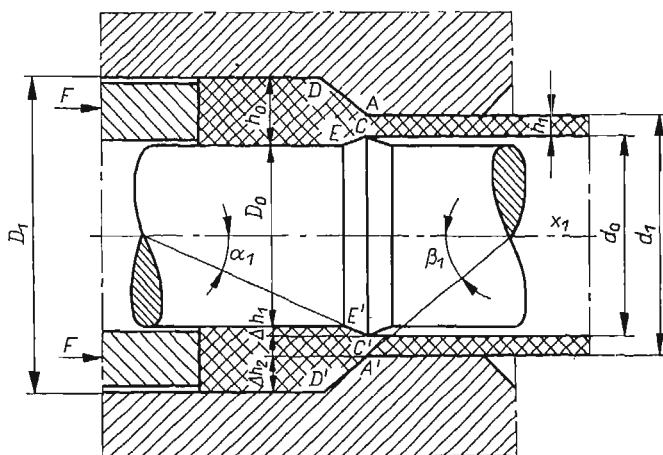


TEORETYCZNA ANALIZA PROCESU WYCISKANIA RURY

JERZY BIAŁKIEWICZ (KRAKÓW)

1. Wstęp

Teoria płynięcia ośrodka sztywno-idealnie plastycznego w warunkach osiowo-symetrycznego stanu naprężenia i odkształcenia obejmuje swym zakresem wiele ważnych praktycznie zagadnień. Pomimo istotnego postępu w przystosowaniu analizy opisującej ją równań do zastosowań, kierując się znaczną czasochłonnością, a nawet nieosiągalnością ścisłych rozwiązań, niejednokrotnie rezygnujemy z opisu osiowo-symetrycznego rozpatru-



Rys. 1

jąc formalnie zagadnienie w warunkach płaskiego stanu odkształcenia. Postępowanie takie w oparciu o prace porównawcze przeprowadzone przez THOMSENA i współpracowników [1] w licznych przypadkach prowadzi do dobrego przybliżenia zwłaszcza dla wyznaczenia wielkości sił występujących w procesie deformacji plastycznej. W rezultacie przeprowadzonych porównań dla wybranych zagadnień brzegowych [2] stwierdzono np., że średnie ciśnienie dla procesu wciskania stempla w warunkach osiowo-symetrycznych jest o 9,8% większe od obliczonego dla tego samego zagadnienia w warunkach płaskiego stanu odkształcenia, natomiast siła wciskania ostrego klina dla kąta 60° jest około 12% niższa od wynikającej z rozwiązania osiowo-symetrycznego. Podobną analizę porównawczą można przeprowadzić dla szeregu innych ważnych praktycznie przypadków, jak np. procesu kucia matrycowego przedstawionego w pracy [3], gdzie zastosowano teorię płaskiego stanu odkształcenia do rozwiązania problemu w warunkach symetrii osiowej, kiedy wycięcia w obu połówkach matrycy tworzą powierzchnie obrotowe.

Poniżej podane zostanie rozwiązanie procesu wyciskania rury schematycznie przedstawionego na rys. 1. Istotną cechą charakteryzującą rozpatrywany proces jest brak sy-

metrii w obszarze odkształceń plastycznych *ECAD*. Fakt ten spowodowany jest nierównomierną redukcją grubości ścianki rury od strony średnicy zewnętrznej D_1 i wewnętrznej D_0 $\left(\frac{D_1 - d_1}{2} \neq \frac{d_0 - D_0}{2} \right)$ oraz w ogólnym przypadku odmiennymi kątami nachylenia krawędzi *AD* i *EC* względem osi x_1 ($\beta_1 \neq \alpha_1$). Założenia te eliminują możliwość wskazania bezpośredniego, uzasadnionego technologicznie odpowiednika rozpatrywanego procesu osiowo-symetrycznego w warunkach płaskiego stanu odkształcenia. Można wprowadzić analogię z procesem przeciągania blachy z małą redukcją grubości rozwiązany przez HILLA i TUPPERA [4], niemniej jednak tylko w przypadku spełnienia wyżej sprecyzowanego warunku symetrii.

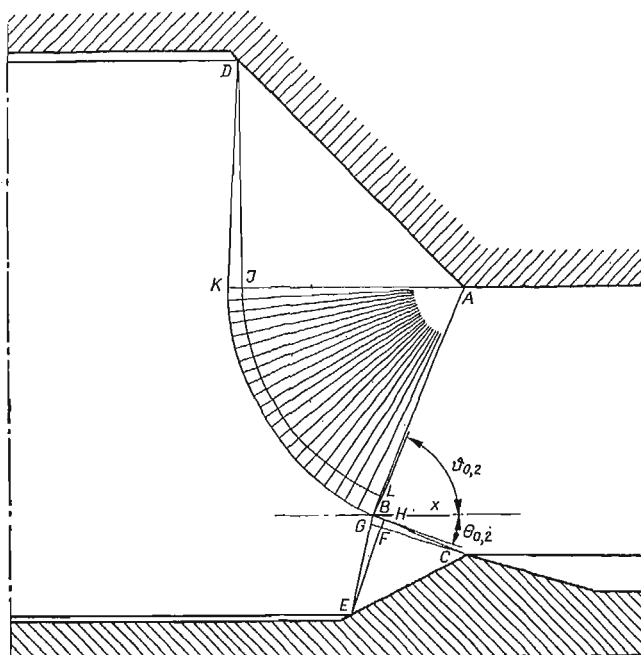
2. Analiza teoretyczna

Analizie zostanie poddany szczególny przypadek procesu, dla którego obszar plastyczny scharakteryzowany jest stosunkami wymiarów $\Delta h_2 / \Delta h_1 = 4$ oraz $h_0 / h_1 = 2,04$. Przyjmujemy, że na liniach kontaktu materiału z matrycą nie występują siły tarcia.

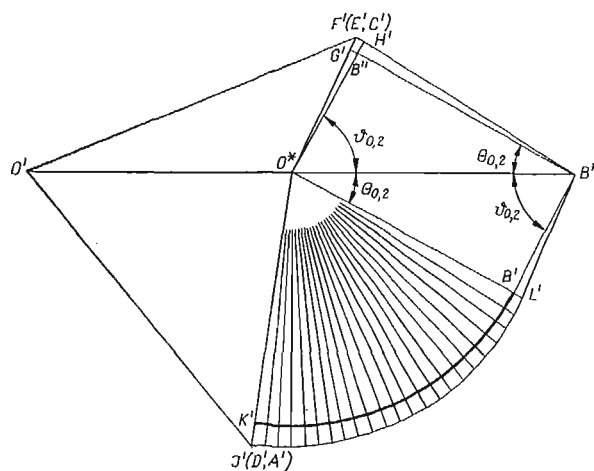
Możliwość zastosowania teorii płaskiego stanu odkształcenia do rozwiązania podobnego problemu osiowo-symetrycznego została przedyskutowana przez HILLA [5] na przykładzie redukcji grubości ścianki wytłoczki bez zmiany jej średnicy wewnętrznej (wyniki analizy HILLA przytoczono w książce [2]).

Całkowita redukcja grubości ścianki rury $\frac{h_0 - h_1}{h_0} 100\% = 51\%$ w naszym przypadku jest również w znacznej mierze realizowana na średnicy zewnętrznej (41%). Niewielkie odkształcenia mające miejsce na średnicy wewnętrznej (około 10%) nie zmieniają w sposób istotny przeprowadzonej przez HILLA analizy oszacowań. Należy więc oczekiwać, że przytoczone poniżej rozwiązanie przy zastosowaniu teorii płaskiego stanu odkształcenia powinno dać dobre przybliżenie wystarczające dla celów praktycznych. Załóżmy, że rozkład nacisków wzdłuż linii kontaktu materiału z matrycą *AD* i trzpieniem *CE* jest stały na całej ich długości. Oczywiście wielkości tych nacisków z uwagi na wspomniany brak symetrii będą na obydwu krawędziach różne. Przyjmując je jako parametry (wartości na początku rozwiązania są nieznanne) otrzymujemy w otoczeniu linii *AD* i *CE* elementarne przypadki zagadnień Cauchy'ego prowadzące do jednorodnych pól naprężeń *AJD* i *CFE* (rys. 2 i 3). Do pól tych przylegają wycinki biegunowe o prostoliniowych krawędziach wychodzących z punktów osobliwych: *A*, *D*, *C* i *E*. Kąty wycinków biegunowych na obecnym etapie rozwiązania są nieznanne. Wychodząc następnie z łuków kołowych *JK* i *JL* oraz *GF* i *HF* można zbudować siatki w czworokątach krzywoliniowych *JLBK* i *FHBG* rozwiązując zagadnienia charakterystyczne.

Zasadniczo rozwiązanie sprowadza się do wyznaczenia położenia punktu *B*, w którym obie części siatki charakterystyk stykają się. W punkcie tym zbiegające się charakterystyki tej samej rodziny muszą mieć wspólną styczną. Teoretycznie punkty te w obszarze rozwiązania wyznaczają pewną krzywą. Z uwagi jednak na skończoną gęstość linii charakterystyk, która ściśle wiąże się z przyjętą podziałką kątową wachlarzy (w pracy przyjęto $\Delta\gamma = 3^\circ$) otrzymano dwa położenia punktu *B*, wskazując tym samym dwa różne roz-



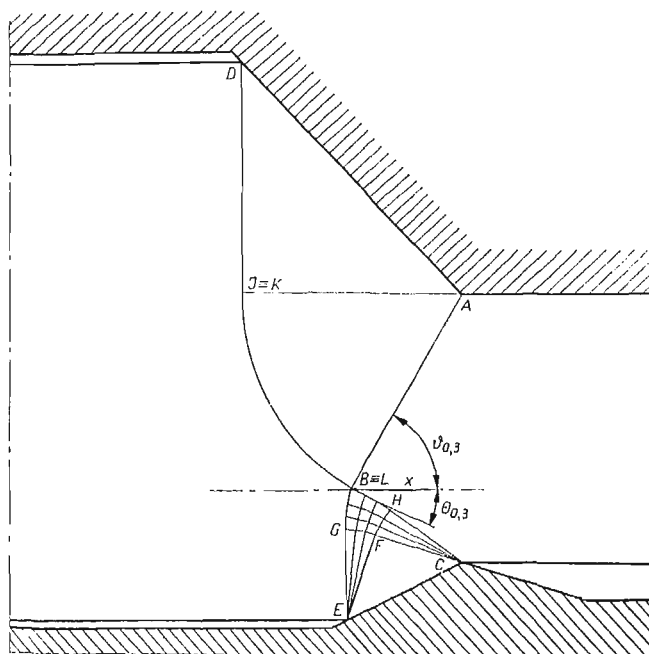
Rys. 2



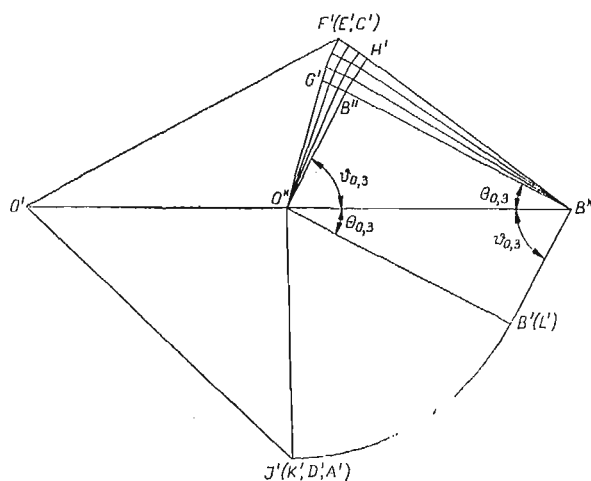
Rys. 2a

wiązania kinematycznie dopuszczalne, stanowiące górną ocenę siły wywołującej płynięcie plastyczne (rys. 2 i 3).

Plany prędkości dla obydwu rozwiązań przedstawiono na rys. 2a i 3a. Budowę ich rozpoczynamy od założenia prędkości z jaką porusza się sztywna część materiału na lewo od linii DBE . Jeśli przyjmujemy, że wynosi ona V_1 wówczas z warunku nieściśliwości



Rys. 3

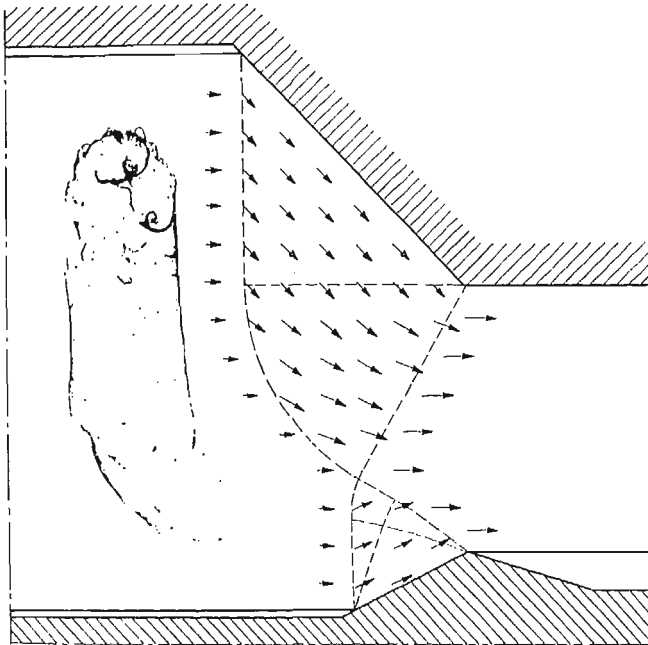


Rys. 3a

otrzymamy prędkość materiału po wyciśnięciu, $V_2 = V_1 \frac{h_0}{h_1}$. Na hodografach prędkości te reprezentują wektory odłożone z bieguna O' w kierunku równoległym do osi x płaszczyzny fizycznej, przy czym $\vec{O'O^*} = \vec{V}_1$ i $\vec{O'B^*} = \vec{V}_2$. Linie poślizgu $DKBHC$ i $ALBGE$ są liniami nieciągłości prędkości. Prędkości w punkcie B od strony obszarów plastycznych powyżej i poniżej osi x odwzorowane są na hodografach odpowiednio przez wektory $\vec{O'B'}$, $\vec{O'B''}$. Położenie punktów B' i B'' , jak zaznaczono na rysunkach, wyznaczono przy

pomocy kątów $\vartheta_{0,i}$ i $\theta_{0,i}$, jakie tworzą charakterystyki AB i BC z osią x w punkcie B . Prędkości po prawej stronie odcinków BK i BG linii nieciągłości odwzorowane są przez łuki okręgów $B'K'$ i $B'G'$ ze środkiem w punkcie O^* . Podobnie prędkości po lewej stronie odcinków BL i BH linii nieciągłości przedstawiają łuki $B'L'$ i $B'H'$ ze środkiem w punkcie B^* .

Dane wyjściowe na tych łukach prowadzą do zagadnień charakterystycznych dla pól $K'B'L'J'$ i $G'B'H'F'$, których punkty odwzorowują prędkości wewnątrz obszarów $KBLJ$ i $GBHF$. Oczywiście wektory $\vec{O'J'}$ i $\vec{O'F'}$ opisujące prędkości pól trójkątnych DJA i EFC będą równoległe odpowiednio do ścianki matrycy AD i trzpienia EC .

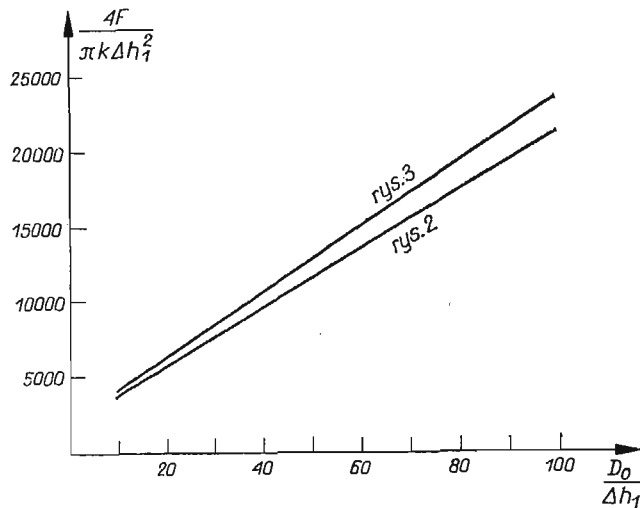


Rys. 4

Posługując się siatką linii poślizgu i odpowiadającym jej hodografem (rys. 3 i 3a), na rys. 4 przedstawiono w skali wektory prędkości w polu odkształcenia plastycznego. Wzdłuż zarysowujących się linii prądu płynięcia widoczne jest zwiększenie modułów wektorów prędkości. Z faktu tego możemy wnioskować o spełnieniu w całym obszarze odkształcenia warunku dodatniości dysypacji mocy. Analogiczny wniosek wypływa z rozwiązania przedstawionego na rys. 2 i 2a. Odpowiedni rysunek pominięto z uwagi na nie duże różnice w rozkładach pól prędkości dla obydwu rozwiązań.

Wstępnie sparametryzowane wielkości nacisków na krawędziach AD i CE dla uzyskanych siatek linii poślizgu można ustalić w oparciu o warunek brzegowy. Z równowagi bowiem sztywnej i zarazem swobodnej części materiału wynika, że wypadkowa naprężeń po prawej stronie linii ABC jest równa zero. Warunek ten łącznie ze związkami wzdłuż charakterystyk pozwala określić wartość średniego ciśnienia w dowolnym punkcie pola linii poślizgu. Wyczerpujące informacje związane ze sposobem formułowania związków analitycznych zamieszczono w książkach [1, 2, 5].

Wielkość siły naciskającej F powodującej proces płynięcia plastycznego można wyznaczyć na dwóch drogach: poprzez zrównoważenie naprężeń wzdłuż charakterystyk DB i BE lub obliczenie wartości składowej poziomej nacisku, jaki materiał wywiera na powierzchnię roboczą matrycy AD i trzpienia CE .



Rys. 5

Na rys. 5 przedstawiono szczególny przypadek zależności siły wyciskania od położenia obszaru plastycznego względem osi symetrii przyjmując $h_1 = 12$ mm i $\Delta h_1 = 2,5$ mm.

Na osi pionowej wykresu odłożono bezwymiarową wielkość siły $\frac{4F}{\pi k \Delta h_1^2}$ (k stanowi granicę plastyczności materiału na ścianie), natomiast oś poziomą związano z wartością średnicy wewnętrznej rury przed procesem wyciskania $D_0/\Delta h_1$. Z wykresu wynika, że bliższe ścisłego będzie rozwiązanie przedstawione na rys. 2 (oznaczenia linii przyporządkowano odpowiadającym im rozwiązaniom). Oczywiście należy pamiętać, że stosownie do uwag zawartych we wstępie wartość siły uzyskana w oparciu o teorię płaskiego stanu odkształcenia będzie niższa niż wynikałoby to z rozwiązania osiowo-symetrycznego. Można jednak przyjąć, że w miarę oddalania się obszaru plastycznego od osi symetrii (na rys. 5 wraz ze wzrostem odciętej $D_0/\Delta h_1$) różnica ta będzie malała do zera. Dolnego zakresu $D_0/\Delta h_1$, dla którego rozwiązanie przy zastosowaniu teorii płaskiego stanu odkształcenia ma sens, nie ustalono.

3. Uwagi końcowe

Duże znaczenie praktyczne procesu wyciskania związane jest ze szczególnymi jego wartościami techniczno-ekonomicznymi. Rury bowiem otrzymane na drodze wyciskania charakteryzują się polepszoną strukturą wewnętrzną, dużą dokładnością oraz dobrą jakością powierzchni. Wytwarzanie ich związane jest również ze znaczną oszczędnością materiałową. Możliwość rozszerzenia zastosowań procesu wyciskania wymaga opracowania

metod obliczeń wielkości siły, która stanowi niezbędną informację dla projektanta odpowiednich urządzeń. Przedstawione rozwiązanie z niesymetrycznym obszarem plastycznym może stanowić jeden z ogólniejszych przypadków procesu wyciskania w warunkach osiowo-symetrycznych.

Literatura cytowana w tekście

1. E. G. THOMSEN, C. T. YANG, S. KOBAYASHI, *Mechanics of plastic deformation in metal processing*, Mc-Millan Co, 1965.
2. W. SZCZEPIŃSKI, *Wstęp do analizy procesów obróbki plastycznej*, PWN, Warszawa 1967, 193-199.
3. J. BIAŁKIEWICZ, W. SZCZEPIŃSKI, *O mechanice kucia w matrycy*, Mech. Teoret. Stos., 2, 9 (1971).
4. R. HILL and S. J. TUPPER, *A new theory of plastic deformation in wire-drawing*, J. Iron and Steel Inst., 159, 1948.
5. R. HILL, *The mathematical theory of plasticity*, Oxford 1950.

Резюме

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА ВЫДАВЛИВАНИЯ ТРУБЫ

В работе представлено решение для процесса выдавливания трубы с несимметричной пластической областью полученное на основе теории плоского деформированного состояния. В результате графического анализа получены два различных кинематически допустимых решения. Для каждого из них построен годограф. Представлено также распределение векторов скоростей в области пластической деформации.

Summary

THEORETICAL ANALYSIS OF THE PIPE EXTRUSION PROCESS

Solution of the extrusion process of a tube characterized by unsymmetrical plastic region is considered under plane strain conditions. As a result of graphical analysis, two different kinematically admissible solutions are obtained together with the corresponding hodographs. The distribution of velocity vectors in the field of plastic deformation is also found.

POLITECHNIKA KRAKOWSKA

Praca została złożona w Redakcji dnia 14 października 1974 r.
