

ZASTOSOWANIE TEMPERATURY SPRĘŻONEJ Z ODKSZTAŁCENIAMI DO OCENY
DYSYPACJI ENERGII I WYZNACZANIA GRANIC PLASTYCZNOŚCI

ZDZISŁAW GABRYSZEWSKI, WIESŁAW ŚRÓDKA (WROCLAW)

Celem niniejszej pracy jest przedstawienie, między innymi na przykładzie wyników własnych badań, możliwości wykorzystania pomiarów zmian temperatury sprężonej z procesem odkształcenia do opisu dysypacji energii i wyznaczania granic plastyczności dla dwóch rodzajów ciał, ciała izotropowego sprężysto-plastycznego jakim jest stal niskowęglowa i ciała nienormalnie izotropowego (tzw. półkrucego) — żeliwa szarego.

1. Zmagazynowana energia odkształcenia

Zjawisko zmiany temperatury wywołanej odkształceniem obserwuje się zarówno w metalach jak i w tworzywach wielkocząsteczkowych, jakkolwiek charakter zjawiska w każdym z tych przypadków istotnie się różni. O ile przy prostym rozciąganiu metale w zakresie sprężystym charakteryzują się na ogół liniową zależnością zmian temperatury od odkształcenia, to np. dla kauczuku zależność ta jest nieliniowa i ponadto przyrost temperatury zmienia znak z początkowo ujemnego na dodatni. Badaniem wpływu odkształcenia na zmianę temperatury w metalach zajmował się między innymi G. J. Taylor. Wspólnie z W. S. Farrenem przedstawił w 1925 roku wyniki pomiarów zmian temperatury towarzyszących prostemu rozciąganiu [3]. Przeprowadzone doświadczenia na stali, miedzi, aluminium oraz wykonane później z H. Quinney'em badania dotyczące skręcania [9] wykazały, że przyrost pracy właściwej odkształceń plastycznych

$$(1.1) \quad dw_p = \sigma_{ij} \cdot d\epsilon_{ij}^p$$

jest większy od przyrostu energii rozpraszanej

$$(1.2) \quad dw_D = \rho \cdot c_e \cdot dT,$$

gdzie c_e — ciepło właściwe przy stałych odkształceniach. Oznacza to, że część pracy gromadzona jest w odkształcanym ośrodku, nie wywołując zmian temperatury:

$$dw_H = dw_p - dw_D.$$

Energia w_H określana mianem zmagazynowanej energii odkształcenia wiązana jest ze zjawiskiem umocnienia [5, 12]. Związek ten uzależnia względną (tj. odniesioną do pracy w_p) wielkość gromadzonej w ten sposób energii od wielkości umocnienia tj. stosunku przyrostu naprężenia do przyrostu wywołanego nim odkształcenia trwałego i dotyczy

zarówno polikryształów jak i monokryształów [3, 13]. Stwierdzono, że w obszarze największego umocnienia ilość gromadzonej w ośrodku energii jest największa, natomiast obszar idealnej plastyczności cechuje się całkowitą dysypacją.

Badania mające na celu określenie wielkości zmagazynowanej energii odkształcenia w zależności od stanu ośrodka można związać z pomiarami zmian temperatury w procesie odkształcania. Parametrem przyjmowanym do określania stanu ośrodka w obszarze odkształceń sprężysto-plastycznych bywa zwykle praca odkształcenia plastycznego, lub parametr Odqvista [18]. Oznacza to iż funkcja w_H , zależna od pracy plastycznej, opisująca energię zmagazynowaną, nie zależy od drogi obciążania.

Eksperymenty określające przebieg zmian energii gromadzonej w ośrodkach sprężysto-plastycznych przeprowadzane były dla kilku rodzajów obciążenia próbek a ich wyniki zawarte są w szeregu publikacjach. Bogatą literaturę, prezentację stosowanych metod pomiarowych, oraz porównania otrzymanych wyników zawierają m.in. prace [2, 8, 13]. Teoretyczną analizę tego zagadnienia podają prace Th. LEHMANN [5, 6], czy A. A. WAKULENKI [10, 11].

Omówione w powyższych pracach badania obejmują rozciąganie ściskanie i skręcanie próbek walcowych, najczęściej pełnych.

Przy rozciąganiu lub ściskaniu uzyskiwano jednorodne pola odkształcenia w całej objętości pomiarowej próbki, co pozwalało na jednoznaczne określenie stanu odkształcenia i związanej z nim zmagazynowanej energii odkształcenia. Natomiast skręcanie pełnych próbek walcowych [9] prowadzi do niejednorodnego pola odkształcenia, a co za tym idzie i temperatury. Otrzymane wyniki mają charakter globalny odniesiony do całej objętości próbki i dotyczą w zasadzie tylko tego konkretnego rodzaju próbek. Jest rzeczą oczywistą że z punktu widzenia fizykalnego istotny jest związek między energią zgromadzoną a pracą plastyczną dotyczący materiału a nie konstrukcji. W większości przytaczanych tu publikacji autorzy stwierdzają, że dla stali stosunek przyrostów energii utajonej do przyrostów pracy odkształcenia plastycznego dw_H/dw_p jest stały w niemal całym obszarze odkształcenia, niezależnie od sposobu obciążenia i wynosi około 0,1. Jedynie końcowa faza skręcania wykazuje odchyłkę od tej wartości [9].

Badania wykonane na monokryształach Al, Cu, Ag itd. [1, 14, 15, 16] wskazują że stosunek ten bardzo silnie zależy od stopnia odkształcenia i ma pewien charakterystyczny przebieg we współrzędnych w_H/w_p — w_p . Początkowo osiąga pewną wartość maksymalną, następnie obniża się do wartości ustalonej przy wzrastającej pracy w_p . Omówione wyniki badań dotyczą materiałów sprężysto-plastycznych.

Dla tzw. materiałów nienormalnie izotropowych brak jest tego rodzaju danych doświadczalnych. Należy przy tym zwrócić uwagę na ich charakterystyczne cechy. Pojawiające się podczas odkształcania (mikro) pęknięcia sprawiają, że konieczne jest wprowadzenie, poza odkształceniami plastycznymi, jeszcze tak zwanych odkształceń rozluźnienia ε'_{ij} [19]:

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^s + \varepsilon_{ij}^p + \varepsilon'_{ij} = \varepsilon_{ij}^s + \varepsilon'_{ij},$$

gdzie ε'_{ij} jest całkowitym odkształceniem nieodwracalnym.

Główne odkształcenia rozluźnienia zależą też od znaków głównych odkształceń całkowitych a objętościowe odkształcenie rozluźnienia jest nieujemne.

2. Sprężenie między polem odkształceń a polem temperatury

Wyprowadzając wzór opisujący sprężenie termomechaniczne, stosować będziemy znane, uproszczone zależności (np. założenie małych odkształceń w równaniu energii, małe przyrosty temperatury, quasistatyczność procesu) oraz przyjmować, że nie występują gradienty temperatury a proces globalnie jest adiabatyczny. Zapisując energię rozpraszaną w układzie wzorem

$$(2.1) \quad \dot{w}_D = \psi_{ij} \cdot \dot{\epsilon}_{ij}^t,$$

otrzymamy następujące wyrażenie na entropię s

$$(2.2) \quad \rho T \dot{s} = \psi_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^t - q_{k,k},$$

gdzie ψ_{ij} jest pewnym tensorem drugiego rzędu, zależnym od zmiennych przyjętych do opisu procesu, \vec{q} — wektorem strumienia ciepła.

Zgodnie z pierwszą zasadą termodynamiki, wyrażając energię wewnętrzną przez energię swobodną φ i entropię s (wszystkie funkcje stanu odniesione są do jednostki masy) oraz zakładając addytywność prędkości odkształceń $\dot{\epsilon}_{ij} = \dot{\epsilon}_{ij}^s + \dot{\epsilon}_{ij}^t$, ϵ_{ij}^s — składowe tensora odkształcenia sprężystego, równanie energii jest następujące:

$$(2.3) \quad \sigma_{ij}(\dot{\epsilon}_{ij}^s + \dot{\epsilon}_{ij}^t) - q_{k,k} = \rho(\dot{\varphi} + T\dot{s} + s\dot{T}),$$

a po wykorzystaniu (2.2)

$$(2.4) \quad \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^s + \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^t - \psi_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^t - \rho s \dot{T} = \rho \dot{\varphi}.$$

Przy założeniu, że $\varphi = \varphi(\epsilon_{ij}^s, \epsilon_{ij}^t, T)$ otrzymamy

$$(2.5) \quad \sigma_{ij} = \rho \frac{\partial \varphi}{\partial \epsilon_{ij}^s}, \quad \sigma_{ij} - \psi_{ij} = \rho \frac{\partial \varphi}{\partial \epsilon_{ij}^t}, \quad s = - \frac{\partial \varphi}{\partial T}.$$

Z równania (2.2), wykorzystując (2.5)₃ wynika, że

$$-\rho T \frac{\partial \dot{\varphi}}{\partial T} = \psi_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^t - q_{k,k},$$

czyli

$$(2.6) \quad -\rho T \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \epsilon_{ij}^s \partial T} \dot{\epsilon}_{ij}^s + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \epsilon_{ij}^t \partial T} \dot{\epsilon}_{ij}^t + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial T^2} \dot{T} \right) = \psi_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^t - q_{k,k}.$$

Zauważając, że przy $\dot{\epsilon}_{ij} = 0$

$$(2.7) \quad -\rho T \frac{\partial^2 \varphi}{\partial T^2} \dot{T} = -q_{k,k} = \rho c_e \dot{T},$$

przy braku gradientów temperatury ($q_{i,i} = 0$), na podstawie (2.5)₁ i (2.5)₂

$$\rho c_e \ln \frac{T}{T_0} = \int_0^{\epsilon_{ij}^s} \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial T} d\epsilon_{ij} + \int_0^{\epsilon_{ij}^t} \left(\frac{\psi_{ij}}{T} - \frac{\partial \psi_{ij}}{\partial T} \right) d\epsilon_{ij}^t.$$

Dla małych przyrostów temperatury

$$(2.8) \quad \theta = \frac{T_0}{\rho c_e} \int_0^{\epsilon_{ij}^s} \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial T} d\epsilon_{ij} + \frac{1}{\rho c_e} \int_0^{\epsilon_{ij}^t} \left(\psi_{ij} - T_0 \frac{\partial \psi_{ij}}{\partial T} \right) d\epsilon_{ij}^t,$$

gdzie $\theta = T - T_0$.

Wyrażenie (2.8) przedstawia rozszerzony wzór Kelvina, który można jeszcze zapisać w postaci:

$$(2.9) \quad \theta = \kappa_{ij} \varepsilon_{ij} + \frac{1}{\rho c_\varepsilon} \int_0^{w_i} k(w_i) dw_i,$$

gdzie

$$\kappa_{ij} = \frac{T_0}{\rho c_\varepsilon} \beta_{ij}, \quad \beta_{ij} = -\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial T},$$

natomiast

$$\psi_{ij} - T_0 \frac{\partial \psi_{ij}}{\partial T} = k(w_i) \sigma_{ij},$$

przy czym przyjęto, że k jest wyłączną funkcją pracy odkształceń nieodwracalnych.

W przypadku ciała o izotropii normalnej, czyli gdy

$$\beta_{ij} = \alpha(3\lambda + 2\mu) \sigma_{ij},$$

otrzymamy

$$\theta = -\frac{T_0 \alpha(3\lambda + 2\mu)}{\rho c_\varepsilon} \varepsilon_{kk} + \frac{1}{\rho c_\varepsilon} \int_0^{w_i} k(w_i) dw_i.$$

3. Badania doświadczalne

Aparatura i próbki. Badania przeprowadzono na dwu materiałach. Niskowęglowa stal 15 H reprezentuje typ ośrodka sprężysto-plastycznego opisanego prawem Hooke'a w części sprężystej odkształceń, natomiast w obszarze odkształceń sprężysto-plastycznych cechującego się brakiem trwałych zmian objętości. Dodatkową własnością o charakterze indywidualnym jest górna granica plastyczności oraz obszar płynięcia plastycznego występujący po jej przekroczeniu. Żeliwo szare Z125 jest przedstawicielem modelu ośrodka półkruchego, cechującego się tzw. nienormalną izotropią. Próbki, identyczne dla obu materiałów, wykonano w postaci cienkościennych rurek zakończonych gwintowanymi uchwytami. Średnica zewnętrzna próbek wynosiła 41 mm, wewnętrzna 38 mm, długość części pomiarowej 125 mm, długość uchwytów 30 mm. Pomiarów prowadzono na maszynie ZDM U 30t.

Wielkości siły rozciągającej (ściskającej) i skręcającej mierzono przy użyciu specjalnych czujników przetwarzających odkształcenia sprężyste elementów pomiarowych na sygnał elektryczny za pomocą naklejonych na nich tensometrów oporowych.

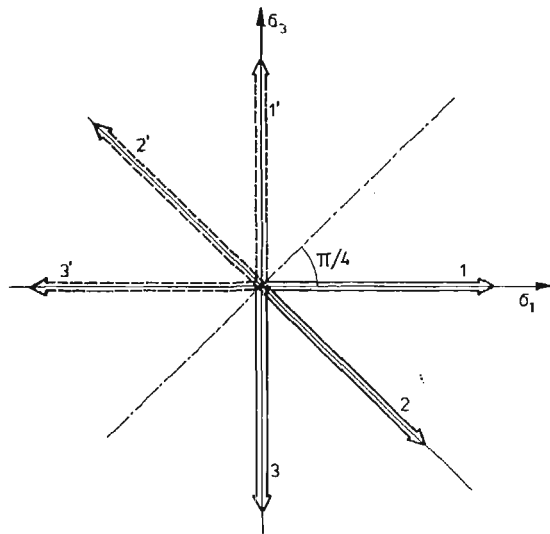
Do pomiaru odkształcenia próbek wykorzystano tensometry oporowe RL 120/6 naklejone na próbkach w kierunkach przewidywanych odkształceń głównych, współpracujące z mostkiem tensometrycznym AT 970. Pomiarów temperatury dokonano przy użyciu jednego czujnika termistorowego NTC-210 przyłożonego do próbki w środku jej długości i specjalnie zbudowanego wzmacniacza. Czulość układu jest rzędu 10^{-3} K.

Sygnały siły, odkształcenia i temperatury rejestrowano na trzech rejestratorach X-Y Rikken Denshi.

Pracę „plastyczną” obliczono przez zmierzenie pola powierzchni zawartego między krzywą naprężenie — odkształcenie, osią odkształcenia, oraz prostą przedstawiającą proces odciążania.

Przy wyznaczaniu energii rozpraszanej $w_D = \rho c_e \theta_D$ korzystano z tablicowej wartości ciepła właściwego c_e dla stali i żeliwa. Przyrost temperatury θ_D wyznaczano jako różnicę między zmierzonym przyrostem temperatury θ i zmianą temperatury θ_0 , związaną z odkształceniami sprężystymi, ekstrapolowaną z obszaru sprężystego indywidualnie dla każdej próbki.

Zakres badań. Badania obejmują trzy proste drogi obciążania których przebieg w przestrzeni naprężeń ($\sigma_1, \sigma_2 = 0, \sigma_3$) przedstawia rys. 1. Własności mechaniczne obu ma-



Rys. 1. Drogi obciążania w przestrzeni naprężeń głównych.

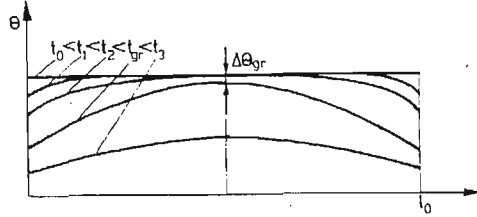
teriałów cechuje symetria względem prostej tworzącej z osią σ_1 kąt $\pi/4$. Do określenia warunków termicznych procesu zachodzącego w próbce posłużyła idea metody Farren'a i Taylor'a [3] w myśl której ciepło wydzielane w objętości próbki jest wymieniane z otoczeniem częściowo na skutek konwekcji a częściowo na drodze przewodnictwa (przepływ ciepła do uchwytów maszyny). Specyficzny rozkład temperatury wzdłuż osi próbki w wyniku transmisji ciepła do (lub od) uchwytów stanowi podstawę opisywanej metody. Przy pomiarze zmian temperatury w środku długości próbki, zawsze istnieje taki przedział czasu w którym otoczenie „punktu” w którym dokonuje się pomiaru temperatury ma praktycznie taką samą temperaturę jak rozważany punkt. Sprawia to, że proces w tym punkcie można traktować jako adiabatyczny. Rys. 2 przedstawia wywołane przewodnictwem zmiany temperatury wzdłuż osi próbki w której w chwili t_0 temperatura jest jednorodna i różna od temperatury otoczenia. Graniczna wartość czasu t_{gr} w którym można nie uwzględniać zakłócającego wpływu przewodnictwa zależy od założonej, dopuszczalnej odchyłki temperatury $\Delta\theta_{gr}$ od wartości początkowej. Farren i Taylor określają ten czas, dla względnego odchylenia przyrostu temperatury 0,6% od wartości po-

czątkowej, następująco:

$$t_{gr} = 0,014 \cdot \rho \cdot c \cdot l^2/k,$$

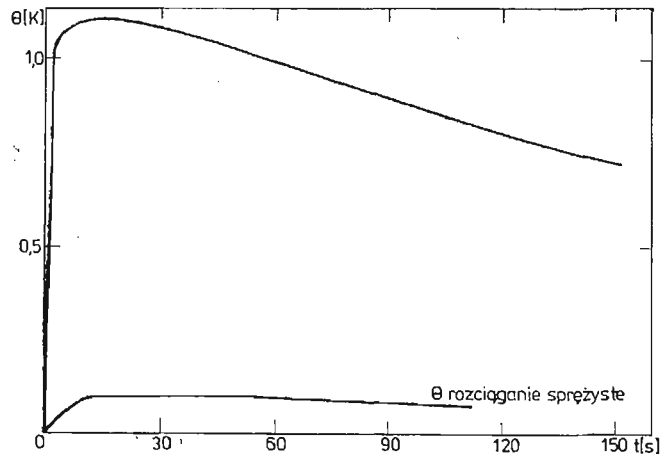
gdzie ρ — gęstość,
 c — ciepło właściwe,
 l — długość części pomiarowej próbki,
 k — współczynnik przewodnictwa.

(Daje to dla użytych tutaj próbek stalowych czas ok. 20 s.). Konwekcyjna wymiana ciepła uwidacznia swój wpływ od samego początku, lecz ze względu na wykładniczą zależność



Rys. 2. Zmiany temperatury w próbce której początkowa temperatura różni się o $\theta_p > 0$ od temperatury otoczenia. W kolejnych chwilach t_1, t_2 itd. temperatura obniża się symetrycznie względem środka długości próbki l_0 , doznając początkowo największych zmian na końcach tego przedziału.

zmiany temperatury od czasu jest stosunkowo łatwa do uwzględnienia. Łączne działanie obu tych zakłóceń (jak również bezwładności termometru) uwidaczniają wykresy, wykonane dla badanych próbek rurowych, przedstawione na rys. 3. Uzyskano je przez rejestrację zmian temperatury w czasie, próbki szybko obciążonej do ustalonej wartości obciążenia (a więc i temperatury). Dolny wykres przedstawia zmiany temperatury próbki



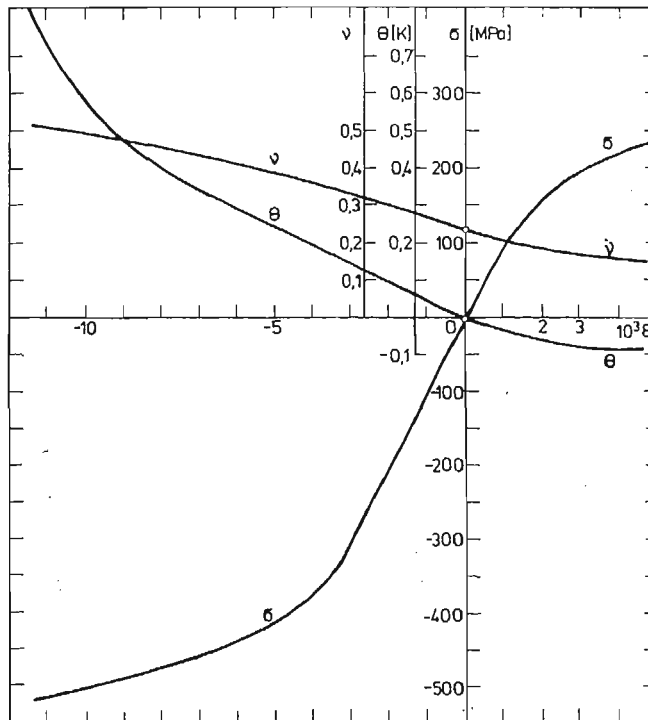
Rys. 3. Zmiany w czasie temperatury punktu środkowego próbki zarejestrowane po szybkim odkształceniu — a więc po jednorodnej zmianie temperatury w całej pomiarowej objętości próbki o $+1,10\text{K}$ i $-0,10\text{K}$.

rozciągniętej sprężystie (zmiana temperatury jest ujemna), górny — próbki odkształconej plastycznie. W drugim przypadku, na skutek większej różnicy temperatur próbki i otoczenia, silniej uwidacznia się wpływ konwekcji (uwzględniany przy odczytywaniu temperatury) który w pierwszym przypadku jest po 60s niemal niewidoczny. Zmiany

temperatury wywołane przewodnictwem oceniane są na max 2% po 60 s i w tym też czasie przeprowadzane były właściwe pomiary. Badania te szczegółowo omówiono w pracy [20]. Prędkość odkształcania wynosiła $3 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$.

Wyniki pomiarów i ich dyskusja. Każdą z trzech dróg obciążania-rozciąganie, ściskanie i skręcanie realizowano na pięciu próbkach zarówno w przypadku żeliwa jak i stali. Następnie wybierano jedną z pięciu próbek której wyniki najbliższe były wartościom średnim, do dalszego opracowania. Pominęto w ten sposób statystyczne opracowanie wyników i możliwość oszacowania najbardziej prawdopodobnych przedziałów w których powinny być one zawarte, nie narażając się jednocześnie na przyjęcie wyników zakłóconych szczególnie niekorzystnym nałożeniem się przypadkowych błędów pomiaru. Przedstawienie wyników jednej tylko próbki wynika też stąd, że wyznaczanie przebiegów (funkcji) średnich jest na ogół niejednoznaczne, ponieważ wynik uśredniania zależy od sposobu obliczania tych średnich.

Wykresy podane na rys. 4 przedstawiają zależność zmiany temperatury od odkształcenia wzdłużnego próbki żeliwnej przy rozciąganiu i ścisaniu oraz zależność naprężenia

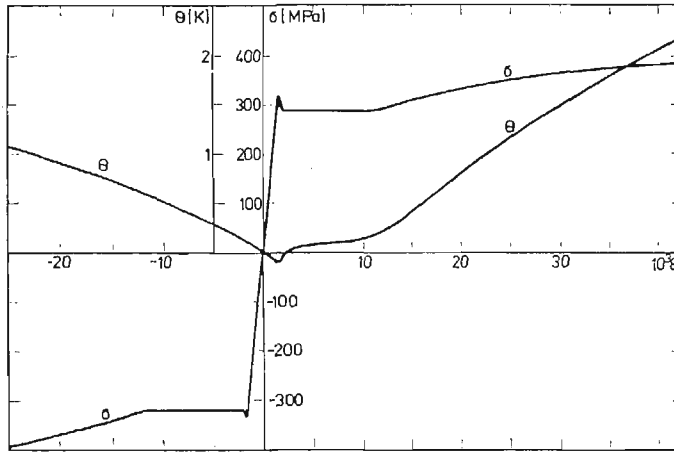


Rys. 4. Zależność zmiany temperatury od odkształcenia przy rozciąganiu i ścisaniu żeliwa, oraz naprężenia i współczynnika przewężenia od odkształcenia.

od odkształcenia. Charakterystyczna dla tego typu materiałów zależność własności od kierunku odkształcania dotyczy, jak widać, także termicznego jej aspektu. Współczynniki kierunkowe $\vartheta = \theta/\varepsilon_{wzdł.}$ w początkowym, liniowym zakresie są różne przy rozciąganiu i ścisaniu. Fakt ten w zasadniczy sposób odróżnia zachowanie się pod tym wzglę-

dem żeliwa od stali. Podobny wykres dla stali podany na rys. 5 świadczy o niezależności ϑ od kierunku odkształcania.

Przebieg zmian temperatury w początkowym zakresie odkształceń opisuje pierwszy wyraz wzoru (2.9). Występujący tam tensor κ_{ij} określa zmiany temperatury w tym zakresie odkształceń dla każdej drogi obciążania, a więc także dla rozciągania i ściskania.



Rys. 5. Zależność zmiany temperatury i naprężenia od odkształcenia przy rozciąganiu i ściskaniu stali.

Ponieważ wartość współczynnika ϑ w przypadku żeliwa zależy od znaku odkształcenia wzdłużnego (rozciąganie lub ściskanie) więc także wówczas składowe tensora κ_{ij} zależą od znaków składowych tensora odkształcenia ε_{ij} . Załóżmy zatem, że tensor κ_{ij} wiążący zmiany temperatury z odkształceniami w ośrodkach półkruchych cechuje się następującymi własnościami:

a) kierunki główne tensora κ_{ij} pokrywają się z kierunkami głównymi tensora odkształcenia ε_{ij} ,

b) wartości główne tensora κ_{ij} zależą wyłącznie od znaków odpowiednich wartości głównych tensora ε_{ij} (przy zadanej temperaturze T_0).

Słuszność tych założeń może potwierdzić porównanie przewidywań teoretycznych z wynikami doświadczeń w złożonych stanach naprężenia.

Wartości główne tensora κ_{ij} wyrażmy w postaci

$$(3.1) \quad \kappa_i = \frac{1}{2} \left[\left(1 + \frac{\varepsilon_i(t)}{|\varepsilon_i(t)|} \right) \kappa^r + \left(1 - \frac{\varepsilon_i(t)}{|\varepsilon_i(t)|} \right) \kappa^s \right],$$

gdzie κ^r , κ^s — stałe materiałowe.

Składowe κ_{ij} w dowolnym, ortogonalnym układzie osi współrzędnych określone są przez stałe κ^r i κ^s .

Wartości κ^r i κ^s można wyznaczyć znając współczynniki kierunkowe ϑ przy rozciąganiu i ściskaniu: $\vartheta_r = \theta/\varepsilon_1$ i $\vartheta_s = \theta/\varepsilon_3$. Rozwijając pierwszy wyraz (2.9) dla kierunków głównych, otrzymamy

$$\theta = \kappa_1 \varepsilon_1 + \kappa_2 \varepsilon_2 + \kappa_3 \varepsilon_3,$$

stąd, odpowiednio dla rozciągania i ściskania,

$$(3.2) \quad \begin{cases} \vartheta_r = \kappa_1^r - \kappa_2^r \cdot \nu_0 - \kappa_3^r \cdot \nu_0, \\ \vartheta_s = -\kappa_1^s \cdot \nu_0 - \kappa_2^s \nu_0 + \kappa_3^s, \end{cases}$$

ale wobec założonej zależności κ_i wyłącznie od znaków odkształceń głównych $\text{sgn } \epsilon$,

$$\kappa_1^r = \kappa_1^s = \kappa_2^s = \kappa_2^r, \quad \kappa_3^s = \kappa_3^r = \kappa_3^s = \kappa_3^r,$$

z stąd po rozwiązaniu układu (3.2)

$$(3.3) \quad \begin{cases} \kappa^r = \frac{\vartheta_r + 2\nu_0 \vartheta_s}{1 - 4\nu_0^2}, \\ \kappa^s = \frac{\vartheta_s + 2\nu_0 \vartheta_r}{1 - 4\nu_0^2}, \end{cases}$$

gdzie ν_0 jest współczynnikiem przewężenia przy $\epsilon_{wzdł} \rightarrow 0$, rys. 4.

Po podstawieniu (3.1) do (2.9) otrzymamy rozszerzoną postać wzoru Kelvina uwzględniającą wyraźnie własności ciała o izotropii nienormalnej

$$(3.4) \quad \theta = \frac{1}{2} [(\kappa^r + \kappa^s) \epsilon_{kk} + (\kappa^r - \kappa^s)(|\epsilon_1| + |\epsilon_2| + |\epsilon_3|)] + \frac{1}{\rho c_\epsilon} \int k(w_i) dw_i.$$

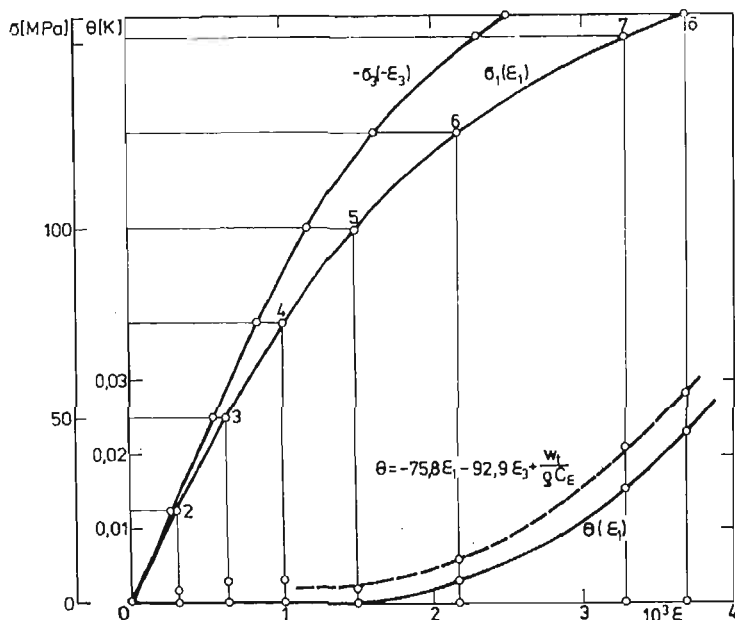
Drugim ważnym spostrzeżeniem jest liniowość wykresu $\theta - \epsilon_1$ w zakresie odkształceń znacznie większym od zakresu liniowości wykresu $\sigma_1 - \epsilon_1$, rys. 4. Nie zauważa się tego przy ściskaniu, kiedy obydwa wykresy $\sigma_3 - \epsilon_3$ i $\theta - \epsilon_3$ w tym samym miejscu przestają być liniowe.

Droga obciążania 2 przedstawiona na rys. 1, stanowiąca przypadek złożonego stanu naprężenia, weryfikuje wzór (3.4), a więc także (2.9).

Tabela 1. Wyniki otrzymane przy skręcaniu próbki żeliwnej oraz zmiany temperatury obliczone ze wzoru (3.4). Wyznaczone na podstawie rys. 4 wartości ϑ_r i ϑ_s wynoszą odpowiednio -34K i -53K co przy $\nu_0 = 0,25$ daje, na podstawie (3.3), $\kappa^r = -75,8\text{K}$ i $\kappa^s = -92,9\text{K}$.

Lp.	$10^3 \epsilon_1$	$10^3 \epsilon_3$	$10^{-5} W_i$ J/m ³	θ dośw. [K]	$\theta_0 = -75,8 \cdot \epsilon_1 - 92,9 \cdot \epsilon_3$ [K]	$\theta_D = \frac{w_i}{\rho c_\epsilon}$ [K]	$\theta_0 + \theta_D$ [K]
1	0	0	0	0	0	0	0
2	0,31	-0,27	0	0	+0,0016	0	0,0016
3	0,64	-0,55	0,051	0	0,0026	+0,0003	0,0029
4	1,01	-0,84	0,0717	0	0,0015	0,0016	0,0031
5	1,49	-1,17	0,274	0	-0,004	0,006	0,002
6	2,17	-1,61	0,897	+0,003	-0,015	0,021	0,006
7	3,27	-2,27	2,529	+0,015	-0,037	0,058	0,021
8	3,68	-2,50	3,269	+0,023	-0,047	0,075	0,028

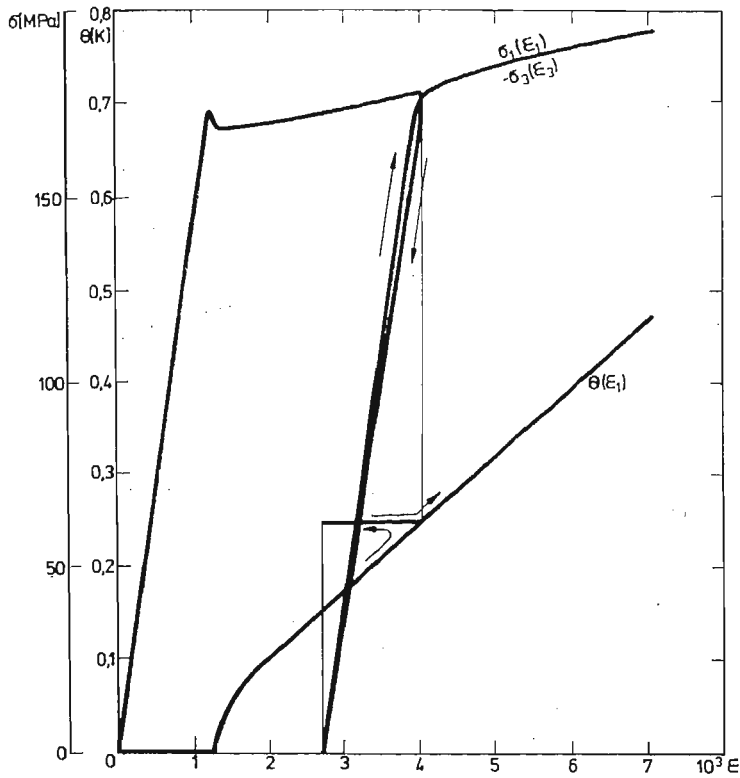
Porównanie wartości zmian temperatury obliczonych na podstawie tego wzoru oraz wyznaczonych doświadczalnie zawiera tabela 1. Teoretyczny przebieg zmian temperatury zaznaczony jest na rys. 6 linią przerywaną. Rysunek ten przedstawia ponadto zależność między naprężeniami głównymi σ_1 i $\sigma_3 = -\sigma_1$ a odkształceniami głównymi ϵ_1 i ϵ_3 . Łatwo



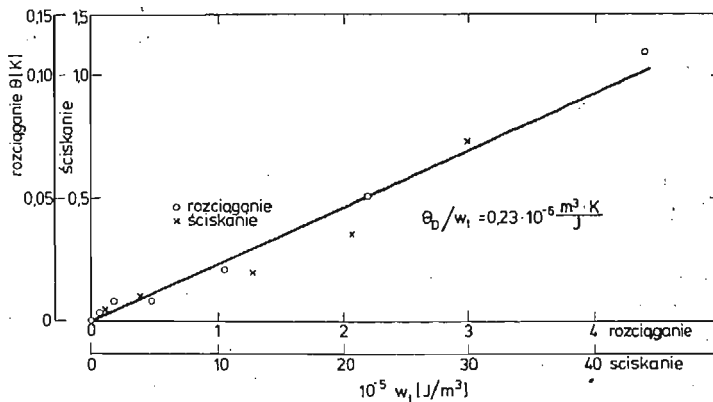
Rys. 6. Zależność między naprężeniami i odkształceniami głównymi w żeliwnej próbce skręcanej oraz przebieg zmian temperatury zmierzony i teoretyczny (linia przerywana).

zauważyć, że w przeciwieństwie do stali (rys. 7), odkształcenia główne ε_1 i ε_3 nie są do bezwzględnej wartości równe, co świadczy, że zmienia się przy skręcaniu objętość a zatem i temperatura. Pojawia się tu problem określenia wszystkich wartości głównych tensora odkształceń jako że mierzone są dwie składowe ε_1 i ε_3 , a nieznane jest odkształcenie promieniowe ε_2 które dla stali jest z założenia wówczas równe zero. Ze względu na to że badania wykonano na próbkach cienkościennych, wyniki przeprowadzonych pomiarów odkształcenia ε_2 obarczone są dużymi błędami. Z tego powodu wykorzystano równania konstytutywne dla żeliwa ZL25 zaproponowane w pracy [17]. Wynika z nich, że także żeliwo przy skręcaniu nie odkształca się w kierunku promieniowym czyli $\varepsilon_2 = 0$. Dane te posłużyły do wyznaczenia przebiegu teoretycznego θ (rys. 6) na podstawie równania (3.4). Wchodząca w skład całkowitej zmiany temperatury część, opisywana przez drugi wyraz wzoru (2.9), związana jest z dysypacją. Porównanie obliczonej dla żeliwa pracy odkształceń nieodwracalnych, przy rozciąganiu i ściskaniu, z energią odpowiadającą przyrostowi temperatury θ_D wyznaczoną eksperymentalnie, prowadzi do wniosku, że funkcja $k = 1$, czyli mamy do czynienia z pełną dysypacją energii, rys. 8. Wynik ten jest przybliżony, bo otrzymany po zastosowaniu liniowych związków między naprężeniami i odkształceniami sprężystymi które dla żeliwa, ściśle biorąc, takimi nie są. Tę wartość k wykorzystano przy wyznaczaniu temperatury θ_D (opisywanej przez drugi składnik wzoru (2.9)) dla próbki skręcanej, tabela 1.

Analiza zmian temperatury sprężonej z odkształceniami w stali pozwala stwierdzić słuszność powszechnie przyjmowanych założeń dla tego typu materiałów a więc $\kappa^r = \kappa^s$, co prowadzi do wzoru Kelvina, niezmiennosc odkształcenia objętościowego



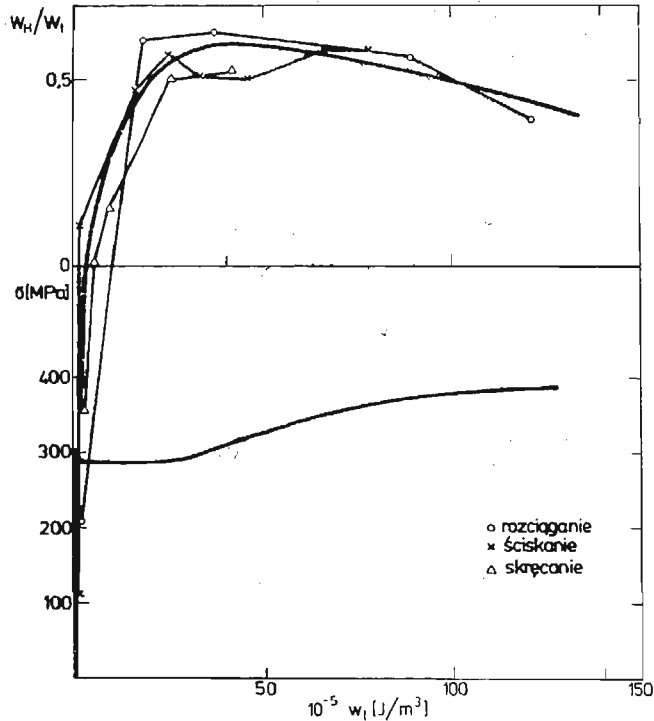
Rys. 7. Zależności między naprężeniami i odkształceniami głównymi w skręcanej próbce stalowej oraz przebieg zmian temperatury. Wykres zawiera fazę odciążania i ponownego obciążania. W obszarze odkształceń sprężystych temperatura zawsze pozostaje stała.



Rys. 8. Zmiany temperatury θ_D przy rozciąganiu i ścisnaniu żeliwa. Współczynnik kierunkowy prostej $\theta_D/w_1 = 0,23 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3\text{K/J}$ odpowiada pełnemu rozpraszaniu pracy w_1 (przyjmując $c_e = 4,36 \text{ MJ/m}^3\text{K}$).

$\varepsilon'_{kk} = \varepsilon''_{kk} = 0$ itp. Wyznaczona stąd zmiana temperatury θ_D wywołana dysypacją, posłużyła do obliczenia wartości w_D i z kolei, stosunku energii w_H do w_t w zależności od w_t . Zależność tę przedstawia krzywa na rys. 9a. Dla porównania z wykresem rozciągania, na rys. 9b podano zależność $\sigma_1 - w_t$ dla stali.

Krzywa ta wykazuje charakterystyczny przebieg podobny do wykresów przedstawianych dla monokryształów w pracach Wolfendena. Chociaż występuje tu obszar idealnej



Rys. 9.

plastyczności, stosunek w_H/w_t jest bardzo duży, osiągając maksymalną wartość 0,6 w końcowej fazie płynięcia plastycznego. W obszarze umocnienia zaczyna maleć, zbliżając się do wartości podanej przez Farrena i Taylora.

Przeprowadzona analiza wykresów przedstawionych na rys. 9 pozwala stwierdzić zależność między energią zgromadzoną w_H a wykresem rozciągania w przypadku stali. Odzwierciedleniem przemian energetycznych zachodzących w procesie odkształcania miękkiej stali jest tu omawiana krzywa.

Jednakowy przebieg funkcji $w_H/w_t - w_t$ dla wszystkich trzech dróg obciążania świadczy o tym, że pracę w_t można przy analizie tego typu ośrodków traktować jak zmienną stanu, jednoznacznie opisującą ośrodek w obszarze odkształceń nieodwracalnych (przynajmniej dla prostych dróg obciążania).

Duża dysypacja energii pojawiająca się po przekroczeniu powierzchni plastyczności (początek wykresu 9a) pozwala na wyznaczanie tej powierzchni za pośrednictwem pomiaru temperatury.

4. Wyznaczanie granic plastyczności

Doświadczalne wyznaczanie powierzchni plastyczności, oraz jej zmiany w procesie obciążania powinno teoretycznie polegać na podaniu w przestrzeni naprężeń, dla danej drogi obciążania, sześciu składowych σ_{ij}^0 odpowiadających pojawieniu się w przestrzeni odkształceń pierwszych odkształceń plastycznych ε_{ij}^p , lub osiągnięciu przez te odkształcenia przyjętych umownie wartości.

Dla dowolnych dróg obciążania, nie wszystkie składowe ε_{ij}^p równocześnie takie wartości osiągają. Wobec tego, aby określić przejście w stan plastyczny, wprowadza się funkcję $g(\varepsilon_{ij})$, uważaną za pewne uogólnione odkształcenie, stanowiącą w złożonym stanie miarę wejścia w stan plastyczny. Gdy wartość tej funkcji będzie równa przyjętej, umownej jej wartości, np. przy jednoosiowym rozciąganiu, wówczas uważa się, że nastąpiło przejście w stan plastyczny a odpowiednią granicę plastyczności wyznaczają współrzędne drogi obciążania σ_{ij}^0 w przestrzeni naprężeń. Praktycznie, unikając żmudnych pomiarów przy kolejnych obciążaniach i odciążaniach, korzysta się z wprowadzonego w mechanice uogólnionego naprężenia $f(\sigma_{ij})$ związanego z funkcją $g(\varepsilon_{ij})$, w obszarze sprężystym liniowo $f(\sigma_{ij}) = A \cdot [g(\varepsilon_{ij})]$, buduje przy obciążaniu wykres $f(\sigma_{ij}) = F[g(\varepsilon_{ij})]$ i z wykresu tego wyznacza — przy założeniu, że odciążanie jest opisane prawem liniowym o takim współczynniku A , jak obciążanie w zakresie sprężystym — $f(\sigma_{ij}^0)$, a następnie ewentualnie σ_{ij}^0 . Powszechnie za funkcje $g(\varepsilon_{ij})$ i $f(\sigma_{ij})$ przyjmuje się intensywność odkształceń, oraz intensywność naprężeń. Takie postępowanie jest częściowo uzasadnione dla materiału do granicy plastyczności liniowo-sprężystego izotropowego, chociaż może budzić wątpliwości w przypadkach ustalania warunku plastyczności $h(\sigma_{ij}) = \text{const}$ lub prawa umocnienia $h(\sigma_{ij}) = H(\varepsilon_{ij}^p)$ sugerując postać $h(\sigma_{ij}) = f(\sigma_{ij})$.

Dla ciał anizotropowych liniowo-sprężystych do granicy plastyczności, doświadczalnych badań dotyczących powierzchni plastyczności, przeprowadzonych przy wykorzystaniu uogólnień intensywności naprężeń i odkształceń na ciała anizotropowe, nie można uważać za poprawne, gdyż:

a) w proponowanych warunkach plastyczności, z których wynikają uogólnione intensywności, najczęściej ogranicza się ilość stałych sprężystości lub stałych wytrzymałości, przez założenie niezależności warunku od naprężenia średniego, co nie jest niczym uzasadnione,

b) uogólnione intensywności zdefiniowane są z dokładnością do współczynnika, przyjmowanego na ogół jako funkcja granic plastyczności przy rozciąganiu w różnych kierunkach, z dużą dowolnością [7].

Występowanie licznych stałych materiałowych wymaga wstępnej identyfikacji materiału, z punktu widzenia jego anizotropii, co jest doświadczalnie trudne, a niekiedy wręcz niemożliwe.

Do wyznaczania doświadczalnej granicy plastyczności może być z powodzeniem wykorzystane znane zjawisko sprzężenia, występującego między polem odkształceń, a polem temperatur [4]. Łatwość i dokładność, z jaką można zmierzyć obecnie przyrost temperatury w procesie odkształcania, oraz stwierdzenie, że momentowi przejścia materiału w stan plastyczny odpowiada spontaniczny wzrost wartości przyrostu temperatury, w procesie quasiadiabacycznym, upoważniają do założenia, że miarą granicy plastyczności może

być dla takich ciał określona umownie wartość tego przyrostu. Pozwala to oczywiście w łatwy sposób wyznaczyć doświadczalnie odpowiadające temu przyrostowi składowe σ_{ij}^0 .

W ciałach nieliniowo-sprężystych do granicy plastyczności problem wyznaczania obszaru sprężystego w przestrzeni naprężeń, istotny z punktu widzenia wytrzymałościowego, jest nierozwiązany. Dlatego wydaje się celowym przeprowadzenie badań zmian temperatury towarzyszących procesom odkształcania.

Literatura cytowana w tekście

1. J. D. LIVINGSTON; Acta Met. 10, 229 (1962).
2. A. A. BOLŠANINA; W. PANIN; *Skrytaja energija deformacji*, „Issledovania po fizike tverdogo tela”, Izd. AN, SSSR 1957.
3. W. S. FARREN, G. J. TAYLOR; „Proc. Roy. Soc.”, Ser. A, (1925) vol. 101. p. 422.
4. B. GABRYSZEWSKA; *Praca doktorska*, IMiMT Politechniki Wrocławskiej 1964.
5. Th. LEHMANN; Arch. of Mechanics, 24, 1972, 978.
6. Th. LEHMANN, G. ZANDER; Arch. Mech. vol. 27, No 5 - 6, 1975 p. 759.
7. Z. MARCINIAK; *Odkształcenia graniczne przy tłoczeniu blach*, WNT Warszawa 1971.
8. A. L. TITCHENER; M. B. BEVER; Progr. Metal Phys. 7, 247 (1958).
9. G. J. TAYLOR, H. QUINNEY; Proc. Roy. Soc, A, 1934, v. 143, p. 307.
10. A. A. VAKULENKO; *O svjazach meždu naprjaženijami i deformacijami v neuprugich sredach*, Issledovanija po uprugosti i plastičnosti. Sbornik 1. Izd. L.G.U. 1961.
11. A. A. VAKULENKO; *O svjazach meždu naprjaženijami i deformacijami v izotropnych i pervonačalno izotropnych neuprugich sredach*, Issledovanija po uprugosti i plastičnosti, Sbornik 2, Izd. L.G.U. 1962.
12. R. O. WILLIAMS; Acta Met. 12, 745 (1964).
13. A. WOLFENDEN; Scripta Met. 4, 327 (1970).
14. A. WOLFENDEN; Scripta Met. 2, 621 (1968).
15. A. WOLFENDEN; Acta Met. 16, 975 (1968).
16. A. WOLFENDEN; Acta Met. 17, 585 (1969).
17. Cz. WITKOWSKI; *Praca doktorska*, IMiMT, Politechnika Wrocławska 1977.
18. M. ŻYCZKOWSKI; *Obciążenia złożone w teorii plastyczności* PWN, Warszawa 1973.
19. V. V. NOVOŽILOV; *O plastičeskom razrychlenii*, Příkladnaja matematika i mechanika, tom. 29, 1965.
20. W. ŚRÓDKA; *Praca doktorska*, IMiMT Politechnika Wrocławska 1979.

Pracę wykonano w ramach problemu MR I-23, koordynowanego przez IPPT PAN w Warszawie

Резюме

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ, СОПРЯЖЕННОЙ С ДЕФОРМАЦИЯМИ ДЛЯ ОЦЕНКИ ДИССИПАЦИИ ЭНЕРГИИ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПРЕДЕЛА ПЛАСТИЧНОСТИ

В работе проанализировано явление сопряжения между полем деформации и температурным полем при адиабатических процессах, учитывая в этом анализе диссипацию энергии, сопутствующую необратимым процессам.

Доказана целесообразность и обсуждены возможности использования этого явления для экспериментального определения поверхности пластичности в изотропных и анизотропных линейно упругих телах до предела пластичности. Приведены результаты собственных исследований изменений температуры при растяжении, сжатии и кручении упруго-пластических тел (сталь) и полухрупких тел (серый чугун).

Были получены зависимости между изменениями температуры и работой необратимых деформаций, из которых следует, что в средах типа серого чугуна происходит полная диссипация энергии

в необратимых процессах, средах же типа стали свойственна зависимость графиков: пластическая работа — изменение температуры и деформация — напряжение. Приведены также данные, свидетельствующие о влиянии деформаций разрыхления, имеющих место в полухрупких средах, на изменения температуры.

S u m m a r y

THE EFFECT OF TEMPERATURE COUPLED WITH STRAINS FOR ESTIMATION OF ENERGY DISSIPATION AND DETERMINATION OF THE YIELD LIMIT.

We discuss an effect of coupling between strain and temperature fields occurring in adiabatic processes taking into account the energy dissipation resulting from the irreversible processes. The usefulness was shown and a possibility of the application of the effect for an experimental determination of yield surface in isotropic linear elastic bodies up to yield limit. The results of our experiments concerning temperature changes for tension, compression and torsion of plastic (steel) and semi brittle bodies (grey cast iron) were given. The relations between the changes of temperature and the work of irreversible strains were obtained. In the result in a medium of the grey cast iron type, in the case of irreversible processes, a complete energy dissipation occurs while for media of steel type, there correspond the relations from the diagrams: plastic work-change of temperature, and strain-stress. Data were presented demonstrating the influence of slacken strains occurring in semibrittle media due to changes of temperature.

POLITECHNIKA WROCŁAWSKA

Praca została złożona w Redakcji dnia 30 stycznia 1979 roku.
