

## DYNAMIKA LINY ODWIJAJĄCEJ SIĘ Z RUCHOMEGO OBIEKTU LATAJĄCEGO

TADEUSZ KUŹMICEWICZ (ZIELONKA)

### 1. Wstęp

Problem liny rozpatrywany był w szeregu prac związanych ze statecznością holowanych balonów i szybowców [1, 11, 14], holowanych urządzeń nie posiadających siły nośnej [6] oraz spadochronów (hamulców aerodynamicznych) pracujących w prędkościach naddźwiękowych [10].

Prace [8, 12] obejmują stateczność układu obiekt holujący–lina–obiekt holowany.

W pracach tych w stateczności obiektu uwzględniano wpływ liny jako pewne dodatkowe siły [1] lub siły i momenty [11, 12, 14] w punkcie przymocowania jej do obiektu w postaci tzw. pochodnych liniowych. Pochodne liniowe wyprowadzane były przy założeniu, że lina znajduje się w położeniu chwilowej równowagi w odniesieniu do jej warunków brzegowych. Konfigurację liny i jej naciąg przyjęto w pracy [1] jako funkcje położenia, a w pracach [11, 12, 14] jako funkcje położenia i prędkości obiektu.

W pracach [2, 3, 7, 8, 9] rozważano głównie dynamikę liny holowniczej. Równania ruchu obiektu holującego i holowanego służyły do określenia warunków brzegowych. Prace [8, 9] prowadzono przy następujących założeniach upraszczających:

- krzywizna liny jest mała,
- stały naciąg wzdłuż długości liny,
- lina nierozciągliwa.

W wyniku prac [8, 9] określono warunki stabilności podłużnej i poprzecznej układu holowniczego. W pracach [2, 3, 7] wyprowadzono równania giętkiej liny obciążonej siłami aerodynamicznymi. Dla badania dynamiki liny rozwinięto dwie metody aproksymacyjne przybliżonych rozwiązań: metodę średnich wartości i metodę momentu kąтового. Określono kształt przewodu w stanie równowagi oraz częstości własne dla ruchów podłużnych i poprzecznych układu. Prezentowane metody przybliżonego rozwiązania są słuszne dla lin o małych krzywiznach. Pierwszym przybliżeniem rozwiązania jest linia prosta o średniej wartości nachylenia.

W niniejszej pracy rozpatrzono dynamikę wiotkiej, nierozciągliwej liny obciążonej siłami aerodynamicznymi odwijającej się ze szpuli umieszczonej na latającym obiekcie. Szpula jest umieszczona tak, że jej oś podłużna pokrywa się z osią podłużną latającego obiektu.

W rozpatrywanym przypadku lina wykonuje ruch obiegowy z dużą prędkością kątową wokół osi podłużnej szpuli oraz ulega skręcaniu wokół osi własnej. Tak odwijająca się lina ma względem powietrza znaczną prędkość poprzeczną i równą zeru prędkość styczną. Ze

względu na to, że współczynnik oporu normalnego liny jest 30 razy większy od współczynnika oporu stycznego obciążenia aerodynamiczne odwijającej się liny są większe niż w omówionych powyżej pracach.

Rozpatrywany sposób odwijania liny ma miejsce przy przerzucaniu lin (przewodów łączności, lin ratowniczych) przez przeszkody terenowe uniemożliwiające lub utrudniające ciągnięcie.

Wyprowadzone poniżej równania ruchu liny są uogólnieniem równań otrzymanych w pracach [3, 7]. Złożone warunki brzegowe odwijającej się liny, duża prędkość skręcania oraz występowanie dużych krzywizn liny uniemożliwiły zastosowanie metod aproksymacyjnych użytych w pracach [3, 7] do rozwiązania otrzymanego układu równań.

W omawianym sposobie rozwijania liny największy naciąg spodziewany jest na niewielkiej długości za obiektem.

Założenie to pozwoliło na sprowadzenie układu równań różniczkowych nieliniowych typu hiperbolicznego o dwu zmiennych niezależnych do układu równań różniczkowych nieliniowych zwyczajnych. Otrzymany układ równań badano na długości liny równej długości zwoju szpuli dla różnych warunków początkowych końca liny określonych przez parametry latającego obiektu oraz dla różnych wymiarów szpuli.

#### Oznaczenia

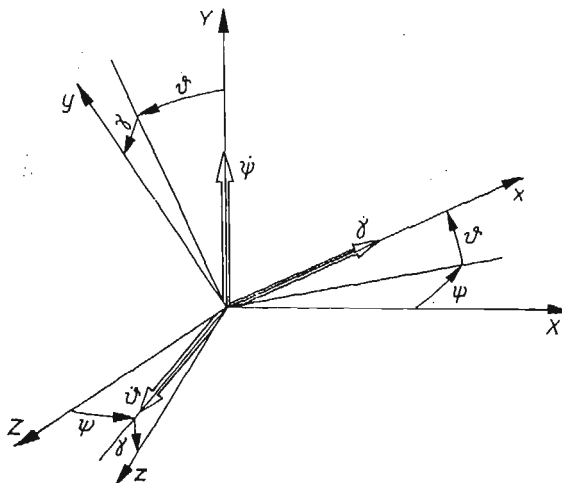
$x, y, z$ [m]	składowe położenia liny w układzie współrzędnych związanych z liną,
$V_x, V_y, V_z$ [m/s]	składowe prędkości liny w układzie współrzędnych związanym z liną,
$\omega_x, \omega_y, \omega_z$ [1/s]	składowe prędkości kątowej liny w układzie współrzędnych związanym z liną,
$\theta$ [rad]	kąt pochylenia liny,
$\psi$ [rad]	kąt odchylenia liny,
$\gamma$ [rad]	kąt przechylenia liny,
$C_t, C_n$	współczynniki aerodynamiczne siły stycznej i normalnej do liny określone w stosunku do jej średnicy i długości jednostkowej,
$R$ [kG]	siła aerodynamiczna,
$T$ [kG]	naciąg liny,
$d$ [m]	średnica liny,
$l$ [m]	długość liny,
$m$ [kGs <sup>2</sup> /m]	masa liny na jednostkę długości,
$\rho$ [kGs <sup>2</sup> /m <sup>3</sup> ]	gęstość powietrza,
$g$ [m/s <sup>2</sup> ]	przyspieszenie ziemskie,
$C$ [1/m]	stała zależna od promienia szpuli,
$r$ [m]	promień szpuli,
$V_o$ [m/s]	prędkość obiektu,
$w$	wektor położenia punktu liny.

## 2. Kinematyka liny

Prędkość i przyspieszenie punktu na lince w przestrzeni trójwymiarowej zmieniają się zarówno co do wielkości, jak i kierunku.

Lina umownie zostanie podzielona na elementy o długości  $dl$ , a położenie poszczególnych punktów liny rozpatrywane będzie wzdłuż liny.

Dla uproszczenia zapisu równań ruchu liny przyjęto układ współrzędnych związany z liną oznaczony jako  $O_{xyz}$ . Jako układ odniesienia przyjęty został układ współrzędnych związany z ziemią  $O_{XYZ}$ . Położenie układu  $O_{xyz}$  względem układu odniesienia  $O_{XYZ}$  określają trzy kąty oznaczone jako  $\vartheta$ ,  $\psi$ ,  $\gamma$  (rys. 1).



Rys. 1. Położenie układu współrzędnych związanego z liną

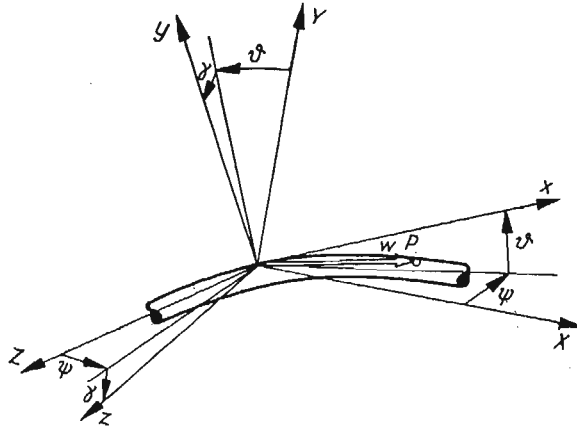
Układ  $O_{xyz}$  został przyjęty tak, że oś  $O_x$  jest zawsze styczna do liny i jest dodatnia w kierunku rozwijania się liny ze szpuli. Oś  $O_y$  jest prostopadła do stycznej i leży w płaszczyźnie, w której prędkość liny  $V$  obraca się w danej chwili. Ten kierunek określa się jako normalny, a wspólnie ze styczną tworzy tzw. płaszczyznę styczną. Oś  $O_z$  jest prostopadła do płaszczyzny stycznej i określa kierunek binormalny.

Przejście z układu  $O_{xyz}$  do układu odniesienia  $O_{XYZ}$  określają cosinusy kierunkowe według tablicy 1.

Tablica 1

	$x$	$y$	$z$
$X$	$\cos\vartheta\cos\psi$	$-\cos\psi\cos\gamma\sin\vartheta + \sin\psi\sin\gamma$	$\sin\psi\cos\gamma + \sin\vartheta\cos\psi\sin\gamma$
$Y$	$\sin\vartheta$	$\cos\vartheta\cos\gamma$	$-\cos\vartheta\sin\gamma$
$Z$	$-\cos\vartheta\sin\psi$	$\sin\psi\sin\gamma + \sin\vartheta\sin\psi\sin\gamma$	$\cos\psi\cos\gamma + \sin\vartheta\sin\psi\sin\gamma$

Położenie punktu  $P$  liny w układzie  $O_{xyz}$  określa wektor, który może zmieniać się co do wielkości, jak i kierunku. Przesunięcie punktu  $P$  wzdłuż liny określa się odległością  $l$ .



Rys. 2. Położenie punktu na linii

Położenie punktu  $P$  liny w układzie  $O_{xyz}$  można zapisać jako

$$(1) \quad \bar{w} = x\bar{i} + y\bar{j} + z\bar{k}.$$

Odwijająca się lina ma względem układu odniesienia prędkość kątową  $\bar{\omega}$ :

$$(2) \quad \bar{\omega} = \omega_x\bar{i} + \omega_y\bar{j} + \omega_z\bar{k}.$$

Różniczkując (1) otrzymujemy prędkość punktu  $P$  na linii

$$\frac{d\bar{w}}{dt} = \frac{\delta\bar{w}}{\delta t} + \bar{\omega} \times \bar{w}$$

lub

$$(3) \quad \frac{d\bar{w}}{dt} = \left( \frac{dx}{dt} + \bar{\omega}_y z - \omega_z y \right) \bar{i} + \left( \frac{dy}{dt} + \omega_z x - \omega_x z \right) \bar{j} + \left( \frac{dz}{dt} + \omega_x y - \omega_y x \right) \bar{k}.$$

Wprowadzając do (3) oznaczenia

$$\frac{dx}{dt} + \omega_y z - \omega_z y = V_x,$$

$$\frac{dy}{dt} + \omega_z x - \omega_x z = V_y,$$

$$\frac{dz}{dt} + \omega_x y - \omega_y x = V_z$$

i różniczkując (3), otrzymujemy przyspieszenie punktu  $P$  liny

$$(4) \quad \frac{d^2\bar{w}}{dt^2} = \left( \frac{dV_x}{dt} + \omega_y V_z - \omega_z V_y \right) \bar{i} + \left( \frac{dV_y}{dt} + \omega_z V_x - \omega_x V_z \right) \bar{j} + \left( \frac{dV_z}{dt} + \omega_x V_y - \omega_y V_x \right) \bar{k}.$$

W czasie rozwijania lina obraca się względem układu odniesienia o kąty  $\vartheta$ ,  $\psi$ ,  $\gamma$ . Prędkości zmian tych kątów są odpowiednio równe  $\dot{\vartheta}$ ,  $\dot{\psi}$ ,  $\dot{\gamma}$ . Rzutując składowe  $\dot{\vartheta}$ ,  $\dot{\psi}$ ,  $\dot{\gamma}$  prędkości kątowej punktu  $P$  liny na osie układu  $O_{xyz}$  otrzymujemy

$$(5) \quad \begin{aligned} \omega_x &= \dot{\gamma} + \dot{\psi} \sin \vartheta, \\ \omega_y &= \dot{\psi} \cos \vartheta \cos \gamma + \dot{\vartheta} \sin \gamma, \\ \omega_z &= \dot{\vartheta} \cos \gamma - \dot{\psi} \cos \vartheta \sin \gamma. \end{aligned}$$

Podstawiając (5) do (3) i (4) otrzymujemy ostatecznie prędkość i przyspieszenie punktu na linii

$$(6) \quad \frac{d\bar{w}}{dt} = [\dot{x} + z(\dot{\psi} \cos \vartheta \cos \gamma + \dot{\vartheta} \sin \gamma) - y(\dot{\vartheta} \cos \gamma - \dot{\psi} \cos \vartheta \sin \gamma)] \bar{i} + \\ + [\dot{y} + x(\dot{\vartheta} \cos \gamma - \dot{\psi} \cos \vartheta \sin \gamma) - z(\dot{\gamma} + \dot{\psi} \sin \vartheta)] \bar{j} + \\ + [\dot{z} + y(\dot{\gamma} + \dot{\psi} \sin \vartheta) - x(\dot{\psi} \cos \vartheta \cos \gamma + \dot{\vartheta} \sin \gamma)] \bar{k},$$

$$(7) \quad \frac{d^2\bar{w}}{dt^2} = [\dot{V}_x + V_z(\dot{\psi} \cos \vartheta \cos \gamma + \dot{\vartheta} \sin \gamma) - V_y(\dot{\vartheta} \cos \gamma - \dot{\psi} \cos \vartheta \sin \gamma)] \bar{i} + \\ + [\dot{V}_y + V_x(\dot{\vartheta} \cos \gamma - \dot{\psi} \cos \vartheta \sin \gamma) - V_z(\dot{\gamma} + \dot{\psi} \sin \vartheta)] \bar{j} + \\ + [\dot{V}_z + V_y(\dot{\gamma} + \dot{\psi} \sin \vartheta) - V_x(\dot{\psi} \cos \vartheta \cos \gamma + \dot{\vartheta} \sin \gamma)] \bar{k}.$$

### 3. Równania ruchu liny

Przy wyprowadzaniu równań ruchu przyjęto następujące założenia upraszczające dotyczące liny:

- jednorodna wzdłuż całej długości,
- przekrój kołowy,
- doskonale giętka,
- nierozciągliwa.

Na element liny o długości  $dl$  działają następujące siły: naciąg liny, siła aerodynamiczna, ciężar liny oraz siła bezwładności. Równanie ruchu elementu liny w postaci wektorowej można zapisać jako

$$(8) \quad m\ddot{\bar{w}} = \bar{F},$$

gdzie  $m$  — masa liny na jednostkę długości,

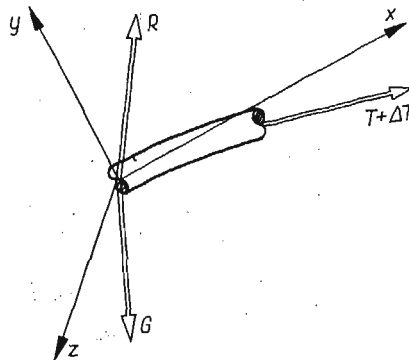
$$\bar{F} = \bar{R} + \bar{G} + \bar{T},$$

$R$  — siła aerodynamiczna,

$G$  — siła ciężkości,

$T$  — naciąg liny.

Poniżej zostaną kolejno rozpatrzone siły działające na linę.



Rys. 3. Siły działające na element liny

**3.1. Siła aerodynamiczna.** Siłę aerodynamiczną  $R$  w układzie  $O_{xyz}$  można zapisać jako

$$\bar{R} = R_x \cdot \bar{i} + R_y \cdot \bar{j} + R_z \cdot \bar{k}.$$

Stosując współczynniki aerodynamiczne siły normalnej  $C_n$  i siły stycznej  $C_t$ , określone w stosunku do średnicy liny i długości jednostkowej, wprowadzone w pracy [11] składowe normalna i styczna siły aerodynamicznej elementu  $dl$  liny mają postać

$$(9) \quad \begin{aligned} R_n &= \frac{1}{2} \rho d dl (V_y^2 + V_z^2) C_n, \\ R_t &= \frac{1}{2} \rho d dl V_x^2 C_t. \end{aligned}$$

Rzutuując (9) na osie układu  $O_{xyz}$  otrzymamy

$$(10) \quad \begin{aligned} R_x &= \frac{1}{2} \rho d dl V_x^2 C_t, \\ R_y &= \frac{1}{2} \rho d dl (V_y^2 + V_z^2) C_n \cos \delta, \\ R_z &= \frac{1}{2} \rho d dl (V_y^2 + V_z^2) C_n \sin \delta, \end{aligned}$$

gdzie  $\delta$  oznacza kąt, jaki tworzy wypadkowa prędkość normalna liny z osią  $O_y$

$$\cos \delta = \frac{V_y}{\sqrt{V_y^2 + V_z^2}}; \quad \sin \delta = \frac{V_z}{\sqrt{V_y^2 + V_z^2}}.$$

Podstawiając powyższe do (10) otrzymujemy zależności na składowe siły aerodynamicznej

$$(11) \quad \begin{aligned} R_x &= \frac{1}{2} \rho d dl V_x^2 C_t, \\ R_y &= \frac{1}{2} \rho d dl V_y \sqrt{V_y^2 + V_z^2} C_n, \\ R_z &= \frac{1}{2} \rho d dl V_z \sqrt{V_y^2 + V_z^2} C_n. \end{aligned}$$

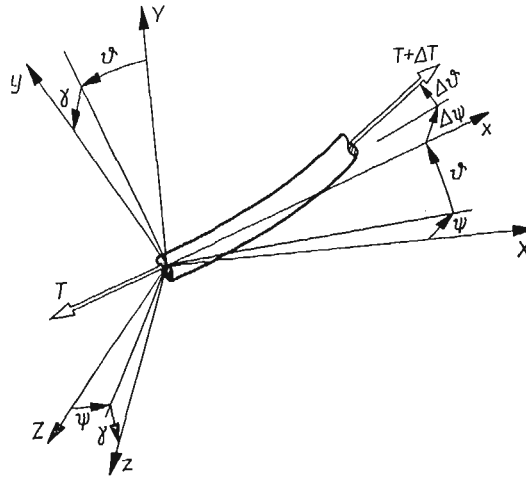
**3.2. Naciąg liny.** Naciąg liny  $T$  w układzie  $O_{xyz}$  ma postać

$$\bar{T} = T_x \bar{i} + T_y \bar{j} + T_z \bar{k}.$$

Przyrost naciągu liny o długości  $dl$  jest wynikiem obrotu elementu o kąty  $d\vartheta$  i  $d\varphi$ .

Suma rzutów naciągu elementu  $dl$  na osie układu współrzędnych  $O_{xyz}$  wynosi

$$\begin{aligned} T_x &= -T + (T + dT) \cos d\vartheta \cos d\varphi, \\ T_y &= (T + dT) \sin d\vartheta \cos d\varphi, \\ T_z &= -(T + dT) \sin d\varphi \cos(\vartheta + d\vartheta) \cos \gamma. \end{aligned}$$



Rys. 4. Naciąg elementu liny

Zakładając, że

$$\begin{aligned} \cos d\psi &\approx \cos d\vartheta \approx 1, \\ \sin d\psi &\approx d\psi, \\ \sin d\vartheta &\approx d\vartheta \end{aligned}$$

oraz pomijając małe wyższego rzędu otrzymujemy

$$(12) \quad \begin{aligned} T_x &= dT, \\ T_y &= Td\vartheta, \\ T_z &= -Td\psi \cos\vartheta \cos\gamma. \end{aligned}$$

3.3. Siła ciężkości. Siłę ciężkości elementu liny  $dl$  w układzie  $O_{xyz}$  można zapisać

$$\bar{G} = G_x \bar{i} + G_y \bar{j} + G_z \bar{k}.$$

Rzutuując  $G$  na osie układu  $O_{xyz}$  otrzymujemy składowe

$$(13) \quad \begin{aligned} G_x &= -G \sin\vartheta, \\ G_y &= -G \cos\vartheta \cos\gamma, \\ G_z &= G \cos\vartheta \sin\gamma. \end{aligned}$$

3.4. Równania ruchu. Rozpisując równanie (8) na osie układu  $O_{xyz}$  i podstawiając (7), (11), (12), (13) — po przekształceniach otrzymujemy układ równań ruchu elementu liny

$$(14) \quad \frac{1}{g} \left[ \frac{\partial V_x}{\partial t} - V_y \left( \frac{\partial \vartheta}{\partial t} \cos\gamma - \frac{\partial \psi}{\partial t} \cos\vartheta \sin\gamma \right) + V_z \left( \frac{\partial \psi}{\partial t} \cos\vartheta \cos\gamma + \frac{\partial \vartheta}{\partial t} \sin\gamma \right) \right] = \frac{1}{mg} \frac{\partial T}{\partial l} - \sin\vartheta - \frac{\rho d}{2mg} V_x^2 C_t,$$

$$(15) \quad \frac{1}{g} \left[ V_x \left( \frac{\partial \vartheta}{\partial t} \cos\gamma - \frac{\partial \psi}{\partial t} \cos\vartheta \sin\gamma \right) + \frac{\partial V_y}{\partial t} - V_z \left( \frac{\partial \gamma}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial t} \sin\vartheta \right) \right] = \frac{1}{mg} T \frac{\partial \psi}{\partial l} - \cos\vartheta \cos\gamma - \frac{\rho d}{2mg} V_y \sqrt{V_y^2 + V_z^2} C_n,$$

$$(16) \quad \frac{1}{g} \left[ -V_x \left( \frac{\partial \psi}{\partial t} \cos \vartheta \cos \gamma + \frac{\partial \vartheta}{\partial t} \sin \gamma \right) + V_y \left( \frac{\partial \gamma}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial t} \sin \vartheta \right) + \frac{\partial V_z}{\partial t} \right] = \\ = \frac{1}{mg} T \frac{\partial \psi}{\partial t} \cos \vartheta \cos \gamma + \cos \vartheta \sin \gamma - \frac{\rho d}{2mg} V_z \sqrt{V_y^2 + V_z^2} C_n.$$

Układ równań różniczkowych cząstkowych typu hiperbolicznego opisujących ruch liny nie jest zamknięty; dodatkowe równania stanowią będą zależności kinematyczne.

3.5. Związki kinematyczne. Obrót końca elementu liny o kąty  $d\vartheta$  i  $d\psi$  powoduje przyrosty prędkości liniowych punktów na lince w kierunkach normalnym i binormalnym. Zależności te dają uzupełniające równania układu (14) ÷ (16)

$$(17) \quad \frac{\partial V_x}{\partial l} - V_y \frac{\partial \vartheta}{\partial l} + V_z \frac{\partial \psi}{\partial l} \cos \vartheta \cos \gamma = 0,$$

$$(18) \quad V_x \frac{\partial \vartheta}{\partial l} + \frac{\partial V_y}{\partial l} - V_z \frac{\partial \psi}{\partial l} \sin \vartheta \cos \gamma = \frac{\partial \vartheta}{\partial t} \cos \gamma,$$

$$(19) \quad -V_x \frac{\partial \psi}{\partial l} \cos \vartheta \cos \gamma + V_y \frac{\partial \psi}{\partial l} \sin \vartheta \cos \gamma + \frac{\partial V_z}{\partial l} = -\frac{\partial \psi}{\partial t} \cos \vartheta \cos \gamma,$$

$$(20) \quad \frac{\partial \gamma}{\partial l} = C.$$

Równania (14) ÷ (20) opisujące dynamikę liny są nieliniowymi równaniami różniczkowymi cząstkowymi pierwszego rzędu typu hiperbolicznego o dwu zmiennych niezależnych.

Wykorzystując zależność

$$(21) \quad \frac{dl}{dt} = V_0,$$

gdzie  $V_0$  — prędkość odwijania liny równa prędkości lotu obiektu, sprowadzono układ równań (14) ÷ (20) do układu równań różniczkowych zwyczajnych.

Po przekształceniach układ równań (14) ÷ (20) przyjmuje postać

$$(22) \quad \frac{dV_x}{dl} + (V_z \sin \gamma - V_y \cos \gamma) \frac{d\vartheta}{dl} + (V_z \cos \vartheta \cos \gamma + V_y \cos \vartheta \sin \gamma) \frac{d\psi}{dl} - \frac{1}{mV_0} \frac{dT}{dl} = \\ = -\frac{g}{V_0} \sin \vartheta - \frac{\rho d}{2mV_0} V_x^2 C_n,$$

$$(23) \quad \frac{dV_y}{dl} + \left( V_x \cos \gamma - \frac{T}{mV_0} \right) \frac{d\vartheta}{dl} - (V_x \cos \vartheta \sin \gamma + V_z \sin \vartheta) \frac{d\psi}{dl} - V_z \frac{d\gamma}{dl} = \\ = -\frac{g}{V_0} \cos \vartheta \cos \gamma - \frac{\rho d}{2mV_0} V_y \sqrt{V_y^2 + V_z^2} C_n,$$

$$(24) \quad \frac{dV_z}{dl} - V_x \sin \gamma \frac{d\vartheta}{dl} + \left( V_y \sin \vartheta - V_x \cos \vartheta \cos \gamma + \frac{T}{mV_0} \cos \vartheta \cos \gamma \right) \frac{d\psi}{dl} + \\ + V_y \frac{d\gamma}{dl} = \frac{g}{V_0} \cos \vartheta \sin \gamma - \frac{\rho d}{2mV_0} V_z \sqrt{V_y^2 + V_z^2} C_n,$$



$$(25) \quad \frac{dV_x}{dl} - V_y \frac{d\vartheta}{dl} + V_z \cos\vartheta \cos\gamma \frac{d\psi}{dl} = 0,$$

$$(26) \quad \frac{dV_y}{dl} + (V_x - V_0 \cos\gamma) \frac{d\vartheta}{dl} + V_z \sin\vartheta \cos\gamma \frac{d\psi}{dl} = 0,$$

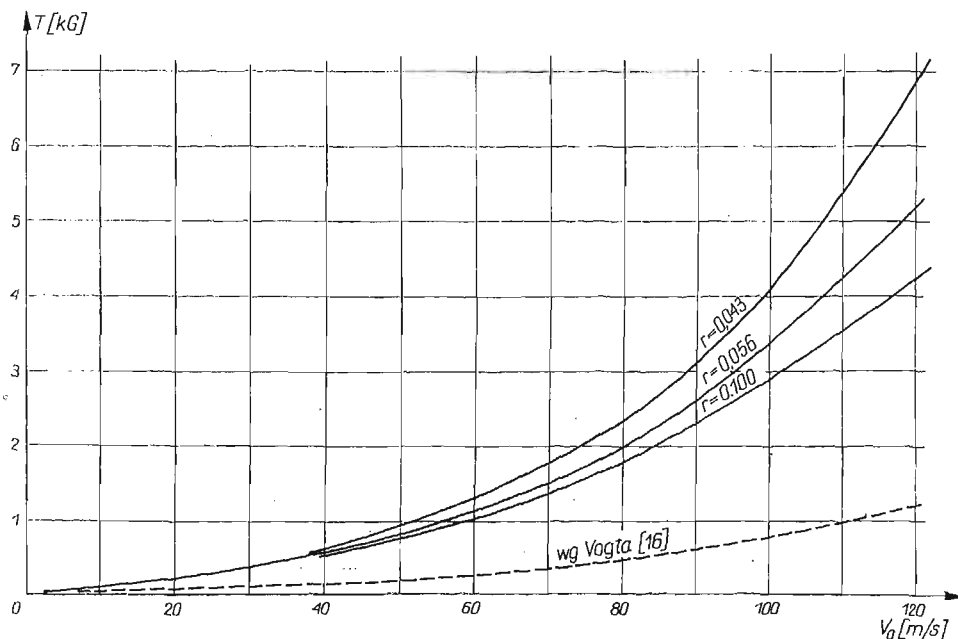
$$(27) \quad \frac{dV_z}{dl} + (V_y \sin\vartheta \cos\gamma - V_x \cos\vartheta \cos\gamma + V_0 \cos\vartheta \cos\gamma) \frac{d\psi}{dl} = 0,$$

$$(28) \quad \frac{d\gamma}{dl} = C.$$

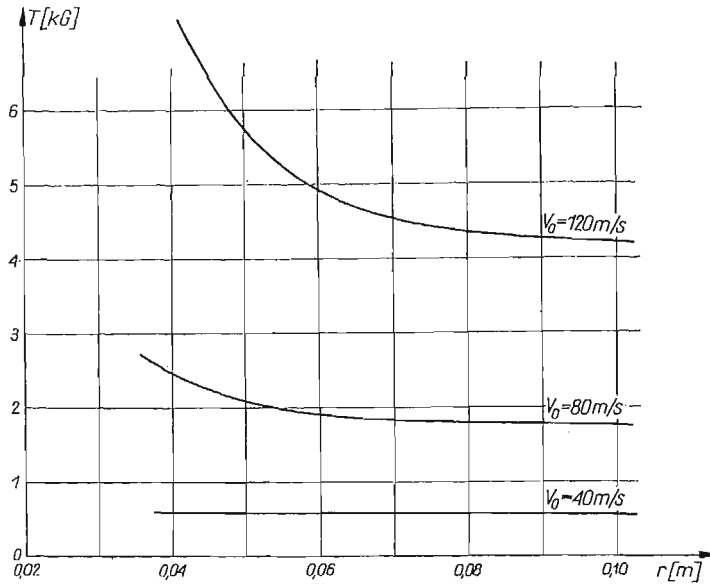
W czasie odwijania lina ma największą prędkość «obiegania» bezpośrednio za obiektem, w związku z tym największe obciążenia liny występują na początkowym odcinku. Dla zbadania wpływu dynamiki rozwijania na wielkość naciągu liny wystarczy badać przedstawiony układ równań różniczkowych zwyczajnych na niewielkiej długości liny za obiektem. Układ równań (22)÷(28) rozwiązano metodą numeryczną Runge-Kutta-Gila dostosowaną do języka FORTRAN.

#### 4. Przykład liczbowy i wnioski

Przykład liczbowy przeprowadzono dla wiotkiej liny o ciężarze jednostkowym  $G = 0,0005 \left[ \frac{\text{kG}}{\text{m}} \right]$  i średnicy  $d = 0,0005$  [m]. W obliczeniach zmieniano kolejno parametry początkowe kątego położenia liny na wyjściu z obiektu, prędkość obiektu oraz promień szpuli. Pozwoliło to na określenie wpływu tych parametrów na wielkość naciągu liny.



Rys. 5. Zmiana naciągu liny w funkcji prędkości obiektu

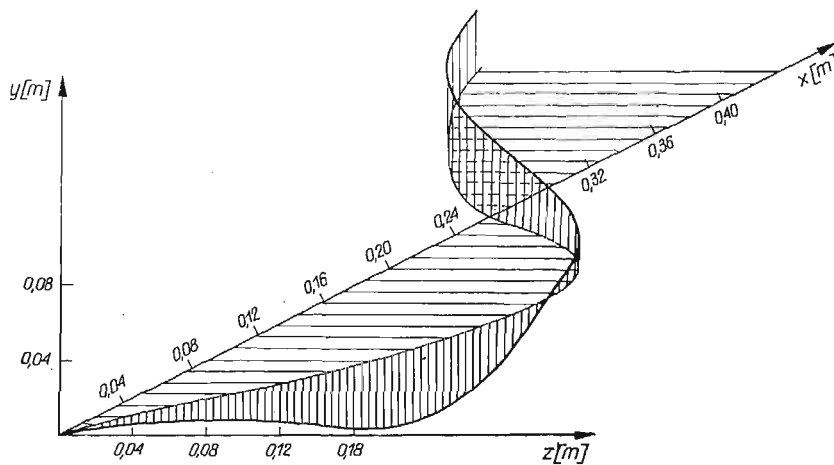


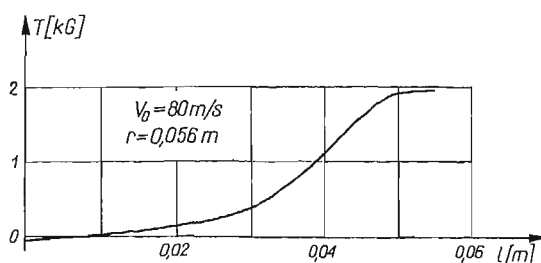
Rys. 6. Zmiana naciągu liny w funkcji promienia szpuli

Zależność naciągu liny w funkcji prędkości obiektu przedstawiono na rys. 5, a na rys. 6 wpływ promienia szpuli na wielkość naciągu.

Obliczenia wykazały, że:

- wielkość naciągu liny zależy silnie od prędkości obiektu (rys. 5) oraz promienia szpuli (rys. 6),
- początkowy naciąg liny wynikający z odklejania ze szpuli ma nieistotny wpływ na wielkość naciągu,

Rys. 7. Konfiguracja odwijanej liny z lecącego obiektu z prędkością  $V_0 = 80 \text{ m/s}$



Rys. 8. Zmiana naciągu wzdłuż długości liny

— maksymalna wartość naciągu występuje na długości liny równej około połowie zwoju (rys. 8); na dalszej części liny naciąg zmienia się nieznacznie.

Przykładową konfigurację liny odwijającej się z obiektu lecącego z prędkością  $V_0 = 80$   $[\text{m/s}]$  przedstawiono na rys. 7. Charakter konfiguracji jest zgodny z doświadczeniem. Otrzymane wyniki naciągu liny porównano z wynikami uzyskanymi przez VOGTA w pracy [16] (rys. 5).

#### Literatura cytowana w tekście

1. L. W. BRYANT, W. S. BROWN, N. E. SWEETING, *Collected researches on the stability of kites and towed gliders*, Reports and Memoranda, 2303 (1942).
2. T. C. CANNON, J. GENIN, *Dynamical behaviour of a materially damped flexible towed cable*, Aeronautical Quarterly, Vol. XXIII, May 1972.
3. T. C. CANNON, J. GENIN, *Three-dimensional dynamical behaviour of flexible towed cable*, Aeronautical Quarterly, Vol. XXIII, August 1972.
4. R. GUTOWSKI, *Mechanika analityczna*, PWN, Warszawa 1971.
5. R. GUTOWSKI, *Równania różniczkowe zwyczajne*, WNT, Warszawa 1971.
6. H. R. HOPKIN, *An approximate treatment of the stability of towed unbanked object in a condition of zero lift*, Reports and Memoranda, 3675 (1969).
7. R. R. HUFFMAN, J. GENIN, *The dynamical behaviour of flexible cable in uniform flow field*, Aeronautical Quarterly, Vol. XXII, May 1971.
8. J. D. DE-LAURIER, *A stability analysis of cable-body systems totally immersed in a fluid stream*, Report NASA, CR-2021, April 1972.
9. J. D. DE-LAURIER, *A stability analysis for tethered aerodynamically shaped ballons*, Journal of Aircraft, 9, 9 (1972).
10. R. H. MAC NEAL, *Flutter of towed rigid decelerators*, Report NASA, CR-766, 1967.
11. J. MARYNIAK, *Uproszczona analiza stateczności podłużnej szybowca w locie holowanym*, Mech. Teoret. i Stos. 1 (1967).
12. J. MARYNIAK, *Stateczność dynamiczna podłużna w zespole holowniczym*, Mech. Teoret. i Stos., 3 (1967).
13. J. MARYNIAK, *Konfiguracja liny holowniczej szybowca z uwzględnieniem sił aerodynamicznych*, Technika Lotnicza i Astronautyczna, 6 (1967).
14. J. MARYNIAK, *Uproszczona analiza stateczności bocznej szybowca holowanego na linie*, Mech. Teoret. i Stos., 1 (1969).
15. *Nowoczesne metody numeryczne*, Opracowane przez National Physical Laboratory Teddington. Middlesex, PWN, Warszawa 1965.
16. R. VOGT, *Dynamika naprowadzania raketowych pocisków przeciwpancernych kierowanych przewodowo*, Praca doktorska, Politechnika Warszawska, 1971.

## Р е з ю м е

## ДИНАМИКА ТРОСА РАЗМАТЫВАЮЩЕГОСЯ ИЗ ПОДВИЖНОГО ОБЪЕКТА

В работе рассмотрена динамика троса разматывающегося из катушки находящейся на подвижном объекте. Ось катушки параллельна оси объекта. Динамика троса описана с помощью нелинейных дифференциальных уравнений гиперболического типа в частных производных. Полученная система уравнений приведена к системе обыкновенных дифференциальных уравнений. Прделаны численные расчеты для различных скоростей объекта и радиусов катушки. В результате расчетов получена зависимость максимального натяжения троса от кинематических и геометрических параметров объекта.

## S u m m a r y

## DYNAMICS OF A CABLE WINDING OFF FROM A MOVING FLYING OBJECT

In the paper is considered the dynamics of a cable winding off from a reel placed on a flying object. The longitudinal axis of the reel is parallel to the longitudinal axis of the object. The cable dynamics is described by hyperbolic-type non-linear partial differential equations. The set of equations obtained is reduced to ordinary differential equations, and numerical calculations are done for various velocities of the flying object and various reel radii. As a result of the calculations, the maximum tension of the cable is expressed in terms of the kinematic and geometric parameters of the object.

WOJSKOWY INSTYTUT TECHNICZNY UZBROJENIA

*Praca została złożona w Redakcji dnia 8 maja 1974 r.*

---