

STATECZNOŚĆ BOCZNA SAMOŁOTU I DRGANIA LOTEK Z UWZGLĘDNIENIEM
ODKSZTAŁCALNOŚCI GIĘTNEJ SKRZYDEŁ I SPRĘŻYSTOŚCI UKŁADU STEROWANIA

JERZY MARYNIAK, MARIA ZŁOCKA (WARSZAWA)

1. Wstęp

W pracy zbadano wpływ sztywności i tłumienia w układzie sterowania lotkami przy uwzględnieniu odkształcalności giętej skrzydeł na stateczność boczna samolotu oraz drgania lotek. Samolot traktowano jako układ mechaniczny sztywny z odkształcalnymi giętnie skrzydłami i ruchomymi lotkami.

Równania ruchu wyprowadzono w quasi-współrzędnych stosując równania Boltzmanna-Hamela [4] dla układów mechanicznych o więzach holonomicznych w układzie współrzędnych związanych z samolotem.

W pracy przyjęto założenie, że siły i momenty aerodynamiczne nie mają wpływu na postacie i częstości drgań własnych skrzydeł. Założenie to pozwoliło na osobne rozpatrywanie każdej postaci własnej drgań skrzydeł. Skrzydła stanowiące układ ciągły o nieskończonej liczbie stopni swobody zastąpiono ściśle określoną liczbą stopni odpowiadającą ilości przyjętych postaci. Postacie i częstości drgań własnych określono doświadczalnie na drodze badań rezonansowych [6, 8].

Linearyzację równań ruchu przeprowadzono na podstawie teorii małych zaburzeń [1, 2, 3, 7, 20]. Przyjęto, że ruchy antysymetryczne samolotu powodują wyłącznie zmiany antysymetrycznych sił i momentów aerodynamicznych, natomiast symetryczne — zmiany symetrycznych obciążeń aerodynamicznych. Powyższe założenia pozwoliły na rozprzęgnięcie układu równań [1, 2, 3, 20], opisujących dowolny ruch samolotu, na dwa układy: układ równań ruchów symetrycznych [8, 9, 13] stateczności podłużnej i układ równań ruchów antysymetrycznych stateczności bocznej [14].

Uwzględniono pięć stopni swobody, w tym trzy stopnie swobody samolotu sztywnego: przechylenie φ , odchylenie ψ , prędkość przemieszczeń bocznych v oraz antysymetryczne odkształcenia giętne skrzydeł ζ i sprężyste wychylenie lotek β [14].

Po linearyzacji układu równań rozwiązanie sprowadzono do wyznaczenia wektorów własnych i odpowiadających im wartości własnych macierzy stanu. Przykładowe obliczenia numeryczne przeprowadzono dla samolotu klasy «Wilga» według własnych programów w Zakładzie Obliczeń Numerycznych Uniwersytetu Warszawskiego.

W dostępnej literaturze, dotyczącej dynamiki obiektów ruchomych, nie spotkano się z wyprowadzeniem równań ruchu przez zastosowanie równań Boltzmanna-Hamela dla układów o więzach holonomicznych. Właśnie zastosowanie równań Boltzmanna-Hamela [4] do wyprowadzenia równań ruchu obiektów ruchomych w układzie współrzęd-

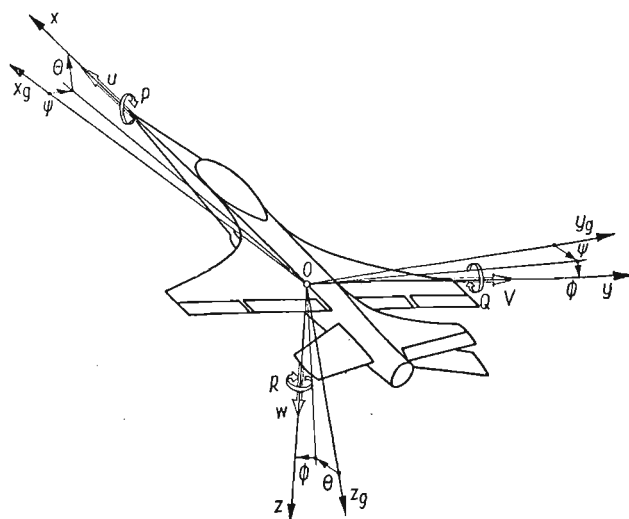
nych związanych z tym obiektem umożliwia w stosunkowo prosty sposób względnie stopni swobody wynikających z odkształcalności ciała, jak i względnych ruchów elementów rozpatrywanego obiektu [9, 13, 14].

Równania Boltzmann-Hamela są uogólnionymi równaniami Lagrange'a II rodzaju wyrażonymi w quasi-współrzędnych i quasi-prędkościach. Quasi-prędkości są liniowymi związkami prędkości uogólnionych, których współczynniki zależne są od współrzędnych uogólnionych [4, 19], przy czym mogą zawierać również wyrazy wolne, jak i jawnie zależne od czasu [19]. W rozważanym przypadku takimi quasi-prędkościami są kinematyczne parametry ruchu określone w układzie centralnych osi odniesienia, sztywno związanych z samolotem. Wspomniane wyżej parametry kinematyczne, to prędkości kątowe samolotu P, Q, R oraz prędkości liniowe jego środka masy U, V, W [1, 2, 3, 4, 9, 13, 14, 19 i 20].

Wyprowadzone w trzecim rozdziale niniejszej pracy równania ruchu są uniwersalne i można je bezpośrednio zastosować do opisu ruchu dowolnych odkształcalnych obiektów ruchomych w przyjętym układzie odniesienia.

2. Przyjęty układ odniesienia

Do opisu dynamiki samolotu niezbędne są trzy układy odniesienia: układ grawitacyjny ściśle związany z Ziemią $Ox_1y_1z_1$, układ prędkościowy związany z przepływem $Ox_a y_a z_a$ oraz związany sztywno z samolotem $Oxyz$.



Rys. 1. Przyjęty układ odniesienia $Oxyz$ związany z samolotem oraz wprowadzone prędkości liniowe i kątowe

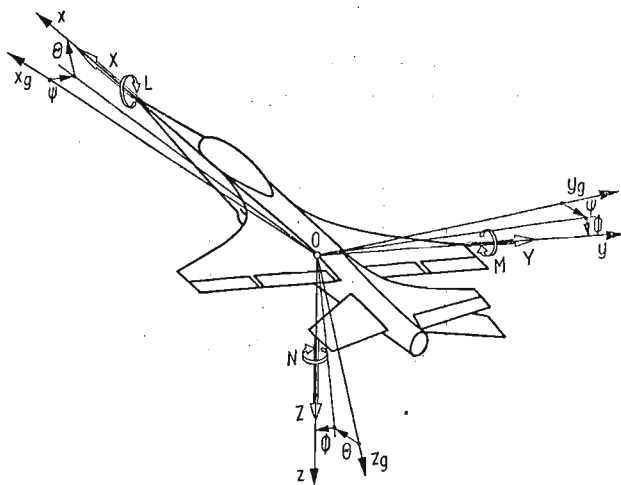
Chwilowe położenie samolotu jako ciała sztywnego określono przez położenie środka masy obiektu $\bar{r}_1(x_1, y_1, z_1)$, mierzone względem nieruchomego układu współrzędnych $Ox_1y_1z_1$ związanego z Ziemią oraz kątów obrotu samolotu Ψ, Θ, Φ .

Kąty obrotu określają jednoznacznie położenie układu współrzędnych ściśle związanego z samolotem $Oxyz$ względem grawitacyjnego układu współrzędnych $Ox_g y_g z_g$ równoległego do nieruchomego układu $Ox_1 y_1 z_1$ (rys. 1).

Przyjęte kąty obrotu są kątami quasi-eulerowskimi, zwanymi również samolotowymi [1, 2, 19].

Nazwy tych kątów są następujące: Φ — kąt przechylenia, Θ — kąt pochylenia, Ψ — kąt odchylenia.

Ruch samolotu został opisany w centralnym układzie $Oxyz$ sztywno związanym z samolotem, o osiach skierowanych, jak na rys. 1 i rys. 2.



Rys. 2. Przyjęte składowe sił i momentów w układzie odniesienia $Oxyz$ związanym z samolotem

Składowe wektorów chwilowych prędkości liniowej \bar{V}_c i kątowej $\bar{\Omega}$ w przyjętym układzie współrzędnych (rys. 1) są następujące:

— wektor prędkości liniowej \bar{V}_c

$$(1) \quad \bar{V}_c = U\bar{i} + V\bar{j} + W\bar{k},$$

gdzie U oznacza prędkość podłużną, V — prędkość boczną, W — prędkość przemieszczeń pionowych,

— wektor chwilowej prędkości kątowej $\bar{\Omega}$

$$(2) \quad \bar{\Omega} = P\bar{i} + Q\bar{j} + R\bar{k},$$

przy czym P jest kątową prędkością przechylenia, Q — kątową prędkością pochylenia, R — kątową prędkością odchylenia.

Wektory sił zewnętrznych i momentów sił zewnętrznych działających na samolot mają postać (rys. 2):

— wektor sił zewnętrznych \bar{F}

$$(3) \quad \bar{F} = X\bar{i} + Y\bar{j} + Z\bar{k},$$

gdzie X oznacza siłę podłużną, Y — siłę boczną, Z — siłę pionową,

— wektor momentu głównego \overline{M}

$$(4) \quad \overline{M} = Li + Mj + Nk,$$

przy czym L jest momentem przechylającym, M — momentem pochyłającym, N — momentem odchyłającym.

Prędkości kątowe P, Q, R są liniowymi związkami prędkości uogólnionych $\dot{\Phi}, \dot{\Theta}$ i $\dot{\Psi}$ o współczynnikach zależnych od współrzędnych uogólnionych Φ, Θ i Ψ i wyrażają się w następującej postaci:

$$(5) \quad \begin{bmatrix} P \\ Q \\ R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \Theta \\ 0 & \cos \Phi & \sin \Phi \cos \Theta \\ 0 & -\sin \Phi & \cos \Phi \cos \Theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\Phi} \\ \dot{\Theta} \\ \dot{\Psi} \end{bmatrix} = \Lambda_{\Omega} \begin{bmatrix} \dot{\Phi} \\ \dot{\Theta} \\ \dot{\Psi} \end{bmatrix}.$$

Związki kinematyczne między prędkościami liniowymi $\dot{x}_1, \dot{y}_1, \dot{z}_1$ mierzonymi w układzie nieruchomym $Ox_1y_1z_1$ a składowymi prędkościami U, V, W są następujące:

$$(6) \quad \begin{bmatrix} U \\ V \\ W \end{bmatrix} = \Lambda_V \begin{bmatrix} \frac{dx_1}{dt} \\ \frac{dy_1}{dt} \\ \frac{dz_1}{dt} \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} U \\ V \\ W \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \Theta \cos \Psi & \cos \Theta \sin \Psi & -\sin \Theta \\ \sin \Phi \sin \Theta \cos \Psi - \cos \Phi \sin \Psi & \sin \Phi \sin \Theta \sin \Psi + \cos \Phi \cos \Psi & \sin \Phi \cos \Theta \\ \cos \Phi \sin \Theta \cos \Psi + \sin \Phi \sin \Psi & \cos \Phi \sin \Theta \sin \Psi - \sin \Phi \cos \Psi & \cos \Phi \cos \Theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{dx_1}{dt} \\ \frac{dy_1}{dt} \\ \frac{dz_1}{dt} \end{bmatrix}.$$

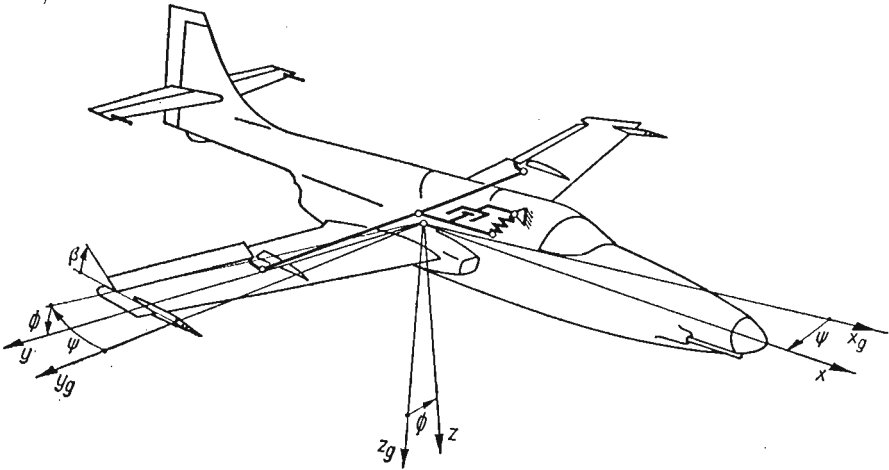
Związki (5) i (6) wyznaczają parametry kinematyczne, które są quasi-prędkościami.

3. Równania ruchu odkształcalnego obiektu swobodnego

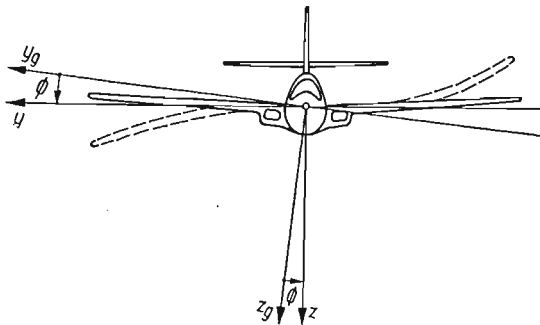
Model samolotu nieodkształcalnego, najczęściej spotykany w literaturze, nie zawsze może być przyjęty w badaniu własności dynamicznych obiektu. Niektóre sztywne i sprężyste ruchy względne mogą mieć istotny wpływ na charakter ruchu samolotu. W przypadku uwzględnienia podatności giętej skrzydeł otrzymuje się układ o nieskończonej liczbie stopni swobody ruchu. Praktyczne wykonanie obliczeń dla takiego układu jest niemożliwe i dlatego też zastosowano metodę przybliżoną. Opiera się ona na założeniu, że siły i momenty aerodynamiczne nie zmieniają postaci niesprężonych drgań własnych skrzydeł.

Ugięcie skrzydła (rys. 4) opisano funkcją

$$\zeta(y, t) = \sum_{i=1}^{\infty} h_i(y) \zeta_i(t),$$



Rys. 3. Przyjęty model samolotu i przemieszczeń kątowych obrotów antysymetrycznych samolotu



Rys. 4. Przyjęty model ruchów przechylających i odkształceń giętych skrzydeł samolotu

gdzie $h_i(y)$ jest kolejną postacią drgań własnych. Pozwoliło to na rozpatrywanie wpływu na ruch samolotu każdej postaci drgań osobno. Zgodnie z powyższym, drgania skrzydeł odpowiadające i -tej postaci przedstawiono następująco:

$$(7) \quad \zeta_i(y, t) = h_i(y) \zeta_i(t).$$

Uwzględniono również ruch lotek, który jest możliwy mimo zablokowanego drążka sterowego, dzięki istnieniu sprężystych odkształceń w układzie sterowania lotkami. Przesunięcie lotek jest określone kątem obrotu lotki β wokół osi zawiasów (rys. 3).

Równanie ruchu samolotu wyprowadzono w quasi-współrzędnych, stosując równania Boltzmanna–Hamela dla układów holonomicznych [4]. Równania Boltzmanna–Hamela są uogólnionymi równaniami Lagrange’a II rodzaju dla układów nieinercjalnych opisanych w quasi-współrzędnych i mają następującą postać:

$$(8) \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T^*}{\partial \omega_\mu} \right) - \frac{\partial T^*}{\partial \pi_\mu} + \sum_{r=1}^k \sum_{\alpha=1}^k \gamma_{r\alpha\mu}^r \frac{\partial T^*}{\partial \omega_r} \omega_\alpha = Q_\mu^*,$$

gdzie $\mu, r, \alpha = 1, 2, \dots, k$, k oznaczają ilość stopni swobody, ω_μ — quasi-prędkości, T^* — energię kinetyczną w quasi-prędkościach, π_μ — quasi-współrzędne, Q_μ^* — siły uogólnione.

Związki między quasi-prędkościami i prędkościami uogólnionymi mają postać

$$(9) \quad \omega_\sigma = \sum_{\alpha=1}^k a_{\sigma\alpha} \dot{q}_\alpha,$$

$$(10) \quad \dot{q}_\sigma = \sum_{\mu=1}^k b_{\sigma\mu} \omega_\mu,$$

gdzie \dot{q}_σ oznaczają prędkości uogólnione, $a_{\sigma\alpha} = a_{\sigma\alpha}(q_1, q_2, \dots, q_k)$, q_k — współrzędne uogólnione, $b_{\sigma\mu} = b_{\sigma\mu}(q_1, q_2, \dots, q_k)$, przy czym istnieje następująca zależność macierzowa:

$$(11) \quad [a_{\sigma\mu}] = [b_{\sigma\mu}]^{-1}.$$

Trójwskaźnikowe mnożniki Boltzmanna określone są zależnością

$$(12) \quad \gamma_{\mu\alpha}^r = \sum_{\sigma=1}^k \sum_{\lambda=1}^k \left(\frac{\partial a_{r\sigma}}{\partial q_\lambda} - \frac{\partial a_{r\lambda}}{\partial q_\sigma} \right) b_{\lambda\mu} b_{\sigma\alpha}.$$

W przypadku gdy quasi-współrzędne są współrzędnymi uogólnionymi, to trójwskaźnikowe mnożniki Boltzmanna $\gamma_{\mu\alpha}^r$ (12) są równe zeru.

W przyjętym modelu samolotu odkształcalnego wektor quasi-prędkości jest następujący:

$$(13) \quad \omega = \text{col}[U, V, W, P, Q, R, \dot{\beta}, \dot{\zeta}],$$

gdzie U, V, W, P, Q, R określają związki (5) i (6), a odpowiadający mu wektor quasi-współrzędnych ma postać

$$(14) \quad \pi = \text{col}[\pi_U, \pi_V, \pi_W, \pi_P, \pi_Q, \pi_R, \beta, \zeta].$$

Wektor współrzędnych uogólnionych jest następujący:

$$(15) \quad \mathbf{q} = \text{col}[x_1, y_1, z_1, \Phi, \Theta, \Psi, \beta, \zeta].$$

Macierz $[a_{\sigma\mu}]$ w przypadku przyjętego modelu (rys. 3 i rys. 4) w przyjętym układzie współrzędnych (rys. 1) zgodnie ze związkami (5) i (6) ma następującą postać:

$$(16) \quad [a_{\sigma\mu}] = \begin{bmatrix} \Lambda_Y & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Lambda_\Omega & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix},$$

przy czym odpowiadająca jej macierz $[b_{\sigma\mu}]$ określona jest w postaci

$$(17) \quad [b_{\sigma\mu}] = [a_{\sigma\mu}]^{-1} = \begin{bmatrix} \Lambda_Y^{-1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Lambda_\Omega^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix}.$$

Większość mnożników Boltzmanna $\gamma_{\mu\alpha}^r$ w przypadku przyjętego samolotu odkształcalnego jest równa zeru. Jednym z niezerowych mnożników Boltzmanna jest γ_{54}^6 . Oblicza się go według następującej zależności:

$$(18) \quad \gamma_{54}^6 = \sum_{\alpha=1}^8 \sum_{l=1}^8 \left(\frac{\partial a_{6\alpha}}{\partial q_l} - \frac{\partial a_{6l}}{\partial q_\alpha} \right) b_{15} b_{\alpha 4}.$$

Quasi-współrzędne β i ζ są współrzędnymi uogólnionymi. Zgodnie z powyższym

$$\frac{\partial a_{6\alpha}}{\partial \beta} = 0; \quad \frac{\partial a_{6l}}{\partial \zeta} = 0$$

dla $\alpha, l = 1, 2, \dots, 8$ upraszcza się i zależność (18) przyjmuje postać

$$\gamma_{54}^6 = \sum_{\alpha=1}^6 \sum_{l=1}^6 \left(\frac{\partial a_{6\alpha}}{\partial q_l} - \frac{\partial a_{6l}}{\partial q_\alpha} \right) b_{15} b_{\alpha 4}.$$

Analizując macierze $[a_{\sigma\mu}]$ i $[b_{\sigma\mu}]$ daje się zauważyć, że

$$b_{14} = b_{24} = b_{34} = b_{54} = b_{64} = 0; \quad b_{44} = 1;$$

$$a_{61} = a_{62} = a_{63} = a_{64} = 0; \quad b_{15} = b_{25} = b_{35} = 0;$$

stąd

$$\gamma_{54}^6 = - \frac{\partial a_{65}}{\partial q_4} b_{55} b_{44} - \frac{\partial a_{66}}{\partial q_4} b_{65} b_{44},$$

gdzie

$$\frac{\partial a_{65}}{\partial q_4} = \frac{\partial(-\sin \varphi)}{\partial \varphi} = -\cos \varphi,$$

$$\frac{\partial a_{66}}{\partial q_4} = \frac{\partial(\cos \varphi \cos \Theta)}{\partial \varphi} = -\sin \varphi \cos \Theta,$$

przy czym

$$b_{55} = \cos \varphi, \quad b_{65} = \frac{\sin \varphi}{\cos \Theta}.$$

W rezultacie otrzymano

$$\gamma_{54}^6 = \cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi = 1.$$

Pozostałe niezerowe mnożniki Boltzmanna obliczono analogicznie; mają one następujące wartości:

$$\begin{aligned} \gamma_{26}^1 &= -1, & \gamma_{62}^1 &= 1, \\ \gamma_{35}^1 &= 1, & \gamma_{53}^1 &= -1, \\ \gamma_{16}^2 &= 1, & \gamma_{61}^2 &= -1, \\ \gamma_{15}^3 &= -1, & \gamma_{51}^3 &= 1, \\ \gamma_{24}^3 &= 1, & \gamma_{42}^3 &= -1, \\ \gamma_{56}^4 &= -1, & \gamma_{65}^4 &= 1, \end{aligned}$$

$$\gamma_{46}^5 = 1, \quad \gamma_{64}^5 = -1,$$

$$\gamma_{45}^6 = -1, \quad \gamma_{54}^6 = 1,$$

$$\gamma_{34}^2 = -1, \quad \gamma_{43}^2 = 1.$$

Po wprowadzeniu tak obliczonych mnożników Boltzmanna do równania (8) otrzymano równania ruchu dla dowolnego obiektu swobodnego, którego ruch jest opisany w przyjętym układzie odniesienia. Równania ruchu otrzymują następującą postać:

$$(19) \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T^*}{\partial U} \right) - \frac{\partial T^*}{\partial \pi_U} - \frac{\partial T^*}{\partial V} R + \frac{\partial T^*}{\partial W} Q = Q_U^*,$$

$$(20) \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T^*}{\partial V} \right) - \frac{\partial T^*}{\partial \pi_V} + \frac{\partial T^*}{\partial U} R - \frac{\partial T^*}{\partial W} P = Q_V^*,$$

$$(21) \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T^*}{\partial W} \right) - \frac{\partial T^*}{\partial \pi_W} - \frac{\partial T^*}{\partial U} Q + \frac{\partial T^*}{\partial V} P = Q_W^*,$$

$$(22) \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T^*}{\partial P} \right) - \frac{\partial T^*}{\partial \pi_P} - \frac{\partial T^*}{\partial V} W + \frac{\partial T^*}{\partial W} V - \frac{\partial T^*}{\partial Q} R + \frac{\partial T^*}{\partial R} Q = Q_P^*,$$

$$(23) \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T^*}{\partial Q} \right) - \frac{\partial T^*}{\partial \pi_Q} + \frac{\partial T^*}{\partial U} W - \frac{\partial T^*}{\partial W} U + \frac{\partial T^*}{\partial P} R - \frac{\partial T^*}{\partial R} P = Q_Q^*,$$

$$(24) \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T^*}{\partial R} \right) - \frac{\partial T^*}{\partial \pi_R} - \frac{\partial T^*}{\partial U} V + \frac{\partial T^*}{\partial V} U - \frac{\partial T^*}{\partial P} Q + \frac{\partial T^*}{\partial Q} P = Q_R^*,$$

$$(25) \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T^*}{\partial \beta} \right) - \frac{\partial T^*}{\partial \beta} = Q_\beta^*,$$

$$(26) \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T^*}{\partial \zeta} \right) - \frac{\partial T^*}{\partial \zeta} = Q_\zeta^*.$$

Równania (19)÷(24) opisują ruch dowolnego ciała sztywnego w centralnym układzie współrzędnych związanych z obiektem. Pozostałe dwa równania są wynikiem uwzględnienia dodatkowych stopni swobody: ruchów względnych lotek (25) i odkształcalności skrzydeł (26).

W dowolnym ruchu odkształcalnego obiektu ruchomego liczba równań typu (25) i (26) może być dowolna i zależy wyłącznie od ilości dodatkowo uwzględnionych stopni swobody przy nieziennej postaci pierwszych sześciu równań (19)÷(24).

4. Równania ruchów antysymetrycznych samolotu odkształcalnego

W dowolnym ruchu obiektu równania (19)÷(26) na ogół nie rozprzegają się na równania opisujące ruchy symetryczne i antysymetryczne. Są to silnie nieliniowe równania różniczkowe zwyczajne rzędu drugiego. Rozprzęgnięcie równań jest jedynie możliwe przy zastosowaniu do badań teorii małych zakłóceń względem ruchu ustalonego i linearyzacji równań.

W niniejszej pracy założono, że samolot wykonuje jedynie antysymetryczne ruchy (rys. 3 i rys. 4), tzn. ruch odchylający Ψ , przechylający Φ , przemieszczenie boczne π_V ,

antysymetryczne wychylenia lotek β i antysymetryczne drgania giętkie skrzydeł ζ . Przy powyższych założeniach otrzymano układ pięciu równań w postaci ogólnej:

$$(27) \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T^*}{\partial V} \right) - \frac{\partial T^*}{\partial \pi_V} + \frac{\partial T^*}{\partial U} R - \frac{\partial T^*}{\partial W} P = Q_V^*,$$

$$(28) \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T^*}{\partial P} \right) - \frac{\partial T^*}{\partial \pi_P} - \frac{\partial T^*}{\partial V} W + \frac{\partial T^*}{\partial W} V - \frac{\partial T^*}{\partial Q} R + \frac{\partial T^*}{\partial R} Q = Q_P^*,$$

$$(29) \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T^*}{\partial R} \right) - \frac{\partial T^*}{\partial \pi_R} - \frac{\partial T^*}{\partial U} V + \frac{\partial T^*}{\partial V} U - \frac{\partial T^*}{\partial P} Q + \frac{\partial T^*}{\partial Q} P = Q_R^*,$$

$$(30) \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T^*}{\partial \beta} \right) - \frac{\partial T^*}{\partial \beta} = Q_\beta^*,$$

$$(31) \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T^*}{\partial \zeta} \right) - \frac{\partial T^*}{\partial \zeta} = Q_\zeta^*.$$

Całkowita energia kinetyczna samolotu T^* obliczona w quasi-prędkościach ma następującą postać:

$$(32) \quad T^* = \frac{1}{2} [M_s(U^2 + V^2 + W^2) + I_\eta \dot{\beta}^2 + \beta_2 \dot{\zeta}^2 + I_x P^2 + I_y Q^2 + I_z R^2] - I_{xy} PQ + \\ + S_x(WP - UR) + S_y(VR - WQ) + S_z(UQ - VP) + \{ (A_3 + B_1^P + B_1^L)W + \\ + (A_1 + B_3^P + B_3^L)P - [A_4 + (B_1^P + B_1^L)x_L - B_3^P - B_3^L]Q \} \dot{\zeta} + [(S_\eta^P - S_\eta^L)U + \\ + (I_{\zeta\eta}^P - I_{\zeta\eta}^L)P + (S_\eta^P - S_\eta^L)W] \dot{\beta} + (B_3^P - B_3^L) \dot{\zeta} \dot{\beta},$$

gdzie

$$A_1 = \int_{-b/2}^{b/2} m_s(y)h(y)y dy, \quad A_2 = \int_{-b/2}^{b/2} m_s(y)h^2(y) dy, \\ A_3 = \int_{-b/2}^{b/2} m_s(y)h(y) dy, \quad A_4 = \int_{-b/2}^{b/2} S_y(y)h(y) dy, \\ B_1 = \int_{b/2-b_L}^{b/2} m_L(\eta)h(\eta) d\eta, \quad B_2 = \int_{b/2-b_L}^{b/2} m_L(\eta)h^2(\eta) d\eta, \\ B_3 = \int_{b/2-b_L}^{b/2} S_\eta(\eta)h(\eta) d\eta, \quad B_4 = \int_{b/2-b_L}^{b/2} m_L(\eta)h(\eta)\eta d\eta,$$

przy czym M_s oznacza masę całego samolotu, I_x, I_y, I_z, I_{xy} — momenty bezwładności i moment dewiacyjny samolotu względem układu odniesienia $Oxyz$; S_x, S_y, S_z — momenty statyczne samolotu względem układu odniesienia $Oxyz$; $I_\eta, I_\zeta, I_{\zeta\eta}, S_\eta, S_\zeta$ — momenty bezwładności, dewiacyjne i statyczne lotek względem osi zawiasów η i osi symetrii samolotu ζ , górne indeksy L i P określają odpowiednio lewą i prawą lotkę; $m_s(y), m_L(\eta)$ — rozkłady mas skrzydła i lotki w funkcji rozpiętości; $h(y)$ — funkcją ugięcia skrzydła odpowiadającą rozpatrywanej postaci drgań własnych.

Siły uogólnione występujące w prawych stronach równań (27)÷(31) wyznaczono uwzględniając energię potencjalną odkształceń skrzydeł i układu sterowania [8, 14]; siły grawitacyjne [1, 2, 3, 8, 14] oraz siły i momenty aerodynamiczne [1, 2, 3, 8, 14, 20].

Energia potencjalna odkształceń sprężystych skrzydeł i układu sterowania lotkami ma następującą postać:

$$(33) \quad U_s = \frac{1}{2} k_\zeta \zeta^2 + \frac{1}{2} k_\beta \beta^2,$$

gdzie k_ζ — sztywność giętna skrzydeł, k_β — sztywność układu sterowania lotkami, przy czym

$$(34) \quad k_\zeta = \omega^2 \int_{-b/2}^{b/2} m_s(y) h^2(y) dy$$

jest sztywnością uogólnioną skrzydeł odpowiadającą uwzględnionej postaci drgań własnych opisaną funkcją $h(y)$ o częstotliwości drgań ω .

Wiskotyczne tłumienie w układzie sterowania lotkami uwzględniono przez wprowadzenie dysypacyjnej funkcji Rayleigha U_R .

$$(35) \quad U_R = -\frac{1}{2} k_\beta \dot{\beta}^2.$$

Składowe siły grawitacji w układzie odniesienia $Oxyz$ mają postać

$$(36) \quad m\bar{g} = \Lambda_g mg,$$

gdzie

$$\Lambda_g = \begin{bmatrix} -\sin\Theta \\ \cos\Theta \sin\Phi \\ \cos\Theta \cos\Phi \end{bmatrix},$$

a w rozważanym przypadku, uwzględniającym wyłącznie ruchy antysymetryczne,

$$(37) \quad Y_g = mg \cos\Theta \sin\Phi.$$

Siły i momenty aerodynamiczne działające na samolot wyprowadzono przy uwzględnieniu stacjonarnej aerodynamiki. Linearyzację sił i momentów aerodynamicznych przeprowadzono według metody Bryana [1, 2, 3, 20]. Metoda ta oparta jest na założeniu, że siły i momenty aerodynamiczne są funkcjami chwilowych wielkości zmian prędkości liniowej i kątowej i ich pochodnych. Funkcje te rozwijane są w szereg Taylora względem wymienionych uprzednio zmiennych. W szeregach tych uwzględnione są jedynie człony pierwszego rzędu [1, 2, 3, 20].

W rozpatrywanym przypadku założono, że samolot porusza się ustalonym, jednostajnym ruchem poziomym. Przyjęto, że ustalony ruch samolotu podlega małym zakłóceniom, tzn., że

$$(38) \quad \begin{array}{lll} \Phi = \varphi, & P = p, & U = U_0 = \text{const}, \\ \Theta = \Theta_0 = \text{const}, & Q = 0, & V = v, \\ \Psi = \psi, & R = r, & W = 0. \end{array}$$

Sily uogólnione w równaniach (27) ÷ (31) przy uwzględnieniu powyższych zakłóceń i wprowadzeniu zależności (37) i (38) mają postać:

$$\begin{aligned}
 Q_{\dot{v}}^* &= Y_v v + Y_p p + Y_r r + mg\varphi \cos\theta_0, \\
 Q_p^* &= L_v v + L_p p + L_r r + L_{\dot{\beta}} \dot{\beta} + L_{\dot{\zeta}} \dot{\zeta} + L_{\beta} \beta, \\
 Q_r^* &= N_v v + N_p p + N_r r + N_{\dot{\beta}} \dot{\beta} + N_{\dot{\zeta}} \dot{\zeta} + N_{\beta} \beta, \\
 Q_{\dot{\beta}}^* &= R_p p + R_r r + R_{\dot{\beta}} \dot{\beta} + R_{\dot{\zeta}} \dot{\zeta} + R_{\beta} \beta, \\
 Q_{\dot{\zeta}}^* &= E_p p + E_r r + E_{\dot{\beta}} \dot{\beta} + E_{\dot{\zeta}} \dot{\zeta} + E_{\zeta} \zeta,
 \end{aligned}
 \tag{39}$$

gdzie $Y_v = \frac{\partial Y}{\partial v}$, $Y_p = \frac{\partial Y}{\partial p}$, ..., $E_{\zeta} = \frac{\partial E}{\partial \zeta}$ są, zgodnie z nazwami przyjętymi w lotnictwie, pochodnymi aerodynamicznymi [1, 2, 3, 20].

Pochodne aerodynamiczne występujące w zależnościach (38) zostały wyprowadzone w [1, 2, 3, 6, 8, 14 i 20].

Układ równań (27) ÷ (31) po uwzględnieniu (38) i (39) sprowadzono do postaci bezwymiarowej dzieląc równania sił przez $\rho V_c^2 S$, a równania momentów przez $\rho V_c^2 S b/2$.

Podstawowymi wielkościami występującymi w bezwymiarowych równaniach ruchu są:

$$\begin{aligned}
 \hat{t} &= \frac{M_s}{\rho V_c S} \text{ czas aerodynamiczny,} \\
 \mu &= \frac{M_s}{\rho S b/2} \text{ względna gęstość samolotu,} \\
 j_x &= \frac{I_x}{M_s (b/2)^2} \text{ bezwymiarowy moment bezwładności,} \\
 \bar{t} &= \frac{t}{\hat{t}} \text{ czas bezwymiarowy,} \\
 \bar{v} &= \frac{v}{V} \text{ bezwymiarowa prędkość liniowa,} \\
 \bar{p} &= p \hat{t} \text{ bezwymiarowa prędkość kątowa,} \\
 y_v &= \frac{Y_v}{\rho S V_c} \text{ bezwymiarowa pochodna siły bocznej względem zmiany prędkości liniowej ślizgu,} \\
 y_p &= \frac{Y_p}{\rho S V_c b/2} \text{ bezwymiarowa pochodna siły bocznej względem zmiany prędkości kątowej przechylenia,} \\
 n_v &= \frac{N_v}{\rho S V_c b/2} \text{ bezwymiarowa pochodna momentu odchyłającego względem zmiany prędkości liniowej ślizgu,} \\
 l_r &= \frac{L_r}{\rho S V_c b/2} \text{ bezwymiarowa pochodna momentu przechylającego względem zmiany prędkości kątowej odchylenia.}
 \end{aligned}$$

W analogiczny sposób przedstawiono w postaci bezwymiarowej pozostałe wyrazy równań.

Układ równań ruchu w postaci bezwymiarowej otrzymano w zapisie macierzowym w następującej formie:

$$(40) \quad \mathbf{A}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{B}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\mathbf{x} = \mathbf{0},$$

gdzie

$$\mathbf{x} = \text{col}[\pi_v, \pi_p, \pi_r, \zeta, \beta],$$

$$\dot{\mathbf{x}} = \text{col}[\dot{\bar{v}}, \dot{\bar{p}}, \dot{\bar{r}}, \dot{\bar{\zeta}}, \dot{\bar{\beta}}],$$

przy czym:

— \mathbf{A} jest macierzą współczynników bezwładności, mianowicie

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -j_{xz}/j_x & l_{\zeta}^*/j_x & j_{\xi\eta}/j_x \\ 0 & -j_{xz}/j_z & 1 & 0 & 0 \\ 0 & e_{\bar{\beta}} & 0 & 1 & e_{\bar{\beta}} \\ 0 & j_{\xi\eta}/j_{\eta} & 0 & r_{\zeta}^*/j_{\eta} & 1 \end{bmatrix},$$

— \mathbf{B} jest macierzą współczynników tłumienia, mianowicie

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -y_v & -y_p/\mu & (1-y_r/\mu) & 0 & 0 \\ -\mu l_v/j_x & -l_p/j_x & -l_r/j_x & -l_{\zeta}/j_x & -l_{\bar{\beta}}/j_x \\ -\mu n_v/j_z & -n_p/j_z & -n_r/j_z & -n_{\zeta}/j_z & -n_{\bar{\beta}}/j_z \\ 0 & e_p & e_r & e_{\zeta} & e_{\bar{\beta}} \\ 0 & -r_p/j_{\eta} & -r_r/j_{\eta} & -r_{\zeta}/j_{\eta} & \frac{(k_{\bar{\beta}}\mu - r_{\bar{\beta}})}{j_{\eta}} \end{bmatrix},$$

— \mathbf{C} jest macierzą współczynników sztywności, mianowicie

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & -y_{\varphi} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -l_{\beta}\mu/j_x \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -n_{\beta}\mu/j_z \\ 0 & 0 & 0 & e_{\zeta} & e_{\beta} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (k_{\beta}\mu - r_{\beta})/j_{\eta} \end{bmatrix}.$$

Równanie macierzowe (40) rzędu drugiego sprowadzono do równania rzędu pierwszego w postaci

$$(41) \quad \mathbf{P}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{Q}\mathbf{q} = \mathbf{0}, \quad \mathbf{q} = \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \end{bmatrix},$$

przy czym

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{C} & -\mathbf{B} \end{bmatrix}.$$

Również

$$(42) \quad \dot{\mathbf{p}} = \mathbf{R}\mathbf{q},$$

gdzie macierz stanu \mathbf{R} ma postać

$$(43) \quad \mathbf{R} = -\mathbf{P}^{-1}\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{A}^{-1}\mathbf{C} & -\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B} \end{bmatrix}.$$

Rozwiązanie sprowadzono do wyznaczenia wektorów własnych \mathbf{q}_{wj} i odpowiadających im wartości własnych $\lambda_{j,j+1} = \xi_{j,j+1} \pm i\eta_{j,j+1}$ macierzy stanu \mathbf{R} (43).

Rozwiązanie ogólne ma postać

$$(44) \quad \mathbf{q}(t) = \sum_{j=1}^8 C_j \mathbf{q}_{wj} \exp(\lambda_j t),$$

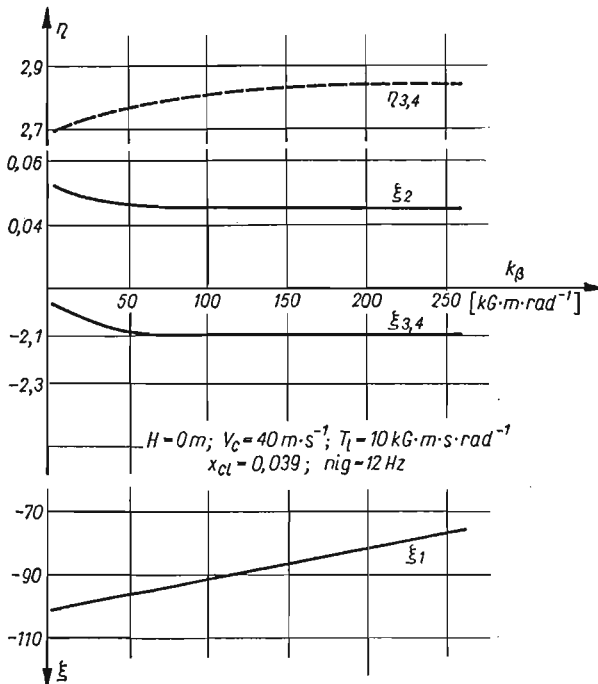
gdzie C_j oznaczają stałe zależne od warunków początkowych będących wartościami zakłóceń od ruchu ustalonego dla chwili $t = 0$, η_j — częstość oscylacji o okresie $T = \frac{2\pi}{\eta} t$,

ξ_j — współczynnik tłumienia, przy czym $T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\xi} t$ — czas stłumienia amplitudy do połowy dla $\xi < 0$, a w przypadku $\xi > 0$, czas podwojenia amplitudy.

5. Przykład liczbowy i wnioski

Przykładowe obliczenia wykonano dla lekkiego samolotu turystycznego klasy «Wilga». Rozwiązano układ równań (40) wyznaczając wektory własne \mathbf{q}_{wj} i odpowiadające im wartości własne λ_j macierzy stanu \mathbf{R} (43).

Wszystkie obliczenia wykonano według własnych programów na EMC GIER w Zakładzie Obliczeń Numerycznych Uniwersytetu Warszawskiego.

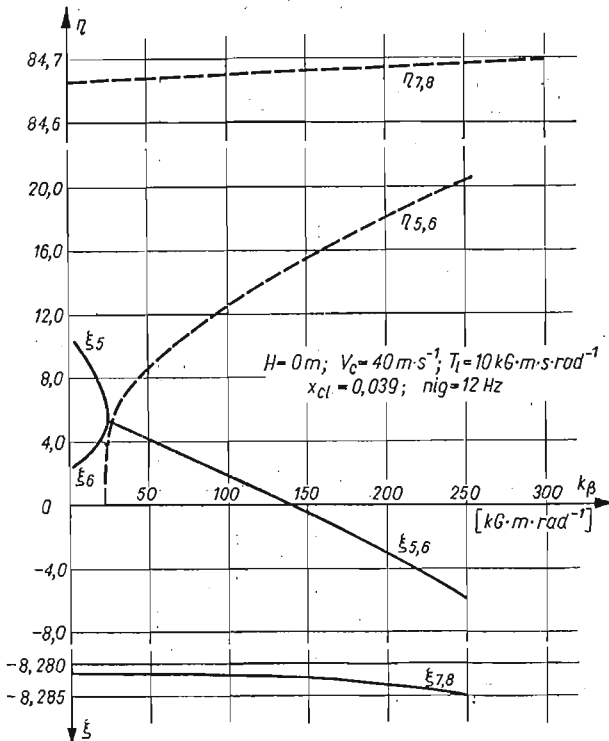


Rys. 5. Współczynniki tłumienia ξ i częstości oscylacji η pierwszych czterech wartości własnych $\lambda_1 \div \lambda_4$ w funkcji sztywności układu sterowania lotkami

Wyniki przedstawiono w postaci wykresów (rys. 5—9), na których linią ciągłą nanie­siono zmiany współczynników tłumienia ξ_j , a przerywaną częstości oscylacji η_j . Jednako­wymi indeksami oznaczono na wszystkich wykresach odpowiadające sobie wartości własne λ_j , charakteryzujące te same ruchy samolotu, skrzydeł i lotek:

- $\lambda_1 = \xi_1$ charakteryzuje aperiodyczne wychylenia lotek β zawsze silnie tłumione $\xi_1 < 0$,
- $\lambda_2 = \xi_2$ charakteryzuje aperiodyczne ruchy spiralne wykazujące słabą niestaceczność $\xi_2 > 0$,
- $\lambda_{3,4} = \xi_{3,4} \pm i\eta_{3,4}$ charakteryzuje wahania okresowe odpowiadające halen­drowaniu p i v sprzężonemu z ruchem odchyłającym r , ruchy zawsze tłumione $\xi_{3,4} < 0$,
- $\lambda_{5,6} = \xi_{5,6} \pm i\eta_{5,6}$ charakteryzuje ruchy okresowe lub aperiodyczne lotek β sprzężone z ruchami przechylającymi samolotu p tłumio­nymi $\xi_{5,6} < 0$ lub rozbieżnymi $\xi_{5,6} > 0$,
- lub
- $\lambda_5 = \xi_5$ nymi $\xi_{5,6} < 0$ lub rozbieżnymi $\xi_{5,6} > 0$,
- $\lambda_6 = \xi_6$
- $\lambda_{7,8} = \xi_{7,8} \pm i\eta_{7,8}$ charakteryzuje drgania giętne skrzydeł zawsze tłumione $\xi_{7,8} < 0$ o częstości $\eta_{7,8}$ bliskiej częstości drgań własnych skrzydeł ω .

a) Wpływ sztywności układu sterowania na stateczność samolotu. Wzrost sztywności w układzie sterowania (rys. 5 i 6) powoduje spadek tłumienia aperiodycznych wychyleń

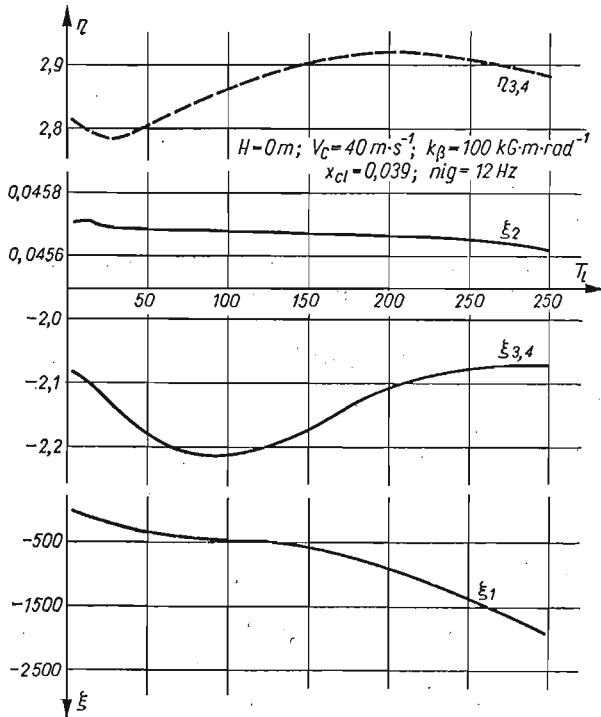


Rys. 6. Współczynniki tłumienia ξ i częstości oscylacji η wartości własnych $\lambda_5 \div \lambda_8$ w funkcji sztywności układu sterowania lotkami

lotek (β) ξ_1 przy niezmiennych charakterystykach ruchów spiralnych ξ_2 i holendrowania λ_{34} (rys. 5). Wzrost sztywności również nie ma wpływu na drgania giętne skrzydeł, zarówno na częstość η_{78} , jak i tłumienie $\xi_{78} < 0$, silnie natomiast wpływa na tłumienie i charakter ruchu lotek sprzężony z przechyłaniem samolotu (rys. 6).

Przy małej sztywności układu sterowania lotkami, wychylenia lotek β i ruchy przechylające samolotu p są aperiodycznymi ruchami rozbieżnymi $\xi_5 > 0$ i $\xi_6 > 0$, które przy wzroście sztywności przechodzą w periodyczne ruchy o częstości η_{56} , początkowo rozbieżne $\xi_{56} > 0$, a następnie tłumione $\xi_{56} < 0$ (rys. 6).

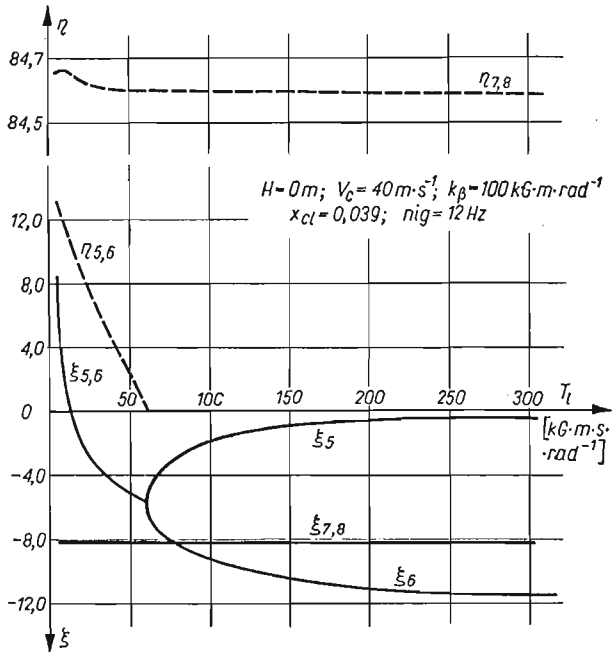
b) *Wpływ tłumienia w układzie sterowania lotkami na stateczność samolotu.* Wzrost tłumienia wiskotycznego w układzie sterowania lotkami (rys. 7 i 8) powoduje zwiększenie silnego tłumienia $\xi_1 \ll 0$ aperiodycznych wychyleń lotek β (rys. 7) przy niezmiennym



Rys. 7. Współczynniki tłumienia ξ i częstości oscylacji η pierwszych czterech wartości własnych $\lambda_1 \div \lambda_4$ w funkcji tłumienia układu sterowania lotkami

charakterze ruchów spiralnych samolotu $\xi_2 > 0$ oraz częstości η_{34} i tłumienia $\xi_{34} < 0$ holendrowania samolotu (rys. 7). Tłumienie w układzie sterowania również nie ma wpływu na częstości η_{78} i tłumienie $\xi_{78} < 0$ drgań giętnych skrzydeł (rys. 8).

Zmiana tłumienia w układzie sterowania ma decydujący i najbardziej istotny wpływ na wychylenia lotek β i sprzężone z nimi ruchy przechylające samolotu p (rys. 8). Przy małym tłumieniu występują oscylacje harmoniczne o częstości η_{56} , początkowo silnie rozbieżne $\xi_{56} > 0$, przechodzące w tłumione $\xi_{56} < 0$ z równoczesnym spadkiem częstości oscylacji



Rys. 8. Współczynniki tłumienia ξ i częstości oscylacji η wartości własnych $\lambda_5 \div \lambda_8$ w funkcji tłumienia układu sterowania lotkami

η_{56} . Przy pewnym tłumieniu krytycznym drgania okresowe lotek i skrzydeł przechodzą w silnie tłumione ruchy aperiodyczne $\xi_5 < 0$ i $\xi_6 < 0$ (rys. 8).

c) *Wpływ wyważenia lotek na stateczność samolotu.* Przednie wyważenie lotek korzystnie wpływa na własności dynamiczne samolotu, jak również i ruchy samych lotek przez ustacznianie samolotu (rys. 9).

Zmiana wyważenia ma decydujący wpływ na wychylenia lotek β i ruchy przechylające samolotu p . Wyważenie statyczne zerowe, jak i przednie (tzn. środek masy lotki znajduje się w osi obrotu lotki lub przed osią) powoduje ruchy aperiodyczne silnie tłumione $\xi_5 < 0$ i $\xi_6 < 0$, natomiast wyważenie tylne sprzyja występowaniu oscylacji periodycznych o częstości η_{56} i tłumieniu $\xi_{56} < 0$.

6. Wnioski ogólne

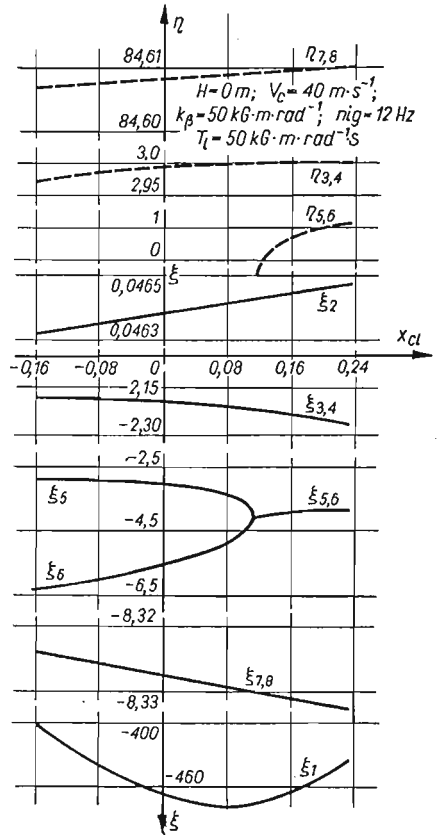
Uwzględnienie dodatkowych stopni swobody, jakimi są odkształcalność giętna skrzydeł i wychylenia sprężyste lotek w stosunku do wyników otrzymanych w przypadku samolotu sztywnego powoduje pojawienie się dodatkowych czterech wartości własnych.

Wartości własne λ_2 i $\lambda_{3,4}$ są ścisłymi odpowiednikami wartości własnych charakteryzujących ruchy samolotu sztywnego, tj. ruchy spiralne i holendrowanie.

W rozważanym przypadku brak odpowiednika charakteryzującego aperiodyczne, silnie tłumione przechylenie samolotu sztywnego. Występuje natomiast silne sprzężenie względnych wychyleń lotek β z ruchami przechylającymi samolotu p .

Silnie tłumione drgania giętne skrzydeł nie wpływają w istotny sposób na pozostałe ruchy samolotu, same natomiast wyłącznie zależą od sztywności skrzydeł.

Otrzymane wyniki i na ich podstawie wyciągnięte wnioski są słuszne dla rozważanego przykładu. Zastosowanie ich do innego typu samolotu lub obiektu latającego wymaga dodatkowych obliczeń numerycznych według opracowanych programów.



Rys. 9. Współczynniki tłumienia ξ i częstości oscylacji η w funkcji stopnia statycznego wyważenia lotek

Literatura cytowana w tekście

1. B. ETKIN, *Dynamics of Flight. Stability and Control*, New York 1959.
2. B. ETKIN, *Dynamics of Atmospheric Flight*, John Wiley, New York 1972.
3. W. FISZDON, *Mechanika lotu*, Cz. II., PWN, Łódź — Warszawa 1961.
4. R. GUTOWSKI, *Mechanika analityczna*, PWN, Warszawa 1971.
5. R. GUTOWSKI, *Równania różniczkowe zwyczajne*, WNT, Warszawa 1971.
6. J. MARYNIAK, *The Influence of Aileron Flexibility and Mass Unbalance on the Fleitter Speed*, Aero Revue, 2 (1967).
7. J. MARYNIAK, *Uproszczona analiza stateczności bocznej szybowca holowanego na linie*, Mech. Teoret. i Stos., 7, 1 (1969).
8. J. MARYNIAK, M. LOSTAN, *Wpływ odkształcalności giętej skrzydła na stateczność podłużną szybowca*, Mech. Teoret. i Stos., 8, 2 (1970).

9. J. MARYNIAK, Z. GORAJ, *Wpływ sztywności i tłumienia w układzie sterowania sterem wysokości na stateczność podłużną samolotu i oscylacje steru*, Mech. Teoret. i Stos., 13, 2 (1975).
10. *Nowoczesne metody numeryczne*, opracowane przez National Physical Laboratory Teddington Middlesex.
11. K. OGATA, *Metody przestrzeni stanów w teorii sterowania*, WNT, Warszawa 1974.
12. A. RALSTON, *Wstęp do analizy numerycznej*, PWN, Warszawa 1971.
13. P. RUBELEK, *Wpływ sztywności i tłumienia w układzie sterowania sterem wysokości na stateczność podłużną samolotu z uwzględnieniem sztywności giętej usterzenia poziomego*, praca dyplomowa magisterska, IMS PW, Warszawa 1974 (nie publikowana).
14. M. ZŁOCKA, *Wpływ sztywności i tłumienia w układzie sterowania lotkami na stateczność boczną samolotu z uwzględnieniem odkształcalności giętej skrzydeł*, praca dyplomowa magisterska IMS PW, Warszawa 1974 (nie publikowana).
15. К. А. АБГАРЯН, *Матричные и асимптотические методы в теории линейных систем*. Изд. Наука, Москва 1973.
16. П. АШЕЛЬ, *Теоретическая механика*, Изд. физ-мат., 1960.
17. Ф. Р. ГАНТМАХЕР, *Теория матриц*, Изд. Наука, Москва 1966.
18. К. С. КОЛЕСНИКОВ, В. Н. СУХОВ, *Упругий летательный аппарат как объект автоматического управления*, Машиностроение, Москва 1974.
19. А. И. ЛУРЬЕ, *Аналитическая механика*, Гост. Изд. физ-мат., Москва 1961.
20. И. В. ОСТОСЛАВСКИЙ, И. В. СТРАЖЕВА, *Динамика полета. Устойчивость и управляемость летательных аппаратов*, Изд. Машиностроение, Москва 1965.
21. Л. А. ПАРС, *Аналитическая механика*, Изд. физ-мат., Москва 1960.
22. И. В. СТРАЖЕВА, В. С. МЕЛКУМОВ, *Векторно-матричные методы в механике полета*, Машиностроение, Москва 1973.
23. Дж. Х. УИЛКИНСОН, *Алгебраическая проблема собственных значений*, Изд. Наука, Москва 1970.

Резюме

БОКОВАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ САМОЛЕТА И КОЛЕБАНИЯ ЭЛЕРОНОВ ПРИ ИЗГИБАЮЩЕЙ ДЕФОРМАЦИИ КРЫЛЬЕВ ПРИ НАЛИЧИИ УПРУГОСТИ В СИСТЕМЕ УПРАВЛЕНИЯ

В работе исследовано влияние жесткости и демпфирования в системе управления, а также влияние расположения центра массы элеронов на боковую устойчивость самолета и колебания элеронов.

Принималось, что самолет является жесткой механической системой с изгибной деформацией крыльев и с отклоняемыми элеронами.

Уравнения движения были выведены в квази-координатах с применением уравнения Больцмана-Гамеля для системы с голономными связями. Учитывалось пять степеней свободы — три степени свободы жесткого самолета: угол крена, угол тангажа и боковое перемещение, а также: антисимметрические изгибные деформации крыльев и упругие отклонения элеронов.

После линеаризации системы уравнений решение было сведено к определению собственных векторов и соответствующих им собственных значений матриц состояния.

Summary

LATERAL STABILITY OF A PLANE AND AILERON VIBRATIONS, FLEXIBILITY OF WINGS AND ELASTICITY OF CONTROL SYSTEM BEING TAKEN INTO CONSIDERATION

The paper deals with the effect of rigidity and damping of control system and the effect of aileron static trim degree on the lateral stability of a plane and aileron vibrations. The plane was considered as an ideally rigid mechanical system with flexibly deformable wings and movable ailerons.

The equations of motion in quasi-coordinates were written using Boltzmann-Hamel equations for the system with holonomic constraints. Five degrees of freedom were considered, i.e. three degrees of freedom of a plane as a rigid body: rolling, yawing and sideslip and anti-symmetrical flexible wing deformation and elastic aileron displacement.

After the equation system linearization the solution was reduced to finding the eigenvectors and the corresponding eigenvalues of the state matrix.

INSTYTUT MECHANIKI STOSOWANEJ
POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ

Praca została złożona w Redakcji dnia 7 kwietnia 1975 r.
