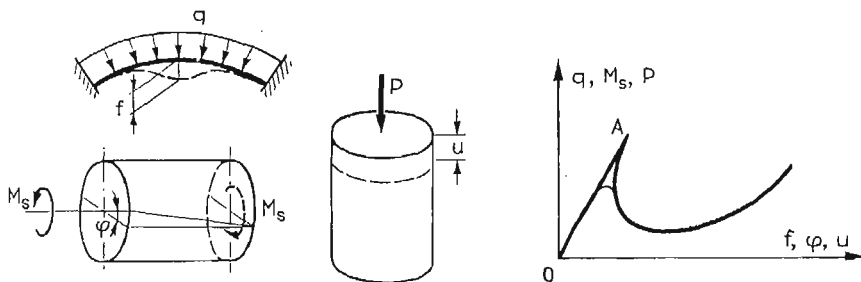


ANALIZA MOŻLIWOŚCI PRZYSTOSOWANIA SIĘ PEWNEGO TYPU OSIOWO-SYMETRYCZNEJ  
KONSTRUKCJI POWŁOKOWEJ POPRZEZ LOKALNĄ UTRATĘ STATECZNOŚCI JEJ  
POWIERZCHNI

WALERIAN SZYSZKOWSKI (WARSZAWA)

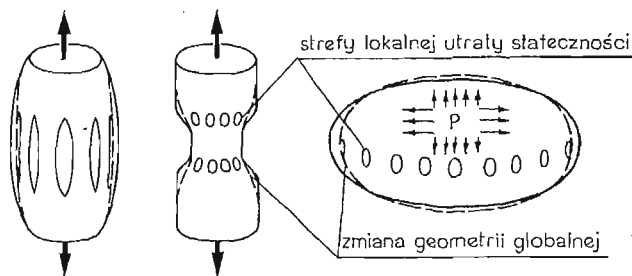
1. Wstęp

Gdy w konstrukcji powłokowej występują naprężenia ściskające, bardzo ważne znaczenie ma analiza stateczności układu. Jego charakterystyka, tj. zależność obciążenia od odkształceń najczęściej cechuje się (rys. 1) istnieniem punktu *A* odpowiadającego stanowi



Rys. 1

utruty stateczności pierwotnego kształtu powłoki. Jest to związane ze spadkiem nośności układu rozumianej jako zdolności do przenoszenia zadanego typu obciążenia. Dlatego, przede wszystkim w praktyce inżynierskiej, parametry układu są tak dobierane, żeby



Rys. 2

powłoka pracowała w pierwszym zakresie charakterystyki (*OA*), tzn. zachowywała swój pierwotny kształt. Istnieją jednak układy (rys. 2), dla których utrata stateczności pierwotnego kształtu nie jest niebezpieczna i nie ma decydującego wpływu na nośność konstrukcji, w tym przypadku zależnej w głównej mierze od własności wytrzymałościowych

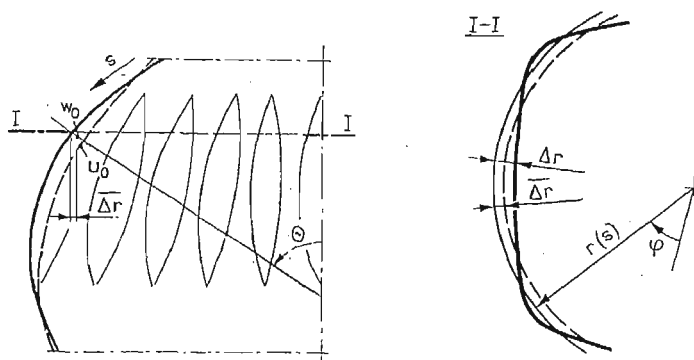
materiału (granica plastyczności, wytrzymałość doraźna). W takich przypadkach obliczenie obciążeń krytycznych (punkt *A*) jest mniej ważne, natomiast bardziej istotna jest analiza zachowania się powłoki po utracie stateczności.

Teoretyczne obliczenia obciążeń krytycznych w zakresie małych odkształceń wiążą się z analizą liniowych równań teorii powłok i są merytorycznie proste, chociaż rachunkowo skomplikowane [1]. Natomiast analiza zachowania się powłoki po utracie stateczności polega najczęściej na rozwiązywaniu równań nieliniowych, nieporównywalnie bardziej skomplikowanych. W wielu przypadkach [2] analiza taka prowadzi do wyników sprzecznych z doświadczeniem, co przypisuje się głównie przybliżonemu charakterowi samych równań i ich rozwiązania. Dlatego też próby innego podejścia do tych zagadnień są ciągle aktualne.

Taką nieklasyczną uproszczoną metodę opartą na analizie tylko pewnego uśrednionego stanu błonowego przedstawiono w prezentowanej pracy. Wykazano, że w powłokach pewnego typu (rys. 2), przy utracie stateczności nie następuje obniżenie nośności konstrukcji. Zjawisko takie nazwano przystosowaniem się konstrukcji poprzez lokalną utratę stateczności. Jego praktyczne wykorzystanie pokazano na przykładzie konstrukcji inżynierskiej.

## 2. Podstawowe założenia

Zajmiemy się teraz powłoką obrotową, pracującą w znanym osiowo-symetrycznym stanie naprężeń błonowych, dla której utrata stateczności przejawia się w postaci periodycznych pofalowań powierzchni powstających w paśmie równoleżnikowym (rys. 3).



Rys. 3

Przemieszczenie  $w(s, \varphi)$  mierzone prostopadłe do powierzchni początkowej powłoki przedstawimy w postaci sumy dwóch składników.

$$(1) \quad w(s, \varphi) = w_1(s) \sin n\varphi + w_0(s).$$

Pierwszy człon jest przemieszczeniem periodycznym „równo rozłożonym” na zewnątrz i wewnątrz powłoki mierzonym od powierzchni przesuniętej względem początkowej na

odległość  $w_0(s)$ . Składnik  $w_1(s)$  będziemy nazywali składową **lokalną** przemieszczenia, natomiast składnik  $w_0(s)$  składową **globalną**.

Zakładamy, że ugięcia powłoki są tak duże, iż na zmianę jej kształtu pomijałny jest wpływ odkształceń w jej płaszczyźnie środkowej (jest to tzw. przekształcenie izometryczne powierzchni, często wykorzystywane w teorii powłok [3]). Przy tym założeniu można na podstawie znajomości tylko funkcji  $w_1(s)$  i liczby fal w kierunku obwodowym  $n$ , wyznaczyć składowe globalne przemieszczenia. Zasadność takiego podziału polega na tym, że w praktycznej, przybliżonej analizie, kształt funkcji  $w_1(s)$  jest zwykle dużo łatwiej założyć np. na podstawie obserwacji. Pozwala to wyznaczyć „globalną” zmianę geometrii powłoki ( $w_0, u_0$ ), związaną z powstaniem nowego „uśrednionego” stanu naprężeń błonowych. Ten nowy stan błonowy jest bardzo istotny jako, że powinien zapewnić równowagę statyczną elementów zdeformowanej powłoki. Śledząc charakter zmian tego stanu można wnioskować o możliwości przystosowania się konstrukcji.

Natomiast periodyczny składnik  $w_1$  powoduje powstanie tylko lokalnych stanów ugięciowych i przy założeniu idealnej sprężystości materiału można przyjąć, że nie ma on wpływu na nośność konstrukcji. W praktyce ugięcia mogą być tak duże, że szczególnie w miejscach maksymalnych zmian krzywizny, może zostać przekroczony zakres odkształceń sprężystych. Wtedy nabierają znaczenia własności plastyczne materiału lub w przypadku zmiennych obciążeń, możliwość lokalnego przystosowania się konstrukcji w klasycznym sensie, tzn. poprzez powstanie w tych miejscach odpowiedniego stanu naprężeń resztkowych hamujących propagację trwałych odkształceń.

### 3. Rozważania geometryczne

Rozpatrzmy fragment powierzchni powłoki obrotowej, pokazanej na rys. 4. Zależność między odkształceniami liniowymi płaszczyzny środkowej a przemieszczeniami przedstawia się następująco:

$$(2) \quad \varepsilon_\theta = \frac{1}{r_1} \frac{\partial u}{\partial \theta} - \frac{w}{r_1} + \frac{1}{2r_1^2} \left( \frac{\partial w}{\partial \theta} \right)^2,$$

$$(3) \quad \varepsilon_\varphi = \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial v}{\partial \varphi} + u \cos \theta - w \sin \theta + \frac{1}{2r} \left( \frac{\partial w}{\partial \varphi} \right)^2 \right].$$

Ponieważ  $\Delta r = -u \cos \theta + w \sin \theta$ , możemy drugą zależność napisać w postaci

$$\varepsilon_\varphi = \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial v}{\partial \varphi} - \Delta r + \frac{1}{2r} \left( \frac{\partial w}{\partial \varphi} \right)^2 \right].$$

Z warunku izometrii ( $\varepsilon_\varphi = 0$ ) mamy

$$(4) \quad \Delta r = \frac{1}{2r} \left( \frac{\partial w}{\partial \varphi} \right)^2 + \frac{\partial v}{\partial \varphi}.$$

Obliczmy teraz „średnią” na obwodzie zmianę wymiaru  $r$  (rys. 3)

$$\overline{\Delta r} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \Delta r d\varphi = \frac{1}{4\pi r} \int_0^{2\pi} \left( \frac{\partial w}{\partial \varphi} \right)^2 d\varphi + \int_0^{2\pi} \frac{\partial v}{\partial \varphi} d\varphi.$$

Drugi człon wobec periodyczności funkcji  $v(\varphi)$  jest dokładnie równy zero i ostatecznie

$$(5) \quad \overline{\Delta r} = \frac{1}{4\pi r} \int_0^{2\pi} \left( \frac{\partial w}{\partial \varphi} \right)^2 d\varphi.$$

Dla funkcji „ $w$ ” w postaci (1) mamy

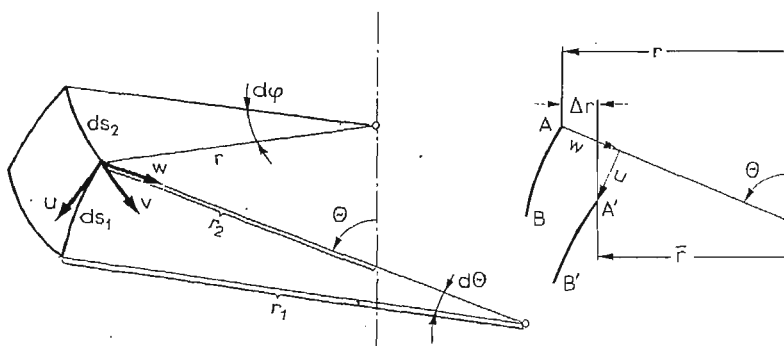
$$(6) \quad \overline{\Delta r} = \frac{n^2 w_1^2}{4r}.$$

Z drugiej strony dla składowych globalnych przemieszczenia mamy związku

$$(7a) \quad \Delta r = w_0 \sin \Theta - u_0 \cos \Theta,$$

$$(7b) \quad \frac{1}{r_1} \frac{dw_0}{d\Theta} - \frac{w}{r_1} + \frac{1}{2r_1^2} \left( \frac{dw_0}{d\Theta} \right)^2 = 0.$$

Druga zależność wynika z warunku izometryczności w kierunku południowym ( $\varepsilon_\Theta = 0$ ).



Rys. 4

Układ równań (7) pozwala na wyznaczenie funkcji  $u_0$  i  $w_0$  mianowicie można go sprowadzić do równania

$$(8) \quad \frac{1}{2r_1} \left( \frac{dw_0}{d\Theta} \right)^2 \cos \Theta + \frac{dw_0}{d\Theta} \sin \Theta + w_0 \operatorname{tg} \Theta \sin \Theta = \frac{d}{d\Theta} (\overline{\Delta r}) + \overline{\Delta r} \operatorname{tg} \Theta,$$

lub

$$(9) \quad \frac{dw_0}{d\Theta} = -r_1 \operatorname{tg} \Theta \left( 1 - \sqrt{1 - 2 \frac{\cos \Theta}{\sin^2 \Theta} \left[ \frac{w_0}{r_1} \operatorname{tg} \Theta \sin \Theta - \frac{1}{r_1} \frac{d}{d\Theta} (\overline{\Delta r}) - \frac{\overline{\Delta r}}{r_1} \operatorname{tg} \Theta \right]} \right).$$

Wyznaczenie funkcji  $w_0$  z tego równania wymaga całkowania numerycznego, np. za pomocą procedury Runge-Kutty.

Łatwo zauważyć, że podkreślony składnik jest znacznie mniejszy od jedności i jeżeli rozwiniemy względem niego wyrażenie pod pierwiastkiem, otrzymamy w miejsce równania (9) zależność uproszczoną

$$(10) \quad \frac{dw_0}{d\Theta} \sin \Theta + w_0 \operatorname{tg} \Theta \sin \Theta = \frac{d}{d\Theta} (\overline{\Delta r}) + \overline{\Delta r} \operatorname{tg} \Theta.$$

Jak widać, jest to zlinearyzowane równanie (8), które można było otrzymać bezpośrednio zaniehbując w równości (7b) człon nieliniowy.

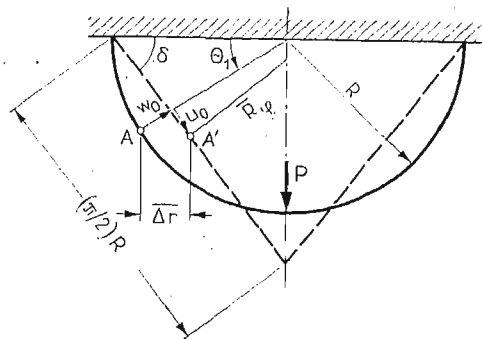
Rozwiązaniem równania (10) jest funkcja

$$(11) \quad w_0 = \frac{\bar{\Delta r}}{\sin \Theta} + \cos \Theta \int \frac{\bar{\Delta r}}{\sin^2 \Theta} d\Theta + C \cos \Theta$$

gdzie:  $C$  — stała całkowania.

Dla zorientowania się w charakterze przybliżenia rozwiązano następujący przykład.

Idealnie wiotka czasza półkolista pod wpływem siły  $P$  odkształca się w ten sposób, że jej „średnia” powierzchnia tworzy powierzchnię stożkową (rys. 5).



Rys. 5

Wszystkie parametry tej deformacji można wyznaczyć w sposób ścisły, a mianowicie:

$$(12a) \quad \bar{\Delta r} = R \left[ \frac{2}{\pi} \Theta_1 - 1 + \cos \Theta_1 \right],$$

$$(12b) \quad w_0 = R \left[ \frac{2}{\pi} \Theta_1 \cos \Theta_1 - \cos \Theta_1 + 1 - \sqrt{1 - \left( \frac{2}{\pi} \right)^2 \Theta_1 \sin \Theta_1} \right],$$

$$(12c) \quad u_0 = R \left[ \frac{2}{\pi} \Theta_1 \sin \Theta_1 - \sin \Theta_1 + \sqrt{1 - \left( \frac{2}{\pi} \right)^2 \Theta_1 \cos \Theta_1} \right].$$

Sprawdzenie dokładności równań (9) i (10) polegało na porównaniu rozwiązań uzyskanych za ich pomocą (w miejsce  $\bar{\Delta r}$  podstawiono wyrażenie (12a)) ze ścisłymi wyrażeniami (12b) i (12c). (Rys. 6).

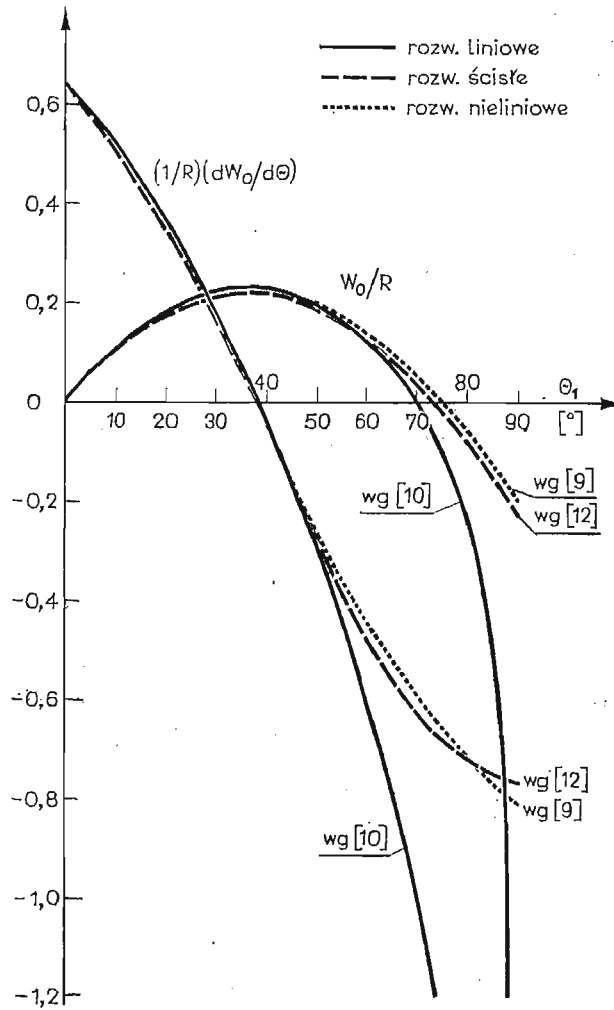
Widać, że równanie liniowe daje duże różnice w okolicach wierzchołka stożka.

Przejdziemy teraz do określenia nowych promieni krzywizn zdeformowanej powłoki (osiowo-symetryczna deformacja globalna).

Krzywizna południka:

Zgodnie z definicją krzywizna południka powierzchni początkowej jest równa

$$\frac{1}{R_0} = \frac{d\Theta}{ds}$$



Rys. 6

dla powierzchni zdeformowanej mamy

$$\frac{1}{R_\Theta} = \frac{d(\Theta + \nu)}{ds} = \frac{1}{R_\Theta} + \frac{d\nu}{ds}$$

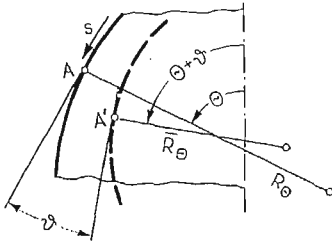
Ponieważ  $dS = R_\Theta d\Theta$ , ostatecznie

$$(13) \quad \frac{1}{R_\Theta} = \frac{1}{R_\Theta} \left( 1 + \frac{d\nu}{d\Theta} \right)$$

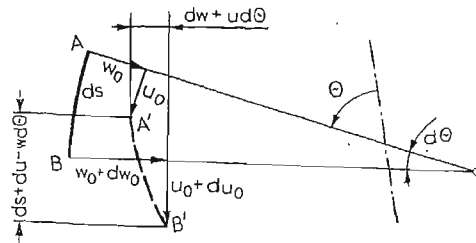
Bardzo istotne jest dokładne określenie kąta  $\vartheta$ .

Na podstawie rysunku 8 mamy:

$$(14) \quad \operatorname{tg} \vartheta = \frac{\frac{dw_0}{d\Theta} + u_0}{R_\Theta + \frac{du_0}{d\Theta} - w_0}.$$



Rys. 7



Rys. 8

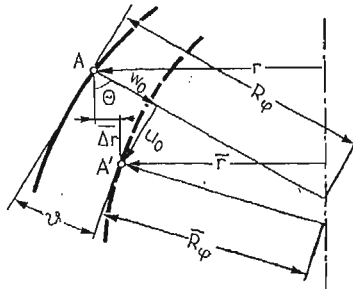
Krzywizna równoleżnika:

Na podstawie rys. 9 mamy

$$\frac{r - \Delta r}{R_\varphi} = \sin(\Theta + \vartheta),$$

stąd

$$(15) \quad \bar{R}_\varphi = (R_\varphi - w_0 + u_0 \operatorname{ctg} \Theta) \frac{\sin \Theta}{\sin(\Theta + \vartheta)}.$$



Rys. 9

Wzory (13), (14) i (15) są słuszne dla **dowolnie dużych** przemieszczeń. Łatwo sprawdzić, że dla przykładu pokazanego na rys. 5 podstawiając w miejsce  $w_0$  i  $u_0$  wyrażenia (12b) i (12c) otrzymuje się:

$$\begin{aligned} \bar{\vartheta} &= \frac{\pi}{2} - \delta - \Theta_1, \\ \frac{1}{\bar{R}_\varphi} &= \frac{1}{R_\varphi} \left( 1 + \frac{d\bar{\vartheta}}{d\Theta_1} \right) = 0, \\ \bar{R}_\Theta &= \frac{R}{\sqrt{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 - 1}} \left( \frac{\pi}{2} - \Theta_1 \right). \end{aligned}$$

Czyli dokładne wyrażenie na krzywizny powierzchni stożkowej. Przy umiarkowanych przemieszczeniach wyrażenia (14) i (15) można uprościć do postaci:

$$(16) \quad \vartheta \approx \frac{1}{R_\vartheta} \frac{dw_0}{d\Theta},$$

$$(17) \quad \bar{R}_\varphi \approx R_\varphi \frac{\sin \Theta}{\sin(\Theta + \vartheta)}.$$

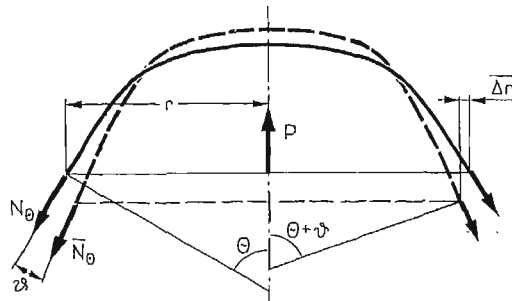
Jeżeli jeszcze założymy, że  $\vartheta \ll \Theta$  otrzymujemy jeszcze prostszą zależność

$$(18) \quad \bar{R}_\varphi \approx R_\varphi \frac{1}{1 + \vartheta \operatorname{tg} \Theta}.$$

Wzory powyższe zostaną wykorzystane do określenia nowego stanu błonowego odpowiadającego globalnym przemieszczeniom powłoki.

#### 4. Analiza skorygowanego stanu błonowego

Mając określoną geometrię zdeformowanej powłoki, można przystąpić do wyznaczenia odpowiadającego jej układu statycznego. Na rys. 10 pokazano odciętą część powłoki przed i po deformacji (polegającej na utracie stateczności ścianki).



Rys. 10

Przed deformacją wydatek naprężeń  $N_\Theta$  wyznaczmy z zależności

$$N_\Theta = \frac{P}{2\pi r \sin \Theta},$$

po deformacji

$$(19) \quad \bar{N}_\Theta = \frac{\bar{P}}{2\pi r \left(1 - \frac{\Delta r}{r}\right) \sin(\vartheta + \Theta)}.$$

Jeżeli mamy do czynienia z przypadkiem, gdzie obciążenie  $P$  w czasie deformacji nie zmienia się lub zmienia bardzo nieznacznie a poza tym  $\Delta r/r \ll 1$ , wtedy można napisać

$$(20) \quad \bar{N}_\Theta \approx N_\Theta \frac{\sin \Theta}{\sin(\Theta + \vartheta)}.$$



Jeżeli dodatkowo  $|\vartheta| \ll \theta$ , to

$$(21) \quad \bar{N}_\theta \approx \frac{N_\theta}{1 + \vartheta \operatorname{ctg} \theta}.$$

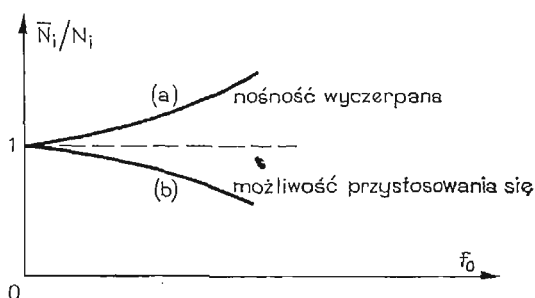
Dla wyznaczenia naprężeń obwodowych wykorzystać można warunek równowagi elementu na oś prostopadłą do powierzchni

$$\frac{\bar{N}_\varphi}{R_\varphi} + \frac{\bar{N}_\theta}{R_\theta} = p(s)$$

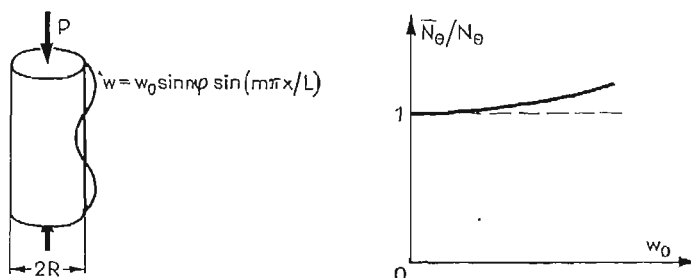
stąd

$$(22) \quad \bar{N}_\varphi = \left( p - \frac{\bar{N}_\theta}{R_\theta} \right) R_\varphi.$$

Analiza zachowania się konstrukcji polega na zbadaniu, jak zachowują się stosunki  $\bar{N}_\theta/N_\theta$  i  $\bar{N}_\varphi/N_\varphi$  w funkcji parametrów odkształcenia układu. Z punktu widzenia możliwości pracy konstrukcji po lokalnej utracie stateczności interesują nas głównie zmiany



Rys. 11



Rys. 12

naprężeń ściskających. Jeżeli  $N_i$  jest ściskającą składową stanu błonowego, stosunek  $\bar{N}_i/N_i$  może być monotoniczną rosnącą lub malejącą funkcją parametru przemieszczenia. (Rys. 11). ( $\bar{N}_i$  — ta sama składowa po deformacji).

W przypadku (a) należy uznać, że nośność graniczna została wyczerpana już w momencie utraty stateczności, natomiast w przypadku (b) decyduje o tym druga składowa  $N_j$ . Jeżeli  $N_j > 0$  obciążenie można zwiększyć, aż do wartości wynikających z wytrzymałości-

wych własności materiału (np. granicy plastyczności). Przykładem charakterystyki (a) może być pokazana na rys. 12 ściskana powłoka walcowa dla której

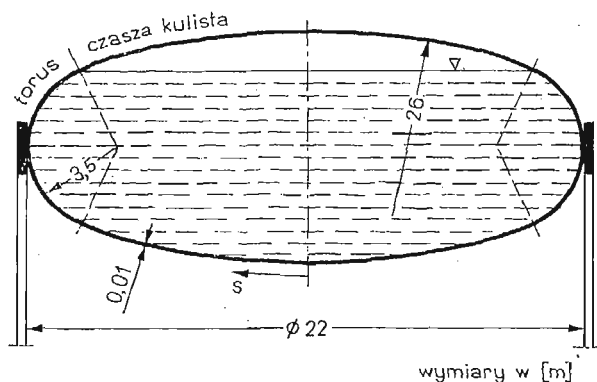
$$\Delta r = \left( \frac{nw_0}{2R} \right)^2 R \sin^2 \frac{m\pi x}{L}$$

$$\bar{N}_\theta^{\max} = \frac{P}{2\pi R \left[ 1 - \left( \frac{nw_0}{2R} \right)^2 \right]} = \frac{N_\theta}{1 - \left( \frac{nw_0}{2R} \right)^2}$$

Konstrukcja zachowująca się wg charakterystyki (b) zostanie przeanalizowana w przykładzie podanym poniżej.

### 5. Inżynierski przykład analizy

Przeanalizowano zachowanie się cienkościennego zbiornika na wodę, pokazanego na rys. 13. Wynik klasycznych obliczeń wytrzymałościowych pokazano na rys. 14. Na skutek skokowej zmiany krzywizny południka w okolicy połączenia części sferycznej i to-



Rys. 13

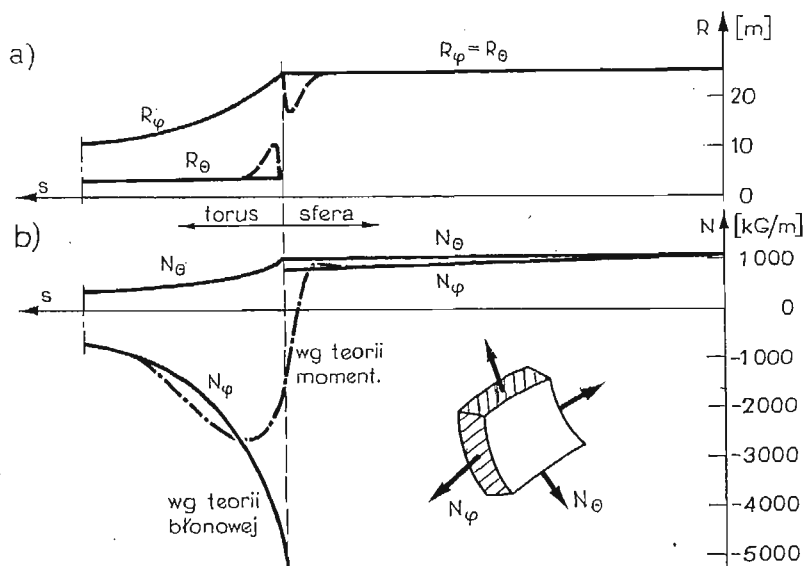
roidalnej jest strefa dużych ściskających naprężeń obwodowych (rys. 14), efektem czego było pojawienie się obwodowych pofalowań (rys. 15) już przy napełnieniu zbiornika do około połowy projektowanej pojemności. Praktycznym celem analizy było wykazanie, czy możliwe jest jego pełne obciążenie i jak będzie zachowywał się zbiornik w dalszej fazie napełniania. Ugięcie powłoki przyjęto w postaci

$$(23) \quad w = f_0 \cos \frac{\pi(s-s_0)}{2L} \cos n\varphi + w_0(s)$$

gdzie:  $|s-s_0| \leq L$

$$s_0 = 10 \text{ m}$$

$$L = 1,5 \text{ m}$$



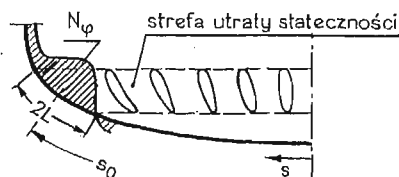
Rys. 14

Wartości  $s_0$  i  $L$  zostały założone w oparciu o następujące przesłanki:

- zaobserwowano doświadczalnie, że taką mniej więcej szerokość stałą ( $2L$ ) ma strefa utraty stateczności, natomiast zmiana obciążenia powoduje tylko zmianę głębokości pofalowań,
- obszar pofalowań periodycznych przedstawiony funkcją (23) pokrywa się z obszarem dużych obwodowych naprężeń ściskających (rys. 14).

Wtedy

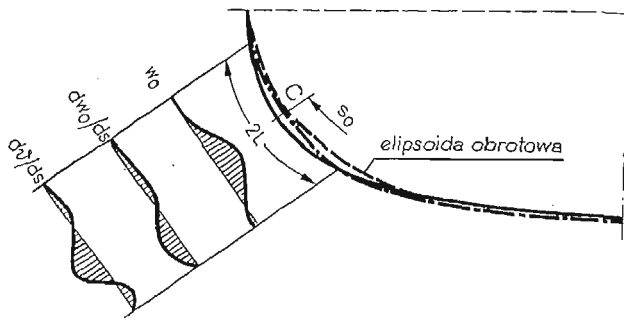
$$\bar{\Delta r} = \frac{1}{4} \frac{(f_0 \cdot n)^2}{r(s)} \cos^2 \frac{\pi(s-s_0)}{2L}.$$



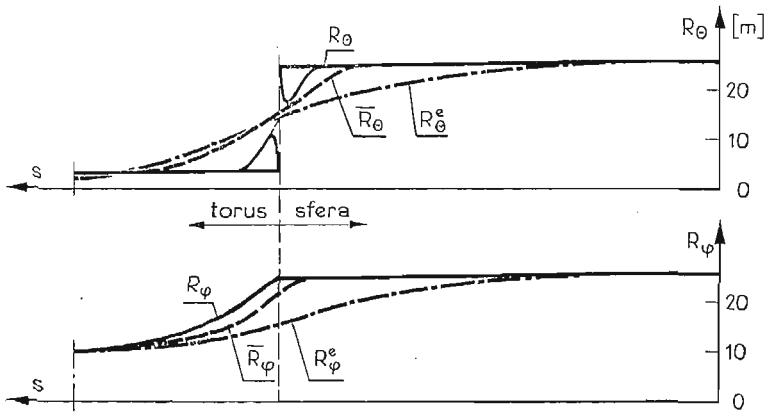
Rys. 15

Posługując się zależnościami (11), (13), (18), (21) i (22) wyznaczono nowe parametry stanu odkształcenia i naprężenia w funkcji wielkości  $n \cdot f_0$  (rys. 16—18).

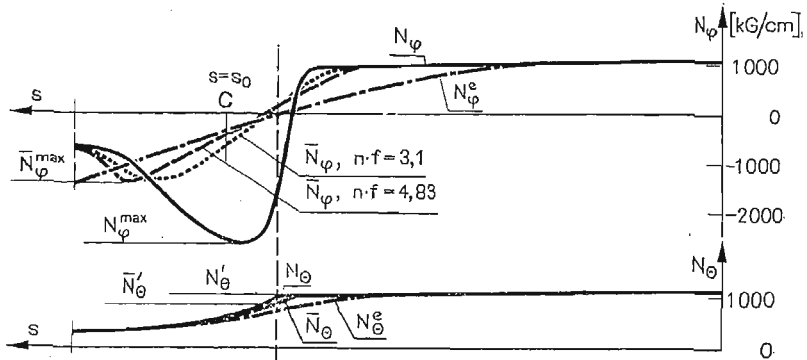
- Widać, że wzrost przemieszczeń związany jest przede wszystkim ze spadkiem obwodowych naprężeń ściskających. Na wykresie 19 pokazano zależność  $\bar{N}_\phi^{\max}/N_\phi^{\max}$  w funkcji parametru przemieszczenia. Na razie nieokreślonym pozostaje poziom, na jakim ustalą się ostateczne przemieszczenia. Warto zauważyć, że ze wzrostem wyrażenia  $n \cdot f_0$  kształt „globalny” powłoki zbliża się do elipsoidy obrotowej wpisanej w gabaryty powłoki (rys. 20).



Rys. 16

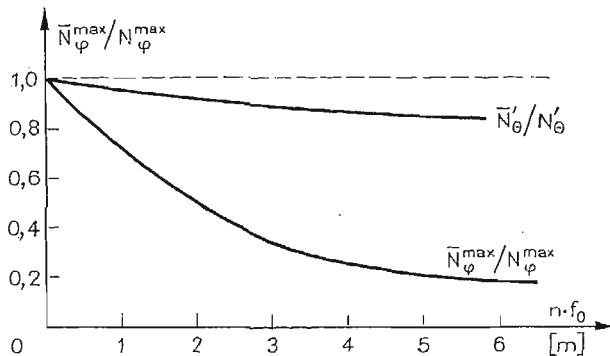


Rys. 17



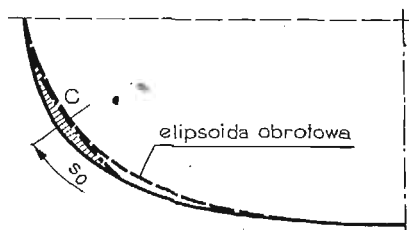
Rys. 18

Naprężenia zredukowane stanu błonowego dla powłoki elipsoidalnej są prawie jednokowe na całej powierzchni a więc ten kształt jest bliski optymalnemu dla tego typu obciążenia. Na rys. 17 i 18 pokazano dodatkowo parametry dla takiej właśnie elipsoidy (oznaczone indeksem „e”). Wartość  $n \cdot f_0 = 4,93$  odpowiada przypadkowi, gdy przemieszczona „globalna” powłoki jest styczna do elipsoidy w punkcie C.



Rys. 19

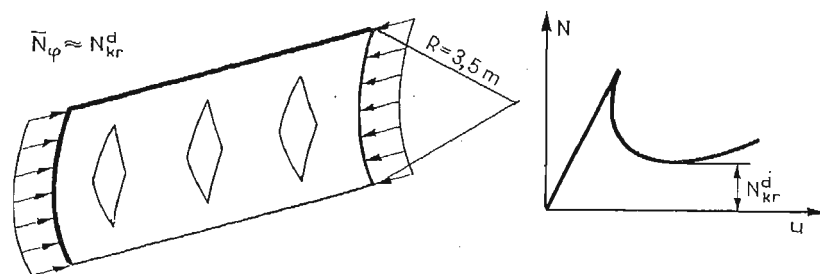
Praktycznie, końcowy stan przemieszczeń i naprężeń można oszacować następująco. Naprężenia obwodowe w strefie wyboczonej nie mogą być większe od naprężeń, które zdolna jest przenieść w tym kierunku pofalowana powierzchnia powłoki. Te ostatnie można oszacować zastępując wycinek rzeczywistej powłoki wycinkiem powłoki walcowej o promieniu  $R = 3,5$  m (rys. 21).



Rys. 20

Taka powłoka po utracie stateczności może przenieść obciążenie równe tzw. dolnemu obciążeniu krytycznemu, które na podstawie [1] jest równe  $N_{kr}^d = 0,16 E/R = 960$  kG/cm. Wtedy  $\bar{N}_\varphi/N_\varphi = 0,343$  co na podstawie wykresu 19 daje  $n \cdot f_0 = 3,1$  m. Na podstawie [4] można dla tych parametrów powłoki oszacować ilość fal w kierunku obwodowym, powinno być  $n \approx 45$ . Stąd końcowa wartość maksymalnej strzałki ugięcia powinna być równa  $f_0 = 6,7$  cm a stan naprężeń taki, jak na rys. 18 (linia kropkowana).

Przewidywania przedstawione powyżej zostały sprawdzone doświadczalnie. Po napełnieniu zbiornika do projektowanej objętości zaobserwowano maksymalne ugięcia rzędu  $6 \div 8$  cm [5].



Rys. 21

### 6. Uwagi końcowe

Przedstawione powyżej rozważania pozwoliły w bardzo prosty sposób przeanalizować rozwój przemieszczeń konstrukcji po lokalnej utracie stateczności pierwotnej jej postaci. Mimo osłabienia ścisłości analizy, poprzez przyjęcie na zasadzie tylko intuicji wielu uproszczeń i założeń, uzyskano jednak ważne wnioski (przede wszystkim jakościowe) dotyczące zachowania się powłoki.

Ważnym faktem przemawiającym za słusznością tych założeń były wyniki eksperymentu przeprowadzone na rzeczywistym zbiorniku, który przy obciążeniu zachował się zgodnie z przewidywaniami teoretycznymi.

Należy podkreślić, że część wyprowadzonych zależności (zmiana promieni krzywizn i nowe siły błonowe) jest słuszna niezależnie od wielkości przemieszczeń i własności materiału i może być z powodzeniem stosowana np. do analizy plastycznego płynięcia osiowo-symetrycznych konstrukcji powłokowych.

### Literatura cytowana w tekście

1. A. S. VOLMIR, *Устойчивость деформируемых систем*, Изд. Наука, Москва 1967.
2. W. SZYSZKOWSKI, *Geometrical analysis of the post-buckling behaviour of thin cylindrical and conical shells under axial compression*, Arch. Bud. Maszyn, **22** (1975).
3. St. ŁUKASIEWICZ, W. SZYSZKOWSKI, *Metody geometryczne w nieliniowej teorii powłok*, Mat. Sympozjum „Konstrukcje powłokowe”, Kraków, 1974.
4. S. S. GILL, *The stress analysis of pressure vessels and pressure vessel components*, Pergamon Press, 1970.
5. W. SZYSZKOWSKI, J. Zwoliński, *Expertise on the desing of the 5000Q0 imp. gallon tower tank erected in Karbale*, (niepublikowane opracow. wewnętrzne „BIPROMASZ”u).

### Резюме

#### АНАЛИЗ ВОЗМОЖНОСТИ ПРИСПОСОБЛЕНИЯ НЕКОТОРЫХ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ОБОЛОЧЕК ПОСЛЕ ПОТЕРИ УСТОЙЧИВОСТИ

В работе представлено анализ поведения осесимметричных оболочек после потери устойчивости. Показано, что для некоторых оболочек их способность для нагрузки не зависит от потери устойчивости. Большие перемещения связанные с потерю устойчивости стабилизируются мимо

увеличения нагрузки. Это возникает из того, что оболочка приспособляется до новых условий работы. Анализ основан на исследовании только некоторого мембранного состояния связанного со сменой геометрии оболочки.

#### Summary

#### THE ANALYSIS OF ADAPTATION POSSIBILITIES OF SOME AXISYMMETRICAL SHELLS AFTER LOCAL BUCKLING

The behaviour of axisymmetrical shells after buckling is considered. It is proved that local loss of stability of some structures does not reduce their carrying capacity i.e. shells can adaptate themselves to the new work conditions. It means that the large displacements connected with buckling establish themselves after some time and do not manifest tendency to increase. The analysis is based only on investigations of some average membrane state depending on the change of the shell geometry.

POLITECHNIKA WARSZAWSKA  
INSTYTUT MECHANIKI STOSOWANEJ I TECHNIKI LOTNICZEJ

*Praca została złożona w Redakcji 15 lutego 1978 r.*

*Praca nagrodzona w konkursie Oddziału Łódzkiego PTMTS, grudzień 1977 r.*

---