

WYZNACZANIE CHARAKTERYSTYK DYNAMICZNYCH GUMY PRZY PERIODYCZNYM  
SKRĘCANIU WALCA PEŁNEGO. ZASTOSOWANIE STEROWANEGO IMPULSU DO  
POMIARU KĄTA STRATNOŚCI\*)

KAROL W Y L E Ż Y C H (GŁIWICE)

1. Wstęp

Coraz wyższe wymagania stawiane konstrukcjom powodują wprowadzanie nowych tworzyw o określonych własnościach reologicznych. Na przestrzeni ostatnich lat w przemyśle maszynowym i motoryzacyjnym znacznie wzrosło [1 - 4] zastosowanie różnych gatunków gum. Jest to wynikiem zdolności gumy do znacznych odkształceń sprężystych przy równoczesnym dużym tłumieniu. Ponadto takie jej cechy, jak: dysypacja energii przy tłumieniu fal dźwiękowych, obniżenie krzywej rezonansu przy drganiach, dobre własności izolacji cieplnej, elektrycznej i akustycznej oraz odporność na działanie związków chemicznych powodują coraz to nowe zastosowania gumy w konstrukcjach maszyn. Rozpraszanie znacznych energii przez elementy gumowe w trakcie zmiennych w czasie procesów odkształcenia wpłynęło na wytwarzanie z niej różnego typu amortyzatorów, wibroizolatorów, uszczeltek, zderzaków, łączników sprężystych, sprzęgieł elastycznych, tłumików drgań i innych. Równoległe z tym poszukuje się coraz efektywniejszych metod pomiaru własności lepkosprężystych gumy. W szczególności główną uwagę skupia się na ilościowej ocenie tarcia wewnętrznego, przejawiającego się istnieniem histerezy, zanikaniem drgań swobodnych, przesunięciem fazowym między naprężeniem i odkształceniem, czy też ograniczeniem wzrostu drgań rezonansowych, jako ważnej charakterystyki określającej własności tłumienia tego tworzywa [5 - 9]. Najczęściej za miarę tarcia wewnętrznego przyjmuje się współczynnik tłumienia drgań zdefiniowany jako stosunek energii dysypowanej w ciągu jednego cyklu odkształcenia, do potencjalnej energii sprężystości ciała, odpowiadającej amplitudzie odkształcenia ciała [4, 10]. Inna metoda doświadczalna badania tarcia wewnętrznego w ciałach stałych polega na wyznaczeniu tłumienia drgań na podstawie drgań zanikających, gdzie logarytmiczny dekrement tłumienia drgań uważa się za miarę tarcia wewnętrznego. Na tej metodzie oparta jest nawet niemiecka norma [11] dotycząca badań własności dynamicznych gumy.

W ostatnich latach, jako miarę własności tłumieniowych gumy preferuje się przyjęcie tangensa kąta przesunięcia fazowego  $\delta$ , występującego między naprężeniem a odkształceniem, zwanego także kątem stratności [12]. Tangens tego kąta stanowi miarę stosunku

---

\*) Praca została wyróżniona na Ogólnokrajowym Konkursie na prace doświadczalne z mechaniki technicznej, zorganizowanym przez Oddział PTMTS w Częstochowie, w 1974 r.

energii rozproszonej do energii zachowanej przy odkształceniu cyklicznym. W tym kierunku zmierzają także zalecenia ISO [13] dotyczące badań dynamicznych gumy.

W elektronicznej technice pomiarowej problem wyznaczenia kąta przesunięcia fazowego między dwoma sygnałami elektrycznymi został rozwiązany dla odpowiednio wysokich i stałych częstości oraz dużych napięć sygnałów pomiarowych, przez co nie mogą one być przydatne w pomiarach kąta stratności tworzyw kauczukopodobnych.

Dodatkową trudność pomiarową stwarza także fakt, że zarówno stosowane powszechnie mostki tensometryczne, jak również inne czynne elementy toru elektronicznego charakteryzują się własnym przesunięciem fazowym.

Dlatego też większość stosowanych do tej pory metod określania tego kąta to metody pośrednie, a często przybliżone, tzn. wyznacza się dogodniejsze do zmierzenia wielkości, np. logarytmiczny dekrement tłumienia drgań swobodnych, charakterystykę amplitudowo-częstotliwościową czy pętlę dynamicznej histerezy [6, 14 - 17], na podstawie których wylicza się kąt stratności.

Jak wynika z wyżej przytoczonego przeglądu, nie ujmującego pełnego zestawienia sposobów, wszystkie pośrednie metody wyznaczenia kąta stratności obarczone muszą być w konsekwencji dużym błędem oraz są bardzo czasochłonne. Należy podkreślić, iż osobnym i to niełatwym problemem pomiarowym jest sam pomiar dynamicznej pętli histerezy.

W niniejszej pracy przedstawiono wyniki badań dynamicznej relaksacji przeprowadzonych na walcowych próbkach gumowych, w wyniku których wyznaczono moduły bezwzględne odkształcenia postaciowego oraz składowe zespolonych modułów w funkcji częstości dla pewnych gatunków gum przemysłowych. Opisano także zastosowaną w pracy metodę pomiaru kąta przesunięcia fazowego między naprężeniem a odkształceniem, w której wykorzystano impuls sterujący pochodzący z zasilanego napięciem stałym kontaktronu zwieranego wirującymi dwoma magnesami.

Zaproponowana metoda charakteryzuje się dużą rozdzielczością pomiarową i wydaje się, iż posiada szereg zalet praktycznych w porównaniu z metodą stosowaną w maszynach badawczych, typu RAPRA czy WALLACE [8].

## 2. Skrętne drgania ustalone walca lepkosprężystego

Rozpatrzmy pręt walcowy o długości  $l$  i promieniu  $R$  (rys. 1). Jeden koniec jest zamocowany sztywno, a drugi poddawany okresowo zmiennym odkształceniom typu

$$(2.1) \quad \varphi(l, t) = \operatorname{Re}[\varphi^*(l)e^{i\omega t}].$$

Przy braku sił masowych równanie drgań skrętnych pręta sprężystego w układzie współrzędnych walcowych  $(r, \varphi, z)$  przy  $x_3 = z$  ma znaną postać

$$(2.2) \quad \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = \frac{G}{\rho} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0,$$

gdzie  $G$  jest modułem sprężystości odkształcenia postaciowego, a  $\rho$  gęstością.

Dla drgań ustalonych tzw. quasi-stacjonarnych, przyjmujemy, że przemieszczenie kątowe  $\varphi(z, t)$  ma postać

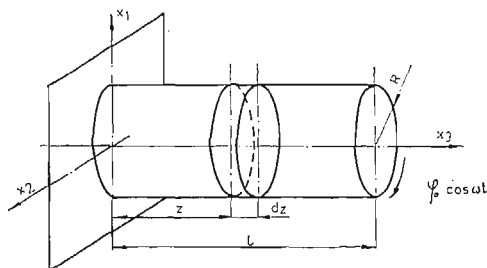
$$(2.3) \quad \varphi(z, t) = \operatorname{Re}[\varphi^*(z, \omega)e^{i\omega t}],$$

dzięki czemu równanie (2.2) przechodzi w równanie różniczkowe zwyczajne

$$(2.4) \quad \frac{d^2 \varphi^*}{dz^2} + \frac{\omega^2 \rho}{G} \varphi^* = 0.$$

Rozważając walec jako ciało lepkosprężyste, kąt obrotu wyznacza się korzystając z analogii sprężysto-lepkosprężystej Alfrey'a [16], zastępując wielkość  $G$  przez  $G^*(i\omega)$ , tj. przez funkcję parametru  $\omega$ . Równanie drgań skrętnych pręta lepkosprężystego jest wtedy następujące:

$$(2.5) \quad \frac{d^2 \varphi^*}{dz^2} + \frac{\omega^2 \rho}{G^*(i\omega)} \varphi^* = 0,$$



Rys. 1. Dynamiczne skręcanie walca pełnego

lub wprowadzając oznaczenie

$$(2.6) \quad k^2 = \frac{\omega^2 \rho}{G^*(i\omega)}$$

mamy

$$(2.7) \quad \frac{d^2 \varphi^*}{dz^2} + k^2 \varphi^* = 0.$$

Rozwiązaniem równania różniczkowego (2.7) jest funkcja

$$(2.8) \quad \varphi^*(z, t) = A \sin kz + B \cos kz.$$

Dla warunków brzegowych

$$(2.9) \quad \varphi^*(0, t) = 0, \quad \varphi^*(l, t) = \text{Re}[\varphi^*(l) e^{i\omega t}],$$

rozwiązanie równania (2.7) przyjmie postać

$$(2.10) \quad \varphi^*(z) = \varphi^*(l) \frac{\sin kz}{\sin kl},$$

gdzie  $\varphi^*(l) = \varphi_0 \cos \omega t$  jest kątem skręcenia wolnego brzegu próbki.

Korzystając z zasady superpozycji Boltzmanna [16] naprężenie styczne  $\sigma_{z\varphi}$ , będące funkcją współrzędnych przestrzennych  $r, z$  oraz czasu  $t$ , przy skręcaniu pręta walcowego wyraża się w postaci

$$(2.11) \quad \sigma_{z\varphi}(r, z, t) = \int_0^t \frac{\partial \varepsilon_{z\varphi}(r, z, \tau)}{\partial \tau} \Psi(t - \tau) d\tau.$$

Między składową odkształcenia  $\varepsilon_{z\varphi}$  a przemieszczeniem kątowym  $\varphi$  zachodzi zależność

$$(2.12) \quad \varepsilon_{z\varphi} = \frac{1}{2} r \frac{\partial \varphi}{\partial z},$$

gdzie  $r$  oznacza odległość od osi pręta ( $0 \leq r \leq R$ ). Biorąc pod uwagę (2.12) związek (2.11) przyjmie postać

$$(2.13) \quad \sigma_{z\varphi}(r, z, t) = \frac{1}{2} \int_0^t \frac{\partial}{\partial \tau} \left[ r \frac{\partial \varphi(z, \tau)}{\partial z} \right] \Psi(t - \tau) d\tau.$$

Moment sił działający w przekroju o współrzędnej  $z$  określa wzór wynikający z warunku równowagi

$$(2.14) \quad M(z, t) = \int_0^{2\pi} \int_0^R \sigma_{z\varphi}(r, z, t) r^2 d\varphi dr.$$

Podstawiając (2.13) do (2.14) otrzymujemy

$$(2.15) \quad M(z, t) = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \int_0^R \int_0^t r^3 \frac{\partial^2 \varphi(z, \tau)}{\partial z \partial \tau} \Psi(t - \tau) d\varphi dr d\tau.$$

Równanie (2.15) możemy przekształcić do wygodniejszej postaci, jeśli skorzystamy z zależności (2.10) i przeprowadzimy całkowanie, wtedy

$$M(z, t) = -\frac{\pi R^4}{4} k\varphi_0 \frac{\cos kz}{\sin kl} \omega \int_0^t \Psi(t - \tau) \sin \omega \tau d\tau,$$

lub

$$(2.16) \quad M(z, t) = -\frac{1}{2} I_0 k\varphi_0 \frac{\cos kz}{\sin kl} \omega \int_0^t \Psi(t - \tau) \sin \omega \tau d\tau,$$

gdzie  $I_0$  przedstawia biegunowy moment bezwładności pola przekroju. Wykorzystując twierdzenie o splocie, równanie (2.16) możemy napisać w postaci

$$(2.17) \quad M(z, t) = -\frac{1}{2} I_0 k\varphi_0 \frac{\cos kz}{\sin kl} \left[ \sin \omega t \omega \int_0^t \Psi(\tau) \cos \omega \tau d\tau - \right. \\ \left. - \cos \omega t \omega \int_0^t \Psi(\tau) \sin \omega \tau d\tau \right].$$

Wprowadzając następujące oznaczenia i biorąc pod uwagę drgania ustalone (przez co możemy przejść z górną granicą całki do nieskończoności)

$$\Psi_c(\omega, t) = \omega \int_0^\infty \Psi(\tau) \cos \omega \tau d\tau = \Psi^*(\omega) \sin \delta(\omega),$$

$$\Psi_s(\omega, t) = \omega \int_0^\infty \Psi(\tau) \sin \omega \tau d\tau = \Psi^*(\omega) \cos \delta(\omega),$$

równanie (2.17) zapisujemy jako

$$(2.19) \quad M(z, \omega) = \frac{1}{2} I_0 k \varphi_0 \frac{\cos kz}{\sin kl} \Psi^*(\omega) \cos[\omega t + \delta(\omega)],$$

gdzie  $\frac{\Psi^*(\omega)}{2}$  jest wartością bezwzględną zespolonego modułu odkształcenia postaciowego [11], a  $\delta(\omega)$  kątem przesunięcia fazowego między działającym wymuszeniem przemieszczenia kąowego a momentem skręcającym [18]. Uwzględniając (2.6) związek (2.19) jest następujący:

$$(2.20) \quad M(z, \omega) = I_0 \varphi_0 \omega [G^*(i\omega) \varrho]^{\frac{1}{2}} \frac{\cos kz}{\sin kl} \cos[\omega t + \delta(\omega)],$$

z którego łatwo już wyznaczyć moduł bezwzględny

$$(2.21) \quad |G^*(i\omega)| = \frac{[M^0(0, \omega)]^2}{I_0^2 \varphi_0^2 \omega^2 \varrho} \sin^2 kl,$$

gdzie  $M^0(0, \omega)$  jest amplitudą momentu skręcającego na utwierdzonym brzegu próbki walcowej. Oczywiście

$$(2.22) \quad \operatorname{tg} \delta(\omega) = \frac{G''(\omega)}{G'(\omega)}, \quad |G^*(i\omega)| = \sqrt{G'^2(\omega) + G''^2(\omega)},$$

w których  $G'(\omega)$  jest dynamicznym modułem zachowawczym, a  $G''(\omega)$  dynamicznym modułem stratności.

Rozwijając funkcję  $\sin^2 kl$ , wyrażoną przez  $\cos 2kl$ , w szereg potęgowy [19], biorąc w pierwszym przybliżeniu pod uwagę dwa pierwsze wyrazy szeregu, mamy

$$(2.23) \quad \sin^2 kl = \frac{1}{2} (1 - \cos 2kl) = \frac{1}{2} \{1 - [1 - 2(kl)^2 + \dots]\} = kl^2 + \dots$$

Podstawiając (2.6) oraz (2.23) do (2.21) wzór na moduł bezwzględny odkształcenia postaciowego przyjmuje postać

$$(2.24) \quad |G^*(i\omega)| = \frac{M^0(0, \omega) l}{I_0 \varphi_0}.$$

W drugim przybliżeniu, biorąc trzy pierwsze wyrazy szeregu, mamy

$$(2.25) \quad \sin^2 kl = \frac{1}{2} \left\{ 1 - \left[ 1 - 2(kl)^2 + \frac{2}{3} (kl)^4 + \dots \right] \right\} = (kl)^2 - \frac{1}{3} (kl)^4 + \dots$$

Wprowadzając do równania (2.21) zależność (2.25) oraz (2.6), otrzymuje się równanie

$$(2.26) \quad |G^*(i, \omega)|^3 - \frac{[M^0(0, \omega)]^2 l^2}{I_0^2 \varphi_0^2} |G^*(i, \omega)| + \frac{1}{3} \frac{[M^0(0, \omega)]^2 l^4}{I_0^2 \varphi_0^2} \omega^2 \varrho = 0.$$

Oznaczając przez

$$(2.27) \quad C = \frac{[M^0(0, \omega)]^2 l^2}{I_0^2 \varphi_0^2}, \quad D = \frac{1}{3} \omega^2 \varrho l^2,$$

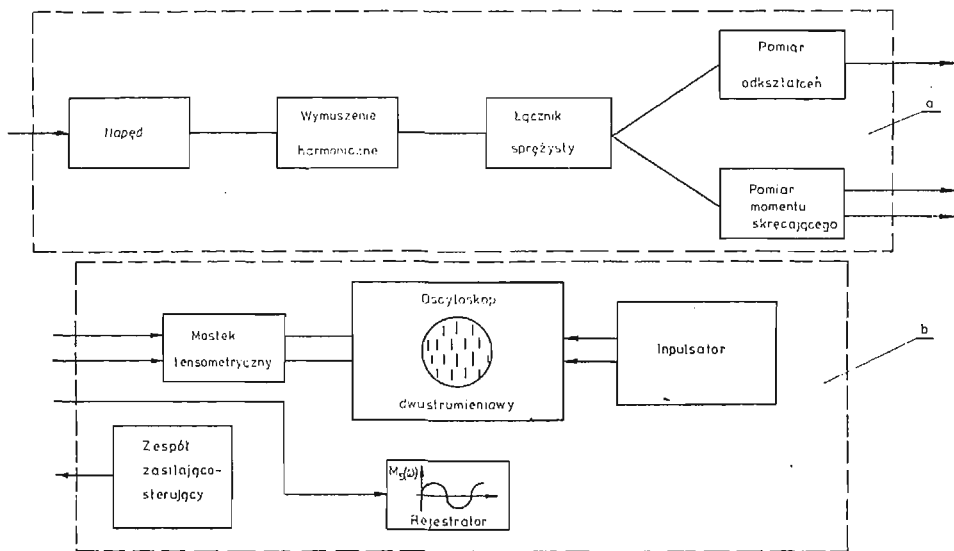
równanie (2.26) można zapisać w postaci

$$(2.28) \quad |G^*(i\omega)|^3 - C|G^*(i\omega)| + CD = 0.$$

Aby rozwiązać powyższe równanie należy znać wielkości współczynników  $C$  i  $D$ , które dla każdego gatunku gumy i różnych częstości, przy zachowaniu stałych wymiarów próbki walcowej, będą różne.

### 3. Urządzenia badawcze użyte do realizacji prób

Wobec braku typowych maszyn badawczych, na których można by było przeprowadzać reologiczne badania zwulkanizowanych mieszanek gumowych, autor skonstruował stanowisko prototypowe pozwalające realizować próby statycznego pełzania oraz stanowisko, na którym można przeprowadzać próby dynamicznej relaksacji. Stanowiska te



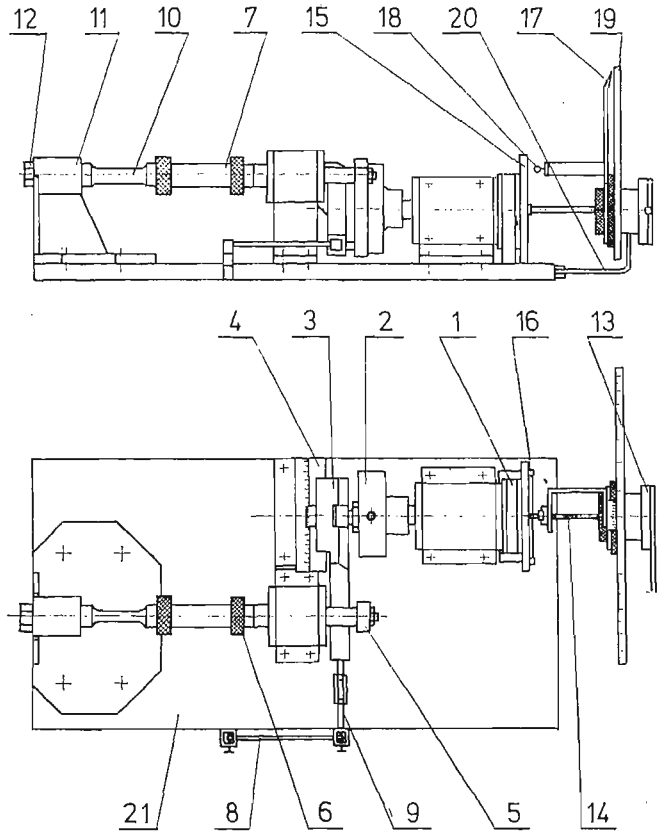
Rys. 2. Układ blokowy stanowiska badawczego

oraz zespół napędowy, pomiarowy i sterujący zostały wykonane własnym sposobem w Instytucie Podstaw Konstrukcji Maszyn Politechniki Śląskiej.

Pełzarka do prób statycznych pozwalała na odczytanie kąta skręcania z dokładnością do  $40''$  przy obciążeniu próbki walcowej stałym w czasie momentem skręcającym, którego wektor pokrywał się z osią pręta.

Założeniem konstrukcyjnym maszyny badawczej do prób dynamicznych było umożliwienie pomiaru wielkości momentu skręcającego oraz kąta skręcania, a także kąta przesunięcia fazowego przy różnych częstościach wymuszenia, co stanowi istotny problem pomiarowy. Maszyna badawcza dla przeprowadzenia badań własności dynamicznych oparta jest na kinematycznym sposobie wymuszenia odkształceń, zarówno próbek walcowych jak i niektórych typów łączników sprężystych. Schemat blokowy tego stanowiska badawczego pokazany jest na rys. 2.

3.1. Opis maszyny badawczej do prób dynamicznych. Z silnika napęd przenoszony jest przez przekładnię pasową 1 (rys. 3) na wałek tarczy korbowej 2, która za pośrednictwem regulowanego mimośrodka napędza suwak 3 zamieniając w ten sposób ruch obrotowy na ruch



Rys. 3. Schemat maszyny do przeprowadzenia badań dynamicznego skręcania przy wymuszeniu kinematycznym

posuwisto-zwrotny. Równanie ruchu suwaka jest funkcją promienia mimośrodów  $r$  i częstości kołowej wymuszenia

$$(3.1) \quad s = r \cos \omega t.$$

Suwak 3 porusza się ruchem posuwisto-zwrotnym po płaskich poziomych prowadnicach 4, na których nacięta jest skala, wprawiając w ruch wahadłowy za pośrednictwem kamienia ślizgowego ramię 5, a tym samym uchwyt 6 próbki 7. Wielkość amplitudy kąta skręcania regulowana jest zatem mimośrodem umieszczonym w tarczy 2.

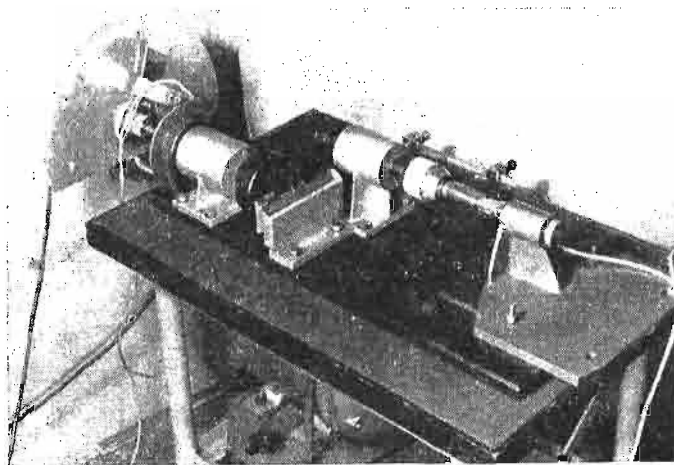
Dla małych amplitud kątów skręcania obowiązuje zależność

$$(3.2) \quad \varphi \cong \lambda \cos \omega t,$$

gdzie  $\lambda(r) = r/R$  jest liczbą mimośrodowości,  $R$  ramieniem wahadła.

Przebieg zmian odkształceń mierzony jest za pośrednictwem belki sprężystej 8, na której naklejono tensometry oporowe. Belka ta połączona jest z suwakiem 3 za pomocą trzpienia 9

o regulowanej długości. Regulacji dokonuje się za pośrednictwem nakrętki rzymskiej w celu uzyskania jednakowego położenia «zerowego» belki 8 przy różnych żądanych amplitudach kąta skręcania. Do pomiaru wielkości momentu skręcającego działającego na próbkę, a pośrednio naprężenia, służy momentomierz 10 w postaci rury cienkościennej z naklejonymi na niej tensometrami oporowymi. Momentomierz unieruchomiony jest w przystawce 11 śrubą mocującą 12. Całość zamocowana jest na płycie 21, a tę jako podstawę ustawiono na odpowiednio sztywnym stole. Widok ogólny stanowiska ujęty został na rys. 4.



Rys. 4. Widok ogólny maszyny do badań dynamicznego skręcania

Część elektryczna maszyny badawczej składa się z dwóch zespołów: a) zespołu zasilająco-sterującego, b) zespołu pomiarowego.

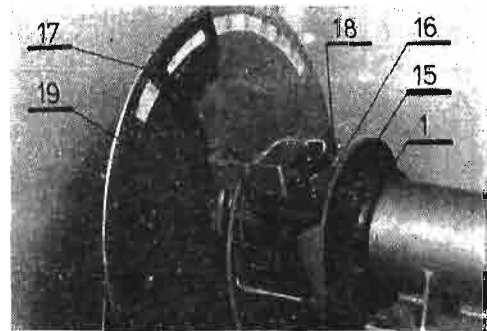
Zespół zasilająco-sterujący służy do zasilania, sterowania i mierzenia wielkości charakteryzujących pracę silnika bocznikowego prądu stałego typu PZBb-44a o mocy 1,5 kW, przy obrotach znamionowych 1450 obr/min. Zasilanie silnika odbywa się poprzez autotransformator laboratoryjny typu A1-2500 na napięciu 220 V. Napięcie ustawione na autotransformatorze prostowane jest za pomocą prostowników diodowych pracujących w układzie Graetza. Jeden z prostowników, zasilający obwód twornika, zbudowany jest z 8 diod typu BY 10/5 połączonych po dwie, równolegle w jednej gałęzi mostka. Drugi z prostowników, doprowadzający różnicę napięć do stojana, wykonany jest z 8 diod typu BZ-527 połączonych po dwie równolegle w każdej z gałęzi mostka. Diody prostownicze zabezpieczono na wyjściu mostków odpowiednimi bezpiecznikami topikowymi bezwłocznymi, pierwszy mostek na 16 A, drugi mostek na 0,8 A. Silnik posiada przełącznik termiczny bimetaliczny, który zabezpiecza go przed przeciążeniem, powodując odłączenie od napięcia całego obwodu zasilania i sterowania. Płynna regulacja obrotów silnika uzyskiwana jest poprzez zmianę napięcia na prostowniku. Wielkość prędkości obrotowej odczytywana jest na obrotomierzu zamocowanym w szafie sterującej, za pośrednictwem prądniczki tachometrycznej 13 napędzanej przy pomocy wałka elastycznego 14 (rys. 3).

Zespół pomiarowy składa się z elektrycznych przetworników tensometrycznych naklejonych na belce sprężystej 8 (rys. 3) (układ półmostka) służącej do pomiaru odkształ-



ceń tzw. czujnika momentu gnącego jako czujnika kąta skręcania oraz tensometrów oporowych naklejonych pełnym mostkiem na momentomierzu 10 w układzie kompensującym momenty gnące oraz siły poosiowe [20]. Do pomiaru momentu skręcającego stosowano mostek dynamiczny firmy ZRK Unitra typu AT-970 oraz rejestrator firmy Brüel-Kjaer, który umożliwiał bezpośredni pomiar amplitudy momentu skręcającego. W skład zespołu pomiarowego wchodzi także miernik przesunięcia fazowego, którego działanie opisano szczegółowo w punkcie 3.1.1., wraz z uniwersalnym mostkiem tensometrycznym firmy VEB RFT Messelektronik typ UM-131 oraz oscyloskop dwustrumieniowy firmy Radiotechnika typ OKD-505 A III.

**3.1.1. Mechaniczny miernik kąta przesunięcia fazowego.** Opracowana i wykorzystana w niniejszej pracy metoda pomiaru kąta przesunięcia fazowego polega na zastosowaniu pary kanałów mostka tensometrycznego oraz pary wzmacniaczy odchyłających oscyloskopu dwustrumieniowego. Pod pojęciem pary wzmacniaczy rozumie się dwa wzmacniacze o dopasowanych, tzn. identycznych, z dokładnością pomiaru, charakterystykach fazowych.



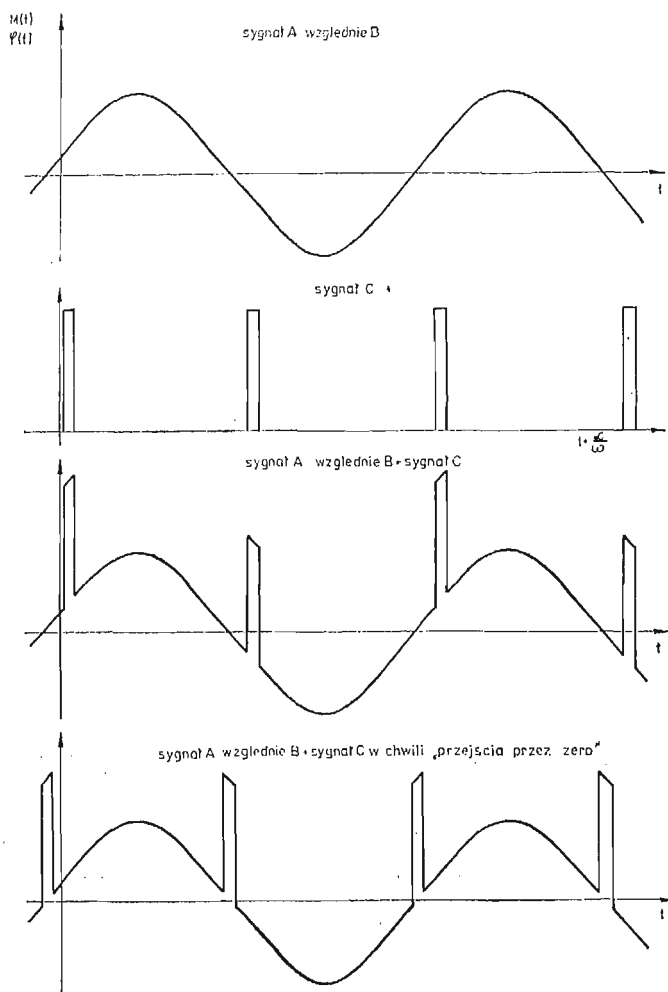
Rys. 5. Mechaniczny miernik kąta przesunięcia fazowego

Mechaniczny miernik kąta przesunięcia fazowego składa się z wirującej tarczy tekstolitowej 15 (rys. 3, 5), osadzonej na kole pasowym 1, do której przytwierdzono dwa równo oddalone od osi obrotu magnesy 16 przesunięte względem siebie o kąt  $180^\circ$ . Tarcza tekstolitowa obraca się z tą samą częstością z jaką wymuszane jest odkształcenie. Do ruchomej wskazówki 17 z naciętym na niej noniuszem przymocowano wodorowy kontaktron 18 zamocowany w odpowiedniej odległości od wirujących magnesów, który zasilano ze stabilizatora napięcia. Do bezpośredniego pomiaru kąta przesunięcia fazowego służy skala kątowna nacięta na tarczy 19. Tarcza 19 oraz prądniczka tachometryczna 13 zamocowana jest na wysięgniku 20 przytwierdzonym do płyty podstawy 21.

Czujniki tensometryczne naklejone na momentomierzu 10 oraz belce sprężystej 8 (rys. 3 i 4) współdziałają z mostkiem tensometrycznym, przy którego równoważeniu należy zwrócić szczególną uwagę na równoważenie fazowe (kompensacja długości przewodów). Sygnały wyjściowe mostka doprowadzane są do dodatnich wejść różnicowych wzmacniaczy odchyłających. Do ujemnych wejść wzmacniaczy doprowadza się sygnał w postaci impulsów synchronizujących, uzyskanych za pomocą odpowiedniego układu źródła napięcia stałego, kontaktronu oraz wirujących dwóch magnesów stałych. Istota działania tego układu

umożliwia uzyskanie impulsów synchronizujących o stałej amplitudzie co  $180^\circ$  (rys. 6) w odniesieniu do fazy aktualnego kąta skręcenia.

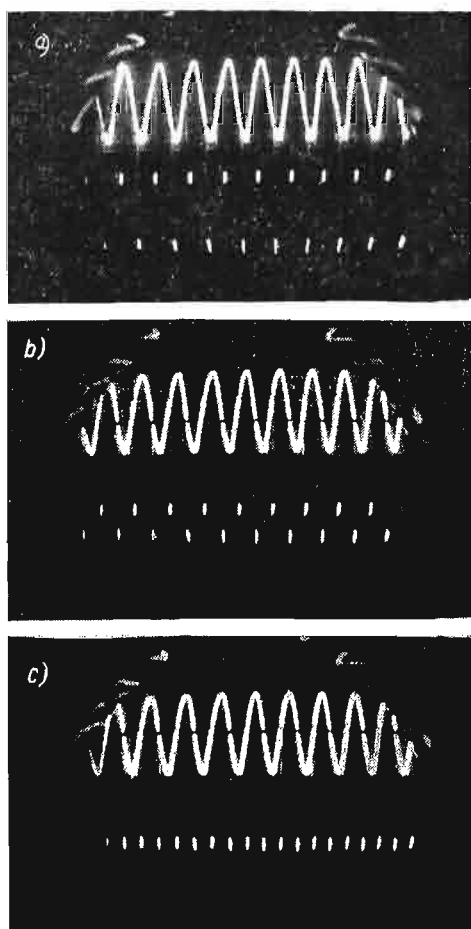
Pomiar kąta przesunięcia fazowego polega na określeniu dwóch kątowych położań kontaktronu odpowiadających tzw. przejściu przez zero (rys. 6, 7) przebiegów określanych



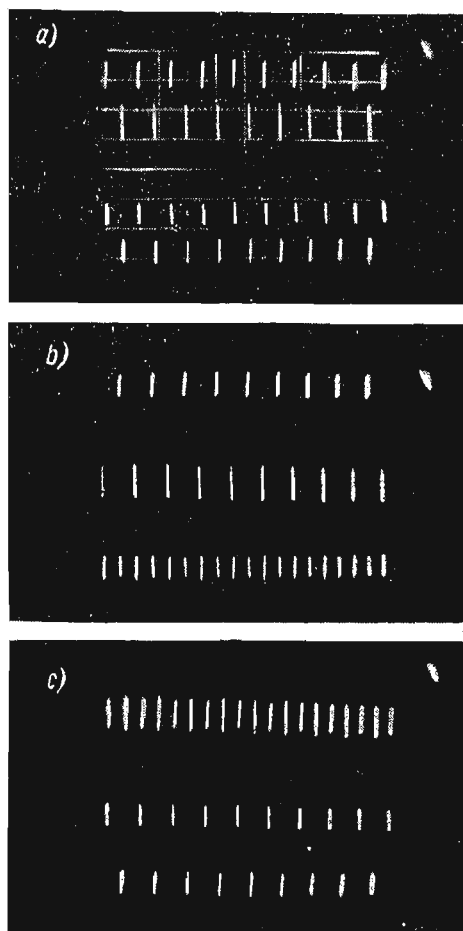
Rys. 6. Ilustracja identyfikacji «przejść przez zero»

kątem skręcenia oraz momentem skręcającym, czego dokonuje się przez sprowadzenie do wartości niezmiennych sumy impulsów synchronizujących i odpowiednich przebiegów. Wykorzystanie do pomiarów tzw. przejścia przez zero, a nie np. szczytu sinusoidy, umożliwia uzyskanie dużej rozdzielczości pomiarowej. Wynik pomiaru uzyskany na podstawie różnicy odpowiednich położań kątowych kontaktronu, przy zastosowaniu powyższej metody, nie jest obciążony wpływem charakterystyk fazowych toru pomiarowego.

Dla lepszego przedstawienia zaproponowanej w pracy metody pomiaru kąta przesunięcia fazowego, zwróćmy uwagę na zastosowany sposób identyfikacji «przejsć przez zero». Na rys. 6 pokazano przebieg w postaci sinusoidy (może to być sygnał z czujników tensometrycznych momentomierza  $10$  lub z czujników tensometrycznych belki sprężystej  $\delta$



Rys. 7. Przykład wykorzystania oscyloskopu w opisywanym układzie pomiarowym



Rys. 8. Ilustracja rozdzielczości pomiarowej układu do wyznaczania kąta przesunięcia fazowego

podających przebieg kąta skręcania badanego modelu) oraz przebieg impulsów synchronizujących o okresie równym połowie okresu sinusoidalnego, jak również ich sumę. Należy zwrócić uwagę, że wyłącznie w momencie «przejścia przez zero» przebiegu sinusoidalnego, maksymalna amplituda otrzymanej sumy sygnałów powtarza się jednoznacznie dla każdego impulsu synchronizującego (rys. 7 i 8). Identyfikacja tego faktu może być łatwo przeprowadzona za pomocą oscyloskopu. Ostateczny wynik pomiaru nie zależy od wartości kąta przesunięcia pomiędzy obu stałymi wirującymi magnesami inicjującymi, tzn. kąt ten może być różny o  $180^\circ$  oraz nie zależy od czasu zwłoki kontaktronu przy spełnianiu warunku, że zarówno kąt przesunięcia magnesów, jak i czas zwłoki są niezmiennie w czasie.

#### 4. Dane dotyczące przeprowadzonych prób

**4.1. Materiał badany, próbki.** Do badań użyto zwulkanizowanych próbek gumowych posiadających długość  $l = 120$  mm i średnicę 30 mm, o symbolach ME-150-50, ME-150-60 oraz ME-150-70, wykonanych w Instytucie Przemysłu Gumowego „STOMIL” w Warszawie, a mających zastosowanie w tulejowych gumowo-metalowych łącznikach sprężystych typu *silentblock* w samochodach Polski Fiat.

W celu wyeliminowania niepożądanego wpływu zmian twardości zwulkanizowanych próbek gumowych na wyniki badań, przyjęto twardość badanych próbek za miarę jednorodności, odrzucając te próbki, których twardości znacznie różniły się od wartości średniej. Pozwoliło to także na dokładniejsze wyznaczenie rzeczywistej twardości badanych gatunków gum.

**4.2. Sprawdzenie jednorodności materiału badawczego na podstawie pomiaru twardości °Sh.** Za kryterium jednorodności materiału przyjęto zgodność rozkładu mierzonej twardości °Sh z rozkładem normalnym oraz względne odchylenie standardowe, powszechnie przyjęte jako miara jakości tworzywa [21]. Laboratoryjnym twardościomierzem ręcznym typu Shore'a dokonano pomiarów twardości, na podstawie których obliczono wartość średnią  $^{\circ}\bar{Sh}$ , odchylenie standardowe  $s$  i względne odchylenie standardowe  $S$  populacji próbnej. W celu stwierdzenia zgodności rozkładu twardości mierzonej °Sh z rozkładem normalnym, sporządzono dla każdego gatunku gumy tablicę porównawczą rzędnych obydwu rozkładów, na podstawie których sporządzono krzywe częstości rozkładu normalnego i pomiarowego oraz zestawiono je z odpowiednimi histogramami dla każdego gatunku gumy.

W wyniku pomiarów stwierdzono, że średnie twardości poszczególnych gatunków gum są następujące:

$$\text{guma Me-150-50, } ^{\circ}\bar{Sh} = 52,86, S = 0,0148;$$

$$\text{guma ME-150-60, } ^{\circ}\bar{Sh} = 74,06, S = 0,0119; \text{ guma ME-150-70, } ^{\circ}\bar{Sh} = 72,24, S = 0,0144.$$

Warto w tym miejscu zauważyć, że podawane przez producenta twardości użytych do badań gum powinny mieć odpowiednio  $50 \pm 3$ ,  $60 \pm 3$  oraz  $70 \pm 3$  °Sh.

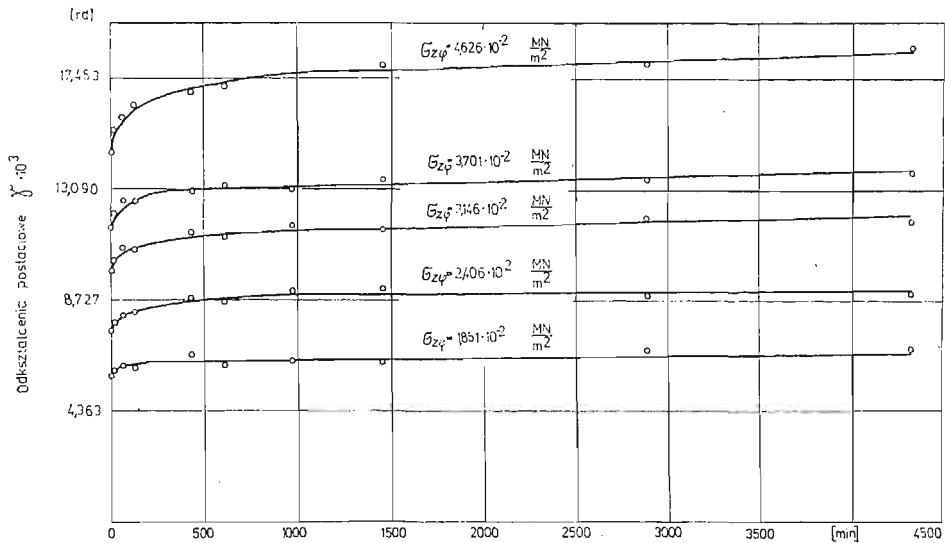
Pomiary twardości wykazały, że materiał badany był tworzywem dość jednorodnym podlegającym rozkładowi normalnemu. Ze względu na ograniczoną objętość tej pracy, szczegółowych danych odnośnie pomiarów twardości nie podaje się.

Próby statycznego pełzania oraz dynamicznej relaksacji przeprowadzono w temperaturze otoczenia wynoszącej  $293 \pm 1^{\circ}$  K, w okresie trzech miesięcy po wulkanizacji.

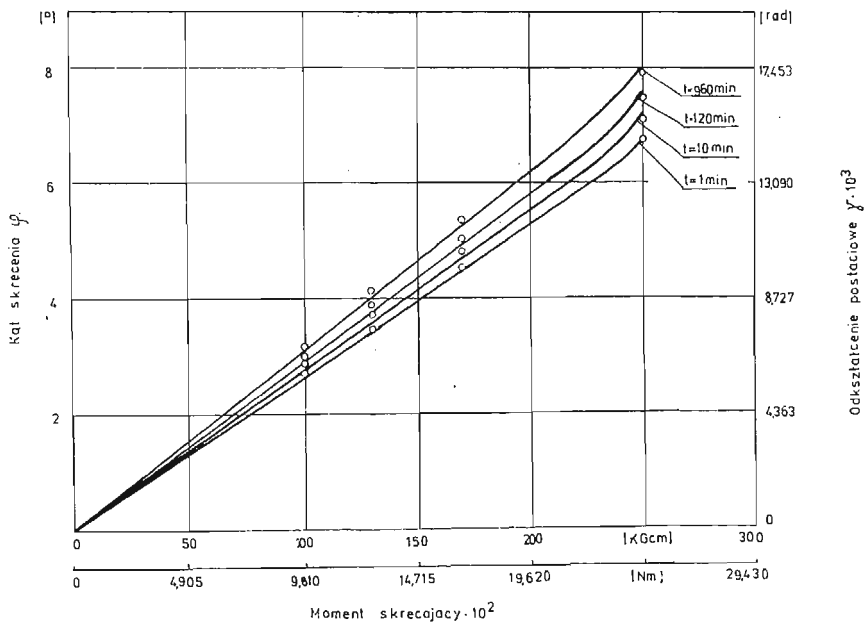
#### 4. Wyniki badań

**4.1. Pełzanie statyczne.** Długotrwałe próby statycznego pełzania przeprowadzono m.in. w celu określenia zakresu liniowości badanego materiału, czyli zakresu ważności zasady superpozycji Boltzmanna. Obciążając próbki gumowe określonymi momentami skręcającymi dokonywano pomiarów kąta skręcenia w czasie pełzania. Czas trwania pełzania wynosił 72 godziny. Uzyskane wartości pomiarowe kąta skręcenia dla poszczególnych czasów, średnie z czterech prób dla danego momentu skręcającego stanowiły dane do wy-

kreślenia krzywych izochronicznych dla czasów 1, 10, 120 i 960 min, na podstawie których wyznaczono m.in. zakres liniowości badanego materiału, który wynosił  $8^{\circ}25'$  dla gumy ME-150-50,  $6^{\circ}30'$  dla gumy ME-150-60 i  $4^{\circ}25'$  dla ME-150-70, co odpowiada odkształceniu postaciowemu  $\gamma \cdot 10^3$  równemu odpowiednio 18,391, 14,205, 9,684 rad. Na rys. 9 przedstawiono krzywe pełzania gumy ME-150-60 dla stosowanych poziomów naprężeń, a na rys. 10 wyznaczone izochromy dla ustalonych czasów pełzania.

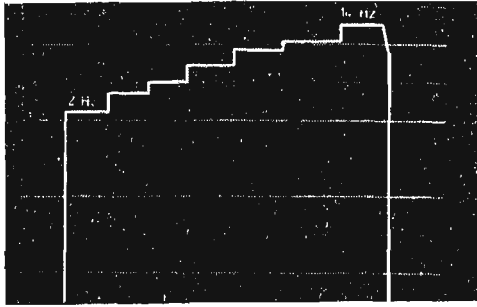


Rys. 9. Krzywe pełzania walca gumowego ME-150-60 przy różnych wielkościach naprężeń



Rys. 10. Charakterystyki statyczne skręcania walca gumowego ME-150-60 w zależności od czasu

4.2. **Badania dynamiczne.** Dynamiczne próby okresowej relaksacji przeprowadzone były przy następujących wielkościach częstości wymuszenia 2, 4, 6, 8, 10, 12 i 14 Hz. Przed przystąpieniem do pomiaru momentu skracającego oraz po ich zakończeniu, przeprowadzono wzorcowania momentomierza 10 (rys. 3), które wykazały, że przeprowadzone badania dynamiczne nie wpłynęły praktycznie na charakterystykę momentomierza. Po nastawieniu minośrodkiem umieszczonym w tarczy 2 żądanej amplitudy kąta skreńca,



Rys. 11. Przebieg zmian amplitud momentu skracającego dla różnych częstości wymuszenia

który dla wszystkich gatunków gum wynosił  $3^{\circ}30$ , dokonywano na rejestratorze zapisu amplitud momentu skracającego dla stosowanych w badaniach częstości wymuszeń, które następnie zostały na podstawie danych z cehowania przeliczone na odpowiednie wartości. Przykładowy przebieg zmian amplitud momentu skracającego dla różnych częstości wymuszenia pokazano na rys. 11. Wartości modułów bezwzględnych odkształcenia postaciowego, odpowiadające danym częstościom, obliczono na podstawie wielkości pomiarowych z czterech prób.

W pierwszym przybliżeniu moduł bezwzględny można wyznaczyć ze wzoru (2.24), czyli będzie on tylko funkcją amplitudy momentu skracającego, wymiarów próbki oraz amplitudy kąta skreńca. W drugim przybliżeniu (2.28) będzie on zależny dodatkowo od gęstości badanego gatunku gumy oraz częstości wymuszenia.

Ilość rozwiązań rzeczywistych równania (2.28) zależy od znaku wyróżnika  $E$  [18], który w naszym przypadku wynosi

$$(4.1) \quad E = \frac{C^2 D^2}{4} - \frac{C^3}{27}.$$

Wartości stałych  $C$  i  $D$  oraz wyróżnika  $E$  wyznaczono dla każdego badanego gatunku gumy, przy najniższej i najwyższej stosowanej częstości. W każdym przypadku  $E < 0$  (tablica 1), czyli równanie (2.28) zawsze posiada trzy pierwiastki

$$(4.2) \quad \begin{aligned} |G_1^*(i\omega)| &= -2n \cos \frac{1}{3} \alpha^{\circ}, \\ |G_2^*(i\omega)| &= +2n \cos \left( 60^{\circ} + \frac{1}{3} \alpha^{\circ} \right), \\ |G_3^*(i\omega)| &= 2n \cos \left( 60^{\circ} - \frac{1}{3} \alpha^{\circ} \right), \end{aligned}$$

gdzie  $\cos \alpha = \frac{q}{n^3}$ ,  $n = m \sqrt{|p|}$ .

W naszym przypadku  $m = +1$ ,  $p = -\frac{C}{3}$ ,  $q = \frac{CD}{2}$ ,

czyli

$$n = \sqrt{\frac{C}{3}}, \quad \cos \alpha = \frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{D}{C}.$$

Tablica 1

Rodzaj zwulkanizowanej mieszanki gumowej	$\omega$ [rad · s <sup>-1</sup> ]	$M^0(0, \omega)$ [Nm]	$\rho \cdot 10^3$ [ $\frac{MN s^2}{m^4}$ ]	$C$ [ $\frac{MN^2}{m^4}$ ]	$D \cdot 10^5$ [ $\frac{MN}{m^2}$ ]	$E$ [ $\frac{MN^6}{m^{12}}$ ]	$\cos \alpha \cdot 10^5$
1	2	3	4	5	6	7	8
ME-150-50	12,57	0,10515	1,087	6,7924	82,4328	-11,6066	31,4929
	87,96	0,16432		16,6106	4036,4656	-169,6245	630,6821
ME-150-60	12,57	0,23360	1,025	33,6535	91,3900	-1411,5860	7,0452
	87,96	0,29884		55,0806	4475,0586	-6187,7821	210,8322
ME-150-70	12,57	0,38504	1,177	75,7667	89,2588	-16108,6529	3,0564
	87,96	0,44434		121,8936	4370,7721	-68715,5693	93,0482

Wyliczone wartości  $\cos \alpha$  dla wszystkich gatunków gumy są bardzo małe (tablica 1) i praktycznie można przyjąć, że w każdym przypadku  $\alpha^\circ = 90^\circ$ , w związku z czym pierwszy pierwiastek (4.2) odrzucamy ze względu na znak ujemny, drugi ma wartość zerową, a trzeci wynosi

$$|G_3^*(i\omega)| = \sqrt{3} n = \sqrt{C}.$$

Biorąc pod uwagę (2.27) otrzymujemy

$$(4.3) \quad |G_3^*(i\omega)| = |G^*(i\omega)| = \frac{|M^0(0, \omega)|l}{I_0 \varphi_0},$$

czyli ma taką samą postać jak wzór na moduł bezwzględny uzyskany w pierwszym przybliżeniu.

Wyniki obliczonych wartości modułów bezwzględnych naniesiono na wykres (rys. 12). Układ punktów pomiarowych wskazuje, że w zakresie stosowanych częstości można je aproksymować linią prostą. Przy zastosowaniu metody najmniejszych kwadratów, zależności wartości modułu zespolonego w funkcji częstości są następujące:

— dla walca wykonanego z gumy ME-150-50

$$|G^*(i\omega)| = 2,3389 + 0,0189 \omega \left[ \frac{MN}{m^2} \right],$$

— dla walca wykonanego z gumy ME-150-60

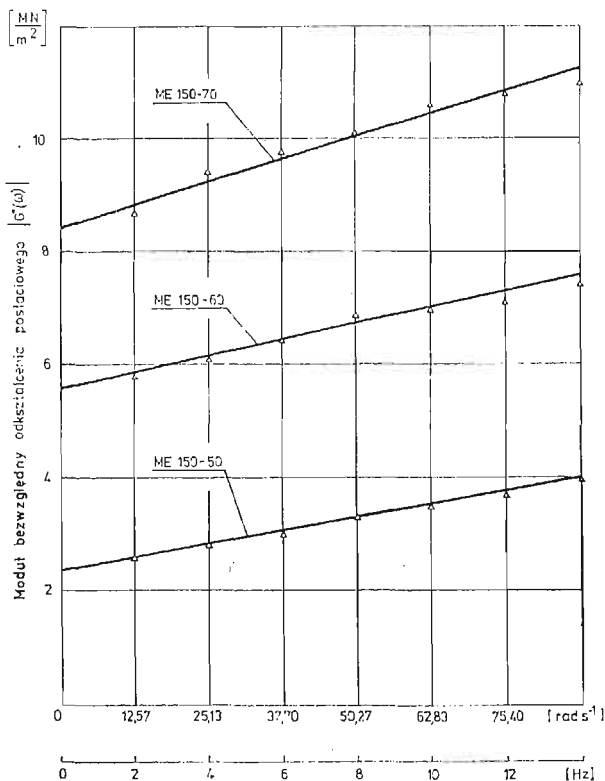
$$|G^*(i\omega)| = 5,6161 + 0,0209 \omega \left[ \frac{MN}{m^2} \right],$$

— dla walca wykonanego z gumy ME-150-70

$$|G^*(i\omega)| = 8,4541 + 0,0297 \omega \left[ \frac{MN}{m^2} \right],$$

gdzie częstość  $\omega$  jest w rad · s<sup>-1</sup>.

Pomiary kąta przesunięcia fazowego  $\delta$  przeprowadzono za pomocą mechanicznego miernika kąta przesunięcia fazowego opisanego w punkcie 3.1.1. W celu dokładniejszego ujęcia wpływu częstości na wielkości tego kąta, dokonano dziesięciu pomiarów na pięciu różnych próbkach z danego gatunku gumy, po dwa, pomiary na jednej próbce. Wyniki pomiarów wykazały, że wielkość kąta stratności w zakresie stosowanych w badaniach



Rys. 12. Moduł bezwzględny odkształcenia postaciowego  $|G^*(\omega)|$  w funkcji częstości wymuszenia

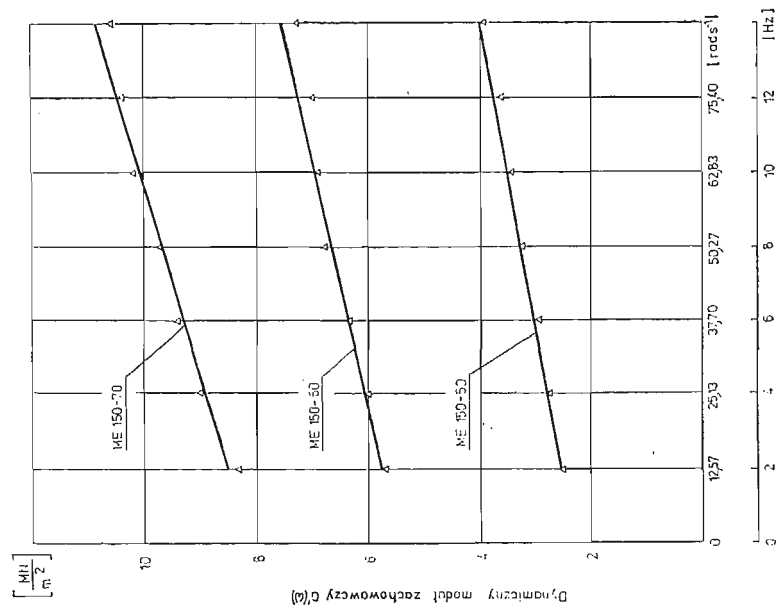
częstości można przyjąć jako stałą, np. dla gumy ME-150-50 najmniejsza wartość średnia dla jednej częstości wynosiła  $3^{\circ}48'$  ( $\nu = 4$  Hz), a najwyższa  $3^{\circ}58'$  ( $\nu = 12$  Hz), przy odchyłce standardowej odpowiednio  $18,6'$  oraz  $13,5'$ . W związku z powyższym kąty stratności były następujące: dla gumy ME-150-50,  $\delta = 3^{\circ}53'$  ( $\text{tg } \delta = 0,06788$ ); dla gumy ME-150-60,  $\delta = 5^{\circ}57'$  ( $\text{tg } \delta = 0,10422$ ); a dla gumy ME-150-70,  $\delta = 14^{\circ}53'$  ( $\text{tg } \delta = 0,26577$ ). Ze względu na stałość kątów stratności składowe zespolonego modułu odkształcenia postaciowego dla poszczególnych gatunków gum obliczone z zależności

$$(4.7) \quad G'(\omega) = |G^*(i\omega)| \frac{1}{\sqrt{1 + \text{tg}^2 \delta(\omega)}},$$

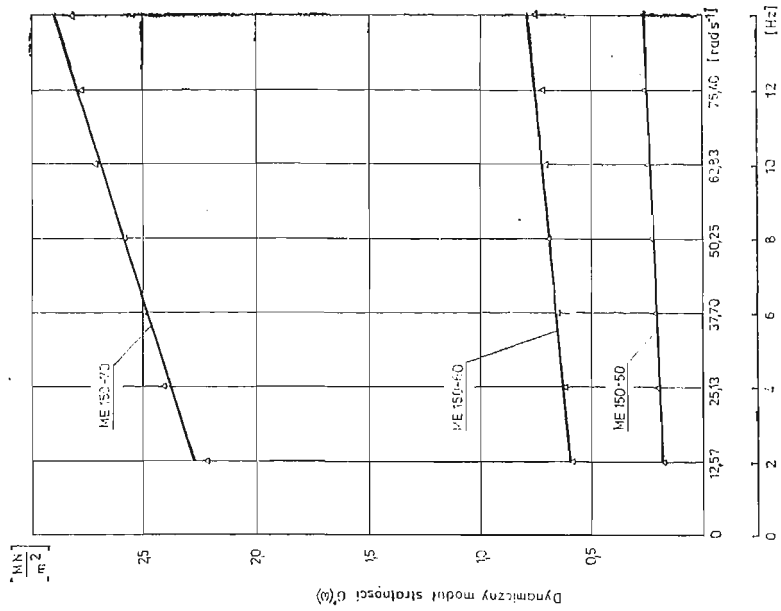
$$(4.8) \quad G''(\omega) = |G^*(i\omega)| \frac{\text{tg } \delta(\omega)}{\sqrt{1 + \text{tg}^2 \delta(\omega)}},$$

w zakresie stosowanych w badaniach częstości, będą przedstawiały zależność liniową. Ich graficzne przebiegi przedstawiono na rysunkach 13 i 14.





Rys. 13. Dynamiczny moduł zachowawczy  $G'(\omega)$  w funkcji częstości wymuszenia



Rys. 14. Dynamiczny moduł stratności  $G''(\omega)$  w funkcji częstości wymuszenia

### 5. Wnioski

1. Dynamiczne badania okresowej relaksacji przeprowadzone na walcowych próbkach gumowych wykazały, że w zakresie stosowanych częstości, moduł bezwzględny, odkształcenia postaciowego rośnie w sposób liniowy wraz z częstością (rys. 12), przy czym dla próbek wykonanych z gum ME-150-60 i Me-150-70, które posiadają te same twardości, wzrost modułów jest tego samego rzędu. Ponieważ kąt przesunięcia fazowego  $\delta(\omega)$  dla wszystkich gatunków gum w zakresie stosowanych częstości można przyjąć za wielkość stałą, przeto składowe zespolonego modułu — dynamiczny moduł zachowawczy i stratności — mają taki sam przebieg jak moduł bezwzględny.

2. Statystyczna teoria ciał kauczukopodobnych dowodzi, że ciała te podlegają prawu Hooke'a przy ścinaniu, a nie podlegają mu przy rozciąganiu i ściskaniu, dlatego też moduł sprężystości postaciowej jest ważną cechą charakteryzującą własności mechaniczne gumy. W literaturze fachowej dotyczącej obliczeń elementów gumowych, moduł ten podawany jest w funkcji twardości [1, 2] i posiada tym większą wartość, im większa jest twardość gumy. W wyniku przeprowadzonych badań okazało się, że twardości zwulkanizowanych mieszanek gumowych ME-150-60 i ME-150-70 praktycznie nie różnią się, natomiast wartości modułów bezwzględnych odkształcenia postaciowego znacznie odbiegają od siebie, tzn. guma ME-150-70 posiada ten moduł znacznie wyższy. Należy nadmienić, że podobne wyniki uzyskano w nieprzytaczanych tutaj badaniach statystycznych dotyczących wyznaczenia modułu  $G_{st}$ . Wskazywałoby to, że mogą istnieć mieszanki gumowe mające te same twardości, lecz różne moduły odkształcenia postaciowego, co nakazywałoby pewną ostrożność przy korzystaniu z zalecanych w cytowanej wyżej literaturze danych.

3. Zaproponowany i opisany sposób pomiaru kąta stratności  $\delta$  przy wykorzystaniu tzw. przejścia przez zero impulsu sterującego może być w praktyce laboratoryjnej efektywnie wykorzystany do wyznaczania własności tłumieniowych gumy. Istotną zaletą zastosowanej metody pomiaru kąta stratności jest taki dobór układu elektronicznych podłączeń: kontaktron — mostek tensometryczny — oscyloskop dwustrumieniowy, który pozwala na identyfikowanie „przejdź przez zero” dla obu przesuniętych względem siebie przebiegów, tylko przy jednym ustawieniu (synchronizacji) mostka tensometrycznego i oscyloskopu (rys. 8).

#### Literatura cytowana w tekście

1. E. F. GÖBEL, *Berechnung und Gestaltung von Gummifedern*, Berlin 1955.
2. J. JAWORSKI, *Guma w pojazdach mechanicznych*, Warszawa 1962.
3. A. R. PAYNE, J. R. SCOTT, *Engineering Design With Rubber*, New York 1969.
4. В. Н. ПОТУРАВ, *Резиновые и резино-металлические детали машин*, Машиностроение, Москва 1966.
5. R. H. ROELIG, *Dynamische Bewertung der Dämpfung und Dauerfestigkeit von Vulkanisaten*, Kautschuk, 15 (1939).
6. Norma DIN 53513, *Bestimmung der visko elastischen Eigenschaften von Gummi*.
7. G. E. WARNAKA, *Dynamic Strain Effects in Elastomery*, Rubb. Chem. and Technol., 2, 36 (1963).
8. A. R. PAYNE, *Sinusoidal — Strain Dynamic Testing of Rubber Products*, Rubb. Chem. and Technol., 2, 36 (1963).

9. Ц. П. Бриедис, Ю. П. Яковлев, Л. А. Файтельсон, *Изменение вязко-упругих характеристик высоконаполненного пластифицированного каучука при периодическом сдвиговом деформировании*, Мех. Полим., 3 (1968).
10. В. М. Чернышев, А. А. Ермаков, *Демпфирующие свойства мягких вязко-упругих материалов при некоторых комбинациях плоского напряженного состояния*, Мех. Полим., 6 (1972).
11. Norma DIN 53520, *Torsionschwingungsversucht*.
12. J. D. FERRY, *Lepkosprężystość polimerów*, Warszawa 1965.
13. ISO ITC/45/WG (Convsnog-44) 218.
14. Г. Ш. Израелит, *Механические испытания резины и каучука*, Москва 1949.
15. Š. MARKUŠ, *Meranie stratoveho súčiniteľa dynamických sústav s hystereznym tlmením*, Strojirenstvi, 23 (1973).
16. W. NOWACKI, *Teoria pelzania*, Warszawa 1963.
17. M. SHEN, *Viscoelastic Relaxation in Polymers*, New York 1971.
18. А. А. Ильюшин, Б. Е. Победря, *Основы математической теории термовязко-упругости*, Москва 1970.
19. I. N. BRONSZTEJN, Ł. A. SIEMIENDIAJEW, *Matematyka. Poradnik encyklopedyczny*, Warszawa 1970.
20. Z. ROLIŃSKI, *Zarys elektrycznej tensometrii oporowej*, Warszawa 1963.
21. A. JAKOWLUK, *Wibropelzanie w metalach*, Warszawa 1967.

## Резюме

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК  
РЕЗИНЫ ПРИ ПЕРИОДИЧЕСКОМ СКРУЧИВАНИИ СПЛОШНОГО ЦИЛИНДРА.  
ПРИМЕНЕНИЕ УПРАВЛЯЕМОГО ИМПУЛЬСА ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ УГЛА ПОТЕРЬ

В работе приводятся результаты исследований динамической релаксации для цилиндрических образцов из некоторых сортов применяемых в автомобильной промышленности вулканизированных резиновых смесей. Определен абсолютный модуль сдвига, динамический модуль упругости и динамический модуль вязкости.

Приводится описание исследовательской установки а также описывается применяемый метод измерений угла сдвига фазы между напряжением и деформацией (угла потерь), при котором использовался управляемый импульс подаваемый от питаемого постоянным напряжением контактрона, который замыкался двумя вращающимися магнитами.

## Summary

DETERMINATION OF DYNAMIC CHARACTERISTICS OF RUBBER AT THE PERIODIC  
TWIST OF A SOLID CYLINDER. APPLICATION OF THE CONTROLLED IMPULSE TO  
THE LOSS ANGLE MEASUREMENT

The results of investigations are given concerning the dynamic relaxation of cylindrical specimens made of some kinds of vulcanized rubber compounds and applied in the motor industry. The absolute modulus of elasticity in shear has been determined as well as the dynamic storage modulus and the dynamic loss modulus. Description of the apparatus is given and the method of measuring the phase angle displacement between the stresses and strains (loss angle) is described; to that end a control impulse coming from a contactrone short-circuited by two rotating magnets is used.

POLITECHNIKA ŚLĄSKA, GLIWICE

Praca została złożona w Redakcji dnia 27 stycznia 1975 r.