

## PEŁZANIE CIENKICH OBROTOWO-SYMETRYCZNYCH POWŁOK NA PODSTAWIE TEORII USTALONEGO PŁYNIĘCIA

GRZEGORZ G A S I A K (OPOLE)

### 1. Wstęp

E. C. BERNETT [1], a w ślad za nim i inni badacze (por. [2,3]) zauważyli, że w warunkach wysokich temperatur i naprężeń krzywe pełzania nie posiadają początkowej części wzmocnienia. Doświadczenia przeprowadzone przez N. N. MALININA i jego współpracowników [2 - 4] wykazały, że w przypadku pełzania w zakresie dużych odkształceń stopu aluminiowego PA7N<sup>1)</sup> w temperaturach 673, 723 i 748°K, każda z otrzymanych krzywych pełzania posiada początkową część liniową (por. rys. 1). Powyższy fakt pozwala na zastosowanie teorii ustalonego płynięcia w badaniach stateczności przy pełzaniu. W pracy [4] wykazano również, że w przypadku liniowości początkowych odcinków krzywych pełzania teorie płynięcia i wzmocnienia dają rezultaty identyczne, a wyniki obliczeń według tych teorii są bardziej zbliżone do danych doświadczalnych, aniżeli wyniki obliczeń, otrzymane w świetle teorii starzenia.

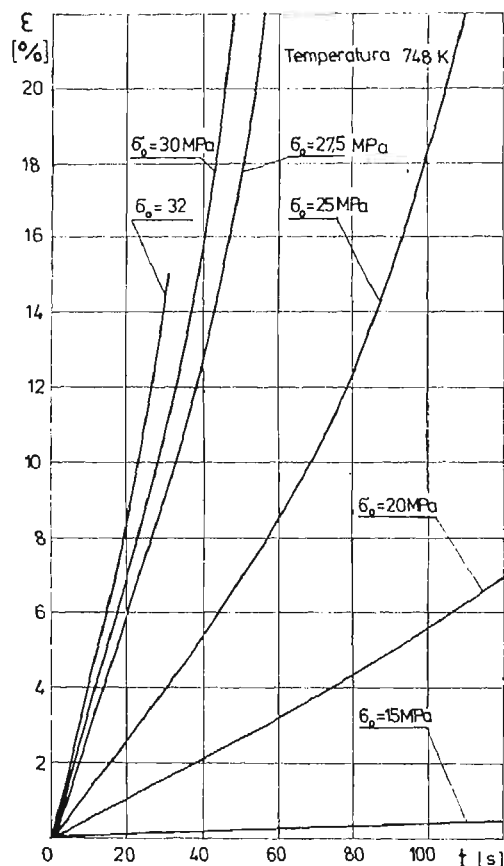
Zastosowanie teorii płynięcia przy pełzaniu w zakresie dużych odkształceń cienkich powłok napotyka znaczne trudności natury matematycznej. Dlatego w literaturze mamy do czynienia z pracami, w których daje się rozwiązania dla najprostszyc przypadków powłok, takich jak powłoka sferyczna i nieskończenie długa powłoka walcowa, obciążonych stałym ciśnieniem wewnętrznym [5 - 11].

Próbę ścisłego rozwiązania powyższego problemu według teorii płynięcia dla dowolnej osiowo-symetrycznej powłoki zawierają prace [11 - 14]. W pracach [12, 13] L. M. KACZANOW, stosując fizyczne związki teorii ustalonego płynięcia przy pełzaniu, otrzymał układ sześciu nieliniowych równań różniczkowych cząstkowych, opisujących formę powłoki, stan naprężeń i odkształceń oraz zaproponował numeryczną metodę rozwiązania. Sposób ten w świetle pracy J. ORKISZA [11] nie jest poprawny ze względu na to, że rozkład charakterystyk układu równań prac [12, 13] nie pokrywa się z liniami, wzdłuż których poszukuje się rozwiązania. Ten sam temat podejmuje J. ORKISZ [11], który opierając się na szerszych założeniach (dowolne obciążenie, zmienna grubość powłoki, strefa fałdów), otrzymał układ równań różniczkowych stanu równowagi powłoki prostszy niż odpowiedni układ podany w pracach [12, 13]. Ponadto w pracy [11] zaproponowano numeryczny sposób rozwiązania wyżej wymienionych równań, lecz nie otrzymano konkretnych rozwiązań. Próbę numerycznego rozwiązania równań wyprowadzonych przez J. ORKISZA [11] podjęto w pracy [14], która zawiera niektóre wyniki liczbowe dotyczące

<sup>1)</sup> Według normy GOST odpowiada to stopu aluminiowemu D 16.

jednej powłoki walcowej. W pracy tej jednak nie podano parametrów pełzania materiału. Brak jest również informacji o wartości współczynnika wzmocnienia materiału, przy którym uzyskano warunki początkowe. Fakt ten uniemożliwia przeprowadzenie analizy porównawczej z rezultatami uzyskanymi w niniejszej pracy.

Podkreśla się, że bezpośrednie wyznaczenie naprężenia równoleżnikowego według równania wchodzącego w zależności fizyczne układu równań stosowanych w pracy [14]



Rys. 1. Krzywe krótkoczasowego pełzania stopu aluminiowego PA7N, gdzie  $\sigma_0$  oznacza naprężenie początkowe (w chwili  $t = 0$ ).

jest uciążliwe ze względu na przestępny charakter tego równania. W związku z tym w niniejszej pracy zastosowano odmienną aniżeli w [14] formę zapisu równań fizycznych.

Celem pracy jest przeprowadzenie, na podstawie teorii ustalonego płynięcia przy pełzaniu, analizy stanu naprężenia i odkształcenia oraz liczbowe wyznaczenie tak zwanego „czasu krytycznego”  $\tau^*$  dla szeregu powłok o początkowym kształcie walca kołowego przy różnych długościach. Pod pojęciem „czas krytyczny”  $\tau^*$  w myśl definicji podanej przez A. S. GRIGORIEWA [15] rozumie się czas, po upływie którego powłoka w procesie pełzania traci stateczność kształtu.



Zależności teorii ustalonego płynięcia przy pełzaniu przyjęto w postaci [16]:

$$(2.2) \quad \begin{aligned} \dot{\varepsilon}_i &= \frac{\partial \varepsilon_i}{\partial \tau} = C p_i^m, \quad \dot{\varepsilon}_1 + \dot{\varepsilon}_2 + \dot{\varepsilon}_3 = 0, \\ \frac{\dot{\varepsilon}_1 - \dot{\varepsilon}_2}{p_1 - p_2} &= \frac{\dot{\varepsilon}_2 - \dot{\varepsilon}_3}{p_2 - p_3} = \frac{\dot{\varepsilon}_3 - \dot{\varepsilon}_1}{p_3 - p_1} = \frac{3}{2} C^{-\frac{1}{m}} \dot{\varepsilon}_i^{\frac{m-1}{m}} \end{aligned}$$

gdzie  $C = TBK^m$ ,  $\dot{\varepsilon}_j = \frac{\partial \varepsilon_j}{\partial t} = \frac{1}{T} \frac{\partial \varepsilon_j}{\partial \tau}$  ( $j = 1, 2, 3$ ) oznaczają prędkości odkształceń ustalonej cząstki w powłoce,  $T$  jest stałą o wymiarze czasu,  $B$  i  $m$  są parametrami pełzania zależnymi od materiału i temperatury,  $p_i$  i  $\dot{\varepsilon}_i$  oznaczają intensywności naprężeń i prędkości odkształceń, gdzie w rozpatrywanym tu płaskim stanie naprężenia określone są odpowiednio zależnościami

$$p_i = \sqrt{p_1^2 + p_2^2 - p_1 p_2}, \quad \dot{\varepsilon}_i = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{\dot{\varepsilon}_2^2 + \dot{\varepsilon}_3^2 + \dot{\varepsilon}_2 \dot{\varepsilon}_3}.$$

W pracy [11] wyprowadzony został układ równań różniczkowych

$$(2.3) \quad \begin{aligned} \frac{\partial x}{\partial \xi} &= \frac{\xi}{hx} \frac{\cos \varphi}{\cos \psi}, \quad \frac{\partial y}{\partial \xi} = \frac{\xi}{hx} \frac{\sin \varphi}{\cos \psi}, \\ \frac{\partial p_1}{\partial \xi} &= -\frac{p_1}{h} \frac{\partial h}{\partial \xi} + \frac{\xi}{hx^2} \frac{\cos \varphi}{\cos \psi} \left( p_2 - p_1 + \frac{x Q_s}{fh \cos \varphi} \right) - \frac{p_1}{f} \frac{df}{d\xi}, \\ \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} &= \frac{\xi}{p_1 hx \cos \psi} \left( \frac{Q_n}{fh} - \frac{p_2}{x} \sin \varphi \right), \\ \frac{\partial x}{\partial \tau} &= \frac{1}{2} C p_i^{m-1} (2p_2 - p_1) x, \quad \frac{\partial h}{\partial \tau} = -\frac{1}{2} C p_i^{m-1} (p_1 + p_2) h, \end{aligned}$$

opisujących formę, naprężenia i odkształcenia wiotkich powłok obrotowo-symetrycznych w świetle teorii ustalonego płynięcia przy pełzaniu, gdzie  $f = f(\xi)$  oznacza funkcję opisującą zmianę grubości ścianki powłoki w stanie nieodkształconym,  $\psi$  oznacza kąt zawarty między styczną do południka a płaszczyzną prostopadłą do osi obrotu, natomiast  $\varphi$  jest znaczeniem  $\psi$  po odkształceniu. Układ równań (2.3) w powyższej formie zastosowano w pracy [14].

W niniejszej pracy w miejsce zależności (2.3)<sub>5,6</sub> wprowadzono równania

$$(2.4) \quad \begin{aligned} h(p_1 + p_2) \frac{\partial x}{\partial \tau} + x(2p_2 - p_1) \frac{\partial h}{\partial \tau} &= 0, \\ p_2 &= C^{-\frac{1}{m}} \frac{\dot{\varepsilon}_2 - \dot{\varepsilon}_3}{\dot{\varepsilon}_i^{\frac{m-1}{m}}}, \end{aligned}$$

które wynikają bezpośrednio z zależności fizycznych (2.2). Ponadto przyjęto stałą grubość ścianki powłoki nieodkształconej ( $f = 1$ ). Niewiadomymi są tu funkcje:  $x(\xi, \tau)$ ,  $y(\xi, \tau)$ ,  $\varphi(\xi, \tau)$ ,  $h(\xi, \tau)$ ,  $p_1(\xi, \tau)$  i  $p_2(\xi, \tau)$ .

Rozwiązanie problemów na podstawie teorii ustalonego płynięcia przy pełzaniu wymaga określenia stanu wyjściowego powłoki, opisanego przez warunki początkowe dla  $\tau = 0$ :

$$(2.5) \quad \begin{aligned} x(\xi_i, 0) = x_0(\xi_i), \quad y(\xi_i, 0) = y_0(\xi_i), \quad h(\xi_i, 0) = h_0(\xi_i), \\ \varphi(\xi_i, 0) = \varphi_0(\xi_i), \quad p_1(\xi_i, 0) = p_{10}(\xi_i), \quad p_2(\xi_i, 0) = p_{20}(\xi_i), \end{aligned}$$

gdzie  $i = 0, 1, 2, \dots, n$ .

Równania różniczkowe stanu równowagi powłoki (2.3)<sub>1-4</sub>, (2.4) uzupełniają warunki brzegowe (por. rys. 2):

$$\begin{aligned} x(0, \tau_j) = y(0, \tau_j) = \varphi(0, \tau_j) = 0, \quad h(0, \tau_j) = h_{0,j}, \\ p_1(0, \tau_j) = p_2(0, \tau_j), \quad j = 0, 1, 2, \dots, m, \end{aligned}$$

oraz

$$\begin{aligned} x(1, \tau_j) = 1, \quad y(1, \tau_j) = l, \quad h(1, \tau_j) = h_{1,j}, \\ p_2(1, \tau_j) = \frac{1}{2} p_1(1, \tau_j), \quad \varphi(1, \tau_j) = \arcsin \frac{Q_n + F}{2h_{1,j} p_1(1, \tau_j)}, \end{aligned}$$

gdzie  $h_{0,j}$  i  $h_{1,j}$  są grubościami powłoki odpowiednio w wierzchołku kopuły i przy denku,  $l_1$  oznacza odniesioną do  $2R_1$  długość początkową powłoki,  $l$  jest znaczeniem  $l_1$  po odkształceniu,  $F = \frac{P}{\pi H_1 K R_1}$  oznacza bezwymiarową wartość siły  $P$ .

### 3. Metoda numerycznego rozwiązania równań różniczkowych powłoki

Metoda numerycznego rozwiązania układu równań (2.3)<sub>1-4</sub>, (2.4) polega na sprowadzeniu równań różniczkowych, o pochodnych cząstkowych, do dwóch równań różniczkowych zwyczajnych, które rozwiązuje się numerycznie. Sposób tego sprowadzenia oparto o metodę opisaną w pracy [11].

Przy  $\tau_j = \text{const}$  numerycznie rozwiązuje się równania (2.3)<sub>1-4</sub> metodą Rungego-Kutty. Przy  $\xi_i = \text{const}$  numerycznie rozwiązuje się, w oparciu o ulepszoną metodę Eulera, równania (2.4), w których pochodne mają postać:

$$\frac{dh_{j-1}}{d\tau} = \frac{1}{\Delta\tau} \sum_{r=0}^k \beta_{kr} h_{j-r}, \quad \frac{dx_{j-1}}{d\tau} = \frac{1}{\Delta\tau} \sum_{r=0}^k \beta_{kr} x_{j-r},$$

gdzie  $\beta_{kr}$  jest współczynnikiem, którego wartość zależy od przyjętej liczby  $k$  [11].

Pochodną  $\frac{\partial h}{\partial \xi}$ , występującą w równaniu (2.3)<sub>3</sub> określa się z równania różnicowego

$$\frac{dh_{s-1}}{d\xi} = \frac{1}{0,5 \Delta\xi} \sum_{r=0}^k \beta_{kr} h_{s-r}, \quad s = 0, 1, 2, \dots, 2n.$$

Z powodu braku bezpośredniej zależności między parametrem obciążenia, czasem i parametrami odkształcenia na granicach całkowania, należy w procesie całkowania układu (2.3)<sub>1-4</sub>, (2.4)<sub>1</sub> przy  $Q = Q_0 = \text{const}$  i bieżącym  $\tau_j$ , dobierać parametr początkowy  $h_{0,j}$  aż do spełnienia (z żadaną dokładnością) danych warunków na drugim brzegu. Wobec tego problem brzegowy sprowadza się do problemu początkowego i zadanie rozwiązuje się metodą półodwrotną.

## 4. Przykłady liczbowe

W charakterze przykładu dano rozwiązanie powłoki w kształcie walca kołowego (przed odkształceniem) zakończoną sztywnymi, swobodnie przesuwными denkami, obciążoną równomiernie rozłożonym parciem wewnętrznym. Przy rozwiązywaniu danego przykładu wygodniej jest przyjąć jako zmienne niezależne  $\eta$ ,  $\tau$  i wówczas zamiast pochodnych  $\frac{\partial}{\partial \xi}$  mamy  $\frac{\partial}{\partial \eta}$ , a w miejsce  $\cos \varphi$  należy podstawić  $\sin \varphi$ . W naszym przypadku  $\xi = 1$  i  $\sin \varphi = 1$ . Ponadto zakłada się  $Q_s = 0$  i  $Q_n = Q_0$ .

W tym przypadku podstawowe układy równań stanu równowagi powłoki (2.3)<sub>1-4</sub> i (2.4) sprowadzić można do postaci:

$$(4.1) \quad \begin{aligned} \frac{\partial x}{\partial \eta} &= \frac{\cos \varphi}{hx}, & \frac{\partial p_1}{\partial \eta} &= -\frac{p_1}{h} \frac{\partial h}{\partial \eta} + \frac{\cos \varphi}{hx^2} (p_2 - p_1), \\ \frac{\partial y}{\partial \eta} &= \frac{\sin \varphi}{hx}, & h(p_1 + p_2) \frac{\partial x}{\partial \tau} + x(2p_2 - p_1) \frac{\partial h}{\partial \tau} &= 0, \\ \varphi &= \arcsin \frac{xQ_0}{2hp_1}, & p_2 &= \frac{2}{3} C^{-\frac{1}{m}} \frac{\dot{\epsilon}_2 - \dot{\epsilon}_3}{\frac{m-1}{m} \dot{\epsilon}_i}, \end{aligned}$$

gdzie  $Q_0$  oznacza obciążenie początkowe (wartość obciążenia  $Q$  przy  $\tau = 0$ ), a  $\eta$  jest osiową współrzędną powłoki.

Układ równań (4.1) powinien spełnić następujące warunki brzegowe:

$$\begin{aligned} x(0, \tau_j) &= 1, & y(0, \tau_j) &= 0, & h(0, \tau_j) &= h_{0,j}, \\ p_2(0, \tau_j) &= \frac{1}{2} p_1(0, \tau_j) = \frac{1}{\sqrt{3}} C^{-\frac{1}{m}} \left( \frac{2}{\sqrt{3}} |\dot{\epsilon}_3| \right)^{\frac{1}{m}}, \\ \varphi \left( \frac{l_1}{2}, \tau_j \right) &= \frac{\pi}{2}. \end{aligned}$$

Z początku problem powyższy rozwiązywano na podstawie teorii płynięcia plastycznego DAVIS-NADEI [17] przy  $\tau = 0$ . Przy obciążeniu  $Q_j = Q_0$  rezultaty tego rozwiązania stanowiły warunki początkowe (2.5) do równań (4.1) w przypadku  $k = 1$ . Po każdym kroku całkowania równym  $\Delta \tau$  wyniki zapisywano w pamięci maszyny. Kiedy otrzymano  $k$  rozwiązań, ich wyniki wprowadzono do programu i rozwiązanie zadania stateczności przy pełzaniu w świetle teorii płynięcia przy zadanych  $Q$ ,  $k$  i  $\Delta \tau$  prowadzono do chwili osiągnięcia przez powłokę „czasu krytycznego”  $\tau^*$ , który otrzymano z warunku

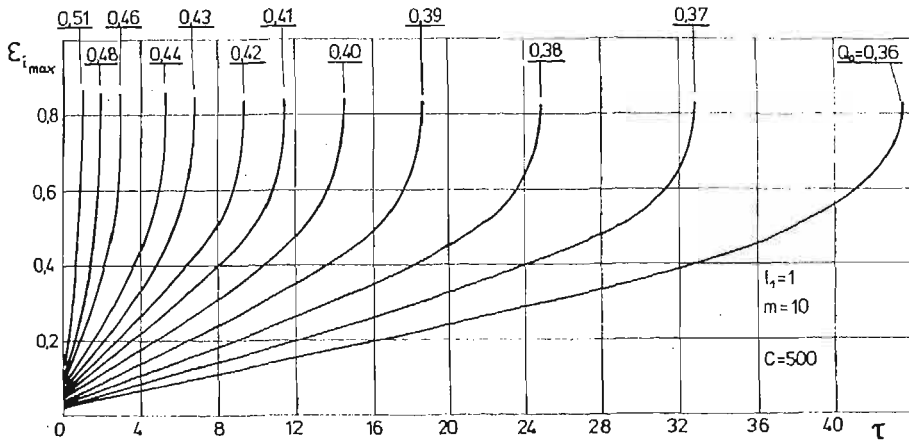
$$(4.2) \quad \frac{d\tau}{d\varepsilon} = 0,$$

gdzie  $\varepsilon$  oznacza parametr charakteryzujący wielkość odkształceń w powłoce.

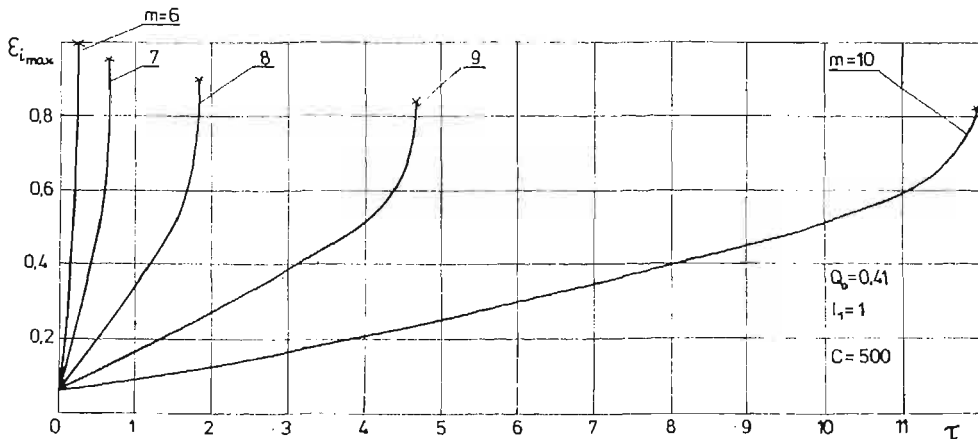
## 5. Analiza wyników obliczeń

Wyżej opisaną metodą przeprowadzono obliczenia powłok o początkowym kształcie walca kołowego przy różnych długościach i obciążeniach początkowych oraz przy różnych parametrach pełzania materiału.

Rezultaty obliczeń przedstawione na rys. 3-8 otrzymano korzystając z warunków początkowych (2.5) wyznaczonych przy wykładniku potęgowego wzmocnienia materiału  $\mu = \frac{1}{3}$  [18]. Analizując rys. 3 stwierdzamy, że dla tej samej powłoki, przy różnych  $Q_0$  czas krytyczny  $\tau^*$  otrzymuje się praktycznie przy tej samej wartości intensywności odkształceń odnoszących się do punktów równika powłoki  $\varepsilon_{i_{\max}}$ , czego należało oczekiwać. Z rys. 4 wynika, że w miarę zmniejszania się parametru pełzania  $m$ , wartość  $\tau^*$  szybko maleje. W charakterze przykładu na rys. 5-8 pokazane są wykresy zmian naprężeń i odkształceń wzdłuż południka powłoki dla  $l_1 = 0,5, 1,0, 1,25$  przy  $m = 10$ . Na rysunkach tych linie przerywane dotyczą powłok wyjściowych ( $\tau = 0$ ), natomiast ciągłe dotyczą powłok w chwili osiągnięcia czasu krytycznego  $\tau = \tau^*$  przy pełzaniu. Z analizy wykresów wynika, że dla powłok o długościach  $l_1 \leq 1$  naprężenie równoleżnikowe  $p_2$  z upływem czasu  $\tau$  obniża swą wartość w stosunku do wartości początkowej (oznaczonej indeksem<sup>o</sup>).

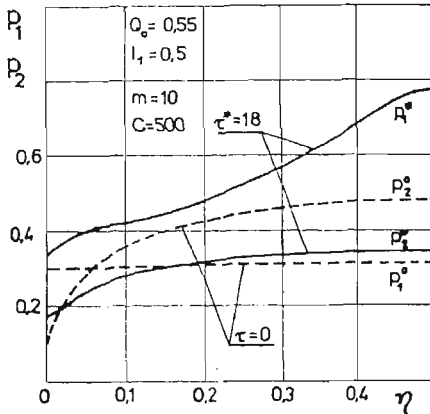


Rys. 3. Krzywe pełzania dla punktów równika powłoki przy różnych wartościach obciążenia początkowego  $Q_0$ .

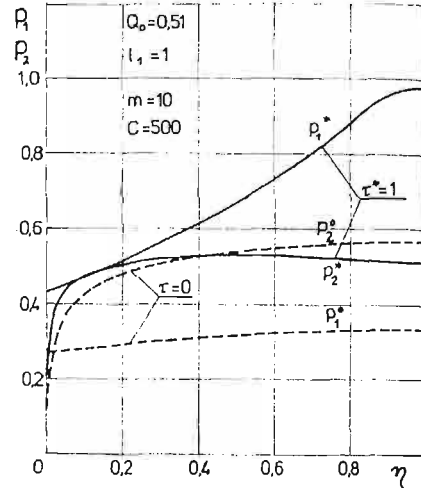


Rys. 4. Krzywe pełzania dla punktów równika powłoki przy różnych parametrach pełzania materiału  $m$ .

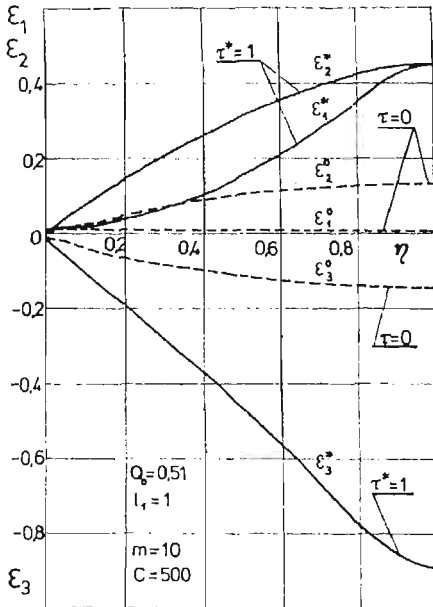
Obniżenie wartości  $p_2$  zaczyna się w pewnej odległości od dna powłoki (por. rys. 5 i 6) i dotyczy jej środkowej części. Maksymalna różnica w wartości  $p_2$  ma miejsce na równiku powłoki. Zjawisko obniżenia się naprężenia  $p_2$  jest wynikiem bardzo intensywnego oddziaływania na stan naprężeń i odkształceń powłoki sztywnych, nieodkształcalnych denek. Oddziaływanie to jest tym silniejsze, im krótsza jest powłoka.



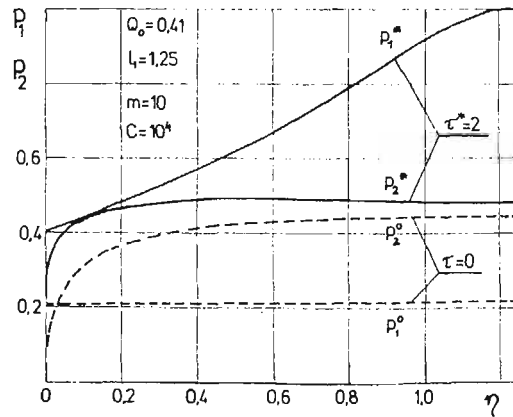
Rys. 5. Rozkład rzeczywistych naprężeń głównych  $p_1$  i  $p_2$  wzdłuż południka powłoki dla  $l_1 = 0,5$  przy  $Q_0 = 0,55$ .



Rys. 6. Rozkład rzeczywistych naprężeń głównych  $p_1$  i  $p_2$  wzdłuż południka powłoki dla  $l_1 = 1$  przy  $Q_0 = 0,51$ .



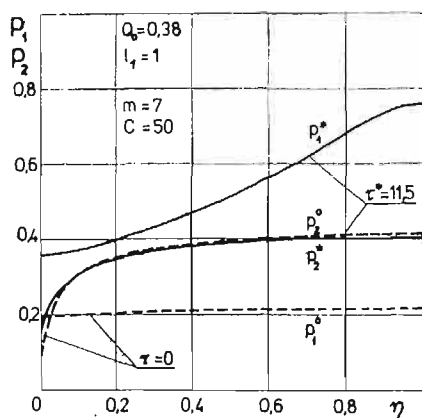
Rys. 7. Rozkład logarytmicznych odkształceń głównych  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  i  $\varepsilon_3$  wzdłuż południka powłoki dla  $l_1 = 1$  przy  $Q_0 = 0,55$ .



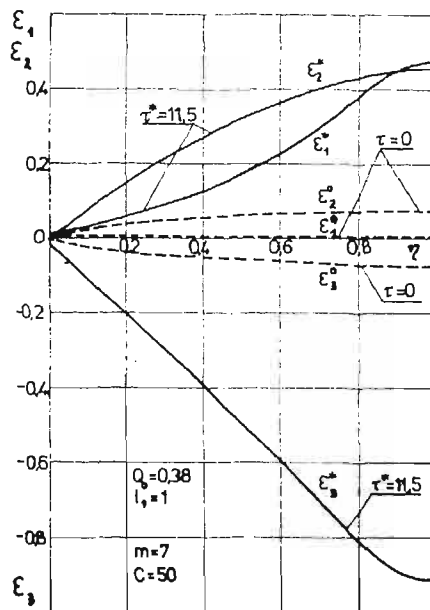
Rys. 8. Rozkład rzeczywistych naprężeń głównych  $p_1$  i  $p_2$  wzdłuż południka powłoki dla  $l_1 = 1,25$  przy  $Q_0 = 0,41$ .



Wykresy na rys. 9 i 10 przedstawiają rezultaty rozwiązania zadania stateczności przy pełzaniu powłoki walcowej ( $l_1 = 1$ ) wykonanej ze stopu aluminiowego PA7N o parametrach krótkoczasowego pełzania w temperaturze 748 °K:  $m = 7$ ,  $B = 208 \cdot 10^{-21} \text{ MPa}^{-m} \text{ K}^{-1}$  [2]. Warunki początkowe (2.5), niezbędne przy rozwiązywaniu układu równań (4.1) można było otrzymać po uprzedniej znajomości parametrów  $\mu$  i  $K$  dla materiału



Rys. 9. Rozkład rzeczywistych naprężeń głównych  $p_1$  i  $p_2$  wzdłuż południka powłoki wykonanej ze stopu aluminiowego PA7N.



Rys. 10. Rozkład logarytmicznych odkształceń głównych  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  i  $\varepsilon_3$  wzdłuż południka powłoki wykonanej ze stopu aluminiowego PA7N.

PA7N w temperaturze 748 °K. W wyniku aproksymacji wykresów odkształceń [2] na podstawie metody pracy [19] otrzymano:  $\mu = 0,295$ ,  $K = 65,5 \text{ MPa}$ . Obliczenia wykazały, że powłoka o długości  $l_1 = 1$  wykonana ze stopu aluminiowego PA7N pod obciążeniem  $Q_0 = 0,38$  traci stateczność przy pełzaniu po osiągnięciu czasu krytycznego  $\tau^* = 11,5$ , co odpowiada czasowi  $t = 586$  sekund.

## 6. Wnioski

Z otrzymanych tu rezultatów wynikają następujące spostrzeżenia:

1. Cienkie powłoki o początkowym kształcie kołowego i skończonych długościach, pracujące w warunkach pełzania w zakresie dużych odkształceń, tracą stateczność po osiągnięciu czasu krytycznego, określanego wartością maksymalną na krzywej zbudowanej w osiach: bezwymiarowy parametr czasu-charakterystyczne odkształcenie;

2. W miarę zwiększania się parametru pełzania  $m$  krytyczny moment utraty stateczności kształtu powłoki następuje przy coraz to mniejszych wartościach odkształceń i coraz to większych wartościach czasu krytycznego  $\tau^*$ ;

3. Wykazano, że w krótkих powłokach ( $l_1 \leq 1$ ) zachodzi zjawisko zmniejszania się naprężenia równoleżnikowego  $p_2$  wraz z wpływem czasu  $\tau$ .

4. Wprowadzając nową formę zapisu zależności fizycznych teorii płыnięcia przy pełзаниу, uniknięто konieczności уżыцця дла wyznaczenia naprężения równoleżnikowego równания о прeстeпным характере stosowanego w pracy [14].

#### Literatura cytowana w tekście

1. E. C. BERNETT; *Short-time, elevated temperature stress-strain behaviour of tensile, compressive and column members properties*, Wright air Development Center Techn. Report, 1959.
2. В. Н. Бойков, Ю. И. Бойцов, Э. С. Лазаренко, Н. Н. Малинин; *Кратковременна ползучесть сплава Д 16 при больших деформациях*, Известия ВУЗов. Машиностроение, № 4, 1971.
3. Ю. И. Бойцов; *Исследование условия ползучести без упрочнения*, Известия ВУЗов. Машиностроение. № 2, 1973.
4. Ю. И. Бойцов; *Время разрушения по техническим теориям ползучести*, Известия ВУЗов. Машиностроение. № 7, 1974.
5. Л. М. Качанов; *Теория ползучести*, Изд. Физматгиз. Москва, 1960.
6. Л. М. Качанов; *Основы механики разрушения*. Изд. „Наука” Москва, 1974.
7. С. М. Кац; *Ползучесть и разрушение труб под действием внутреннего давления*, Изд. АН СССР, ОН, 10 1957.
8. F. P. J. RIMROTT; *Versagenheit beim Kriechen*, Ing. Arch., 3, 27, 1958.
9. Ю. И. Работнов; *Ползучесть элементов конструкции*, Изд. „Наука”, Москва, 1966.
10. Л. М. Качанов; *О времени разрушения в условиях ползучести*, Изв. АН СССР, ОН 8, 1958.
11. J. ORKISZ; *Skończone odkształcenia wiotkich osiowo-symetrycznych powłok z uwzględnieniem reologicznych własności materiału*. Zeszyty Naukowe Polіt. Krakowskiej, nr 11, Kraków 1967.
12. Л. М. Качанов; *Ползучесть безмоментных оболочек вращения при больших деформациях*. Сб. „Исслед. по упругости и пластичности”. Изд. ЛГУ, 4, 1965.
13. Л. М. Качанов; *О времени разрушения оболочек в условиях ползучести*, Матер. летней школы по пробл. „Физически и геометрически нелинейные задачи теории пластин и оболочек”, Изд. ЛГУ, Тарту 1966.
14. J. WILK; *Pelzanie wiotkich obrotowo-symetrycznych powłok niesprężystych w zakresie skończonego odkształceń*. Rozprawy Inżynierskie, 2, 18, 1970.
15. А. С. Григорьев; *О времени вязкого разрушения и критическом времени в условиях ползучести*, МТТ, № 4, 1968.
16. Г. Гасяк; *Большие деформации тонких оболочек начальной цилиндрической формы*, Диссертация на соискание ученой степени к.т.н. Москва 1977.
17. Г. Гасяк; *Несущая способность безмоментной оболочки начальной цилиндрической формы при больших деформациях*, Известия ВУЗов. Машиностроение, № 7, Москва 1977.
18. Н. Н. Малинин; *Прикладная теория пластичности и ползучести*, Изд. Машиностроение, Москва 1975.
19. G. GASIĄK; *Analityczna schematyzacja wykresów naprężenie-odkształcenie przy dużych odkształceniach plastycznych*, Zeszyty Naukowe WSI w Opolu nr 34, Seria: Mechanika z. 8, Opole 1978.

#### Резюме

#### ПОЛЗУЧЕСТЬ ТОНКИХ ОБОЛОЧЕК ВРАЩЕНИЯ ПО ТЕОРИИ УСТАНОВИВШЕГОСЯ ТЕЧЕНИЯ

В работе дается строгое решение задачи устойчивости при ползучести в области больших деформации по теории установившегося течения тонких оболочек вращения. На основании соот-

ношений (2.3)<sub>1-4</sub> и (2.4) дается анализ распределения напряжений и деформаций по меридиану оболочки, а также получено так называемое „критическое время” при ползучести для рассматриваемых оболочек.

#### S u m m a r y

#### CREEP OF THIN AXIALLY-SYMMETRIC SHELLS BASED ON THE THEORY OF PLASTIC FLOW

The paper presents an exact solution of the stability problem of the creep in the range of large deformations of thin axially-symmetric shells based on the theory of steady-state plastic flow.

On the basis of eqs. (2.3)<sub>1-4</sub> and (2.4), the analysis of stress distribution and deformations along the meridian of the shell are given and also the so-called „critical times” of the creep for the shells considered are obtained.

WYŻSZA SZKOŁA INŻYNIERSKA  
OPOLE  
ZAKŁAD MECHANIKI

*Praca została złożona w Redakcji dnia 23 lutego 1979 roku.*

---