСР, № 5, (1958).
33. Я. С. Підстригач, В. М. Гембара, *Уравнение теплопроводности пластин переменной толщины*, ДАН УРСР, № 12, (1962).
34. Я. С. Підстригач, С. Я. Ярема, *Температурные напряжения в оболочках*, К., Изд-во АН УРСР, 1961.
35. Я. С. Подстригач, *Приближенное определение нестационарных температурных полей в тонких пластинах и оболочках*, Сб. „Тепловые напряжения в элементах турбомашин”, в. 1, К., Изд-во АН УССР, 1961.
36. Я. С. Подстригач, *Некоторые общие вопросы теории термоупругости и теплопроводности тонких оболочек*, Теория пластин и оболочек, Труды II Всесоюзной конференции (Львов 1961), К., Изд-во АН УССР, 1962.
37. Я. С. Подстригач, В. М. Гембара, *Уравнения теплопроводности анизотропных пластин и оболочек*, Сб. „Вопросы машиноведения и прочности в машиностроении”, в. 9, К., Изд-во АН УССР, 1964.
38. Я. С. Підстригач, *Умови теплового контакту твердих тіл*, ДАН УРСР, № 7, (1963).

39. Я. С. Підстригач, *Про умови відсутності температурних напружень в оболонках*, ДАН УРСР, № 9, (1961).
40. Я. С. Підстригач, *Температурне поле в стінках постійної товщини при асимптотичному тепловому режимі*, Зб. „Температурні напруження в тонкостінних конструкціях”, К., Вид-во АН УРСР, 1959.
41. Г. В. Пляцко, *Нестационарные задачи теплопроводности и термоупругости*, К., Изд-во АН УССР, 1960.
42. Я. С. Підстригач, Ю. М. Коляно, *Двовимірна температурна задача теорії пружності для півнескінченної пластинки, по краю якої рухається джерело тепла*, Прикладна механіка, т. X, в. 2, (1964).
43. Я. С. Подстригач, Ю. М. Коляно, *Температурное поле и температурные напряжения в нагреваемой источниками тепла тонкой неограниченной пластинке с теплообменом*, Инженерно-физический журнал, т. VII, № 6, (1964).
44. Я. С. Подстригач, Р. Н. Швец, *Осесимметричное напряженное состояние в бесконечной цилиндрической оболочке, вызванное движущимся температурным полем*, Теория пластин и оболочек, Труды II Всесоюзной конференции (Львов 1961), К., Изд-во АН УССР, 1962.
45. Я. С. Подстригач, О. В. Караванский, *К расчету температурных полей в тонкостенных ребристых элементах конструкций*, Сб. „Исследования по теплопроводности”, Минск, Изд-во „Наука и техника”, 1967.
46. О. В. Караванский, *О термомеханическом контакте пластин, соединенных ребрами жесткости*, Прикладная механика, т. 6, в. 7, (1970).
47. Ю. М. Коляно, *Температурные напряжения в ортотропной полосе-пластинке с теплоотдачей*, Прикладная механика, т. 3, в. 6, (1967).
48. Ю. М. Коляно, Е. А. Пакула, *Температурные напряжения в нагреваемых источниками тепла анизотропных пластинках с теплоотдачей*, Прикладная механика, т. 5, в. 1, (1969).
49. Ю. М. Коляно, Л. А. Глывур, *Температурные напряжения в сопряженных пластинках*, Прикладная механика, т. 5, в. 9, (1969).
50. Ю. М. Коляно, *Температурные поля и напряжения в нагреваемых источниками тепла анизотропных пластинках с подкрепленным краем*, Инженерный журнал, Механика твердого тела, в. 3, 1968.
51. Ю. М. Коляно, *Нагрев источниками тепла сопряженных встык ортотропных пластинок с теплообменом*, Инженерно-физический журнал, т. XVII, № 6, (1969).
52. Ю. М. Коляно, Е. А. Пакула, *Температурные напряжения в пластинках из армированного слоистого материала*, Механика полимеров, № 4, (1970).
53. Ю. М. Коляно, Я. С. Подстригач, *Неустановившиеся температурные поля и напряжения в оболочках и пластинках при разрывных граничных условиях*, Труды VII Всесоюзной конференции по теории оболочек и пластинок (Днепропетровск 1969), М., Изд-во „Наука”, 1970.
54. Я. С. Подстригач, Г. С. Кит, *Определение температурных полей и напряжений в окрестности теплопроводящих трещин*, Сб. „Тепловые напряжения в элементах конструкций”, в. 7, К., Изд-во „Наукова думка”, 1967.
55. Г. С. Кит, Я. С. Подстригач, *Определение стационарного температурного поля и напряжений в окрестности щели, обладающей термосопротивлением*, Физ.-хим. механика материалов, т. 2, № 3, (1966).
56. Я. С. Подстригач, И. В. Гайвась, *Фундаментальное решение задачи термоупругости для бесконечной пластинки с круговым включением*, Сб. „Тепловые напряжения в элементах конструкций”, в. 8, К., Изд-во „Наукова думка”, 1969.
57. И. В. Гайвась, *О термоупругом состоянии в окрестности щели в неоднородной упругой среде*, Сб. „Тепловые напряжения в элементах конструкций”, в. 9, К., Изд-во „Наукова думка”, 1970.
58. Г. С. Кит, О. В. Побережный, *Термоупругое состояние бесконечного тела с теплопроводящей круговой трещиной*, Сб. „Тепловые напряжения в элементах конструкций”, в. 9, К., Изд-во „Наукова думка”, 1970.

59. Э. И. Григолок, Я. И. Бурак, Я. С. Подстригач, *Об одной экстремальной задаче термоупругости для бесконечной цилиндрической оболочки*, ДАН СССР, т. 174, № 3, (1967).
60. Э. И. Григолок, Я. И. Бурак, Я. С. Подстригач, *К вопросу об экстремальном осесимметричном нагреве цилиндрической оболочки*, Сб. „Тепловые напряжения в элементах конструкций”, в. 8, К., Изд-во „Наукова думка”, 1969.
61. Я. И. Бурак, *Некоторые вариационные задачи, возникающие в связи с проблемой оптимального нагрева пологих оболочек*, Сб. „Тепловые напряжения в элементах конструкций”, вып. 9, К., Изд-во „Наукова думка”, 1970.
62. Я. И. Бурак, Э. И. Григолок, Я. С. Подстригач, *О применении вариационного исчисления к решению задач об оптимальном нагреве тонких оболочек*, Труды VII Всесоюзной конференции по теории оболочек и пластинок (Днепропетровск 1969), М., Изд-во „Наука”, 1970.
63. Б. И. Колодий, *Определение температурных полей и напряжений в полой цилиндрической оболочке при индукционном нагреве*, Прикладная механика, т. 5, в. 10, (1969).
64. Я. С. Подстригач, *Загальний розв’язок нестационарної задачі термопружності*, Прикладна механіка, т. VI, в. 2, (1960).
65. Я. С. Подстригач, *О влиянии термоупругого рассеяния на напряженное состояние деформируемого тела*, Изв. АН СССР, Механика и машиностроение, № 4, 1960.
66. Я. С. Подстригач, Я. И. Бурак, *Про особливий розв’язок динамічної задачі термопружності для нескінченного середовища*, Прикладна механіка, т. VIII, в. 3, (1962).
67. Я. С. Подстригач, В. Ю. Кручкович, *О влиянии инерционных сил на напряженное состояние, обусловленное действием периодического во времени температурного поля*, Сб. „Тепловые напряжения в элементах турбомашин”, в. 2, К., Изд-во АН УССР, 1962.
68. Я. С. Подстригач, Р. Н. Швец, *Динамическая задача термоупругости для тонкого стержня с учетом теплоотдачи с его поверхности*, Сб. „Вопросы механики реального твердого тела”, в. 2, К., Изд-во „Наукова думка”, 1964.
69. Я. С. Подстригач, Р. Н. Швец, *Некоторые динамические задачи термоупругости тонких оболочек*, Теория оболочек и пластин, Труды IV Всесоюзной конференции (Ереван 1961), Изд-во АН АрмССР, 1964.
70. Р. Н. Швец, *Взаимосвязанная задача термоупругости для тонкой пластинки*, Прикладная механика, т. I, в. 3, (1965).
71. Р. Н. Швец, *Осесимметричные термоупругие колебания цилиндрических оболочек*, Прикладная механика, т. V, в. 3, (1969).
72. Я. С. Подстригач, Р. Н. Швец, *Квазистатическая задача взаимосвязанной термоупругости*, Прикладная механика, т. V, в. 1, (1969).
73. Ю. М. Коляно, Ф. В. Семерак, *Влияние скорости поширения тепла на динамичний температурний напруження в тонкій пластинці*, ДАН УРСР, Серія А, № 8, (1970).
74. Г. А. Кильчинская, *Динамическая неустойчивость круглых цилиндрических оболочек, находящихся под действием продольных сжимающих усилий при термopараметрическом резонансе*, Теория оболочек и пластин, Труды IV Всесоюзной конференции (Ереван, 1962), Изд-во АН АрмССР, 1964.
75. Г. А. Кильчинская, *О термopараметрическом резонансе гибких оболочек в нестационарном температурном поле*, Сб. „Тепловые напряжения в элементах конструкций”, в. 3, К., Изд-во АН УССР, 1963.
76. Г. А. Кильчинская, М. П. Петренко, *Распространение продольных термоупругих волн в стержне*, Сб. „Тепловые напряжения в элементах конструкций”, в. 5, К., Изд-во „Наукова думка”, 1965.
77. Г. А. Кильчинская, *Распространение термоупругих волн в упругом слое при конвективном теплообмене на его поверхности*, Сб. „Тепловые напряжения в элементах конструкций”, в. 6, К., Изд-во „Наукова думка”, 1966.
78. Г. А. Коломиец, А. Ф. Улитко, *Некоторые граничные задачи электроупругих колебаний пьезокерамических тел*, Труды VI Всесоюзной акустической конференции, М., 1968.

79. Г. А. Коломиец, А. Ф. Улитко, *Связанные электроупругие колебания пьезокерамических тел*, Сб. „Тепловые напряжения в элементах конструкций”, в. 8, К., Изд-во „Наукова думка”, 1969.
80. Г. А. Коломиец, А. Ф. Улитко, *Связанные электроупругие колебания толстостенных пьезокерамических цилиндров*, Сб. „Тепловые напряжения в элементах конструкций”, в. 9, К., Изд-во „Наукова думка”, 1970.
81. А. Д. Коваленко, В. Г. Карнаузов, *Уравнения и решения некоторых задач теории вязко-упругих оболочек*, Сб. „Тепловые напряжения в элементах конструкций”, в. 7, К., Изд-во „Наукова думка”, 1967.
82. А. Д. Коваленко, В. Г. Карнаузов, В. И. Тюптя, *Распространение волн в неограниченной вязко-упругой среде с учетом термомеханического сопряжения*, Прикладная механика, т. IV, в. 9, (1968).
83. А. Д. Коваленко, В. Г. Карнаузов, В. И. Тюптя, *Распространение волн Релея в вязко-упругом полупространстве с учетом термомеханического сопряжения*, Прикладная механика, т. IV, в. 12, (1968).
84. А. Д. Коваленко, В. И. Тюптя, *Распространение продольных волн в вязко-упругом цилиндре с учетом термомеханического сопряжения*, Прикладная механика, т. VI, в. 1, (1970).
85. А. Д. Коваленко, В. Г. Карнаузов, *Про теплообразование в вязко-пружних телах с материалу з резонансною дисперсією*, ДАН УРСР, серия А, № 11, (1968).
86. А. Д. Коваленко, В. Г. Карнаузов, *О теплообразовании в вязко-упругих телах при периодических воздействиях*, Прикладная механика, т. V, в. 2, (1969).
87. А. Д. Коваленко, В. Г. Карнаузов, А. А. Кильчинский, *О теплообразовании в ортотропных вязко-упругих цилиндрических оболочках при поперечных колебаниях*, Сб. „Тепловые напряжения в элементах конструкций”, в. 10, К., Изд-во „Наукова думка”, 1970.
88. А. А. Кильчинский, *Исследование реологических эффектов в осесимметрично деформированной цилиндрической оболочке из стеклопластика при повышенной температуре*, Сб. „Тепловые напряжения в элементах конструкций”, в. 9, К., Изд-во „Наукова думка”, 1970.
89. А. Д. Коваленко, А. А. Кильчинский, *О методе переменных модулей в задачах линейной наследственной упругости*, Прикладная механика, т. VI, в. 12, (1970).
90. В. Г. Карнаузов, А. А. Кильчинский, А. Д. Коваленко, *Решение задач об осесимметричной деформации многослойных оболочек вращения с учетом поперечного сдвига*, Труды VII Всесоюзной конференции по теории оболочек и пластинок (Днепропетровск 1969), М., Изд-во „Наука”, 1970.
91. А. Д. Коваленко, В. Г. Карнаузов, *Про вплив циклічного навантаження на температуру циліндра з в'язко-пружного матеріалу*, ДАН УРСР, № 9, (1966).
92. Ю. Н. Шевченко, *О теориях термопластичности упрочняющегося материала*, Сб. „Тепловые напряжения в элементах конструкций”, в. 6, К., Изд-во „Наукова думка”, 1966.
93. Ю. Н. Шевченко, *Термопластичность при переменных нагружениях*, К., Изд-во „Наукова думка”, 1970.
94. Ю. Н. Шевченко, *Деформационная теория термопластичности при трансляционном упрочнении*, Сб. „Тепловые напряжения в элементах конструкций”, в. 10, К., Изд-во „Наукова думка”, 1970.
95. Ю. Н. Шевченко, *Теоремы о простом переменном нагружении и разгрузке в теории упруго-пластических деформаций при неравномерном нагреве*, Сб. „Тепловые напряжения в элементах конструкций”, в. 9, К., Изд-во „Наукова думка”, 1970.
96. Ю. Н. Шевченко, *Упруго-пластическое напряженное состояние диска при повторном нагружении*, Сб. „Тепловые напряжения в элементах конструкций”, в. 8, К., Изд-во „Наукова думка”, 1969.
97. Ю. Н. Шевченко, И. А. Мотовиловец, В. Г. Савченко, В. Н. Василенко, *Упруго-пластическое напряженное состояние диска несимметричного профиля при повторном нагреве*, Прикладная механика, т. IV, в. 2, (1968).

98. Ю. Н. Шевченко, Р. Г. Терехов, *Применение теории течения к исследованию термонапряженности дисков*, Сб. „Тепловые напряжения в элементах конструкций”, в. 8, К., Изд-во „Наукова думка”, 1969.
99. А. И. Борисюк, *Осесимметричное упруго-пластическое напряженное состояние оболочек вращения*, Прикладная механика, т. II, в. 11, (1966).
100. А. И. Борисюк, *Упруго-пластическое напряженное состояние оболочек вращения при осесимметричных повторных нагрузениях*, Сб. „Тепловые напряжения в элементах конструкций”, в. 8, К., Изд-во „Наукова думка”, 1969.
101. В. В. Пискун, *Упруго-пластическое осесимметричное напряженное состояние круговой цилиндрической оболочки постоянной толщины при нестационарном нагреве*, Сб. „Тепловые напряжения в элементах конструкций”, в. 6, К., Изд-во „Наукова думка”, 1966.
102. В. В. Пискун, *Напряженное состояние упрочняющейся цилиндрической оболочки при неизотермическом нагружении*, Сб. „Тепловые напряжения в элементах конструкций”, в. 9, К., Изд-во „Наукова думка”, 1970.
103. Р. Г. Терехов, *Экспериментальное исследование упруго-пластического деформирования вращающихся неравномерно нагретых дисков*, Прикладная механика, т. II, в. 10, (1966).
104. Р. Г. Терехов, *Проверка постулата изотропии при сложном нагружении с поворотом осей тензора напряжений*, Прикладная механика, т. VI, в. 10, (1970).

Praca została złożona w Redakcji dnia 11 października 1971 r.
