MECHANIKA
TEORETYCZNA
I STOSOWANA
1, 15 (1977)

BADANIE TEORETYCZNE WŁASNOŚCI DYNAMICZNYCH LOTU OBIEKTÓW ZRZUCANYCH Z SAMOLOTU

JERZY MARYNIAK, KAZIMIERZ MICHALEWICZ, ZYGMUNT WINCZURA
(WARSZAWA)

1. Wstęp

Problemy budowy i zastosowania urządzeń sterujących swobodnym lotem obiektów bądź hamowania i przyspieszania ruchu tych ciał są częstym przedmiotem badań [2, 3, 9, 10, 11, 13, 14, 15]. Wymienione urządzenia służą do ukształtowania z góry zadanego toru lotu obiektu. Odpowiednie ukształtowanie ciała pozwala na uzyskanie wymaganej celności zrzutu, zabezpieczenie przed odbiciem od podłoża — rykoszetowaniem, oraz uzyskanie określonej prędkości upadku.

W pracy rozpatrzono dynamikę: usterzonego obiektu smukłego spadającego swobodnie [9, 10, 11, 15], obiektu sterowanego sterem głębokości [13, 15] oraz obiektu z rakietowym urządzeniem hamująco-przyspieszającym [14, 15]. Obiekty traktowano jako ciała sztywne o trzech stopniach swobody. Otrzymany układ równań różniczkowych zwyczajnych rzędu drugiego silnie nieliniowych scałkowano numerycznie metodą Runge–Kutta na EMC ZAM-41 w Instytucie Technicznym Wojsk Lotniczych [35, 37]. Dla różnych parametrów zrzutu obliczono tory lotu, zmianę kąta pochylenia θ, kąta natarcia α, prędkości: podłużnej U, poprzecznej W i całkowitej V_c.

Wprowadzając metodę zamrożonych współczynników i małych zakłóceń badanie stateczności sprowadzono do wyznaczenia wektorów własnych $\mathbf{Z}_j$ i odpowiadających im wartości własnych $\lambda_{j,j+1}$ macierzy stanu $\mathbf{R}$ [9, 11, 12, 13, 14]. Charakterystyki aerodynamiczne uzyskano w wyniku badań modelowych w tunelu aerodynamicznym w Instytucie Techniki Lotniczej i Mechaniki Stosowanej Politechniki Warszawskiej [9, 10, 15]. Geometrię i rozkłady mas wyznaczono na drodze obliczeń teoretycznych i pomiarów doświadczalnych.

2. Przyjęte układy współrzędnych

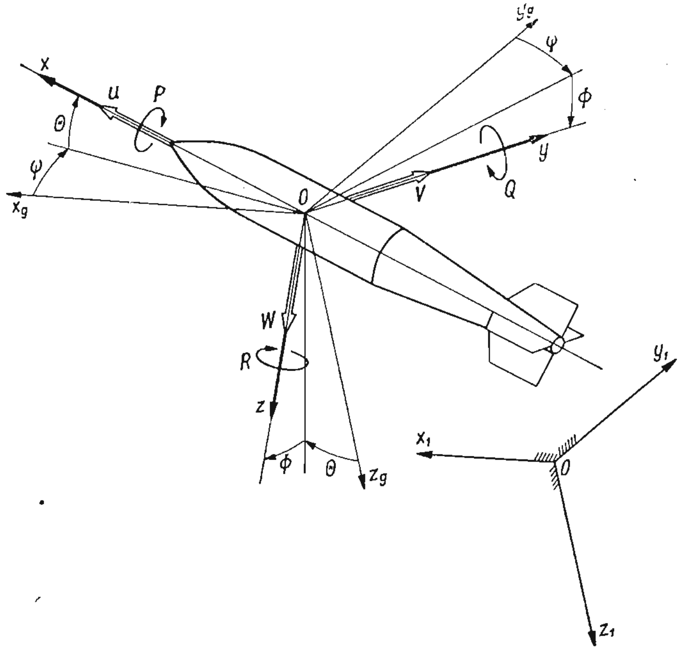
Ruch układu materialnego opisuje się jednoznacznie za pomocą współrzędnych i czasu w przestrzeni zdarzeń zwanej czasoprzestrzenią [7].

Do opisu dynamiki obiektu ruchomego niezbędne są cztery układy odniesienia, [5, 9, 26]:
— układ $Oxyz$ sztywno związany z poruszającym się obiektem,
— układ prędkościowy $Ox_ay_az_a$ związany z kierunkiem przepływu ośrodka,
— nieruchomy układ grawitacyjny $Ox_1y_1z_1$ związany z Ziemią,

— układ grawitacyjny $Ox_g y_g z_g$ związany z poruszającym się obiektem, równoległy do układu nieruchomego $Ox_1 y_1 z_1$.

Chwilowe położenie obiektu jako ciała sztywnego opisano przez położenie środka masy obiektu

$$\bar{r}_1 = x_1 \cdot \bar{i} + y_1 \bar{j} + z_1 \bar{k} \tag{1}$$



Rys. 1. Przyjęte układy odniesienia

mierzonego względem nieruchomego układu współrzędnych $Ox_1 y_1 z_1$ związanego z Ziemią oraz kątów obrotu obiektu Ψ, θ, Φ. Kąty obrotu wyznaczają jednoznacznie położenie układu współrzędnych ściśle związanego z obiektem $Oxyz$ względem grawitacyjnego układu $Ox_g y_g z_g$ równoległego do nieruchomego układu $Ox_1 y_1 z_1$. Przyjęte kąty obrotu są kątami quasi-eulerowskimi zwanymi również samolotowymi, [4, 5, 9]: Φ — kąt przechylenia, θ — kąt pochylenia, Ψ — kąt odchylenia.

Ruch obiektu opisany został w centralnym układzie $Oxyz$, sztywno związanym z ciałem o osiach skierowanych, jak na rys. 1.

Składowe wektorów chwilowych prędkości: liniowej $\bar{V}_c$ i kątowej $\bar{\Omega}$ w przyjętym układzie współrzędnych przedstawione na rys. 1 wyrażają się zależnościami (2) i (4).

Wektor prędkości liniowej $\bar{V}_c$:

$$\bar{V}_c = U \cdot \bar{i} + V \cdot \bar{j} + W \cdot \bar{k}, \tag{2}$$

gdzie U — prędkość podłużna, V — prędkość boczna, W — prędkość poprzeczna.

Związki kinematyczne między prędkościami liniowymi $\dot{x}_1, \dot{y}_1, \dot{z}_1$ mierzonymi w układzie nieruchomym $Ox_1 y_1 z_1$ a składowymi prędkości U, V, W, rys. 1, mają postać, [5, 9, 10, 29]

$$
\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{y}_1 \\ \dot{z}_1 \end{bmatrix} = \mathbf{\Lambda}_V \begin{bmatrix} U \\ V \\ W \end{bmatrix}, \tag{3}
$$

gdzie macierz transformacji $\mathbf{\Lambda}_v$ ma postać:

$$
\mathbf{\Lambda}_v = \begin{bmatrix}
\cos\theta\cos\Psi, & \sin\Phi\sin\theta\cos\Psi + & \cos\Phi\sin\theta\cos\Psi + \\
 & -\cos\Phi\sin\Psi, & +\sin\Phi\sin\Psi, \\
\cos\theta\sin\Psi, & \sin\Phi\sin\theta\sin\Psi + & \cos\Phi\sin\theta\sin\Psi + \\
 & +\cos\Phi\cos\Psi, & -\sin\Phi\cos\Psi, \\
\sin\theta, & \sin\Phi\cos\theta, & \cos\Phi\cos\theta
\end{bmatrix}.
$$

Wektor chwilowej prędkości kątowej $\bar{\Omega}$

$$
\bar{\Omega} = P\bar{i} + Q\bar{j} + R\bar{k} \tag{4}
$$

gdzie P — kątowa prędkość przechylania, Q — kątowa prędkość pochylania, R — kątowa prędkość odchylania.

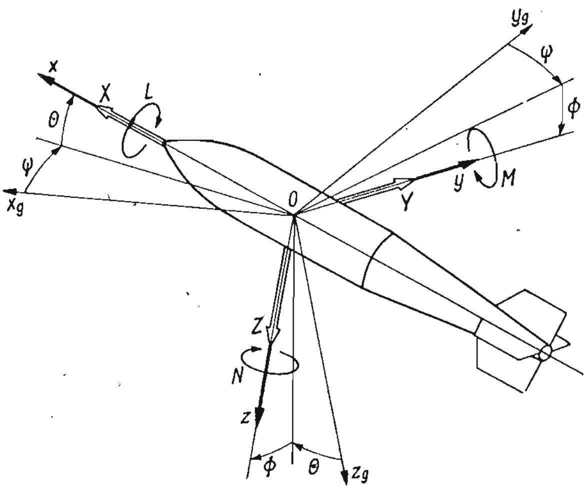
Prędkości kątowe P, Q, R z rys. 1 są liniowymi związkami prędkości uogólnionych $\dot{\Phi}, \dot{\theta}, \dot{\Psi}$ o współczynnikach zależnych od współrzędnych uogólnionych Φ, θ, Ψ i wyrażają się następującą zależnością: [5, 9, 10]

$$
\begin{bmatrix} P \\ Q \\ R \end{bmatrix} = \mathbf{\Lambda}_\Omega \begin{bmatrix} \dot{\Phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\Psi} \end{bmatrix}, \tag{5}
$$

gdzie macierz transformacji $\mathbf{\Lambda}_\Omega$ ma postać:

$$
\mathbf{\Lambda}_\Omega = \begin{bmatrix}
1 & 0 & -\sin\Phi \\
0 & \cos\Phi & \sin\Phi\cos\theta \\
0 & -\sin\Phi & \cos\Phi\cos\theta
\end{bmatrix}.
$$

Wektory sił zewnętrznych i momentów sił zewnętrznych działających na obiekt, rys. 2, mają postać:



Rys. 2. Siły i momenty działające na pojemnik

— wektor sił zewnętrznych $\bar{F}$:

(6) $$\bar{F} = X\bar{i}+Y\bar{j}+Z\bar{k},$$

gdzie X — siła podłużna, Y — siła boczna, Z — siła poprzeczna,

— wektor momentu głównego $\bar{\mathfrak{m}}$

(7) $$\bar{\mathfrak{m}} = L\bar{i}+M\bar{j}+N\bar{k},$$

gdzie L — moment przechylający, M — moment pochylający, N — moment odchylający.

3. Dynamiczne równania ruchów symetrycznych obiektu

Spośród szeregu obiektów, poruszających się na pograniczu dwóch ośrodków lub wewnątrz ośrodka, określonych mianem obiektów ruchomych [9], w niniejszej pracy analizowano dynamikę nieodkształcalnych obiektów swobodnych.

Nieodkształcalnym obiektem nazwano ciało, w którym dwa dowolne jego punkty nie zmieniają odległości od siebie. Badając ruch rzeczywistego obiektu wprowadza się następujące założenia:

— układ współrzędnych $Oxyz$ związany jest z poruszającym się obiektem i jego początek pokrywa się ze środkiem masy ciała,

— na poruszający się obiekt działają siły ciężkości, aerodynamiczne i napędu rakietowego.

Równania ruchu obiektu wyprowadzono w oparciu o podstawowe równania dynamiki, [7]:

(8) $$\frac{d\bar{\Pi}_c}{dt} = \bar{F}, \quad \frac{d\bar{K}_c}{dt} = \bar{\mathfrak{m}}.$$

Dla obiektu o stałej masie m = const otrzymano:

(9) $$m\left(\frac{\delta \bar{V}_c}{\delta t}+\bar{\Omega}\times\bar{V}_c\right) = \bar{F},$$

(10) $$\frac{\delta \bar{K}_c}{\delta t}+\bar{\Omega}\times\bar{K}_c = \bar{\mathfrak{m}}.$$

Stosując przekształcenia [7, 9, 10] oraz rzutując wektorowe równania ruchu (9) i (10) na osie układu współrzędnych otrzymano dynamiczne równania ruchów: postępowego i obrotowego w postaci skalarnej [9, 10]. Do otrzymanego układu równań (9) i (10) dochodzą:

— związki kinematyczne uwzględniające przemieszczenia między układami grawitacyjnym i związanym z obiektem, (3),

— zależność między prędkościami kątowymi P, Q, R i prędkościami uogólnionymi $\dot{\Phi}, \dot{\Theta}, \dot{\Psi}$, (5).

Układ równań (9) (10) oraz (5) opisuje ruch obiektu w układzie związanym z ciałem $Oxyz$. Dodatkowy układ równań (3) jest układem wiążącym równania obiektu w układzie $Oxyz$ z nieruchomym układem inercjalnym $Ox_1y_1z_1$.

Prawe strony równań (9) i (10) zawierają siły i momenty sił zewnętrznych działające na obiekt ruchomy, będące funkcjami zmiennych opisujących ruch i położenie ciała U, V, W, P, Q, R, Φ, θ, Ψ. Składowe sił zewnętrznych i momentów działających na obiekt wyrażają się zależnościami:

— siły ciężkości

$$
\begin{aligned}
X_g &= -mg\sin\theta, \\
Y_g &= mg\cos\theta\sin\Phi, \qquad (11)\\
Z_g &= mg\cos\theta\cos\Phi,
\end{aligned}
$$

— siły aerodynamiczne

$$
\begin{aligned}
P_x &= \frac{1}{2}\varrho SV_p^2C_x \text{ — opór}, \\
P_y &= \frac{1}{2}\varrho SV_p^2C_y \text{ — siła boczna}, \qquad (12)\\
P_z &= \frac{1}{2}\varrho SV_p^2C_z \text{ — siła nośna},
\end{aligned}
$$

— momenty aerodynamiczne

$$
\begin{aligned}
M_x &= \frac{1}{2}\varrho SLV_p^2C_L \text{ — moment przechylający}, \\
M_y &= \frac{1}{2}\varrho SLV_p^2C_n \text{ — moment odchylający}, \qquad (13)\\
M_z &= \frac{1}{2}\varrho SLV_p^2C_m \text{ — moment pochylający},
\end{aligned}
$$

gdzie ϱ — gęstość powietrza, S — przekrój poprzeczny korpusu obiektu, L — długość charakterystyczna, C_x, C_y, C_z, C_L, C_n, C_m — bezwymiarowe współczynniki aerodynamiczne.

W pracy tej szeroko przeanalizowano ruch obiektu swobodnego w płaszczyźnie Ox_1z_1. Ponieważ przedmiotem badań są symetryczne [5, 6, 9, 23, 24, 29] ruchy obiektu, to znaczy, że:

$$
\begin{aligned}
V &= 0, \\
P = R &= 0, \qquad (14)\\
\Phi = \Psi &= 0, \\
L = N &= 0.
\end{aligned}
$$

Biorąc pod uwagę zależności (14), otrzymano z (9) (10) (3) (5) układ równań opisujących płaski ruch obiektu swobodnego, który po uwzględnieniu (11) (12) (13) ma postać:

$$
\begin{aligned}
&\frac{dU}{dt} = -QW - g\sin\theta + \frac{1}{m}(X_q Q + X_W W + X_0 + P_P - P_{II})\\
&\frac{dW}{dt} = QU + g\cos\theta + \frac{1}{m}[(Z_q + Z_{qs})Q + (Z_W + Z_{Ws})W + Z_0]\\
&\frac{dQ}{dt} = \frac{1}{J_y}[(M_q + M_{qs})Q + M_W W + M_0]\\
&\frac{d\theta}{dt} = Q\\
&\frac{dx_1}{dt} = U\cos\theta + W\sin\theta\\
&\frac{dz_1}{dt} = -U\sin\theta + W\cos\theta,
\end{aligned}
\tag{15}
$$

gdzie:

$$
\begin{aligned}
X_0 &= -\frac{1}{2}\varrho S V_c^2[C_x(\alpha)\cos\alpha - C_z(\alpha)\sin\alpha]\\
Z_0 &= -\frac{1}{2}\varrho S V_c^2[C_z(\alpha)\cos\alpha + C_x(\alpha)\sin\alpha]\\
M_0 &= \frac{1}{2}\varrho S L V_c^2 C_m(\alpha),
\end{aligned}
$$

przy czym: $\alpha = \mathrm{arctg}\frac{W}{U}$, $\quad V_c^2 = U^2 + W^2$.

Stosując przedstawioną metodę przeprowadzono badania dynamicznych własności osiowosymetrycznych obiektów zrzucanych z samolotu. Przeanalizowano trzy modele fizyczne pojemników lotniczych:

— pojemnik klasyczny swobodnie spadający po zrzucie z nosiciela,

— pojemnik z dołączonym sterem głębokości realizującym aerodynamiczne zakrzywienie toru,

— pojemnik z rakietowym układem hamująco-przyspieszającym.

Opis matematyczny własności dynamicznych wyżej omówionych modeli fizycznych sprowadza się do wspólnego modelu matematycznego opisujący jednoznacznie nieodkształcalny obiekt swobodny o więzach holonomicznych [9]. Różnice wynikające z różnic konstrukcyjnych modeli uwzględnia się w wektorach stanu poprzez wprowadzenie odpowiednich zmiennych zwanych zmiennymi stanu. Występujące w układzie równań (15) współczynniki $X_q, X_w, Z_q, Z_w, M_q, M_w$ noszą nazwę pochodnych aerodynamicznych [4, 5, 6, 29, 31, 34], a współczynniki Z_{qs}, Z_{ws}, M_{qs} — pochodnych silnikowych [6]. Wyznacza się je zgodnie z przyjętą w lotnictwie zasadą przy badaniu stateczności obiektów latających, przy założeniu, że zmiany symetryczne ruchu powodują zmiany symetrycznych sił i momentów, a zmiany antysymetryczne - antysymetrycznych [4, 5, 6, 9, 10, 12, 29, 31, 32].

Pochodne aerodynamiczne analizowanych modeli mają postać:
— dla pojemników klasycznych [10, 11]:

$$
\begin{aligned}
X_q &= -\frac{1}{2}\varrho\frac{W^2+U^2}{U}\frac{S}{S_b}\frac{\partial C_x}{\partial \alpha}\int_{x_2}^{x_1} C_1(x)xdx,\\
X_w &= -\frac{1}{2}\varrho\frac{W^2+U^2}{U}S\frac{\partial C_x}{\partial \alpha},\\
Z_q &= -\frac{1}{2}\varrho\frac{W^2+U^2}{U}\frac{S}{S_b}\frac{\partial C_z}{\partial \alpha}\int_{x_2}^{x_1} C_1(x)xdx,\\
Z_w &= -\frac{1}{2}\varrho\frac{W^2+U^2}{U}S\frac{\partial C_z}{\partial \alpha},\\
M_q &= -\frac{1}{2}\varrho\frac{W^2+U^2}{U}\frac{S}{S_b}L\frac{\partial C_m}{\partial \alpha}\int_{x_2}^{x_1} C_1(x)xdx,\\
M_w &= \frac{1}{2}\varrho\frac{W^2+U^2}{U}SL\frac{\partial C_m}{\partial \alpha},
\end{aligned}
\tag{16}
$$

— dla pojemników usterzonych [13]:

$$
\begin{aligned}
X_q &= -\frac{1}{2}\varrho\frac{W^2+U^2}{U}S\left[\frac{\partial C_{xH}}{\partial \alpha}l_H+\frac{\partial C_{xK}}{\partial \alpha}\frac{1}{S_b}\int_{x_2}^{x_1} C_1(x)xdx\right],\\
X_w &= -\frac{1}{2}\varrho\frac{W^2+U^2}{U}S\frac{\partial C_x}{\partial \alpha},\\
Z_q &= -\frac{1}{2}\varrho\frac{W^2+U^2}{U}S\left[\frac{\partial C_{zH}}{\partial \alpha}l_H+\frac{\partial C_{zK}}{\partial \alpha}\frac{1}{S_b}\int_{x_2}^{x_1} C_1(x)xdx\right],\\
Z_w &= -\frac{1}{2}\varrho\frac{W^2+U^2}{U}S\frac{\partial C_z}{\partial \alpha},\\
M_q &= -\frac{1}{2}\varrho\frac{W^2+U^2}{U}SL\left[\frac{\partial C_{mH}}{\partial \alpha}l_H+\frac{\partial C_{mK}}{\partial \alpha}\frac{1}{S_b}\int_{x_2}^{x_1} C_1(x)xdx\right],\\
M_w &= \frac{1}{2}\varrho\frac{W^2+U^2}{U}SL\frac{\partial C_m}{\partial \alpha};
\end{aligned}
\tag{17}
$$

— dla pojemników z rakietowym układem hamująco-przyspieszającym pochodne aerodynamiczne wyrażają się podobnie jak dla pojemników klasycznych, a pochodne silnikowe mają postać [6, 14]:

$$
\begin{aligned}
Z_{qs} &= l_s(m_{sp}-m_{sH}),\\
Z_{ws} &= \frac{1}{2}\varrho VS(C_{sp}-C_{sH}),\\
M_{qs} &= l_s^2(m_{sH}-m_{sp}),
\end{aligned}
\tag{18}
$$

gdzie S_b — powierzchnia przekroju podłużnego pojemnika, $C_1(x)$ — funkcja zmiany przekroju poprzecznego pojemnika wzdłuż długości, l_H — odległość od SC pojemnika do osi obrotu steru, l_s — odległość od SC pojemnika do dyszy silnika rakietowego, $\frac{Q_p}{gt_s}$ — wydatek sekundowy gazów prochowych, $\frac{2P_s}{\varrho V_c^2 S} = C_s$ — współczynnik ciągu silników rakietowych.

4. Własności kinematyczne i geometryczne ruchu obiektów zrzucanych z samolotu

Równania (15) opisujące ruch obiektu zrzuconego z samolotu są równaniami różniczkowymi zwyczajnymi rzędu drugiego, silnie nieliniowymi, o zmiennych współczynnikach. Scałkowano je numerycznie wykorzystując metodę Runge–Kutta przy czym analizę numeryczną przeprowadzono w Instytucie Technicznym Wojsk Lotniczych, [35, 37].

Opracowane programy mają na celu zbadanie wpływu:

— parametrów lotu nosiciela,

— parametrów konstrukcyjnych obiektu zrzuconego, takich jak kąt wychylenia steru β_H, wielkość siły hamującej P_H, przyspieszającej P_p, na tor lotu obiektu $f(x_1, z_1)$, zmianę kąta natarcia α, kąta pochylenia θ, prędkość upadku V_k i inne parametry charakteryzujące ruch.

Obliczenia wykonano dla następujących parametrów:

— prędkości zrzutu $V_0 = 100, 150, 200, 250$ [m/s];

— kąt pochylenia w chwili zrzutu $\theta_0 = -15, 0, 15$[°];

— wartości sił $P_H = P_p = 2000, 4000, 6000$ [kG];

— kąt wychylenia steru pojemnika $\beta_H = 0{,}15{,}30$ [°];

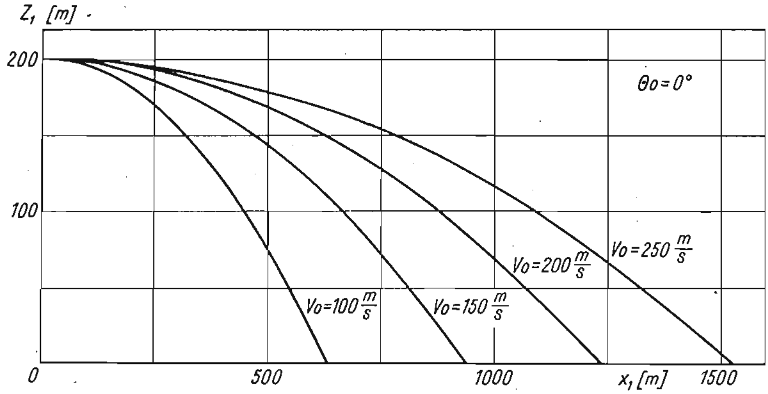
przy zachowaniu stałych wartości pozostałych parametrów, jak np.: charakterystyk geometrycznych, masowych, aerodynamicznych.

Charakterystyczne wyniki obliczeń dla badanych modeli przedstawiono w formie wykresów na rys. 3÷18.

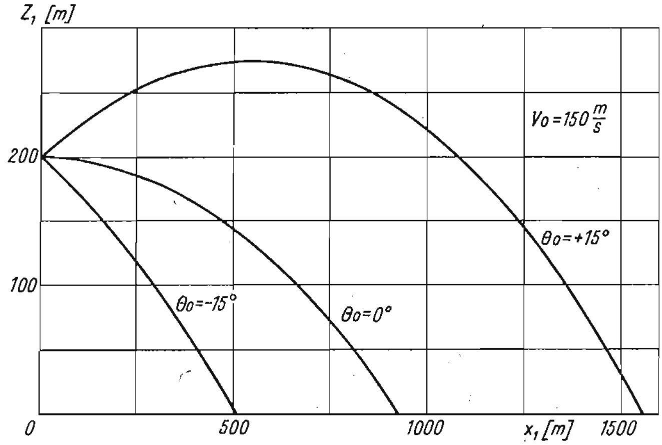
a) *Klasyczny pojemnik lotniczy.* Z analizy otrzymanych wyników obliczeń [10] wypływa wniosek, że profil toru $z_1 = z_1(x_1)$ w istotny sposób zależy od prędkości zrzutu V_0, rys. 3, i początkowego kąta pochylenia θ_0 rys. 4. Ze wzrostem prędkości zrzutu V_0 donośność pojemnika znacznie rośnie, a tym samym i jego tor staje się bardziej płaski, co doprowadzić może przy pewnej wartości kąta upadku θ_k do rykoszetu. Podobnie wzrost początkowego kąta pochylenia θ_0 powoduje duże zwiększenie donośności przy czym jego wpływ na zmianę kąta upadku θ_k jest nieznaczny; np. przyrost kąta $\Delta\theta_0 = 30°$ powoduje przyrost kąta $\Delta\theta_k \cong 0{,}1$ rad, rys. 4.

Zmiana kąta pochylenia θ na torze ma charakter oscylacji gasnących, rys. 5. Wzrost prędkości zrzutu V_0 powoduje zmniejszenie kąta upadku θ_k oraz zwiększenie częstości i zmniejszenie amplitudy oscylacji, rys. 5.

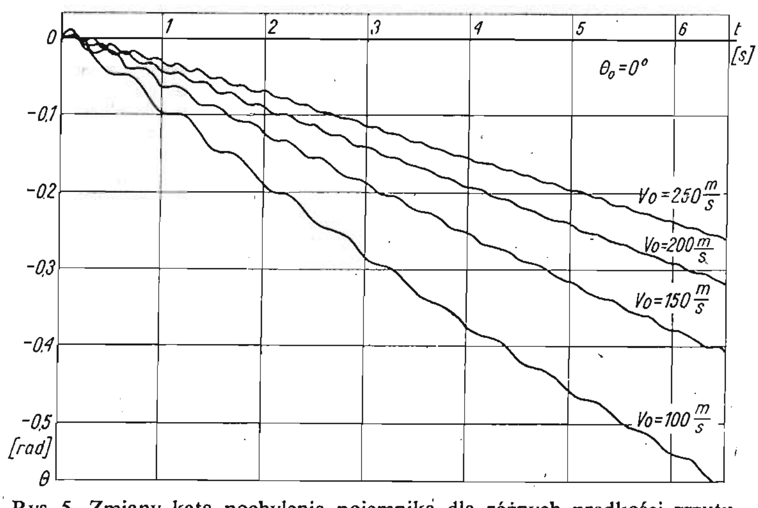
Z charakteru zmian kąta natarcia α, rys. 6, i prędkości pionowej W, rys. 7, na torze wynika, że ruch pojemnika swobodnie spadającego jest ruchem periodycznym, tłumionym przy czym tłumienie silnie wzrasta z przyrostem prędkości, rys. 6 i rys. 7.



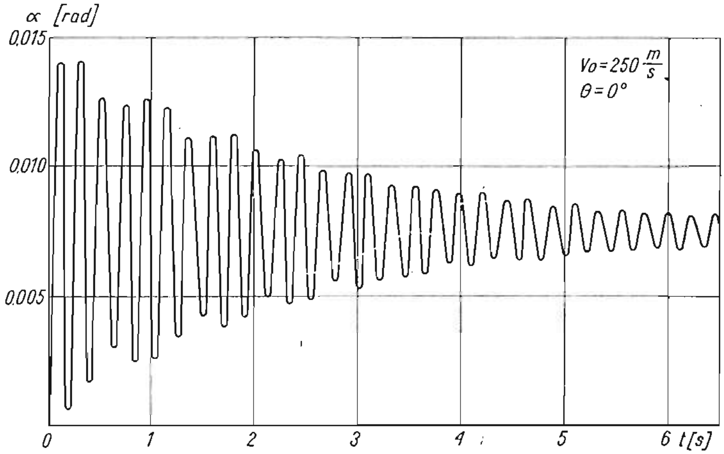
Rys. 3. Tory lotu pojemnika dla różnych prędkości zrzutu



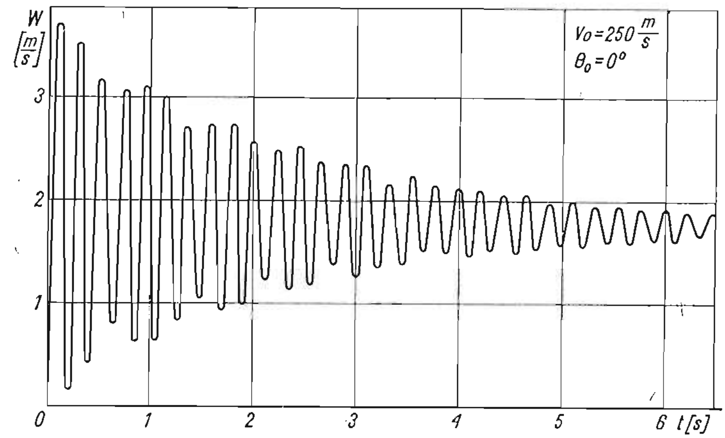
Rys. 4. Tory lotu pojemnika dla różnych wartości początkowych kątów pochylenia pojemnika



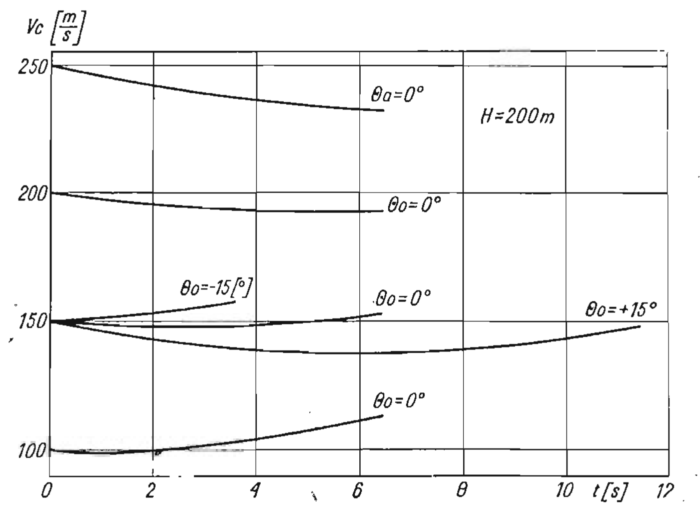
Rys. 5. Zmiany kąta pochylenia pojemnika dla różnych prędkości zrzutu



Rys. 6. Oscylacje kąta natarcia pojemnika dla prędkości zrzutu $V_0 = 250$ m/s



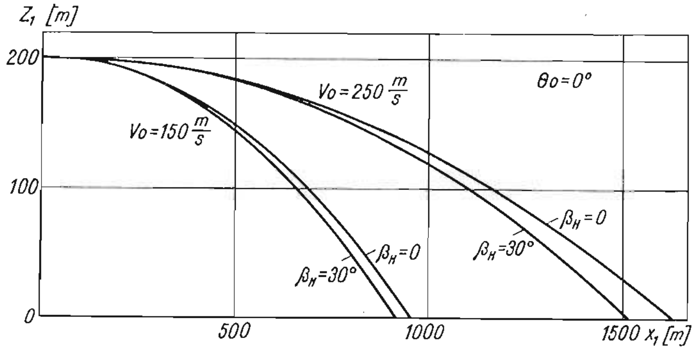
Rys. 7. Oscylacje prędkości poprzecznej pojemnika dla prędkości zrzutu $V_0 = 250$ m/s



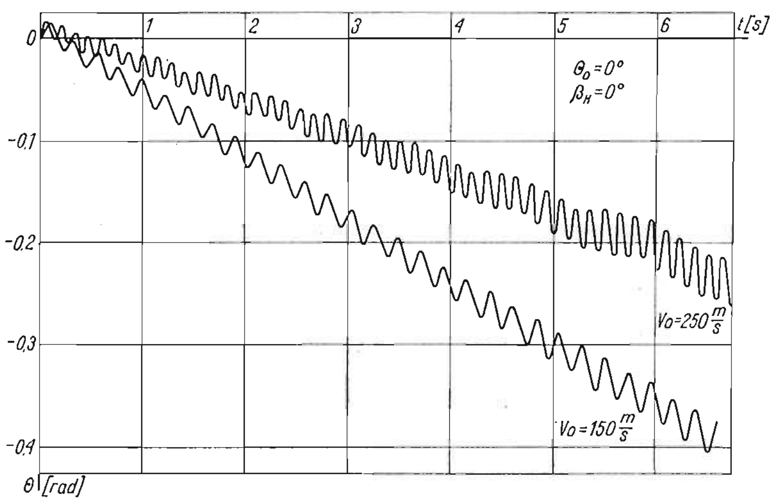
Rys. 8. Zmiany prędkości całkowitej pojemnika dla różnych prędkości zrzutu V_0 i różnych kątów pochylenia θ

Wektor prędkości całkowitej pojemnika V_c zmienia się jak na rys. 8. W pierwszej fazie lotu następuje wyhamowanie prędkości a następnie zaczyna ona wzrastać, przy czym możliwą do osiągnięcia prędkością w swobodnym spadku jest prędkość graniczna.

b) *Pojemnik lotniczy sterowany aerodynamicznym sterem głębokości.* Z przeprowadzonych obliczeń [13] wynika, że profil toru pojemnika sterowanego $z_1 = z_1(x_1)$ w istotny sposób zależy od prędkości zrzutu ciała. Ze wzrostem tej prędkości donośność pojemnika rośnie, a więc tor staje się coraz bardziej płaski, rys. 9.

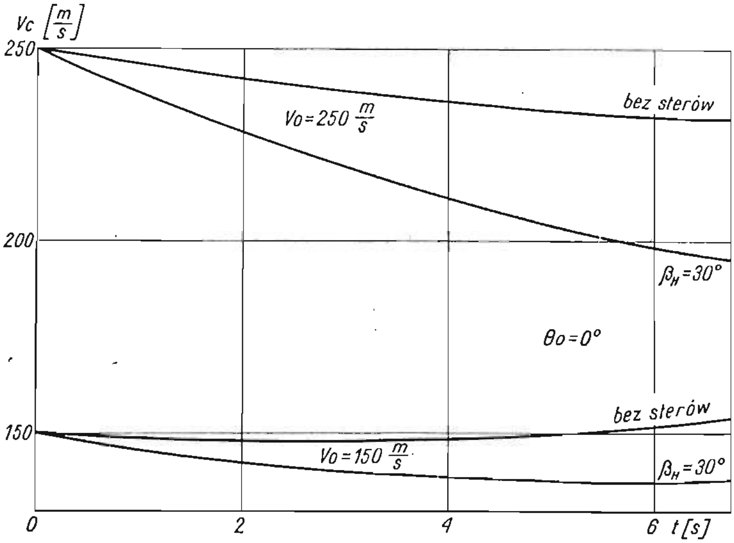


Rys. 9. Wykres profilu toru lotu pojemnika dla różnych prędkości zrzutu V_0 i kątów wychylenia steru β_H



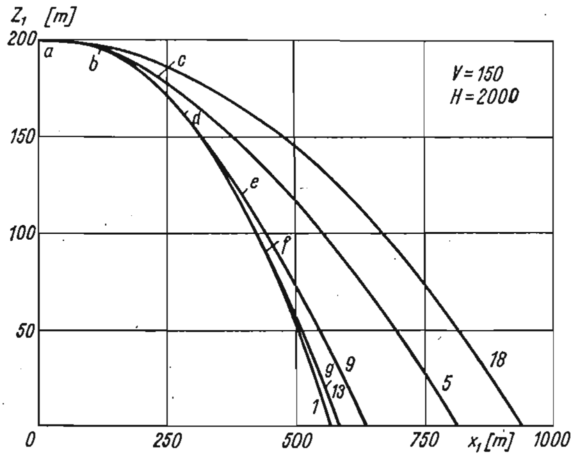
Rys. 10. Wykres zmian kąta pochylenia θ przy zerowym wychyleniu steru $\beta_H = 0°$ i różnych prędkościach zrzutu V_0

Wpływ kąta wychylenia steru głębokości na profil toru jest mały. Przykładowo, przy prędkości $V_0 = 250$ [m/s] wychylenie steru o kąt $\Delta\beta_H = 30°$ powoduje zmniejszenie donośności o $\Delta X_1 \cong 100$ [m], rys. 9. Z charakteru zmian kąta natarcia α i pochylenia θ, rys. 10, wynika, że ruch pojemnika na torze jest ruchem periodycznym. Dołączona dodatkowa powierzchnia powoduje uniestatecznienie ruchu. Zwiększenie wychylenia steru o kąt $\Delta\beta_H$ powoduje ustatecznienie ruchu, gdyż przy małych kątach β amplituda wahań ma tendencję do wzrostu, natomiast przy większych kątach β_H utrzymuje się na stałym, choć podwyższonym poziomie. Skuteczność zakrzywienia toru nie jest duża np. wychylenia steru o kąt $\Delta\beta_H = 30°$ powoduje zwiększenie kąta pochylenia o $\Delta\theta \cong 0{,}2$ rad przy dużych wahaniach. Prędkość całkowita usterzonego pojemnika w stosunku do klasycznego znacznie spada, z tym, że wzrost kąta wychylenia steru powoduje większy spadek prędkości, rys. 11.



Rys. 11. Charakter zmian prędkości całkowitej V_c dla różnych prędkości początkowych pojemnika z wychylonym sterem i bez steru

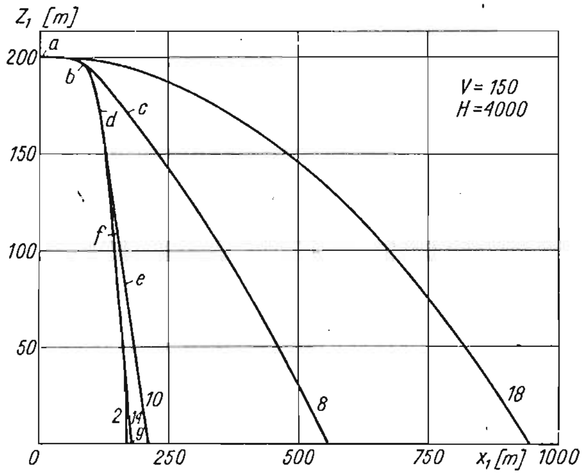
c) *Pojemnik lotniczy z rakietowym układem hamująco-przyspieszającym.* Z analizy otrzymanych wyników obliczeń numerycznych [14] wynika, że profil toru lotu pojemnika $z_1 = z_1(x_1)$ w istotny sposób zależy od prędkości zrzutu V_0 i wielkości sił hamująco-przyspieszających, rys. 12 i rys. 13. Dla danej siły rakietowej wzrost prędkości zrzutu powoduje



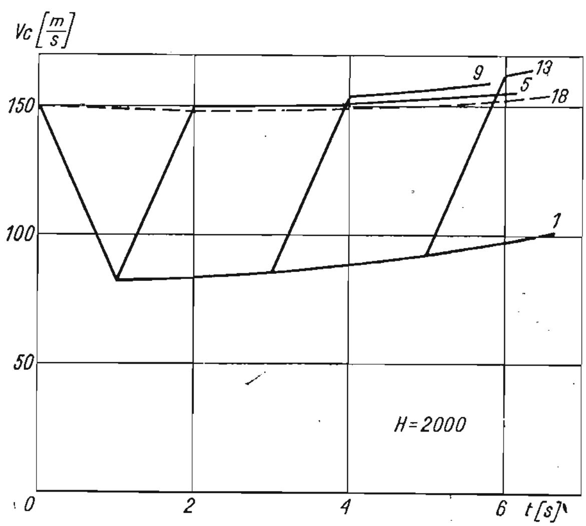
Rys. 12. Wykres profilu toru lotu pojemnika dla prędkości zrzutu $V_0 = 150$ m/s i wartości siły hamującej $H = 2000$ kG i przyspieszającej $P = 2000$ kG

zwiększenie donośności pojemnika natomiast przy ustalonej prędkości zrzutu przyłożenie większej siły hamująco-przyspieszającej powoduje zmniejszenie donośności, przy czym istotnym czynnikiem jest czas włączenia silnika przyspieszającego, rys. 12, 13. Wzrost przedziału czasowego między czasem zakończenia pracy silnika hamującego t_{KH}, a czasem odpalenia silnika przyspieszającego t_{pp} powoduje większe wystromienie toru, a tym samym zmniejszenie donośności (rys. 12, rys. 13).

Interesujący przebieg ma zmiana wektora prędkości całkowitej V_C pojemnika na torze, rys. 14, rys. 15. Dla porównania wyników na jednym wykresie przedstawiono krzywe zmiany wektora prędkości dla swobodnego spadku pojemnika oraz dla lotu po-



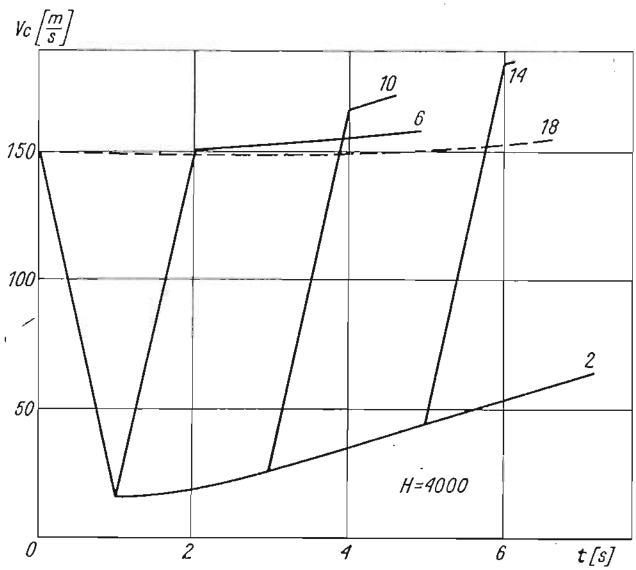
Rys. 13. Wykres profilu toru lotu pojemnika dla prędkości zrzutu $V_0 = 150$ m/s i wartości siły hamującej $H = 4000$ kG i przyspieszającej $P = 4000$ kG



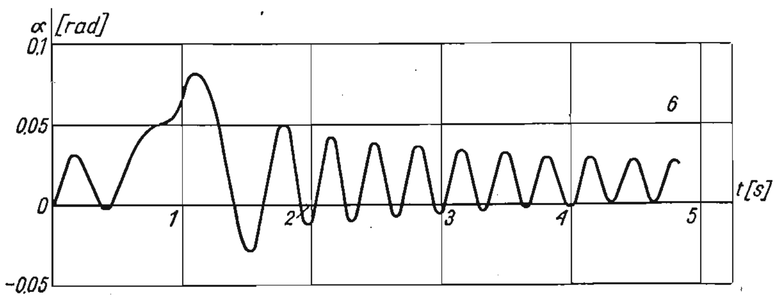
Rys. 14. Charakter zmian prędkości całkowitej V_c dla prędkości początkowej pojemnika $V_0 = 150$ m/s i wartości siły hamującej $H = 2000$ kG i przyspieszającej $P = 2000$ kG

jemnika z przyłożonymi określonymi wartościami sił rakietowych P_H i P_p, rys. 14 i rys. 15. Z analizy uzyskanych przebiegów wynika, że przy danej prędkości zrzutu większa wartość siły hamującej powoduje większy spadek prędkości całkowitej i analogicznie większa wartość siły przyspieszającej powoduje wzrost prędkości całkowitej, a w tym i prędkości końcowej V_K. Określona wartość siły hamującej P_H lub przyspieszającej P_p powoduje podobne efekty hamowania lub przyspieszania przy różnych prędkościach zrzutu. Na prędkość końcową pojemnika ma wpływ przerwa czasowa Δta określona wzorem $\Delta t_a = t_{pp} - t_{KH}$, przy czym im ta przerwa jest większa tym wartość prędkości końcowej wzrasta. Wynika to stąd, że prędkość końcowa jest sumą prędkości swobodnego spadku w czasie Δt_a oraz prędkości rozpędzania podczas działania silnika przyspieszającego, rys. 14 i rys. 15.

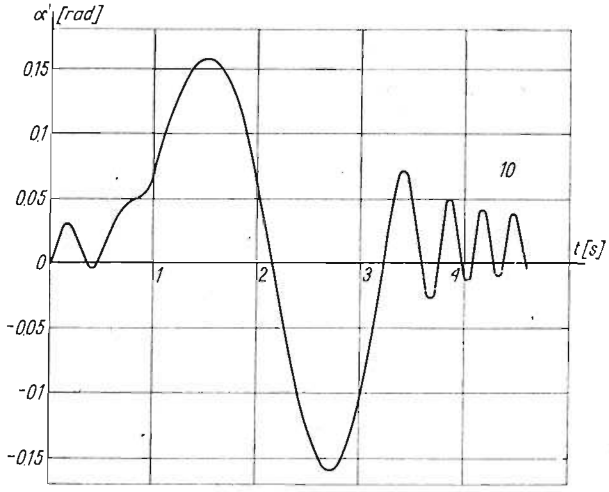
Z wykresów przedstawiających zmianę kąta natarcia α na torze, rys. 16 i rys. 17, wynika, że kąt natarcia zmienia się periodycznie, przy czym amplituda i okres wahań



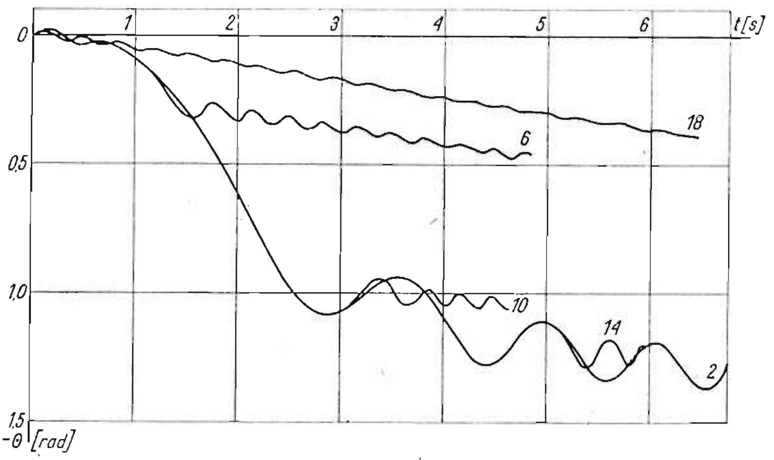
Rys. 15. Charakter zmian prędkości całkowitej V_c dla prędkości początkowej pojemnika $V_0 = 150$ m/s i wartości siły hamującej $H = 4000$ kG i przyspieszającej $P = 4000$ kG



Rys. 16. Charakter zmian kąta natarcia α na torze przy prędkości zrzutu $V_0 = 150$ m/s i wartości siły hamującej $H = 4000$ kG i przyspieszającej $P = 4000$ kG. Silnik przyspieszający działa bezpośrednio po silniku hamującym



Rys. 17. Charakter zmian kąta natarcia α na torze przy prędkości zrzutu V_0 = 150 m/s i wartości siły hamującej H = 4000 kG i przyspieszającej P = 4000 kG. Silnik przyspieszający zostaje włączony po czasie Δt = 2 s od chwili zakończenia pracy silnika hamującego



Rys. 18. Wykresy zmian kąta pochylenia θ dla prędkości zrzutu V_0 = 150 m/s i wartości sił hamującej H i przyspieszającej P równych $H = P$ = 4000 kG włączanych w różnych momentach czasu

zależą od wielkości oraz czasu przyłożenia sił rakietowych do pojemnika. Pojemnik w czasie ruchu ustatecznia się na torze, rys. rys. 16 - 18. Szybsze włączenie silnika przyspieszającego powoduje szybsze ustatecznienie ruchu.

Zmiana kąta pochylenia θ na torze ma charakter oscylacyjny, rys. 18. Zasadniczy wpływ na wielkość kąta upadku pojemnika θ_K ma czas włączenia silnika przyspieszającego w ustalonych parametrach zrzutu i wielkościach sił przyspieszającej i hamującej. Stwierdzono, że późniejsze włączenie silnika przyspieszającego powoduje duży wzrost (do ~ 1 rad) kąta θ w czasie swobodnego lotu pojemnika a następnie powolne oscylacje z jednoczesnym powolnym i ciągłym wzrostem, rys. 18.

5. Własności dynamiczne ruchu obiektów zrzucanych z samolotu

Do badania własności dynamicznych ruchu pojemników lotniczych można zastosować uproszczone modele matematyczne obiektu fizycznego. W pracy, analizując ruchy podłużne obiektów zrzucanych z samolotu, uproszczono model matematyczny tego zjawiska poprzez linearyzację równań ruchu (15) stosując metodę zamrożonych współczynników i małych zakłóceń. Przyjęta metoda zakłada, że w ruchu obiektu latającego występują małe odchylenia od określonych w danej chwili warunków lotu. Można ją stosować w przypadku, gdy lot nie zachodzi przy krytycznych kątach natarcia α_{kr} oraz gdy zmiany położenia kątowego są małe, [9, 10, 11].

Linearyzację przeprowadzono w określonym punkcie toru przy założeniu:

$\theta = \theta_1 + \vartheta$ — kąt toru,

$Q = Q_1 + q$ — prędkość kątowa pochylenia,

$U = U_1 + u$ — składowa podłużna prędkości postępowej,

$W = W_1 + w$ — składowa poprzeczna prędkości postępowej,

θ_1, Q_1, U_1, W_1 — kąt toru; prędkość: kątowa pochylenia, prędkość podłużna i poprzeczna w chwili t_1, dla ściśle określonego położenia. Wartości te są obliczane na drodze całkowania numerycznego układu równań nieliniowych (15).

Układ równań różniczkowych (15), po zlinearyzowaniu, [9, 11, 12], oraz uporządkowaniu, w zapisie macierzowym, ma następującą postać:

$$\mathbf{A}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{B}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D} = \mathbf{0}, \tag{19}$$

gdzie:

$\mathbf{A} = [a_{ij}]$ — macierz kwadratowa współczynników bezwładności,

$\mathbf{B} = [b_{ij}]$ — macierz kwadratowa współczynników tłumienia,

$\mathbf{C} = [c_{ij}]$ — macierz kwadratowa współczynników sztywności,

$\mathbf{D} = [d_{ij}]$ — macierz kolumnowa wyrazów wolnych,

przy czym

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathrm{col}[\Pi u, \Pi w, \vartheta]$$

$$\mathbf{x} = \mathrm{col}[u, w, \dot{\vartheta}]$$

Rozwiązanie zagadnienia sprowadzono do wyznaczenia wektorów własnych $\mathbf{Z}_j$ i odpowiadających im wartości własnych $\lambda_{j,j+1} = \xi_{j,j+1} \pm i\eta_{j,j+1}$ macierzy stanu $\mathbf{R}$ wyrażającej się zależnością, [9, 11, 12]:

$$\mathbf{R} = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ \hline -\mathbf{A}^{-1}\mathbf{C} & -\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B} \end{array}\right]. \tag{20}$$

Wyznaczenie wektorów własnych $\mathbf{Z}_j$, odpowiadających ściśle określonym wartościom własnym λ_j, pozwala na identyfikację odpowiednich ruchów rozpatrywanego modelu fizycznego badanego obiektu.

Rozwiązanie ogólne układu równań (19) jest liniową kombinacją wszystkich rozwiązań szczególnych i dla niepowtarzających się wartości własnych ma postać:

$$\mathbf{Z} = \sum_{j=1}^{n} C_j \mathbf{Z}_j \exp(\lambda_j, t), \tag{21}$$

gdzie:

$\mathbf{Z}_j$ — jest wektorem własnym, odpowiadającym wartości własnej λ_j,

C_j — stałe wyznaczone z warunków początkowych, będących wartościami zakłóceń od parametrów ruchu, dla chwili $t = t_1$,

$\lambda_{j,j+1}$ — wartości własne macierzy stanu $\mathbf{R}$,

$\eta_{j,j+1}$ — częstość oscylacji o okresie $T_j = \frac{2\pi}{\eta_j}$,

$\xi_{j,j+1}$ — współczynnik tłumienia, jeżeli wszystkie $\xi < 0$, wahania są tłumione, tzn. ruch obiektu jest asymptotycznie stateczny w sensie Lapunowa,

$T_{1/2} = \frac{ln2}{\xi_j}$ — czas stłumienia amplitudy do połowy,

przy czym liczba wartości własnych i odpowiadających im wektorów własnych $\mathbf{Z}_j$ jest równa n — liczbie równań różniczkowych zwyczajnych rzędu pierwszego.

Stosując opisaną metodę zbadano stateczność podłużną modeli pojemników lotniczych przedstawionych w rozdz. 4.

Postawiony problem rozwiązano przy pomocy maszyny cyfrowej. Program obliczania wartości własnych i wektorów własnych macierzy został opracowany oraz obliczenia wykonano w Instytucie Technicznym Wojsk Lotniczych [36, 38].

Otrzymano cztery wartości własne, które zidentyfikowano analizując odpowiadające im wektory własne $\mathbf{Z}_j$:

$\lambda_{1,2} = \xi_{1,2} \pm i\eta_{1,2}$ — odpowiada szybkim oscylacjom pochylającym ϑ, zawsze silnie tłumionym $\xi_{1,2} < 0$, z równoczesnym przemieszczeniem poprzecznym pojemnika lotniczego w,

$\lambda_{3,4} = \xi_{3,4} \pm i\eta_{3,4}$ — odpowiada poprzecznym wahaniom periodycznym o częstości
lub $\eta_{3,4}$ lub przemieszczeniom aperiodycznym α, w; charaktery-
$\lambda_3 = \xi_3$ zuje ruchy rozbieżne $\xi_3 > 0$, $\xi_4 < 0$ lub słabo tłumione wa-
$\lambda_4 = \xi_4$ hania.

Charakterystyczne wyniki obliczeń dla analizowanych modeli pojemników lotniczych przedstawiono na rys. rys. 19÷24. Wykreślono zmiany współczynników tłumienia ξ_j i częstości oscylacji η_j w funkcji czasu spadku pojemnika t. W celu określenia położenia pojemnika przedstawiono również tor lotu $z_1 = f(x_1)$, obliczony w rozdz. 4.

a) *Klasyczny pojemnik lotniczy.* Macierze $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ równania (19) dla klasycznego pojemnika lotniczego mają postać:

— macierz współczynników bezwładności

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & J_y \end{bmatrix},$$

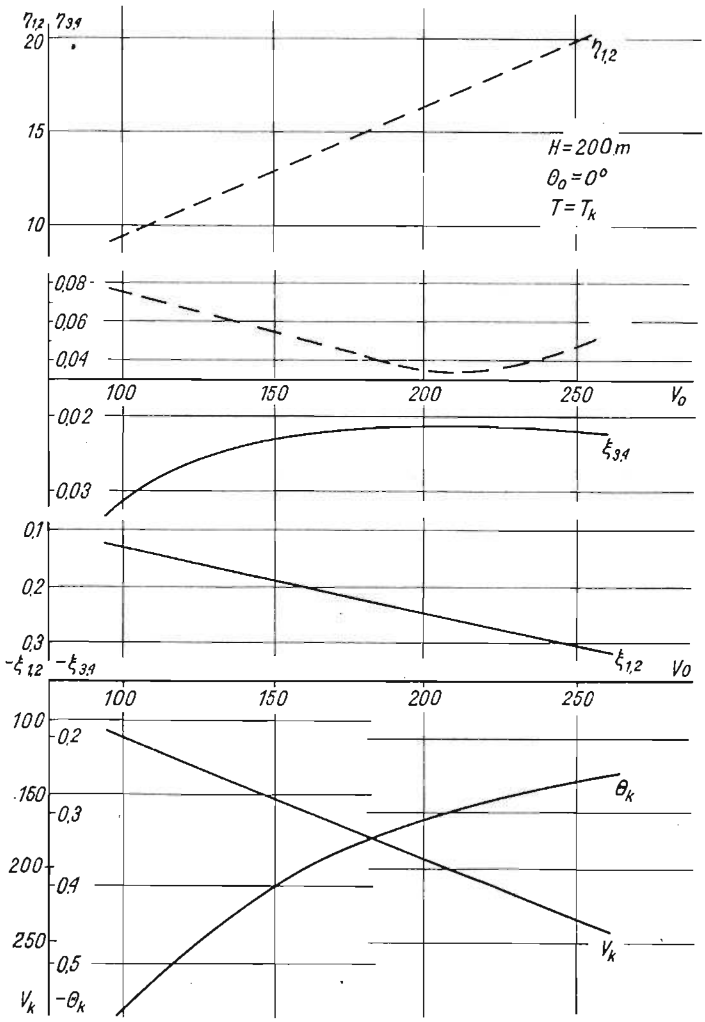
— macierz współczynników tłumienia

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -X_u, & mQ_1 - X_w, & mW_1 - X_q, \\ -(mQ_1 + Z_u), & -Z_w, & -(mU_1 + Z_q), \\ -M_u, & -M_w, & -M_q, \end{bmatrix},$$

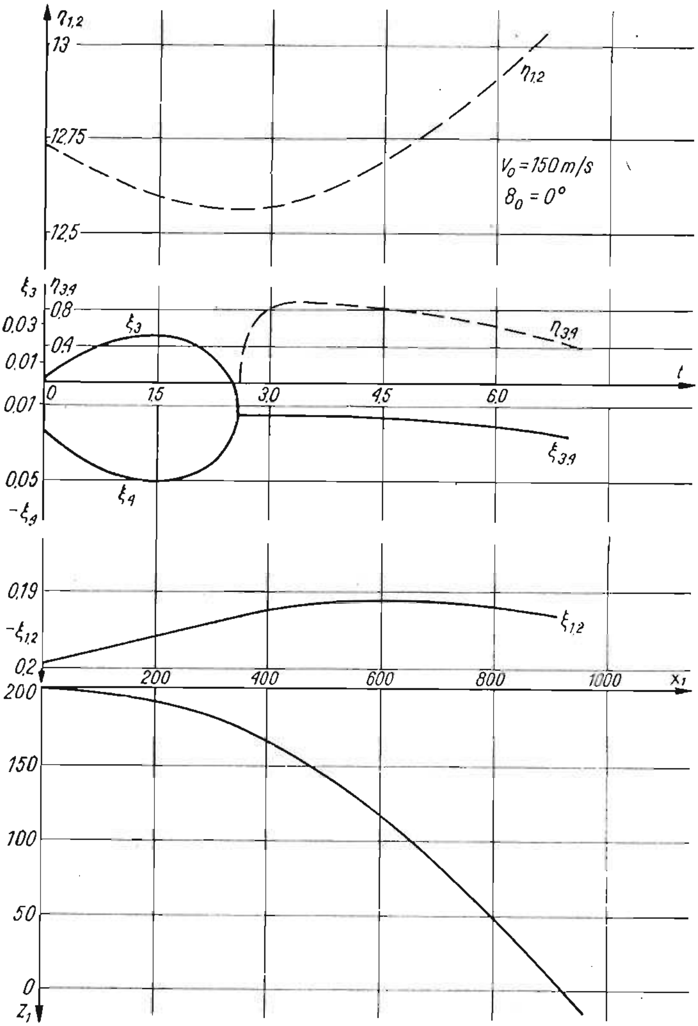
— macierz współczynników sztywności

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & X_\vartheta \\ 0 & 0 & Z_\vartheta \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Z analizy zmian wartości własnych, rys. 19, w funkcji czasu lotu tzn. w zależności od położenia na torze, wynika, że ruch pojemnika klasycznego w początkowej fazie jest lotem niestatecznym $\xi_3 > 0$. W pierwszej fazie lotu po zrzucie pojemnik wykonuje powolne ruchy aperiodyczne nietłumione $\xi_3 > 0$ i $\xi_4 < 0$, z równoczesnymi silnie tłumionymi oscylacjami $\xi_{1,2} < 0$ o częstości $\eta_{1,2}$. W dalszym locie następuje ustatecznienie ruchu,



Rys. 19. Zmiany współczynnika tłumienia ξ, częstości oscylacji η, kąta upadku θ_k i prędkości upadku V_k w funkcji prędkości zrzutu V_0 w chwili końcowej $T = T_k$

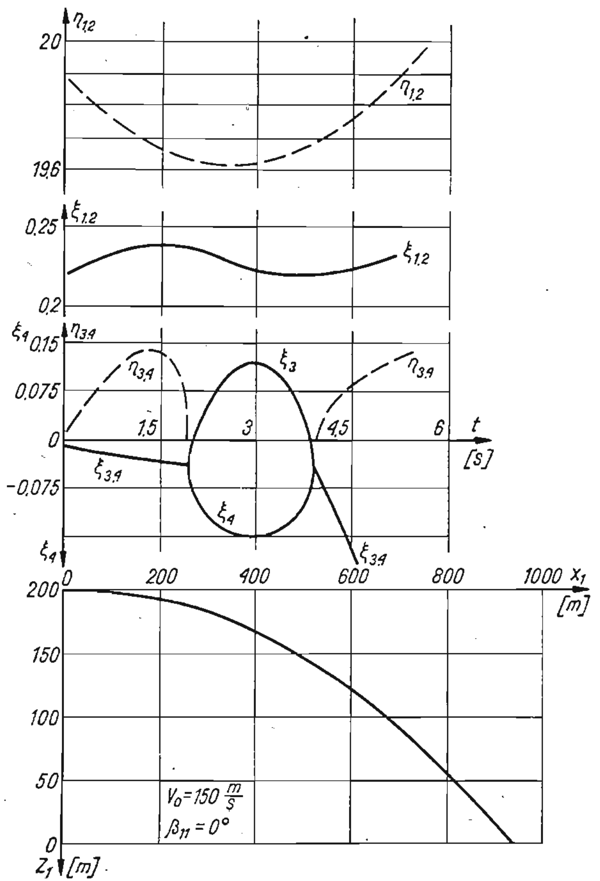


Rys. 20. Zmiany współczynnika tłumienia ξ, częstości oscylacji η i toru lotu $x_1 = f(z_1)$ w funkcji czasu t dla prędkości początkowej zrzutu $V_0 = 150$ m/s

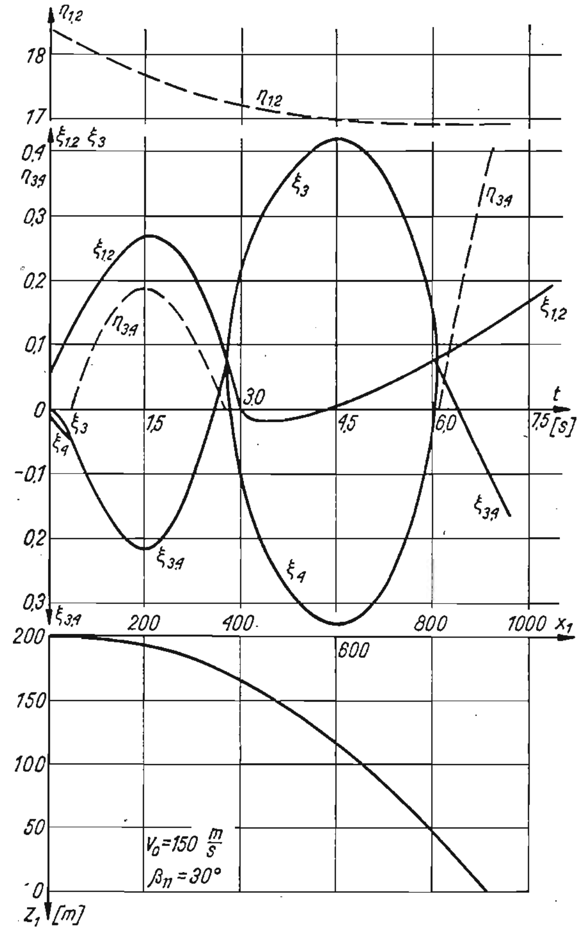
zarówno szybkie oscylacje o częstości $\eta_{1,2}$ są tłumione $\xi_{1,2} < 0$, jak i wahania periodyczne o niskiej częstości $\eta_{3,4}$ są zanikające $\xi_{3,4} < 0$.

Wyniki przedstawione na rys. 20 potwierdzają stateczność lotu pojemnika w końcowej fazie spadku: $\xi_{1,2} < 0$ i $\xi_{3,4} < 0$. Ze wzrostem prędkości zrzutu V_0 wzrastają szybkie oscylacje wywołane „usztywnieniem" aerodynamicznym ($\eta_{1,2}$ rośnie), przy równoczesnym silnym wzroście tłumienia (ujemna wartość $\xi_{1,2}$ maleje). Zmiany tłumionych wahań fugoidalnych są bardzo małe.

b) *Sterowany pojemnik lotniczy z wychylanym sterem głębokości.* Macierze **A**, **B**, **C** równania (19) sterowanego pojemnika lotniczego wyrażają się podobnie jak w przypadku pojemnika klasycznego, natomiast różna jest postać poszczególnych wyrazów macierzy.



Rys. 21. Zmiany współczynnika tłumienia ξ_j i współczynników częstości oscylacji η_j w funkcji czasu spadania dla $V_0 = 150$ m/s i $\beta_H = 0°$



Rys. 22. Zmiany współczynników tłumienia ξ_j i współczynników częstości oscylacji η_j w funkcji czasu spadania dla $V_0 = 150$ m/s i $\beta_H = 30°$

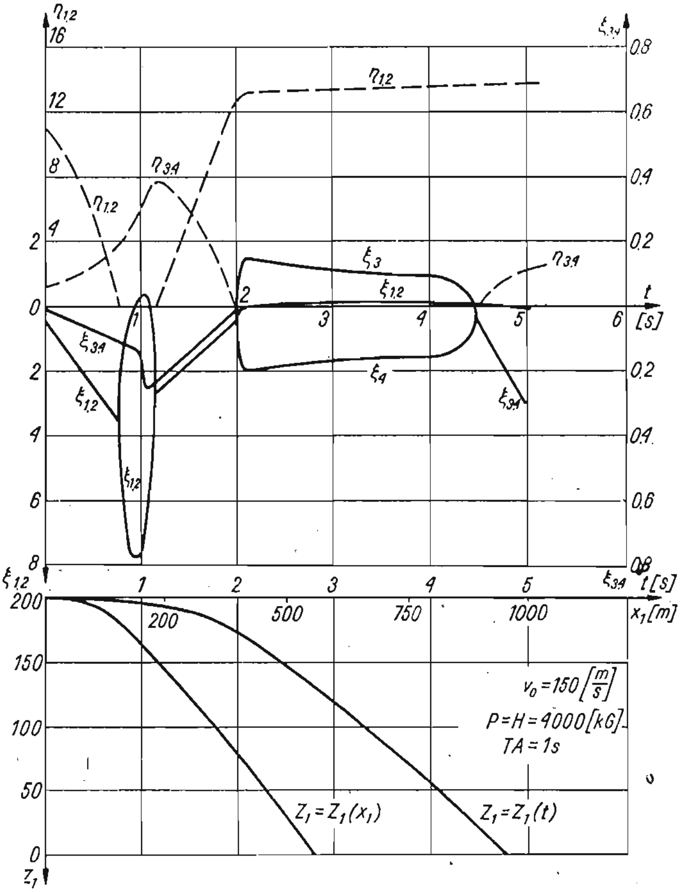
Analiza wyników wykazuje, że umieszczenie steru głębokości o przyjętych kształtach i wielkości powoduje słabe uniestatecznienie lotu pojemnika: $\xi_{1,2} > 0$ i w pewnych fazach lotu: $\xi_3 > 0$, rys. 21.

Wychylenie steru o kąt β_H w niewielkim stopniu pogłębia niestateczność lotu, rys. 22. Tak przyjęte stery wykazują jednocześnie małą skuteczność, co jest spowodowane silnymi własnościami stabilizującymi brzechw i pierścieni kierujących pojemnika klasycznego.

c) *Pojemnik lotniczy z rakietowymi silnikami hamująco-przyspieszającymi.* Macierze **A**, **B**, **C** równania (19) dla pojemnika lotniczego z rakietowym układem hamująco-przyspieszającym są następujące:

— macierz współczynników bezwładności

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & J_y \end{bmatrix},$$



Rys. 23. Zmiany współczynników tłumienia ξ_j i współczynników częstości oscylacji η_j w funkcji czasu spadania pojemnika dla prędkości zrzutu $V_0 = 150$ m/s i wartości sił hamującej H i przyspieszającej P równych $H = P = 4000$ kG. Silnik przyspieszający włączony bezpośrednio po wyłączeniu silnika hamującego

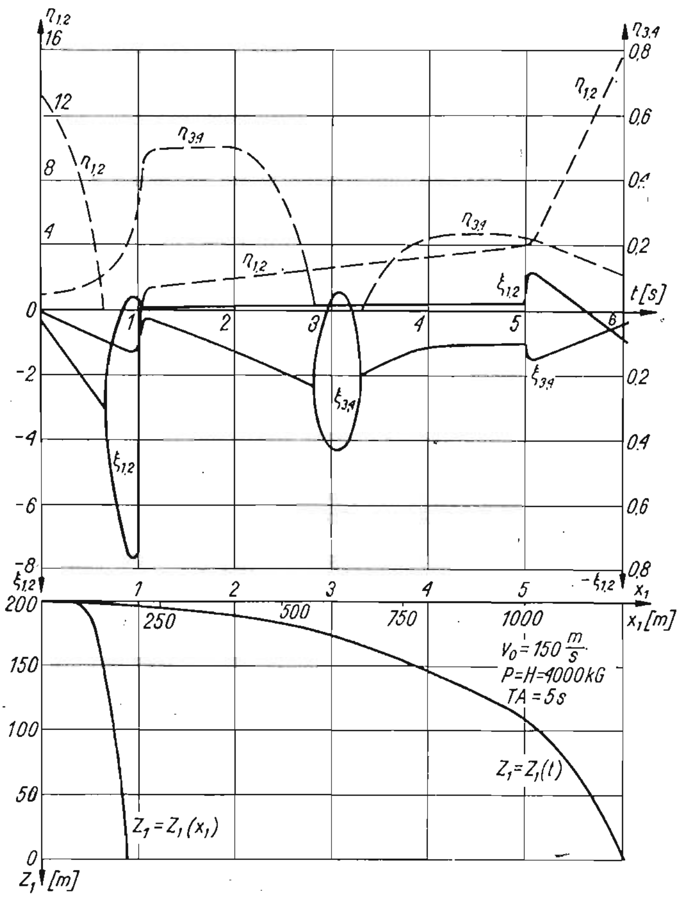
— macierz współczynników tłumienia

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -X_u, & mQ_1 - X_w, & mW_1 - X_q, \\ -mQ_1 - Z_u, & -Z_w - Z_{ws}, & mU_1 - Z_q - Z_{qs}, \\ -M_u, & -M_w, & -M_q - M_{qs}, \end{bmatrix},$$

— macierz współczynników sztywności

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & mg\cos\theta_1 \\ 0 & 0 & mg\sin\theta_1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Analiza uzyskanych wyników pozwala wyciągnąć następujący wniosek. Mianowicie, włączenie lub wyłączenie silnika rakietowego powoduje uniestatecznienie ruchu, przy czym rodzaj niestateczności jest zależny od momentu włączenia silnika przyspieszającego:



Rys. 24. Zmiany współczynników tłumienia ξ_j i współczynników częstości oscylacji η_j w funkcji czasu spadania pojemnika dla prędkości zrzutu $V_1 = 150$ m/s i wartości sił hamującej H i przyspieszającej P równych $H = P = 4000$ kG. Lot pojemnika przy działających silnikach hamującym i przyspieszającym włączonym po czasie $\Delta t = 4$ s od chwili zakończenia pracy silnika hamującego

a) Przypadek włączenia silnika przyspieszającego natychmiast po zakończeniu pracy silnika hamującego, rys. 23. Z analizy otrzymanych wartości własnych wynika, że ruch pojemnika w czasie pracy obu silników jest ruchem statecznym: $\xi_{1,2} < 0$ i $\xi_{3,4} < 0$, przy czym włączenie silnika przyspieszającego powoduje zmniejszenie stateczności. Następna faza ruchu badanego obiektu jest niestateczna. Pojemnik wykonuje powolne ruchy aperiodyczne nietłumione: $\xi_3 > 0$ i $\xi_4 < 0$, z równocześnie nietłumionymi oscylacjami $\xi_{1,2} > 0$ o częstości $\eta_{1,2}$. W końcowej fazie lotu następuje ustatecznienie ruchu. Zarówno szybkie oscylacje $\eta_{1,2}$ są tłumione: $\xi_{1,2} < 0$, jak również periodyczne wahania fugoidalne zanikają.

b) Przypadek włączenia silnika przyspieszającego w określonym czasie po zakończeniu pracy silnika hamującego, rys. 24. Analizując otrzymane wartości własne stwierdzono niestateczność dynamiczną w fazie lotu po zakończeniu pracy silnika hamującego: $\xi_{1,2} > 0$. Pojemnik wykonuje nietłumione oscylacje: $\xi_{1,2} > 0$ o częstości $\eta_{1,2}$ z jednoczesnymi powolnymi periodycznymi ruchami fugoidalnymi $\eta_{3,4}$ silnie tłumionymi $\xi_{3,4} < 0$. Włączenie silnika przyspieszającego powoduje pogłębienie niestateczności $\xi_{1,2} > 0$ i osiąga większą wartość. W końcowej fazie lotu następuje ustatecznienie ruchu. Szybkie oscylacje $\eta_{1,2}$ są mocniej tłumione $\xi_{1,2} < 0$, jak również periodyczne wahania fugoidalne są whaniami tłumionymi $\xi_{3,4} < 0$.

6. Wnioski

Przedstawione metody badania własności dynamicznych pojemników lotniczych dają ciągłą informację o ruchu obiektu na torze, w przeciwieństwie do analizy ruchu metodami balistyki zewnętrznej, w wyniku której uzyskuje się informacje wyłącznie o ruchu środka masy. W wyniku przeprowadzonej analizy dynamicznej ruchu obiektu smukłego wiadome jest, że ciało zrzucone z małej wysokości z pokładu nosiciela uzyskuje tak mały kąt upadku θ_K, że istnieje duża możliwość odbicia się go od podłoża. W związku z tym nasuwa się konieczność zastosowania urządzeń, które spowodowałyby zwiększenie kąta upadku przez wystromienie toru. Przeanalizowano zastosowanie steru głębokości, którego zadaniem było zakrzywienie toru lotu obiektu bez uprzedniego wytracania jego energii kinetycznej oraz układu hamująco-przyspieszającego opartego na wykorzystaniu silników rakietowych. Stwierdzono, że skuteczność zastosowanego steru do zakrzywienia toru lotu obiektu jest mała ze względu na to, że dołączona dodatkowa powierzchnia okazała się elementem destabilizującym ruch obiektu. Natomiast rakietowy układ hamująco-przyspieszający okazał się skuteczny i w pełni realizuje postawione wymagania. Oczywistym jest fakt, że praktyczna realizacja takiego układu nastręczy określone trudności. Ponieważ silniki rakietowe charakteryzują się prawie stałym ciągiem, układ hamująco-przyspieszający wykorzystujący je jest mało «elastyczny» w sensie wykorzystania, tzn. warunki zrzutu muszą być ściśle określone.

Wyżej omówione układy nie wyczerpują wszystkich możliwości sterowania swobodnym lotem obiektu. Po wszechstronnej analizie wszystkich wariantów przedstawionymi metodami można wybrać optymalny układ sterujący uwzględniając jako kryteria optymalizacji: możliwości techniczne i ekonomiczne realizacji, stopień spełnienia postawionych wymagań i inne warunki mające wpływ na parametry urządzenia.

Literatura cytowana w tekście

1. W. ALBRING, *Angewandte Stromungslehere*, Verlag von Theodor Steinkopff, Dresden und Leipzig 1961.
2. Z. DŻYGADŁO, A. KRZYŻANOWSKI, E. PIOTROWSKI, *Dynamika lotu osiowosymetrycznego ciala ze sztywnym urządzeniem hamującym*, Biuletyn WAT, Rok XXII, Zeszyt 11 (255), Warszawa 1973.
3. Z. DŻYGADŁO, A. KRZYŻANOWSKI, E. PIOTROWSKI, *Dynamika lotu osiowo-symetrycznego ciała z wiotkim urządzeniem hamującym*, Biuletyn WAT, Rok XXIII, Zeszyt 1 (257), Warszawa 1974.
4. B. ETKIN, *Dynamics of Flight, Stability and Control,* John Wiley, New York 1959.
5. B. ETKIN, *Dynamics of Atmospheric Flight*, John Wiley, New York 1972.
6. W. FISZDON, *Mechanika lotu*, cz. I i II, PWN, Łódź—Warszawa 1961.
7. R. GUTOWSKI, *Mechanika analityczna*, PWN, Warszawa 1971.
8. S. F. HOERNER, *Aerodynamics Drag*, Otterbein Press Dayton, Ohio 1951.
9. J. MARYNIAK, *Dynamiczna teoria obiektów ruchomych*, Prace naukowe, Mechanika nr 32, Wyd. Pol. Warsz., 1975.
10. J. MARYNIAK, K. MICHALEWICZ, F. MISIAK, Z. WINCZURA, *Obliczenia teoretyczne własności dynamicznych bomb lotniczych*, Inf. ITWL, nr 49, Warszawa 1975.
11. J. MARYNIAK, K. MICHALEWICZ, F. MISIAK, Z. WINCZURA, *Stateczność podłużna bomb lotniczych*, Inf, ITWL, nr 49, Warszawa 1975.
12. J. MARYNIAK, Z. GORAJ, *Wpływ sztywności i tłumienia w układzie sterowania sterem wysokości na stateczność podłużną samolotu i oscylacje steru*, Mech. Teoret. Stos., 2, **13** (1975).
13. J. MARYNIAK, K. MICHALEWICZ, F. MISIAK, Z. WINCZURA, *Wpływ wychylenia steru wysokości na własności dynamiczne bomb lotniczych*, Inf. ITWL, nr 50, Warszawa 1976.
14. J. MARYNIAK, K. MICHALEWICZ, Z. WINCZURA, *Wpływ silników hamująco-przyśpieszających na własności dynamiczne bomby w ruchu płaskim*, Inf. ITWL, nr 51, Warszawa 1976.
15. J. MARYNIAK, K. MICHALEWICZ, J. OSTROWSKI, Z. WINCZURA, *Zagadnienia aerodynamiki bomb lotniczych w zakresie prędkości poddźwiękowych*, Inf. ITWL, nr 51, Warszawa 1976.
16. J. N. NIELSEN, *Missile Aerodynamics*, McGraw Hill, New York, Toronto, London 1960.
17. F. J. REGAN, J. SMITH, *The Aeroballistics of a Terminally Corrected Spinning Projectille (TCSP)* — AIAA Paper No, 74 - 796. August 1974.
18. Y. ROCARD, — *Dynamic Instability — Automobiles, Aircraft, Suspension Bridges*, Crosby Lockwood and Son, London 1957.
19. H. SCHLICHTING, E. TRUCKENBRODT, *Aerodynamik des Flugzeuges*, Teil I, Springer-Verlag, Berlin, Göttingen, Heidelberg 1959.
20. H. SCHLICHTING, E. TRUCKENBRODT, *Aerodynamik des Flugzeuges*, Teil II, Springer-Verlag, Berlin, Göttingen, Heidelberg 1960.
21. L. I. SIEDOW, *Analiza wymiarowa i teoria podobieństwa w mechanice*, WNT, Warszawa 1968.
22. J. SZAPIRO, *Balistyka zewnętrzna*, MON, Warszawa 1956.
23. К. А. АБГАРЯН, И. М. РАПОПОРТ, *Динамика ракет*, Машиностроение, Москва 1969.
24. Р. Б. ДОУ, *Основы теории современных снарядов*, «Наука», Москва 1964.
25. Ф. Р. ГАНТМАХЕР, *Теория матриц*, «Наука», Москва 1966.
26. А. А. ЛЕБЕДЕВ, И. С. ЧЕРНОБРОВКИН, *Динамика полета беспилотных летательных аппаратов*, Машиностроение, Москва 1973.
27. И. Ф. КРАСНОВ, В. Н. КОШЕВОЙ, А. Н. ДАНИЛОВ, В. Ф. ЗАХАРЧЕНКО, *Аэродынамика ракет*, Высшая школа, Москва 1968.
28. В. Д. КУРОВ, Ю. М. ДОЛЖАНСКИЙ, *Основы проектирования пороховых ракетных снарядов*, Оборонгиз, Москва 1961.
29. А. МИЕЛЕ, *Механика полета*, т. 1, Теория траекторий полета, «Наука», 1965.
30. Г. М. МОСКАЛЕНКО, *Инженерные методы проектирования в ракетодинамике*, Машиностроение, Москва 1974.
31. И. В. ОСТОСЛАВСКИЙ, *Аэродинамика самолета*, Оборонгиз, Москва 1957.
32. И. В. ОСТОСЛАВСКИЙ, И. В. СТРАЖЕВА, *Динамика полета. Траекторий летательных аппаратов*, Оборонгиз, Москва 1963.

33. В. К. Святодух, *Динамика пространственного движения управляемых ракет*, Машиностроение, Москва 1969.
34. И. В. Стражева, В. С. Мелкумов, *Векторно-матричные методы в механике полёта*, Машиностроение, Москва 1973.
35. S. Maruszkiewicz, W. Wieremiejczyk, *Program obliczeń numerycznych parametrów ruchu obiektu w swobodnym spadku. Program: Tor 1 - 1*, Pracownia Obliczeniowa ITWL, Warszawa 1975 (nie publikowane).
36. A. Krutkow, S. Maruszkiewicz, W. Wieremiejczyk, *Program obliczeń numerycznych stateczności podłużnej obiektu. Program: TOR 1 - 2*, Pracownia Obliczeniowa ITWL, Warszawa 1975 (nie publikowane).
37. S. Maruszkiewicz, *Program obliczeń numerycznych parametrów ruchu obiektu w swobodnym spadku. Program: TOR 1 - 3*, Pracownia Obliczeniowa ITWL, Warszawa 1975 (nie publikowane).
38. S. Maruszkiewicz, *Program obliczeń numerycznych stateczności podłużnej obiektu, Program: TOR 1 - 4*, Pracownia Obliczeniowa ITWL, Warszawa 1975 (nie publikowane).

Р е з ю м е

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ИСПЫТАНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ПОЛЕТА ОБЪЕКТОВ СБРАСЫВАЕМЫХ С САМОЛЕТА

В работе рассматриваются динамические свойства следующих объектов; свободно падающего объекта с хвостовым оперением, объекта с отклоненным рулем высоты и объекта с ракетным двигателем торможения — ускорения. Объект считается жестким телом с тремя степенями свободы. Получена система нелинейных уравнений второго порядка. Уравнения интегрированы численным методом с учетом принятых начальных условий.

После линеаризации методом малых возмущений, испытания устойчивости приведены к решению собственных векторов и соответствующих им собственных значений.

Аэродинамические характеристики получены экспериментально путем испытания моделей в аэродинамических трубах.

S u m m a r y

THEORETICAL RESEARCH OF DYNAMICAL FLIGHT CHARACTERISTICS OF BODIES DISPOSED FROM AN AIRCRAFT

The paper deals with the dynamics of a freely falling slender body, equiped with control surfaces, body with deflected height control surfaces, and body with the rocket type braking-accelerating unit. The object is concerned as a rigid body with three degrees of freedom. The obtained system of strongly non-linear, ordinary, second order differential equations is solved numerically under prescribed initial conditions. Using the method of freezed coefficients and the perturbation method the stability analysis was reduced to finding the eigenvalues and eigenvectors. Aerodynamical characteristics were obtained as a result of model testing in a wind tunnel.

POLITECHNIKA WARSZAWSKA

Praca złożona została w Redakcji dnia 21 kwietnia 1976 r.