

SKOŚNE PRZEŚWIETLANIE W METODZIE WARSTWY ELASTOOPTYCZNEJ

JERZY KOMOROWSKI, JACEK STUPNICKI (WARSZAWA)

Politechnika
Warszawska

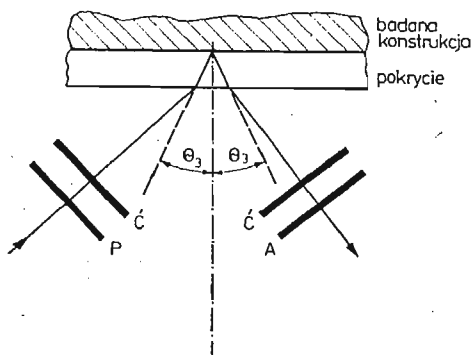
Wstęp

Metoda warstwy elastoptycznej jest metodą dość powszechnie stosowaną do pomiaru odkształceń konstrukcji. Pozwala ona bezpośrednio wyznaczyć na badanej powierzchni różnicę głównych odkształceń i ich kierunek. Natomiast uzyskanie informacji o wartości każdej składowej tensora odkształcenia wymaga przeprowadzenia dodatkowych badań doświadczalnych lub analiz numerycznych. Z opracowanych metod doświadczalnych wyznaczania składowych tensora odkształcenia na czoło wysuwa się metoda skośnego prześwietlania warstwy elastoptycznej. Jest ona prosta i szybka, ma jednak pewne wady, które mogą stać się źródłem poważnych błędów, jeżeli metodę tę stosować bezkrytycznie.

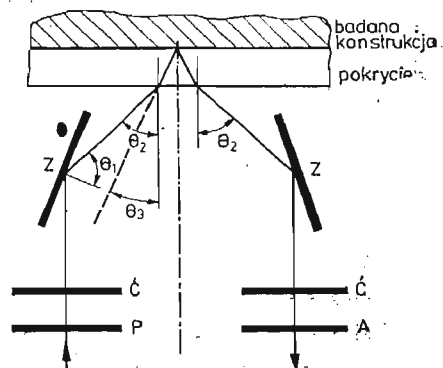
Wady te zostaną szczegółowo omówione.

Układy polaryskopu do skośnego prześwietlania warstwy elastoptycznej

Stosowane powszechnie polaryskopy do skośnego prześwietlania przedstawiono na rys. 1 i 2. Najprostszy pod względem optycznym układ, rys. 1, wymaga w praktycznej realizacji zbudowania specjalnego polaryskopu z polaroidami ustawionymi kąto-



Rys. 1



Rys. 2

Układ polaryskopu do badań w świetle przechodzącym skośnie ze zwierciadłami (rys. 2) jest najbardziej typowy. Umożliwia on zastosowanie tego samego polaryskopu typu V do normalnego i skośnego prześwietlania warstwy. Łatwe też jest ustawienie polaryskopu tak by płaszczyzna odbicia światła pokrywała się z płaszczyzną jednego z kierunków głównych odkształceń.

Promienie światła podczas przejścia przez warstwę elastoptyczną ulegają względnemu opóźnieniu, proporcjonalnemu do różnicy quasigłównych odkształceń w warstwie, ale również podlegają wielokrotnemu odbiciu i załamaniu na granicy ośrodków.

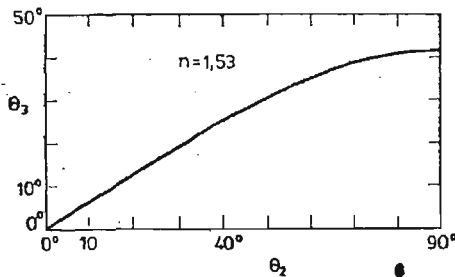
Odbicie i załamanie na granicy powietrze-warstwa elastoptyczna jest szczególnie istotne. Kąty θ_2 i θ_3 (rys. 2) są powiązane prawem Snell'a

$$\sin\theta_3 = \frac{1}{n_3} \sin\theta_2, \quad (1)$$

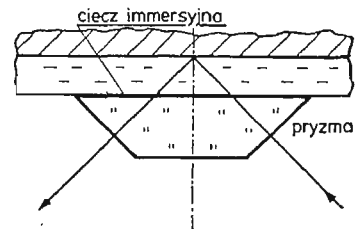
n_3 — współczynnik załamania światła na granicy warstwa elastoptyczna powietrze

Dla średniej wartości współczynnika załamania żywicy epoksydowej $n_3 \cong 1,5$ odpowiadające sobie kąty θ_2 i θ_3 przedstawia wykres na rys. 3. Łatwo zauważyć, że w układach podanych na rys. 1 i 2 jest praktycznie niemożliwe uzyskanie większych kątów θ_3 , niż 40° . Dodatkowo dla kątów $\theta_2 > 70^\circ$ energia światła odbitego od powierzchni zewnętrznej warstwy elastoptycznej jest większa od energii promieni załamanych, odbitych od powierzchni odbłaskowej i wychodzącej z warstwy elastoptycznej. Silny strumień światła odbitego od powierzchni zewnętrznej nie niesie informacji o odkształceniach i uniemożliwia pomiary.

Dla uzyskania większych kątów θ_3 oraz wyeliminowania odbicia promieni od powierzchni zewnętrznych w obydwu układach polaryskopów można zastosować pryzmat (rys. 4), szczelinę pomiędzy warstwą elastoptyczną i pryzmatem wypełniając cieczą immersyjną.



Rys. 3

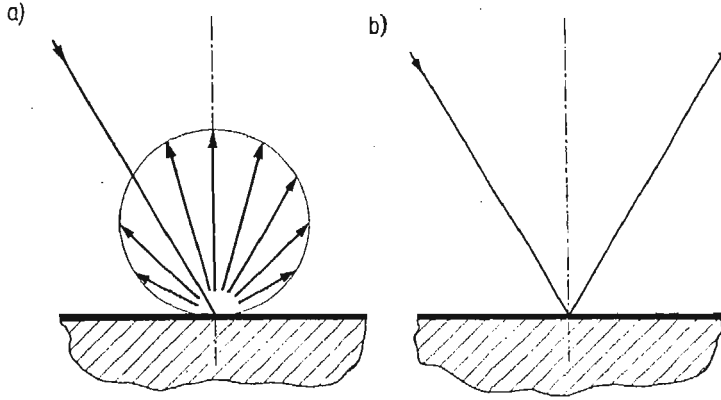


Rys. 4

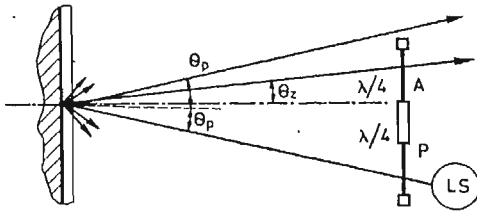
W praktyce w metodzie warstwy elastoptycznej światło po przejściu przez warstwę odbija się od warstwy metalu o pewnej chropowatości lub od specjalnego kleju odbłaskowego, który zawiera najczęściej proszek aluminiowy dobrze odbijający światło. W obu tych przypadkach mamy do czynienia z rozproszeniem światła lub odbiciem dyfuzyjnym (rys. 5a) a rzadko możemy mówić o odbiciu zwierciadlanym (rys. 5b).

Efekt rozpraszania jest od dawna wykorzystywany w polaryskopach typu „V” podczas badań w świetle przechodzącym normalnie (rys. 6). Ponieważ promienie światła odbite

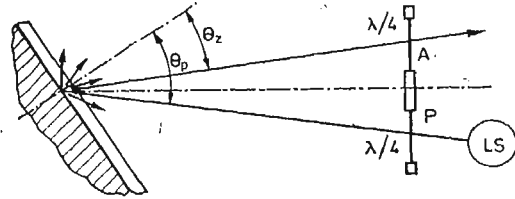
na granicy powietrze-warstwa elastoptyczna pogarszają lub uniemożliwiają rejestrację izochrom polaryskop ustawia się tak, że promienie docierające do obserwatora przez analizator będą pod kątem $\theta_2 \neq \theta_p$.



Rys. 5



Rys. 6



Rys. 7

W rezultacie licznych doświadczeń autorzy zaproponowali stosowanie tego samego polaryskopu do badań w świetle przechodzącym normalnie i skośnie (rys. 7) [17]. Metoda ta wymaga zastosowania nieco silniejszego źródła światła. Natomiast układ ten ma szereg zalet, które zostaną wyeksponowane w dalszej części pracy. Korzystne jest też zastosowanie specjalnego kleju odbijającego światło w kierunku z którego ono pada. Efekt ten uzyskuje się dzięki dodaniu do kleju kulek szklanych stosowanych między innymi do produkcji farb odblaskowych „retro paints”. Identyczny układ został niezależnie zaproponowany przez Hung’a i Pottinger’a [6].

SKOŚNE PRZEŚWIETLANIE WARSTWY

Prześwietlając warstwę lub model elastoptyczny wzdłuż normalnej do ich powierzchni otrzymuje się informacje o różnicy odkształceń głównych w płaszczyźnie warstwy lub modelu.

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = \delta_n / 2kt = N_n f_{en},$$

gdzie:

$\varepsilon_1, \varepsilon_2$ — są odkształceniami głównymi warstwy

- δ — jest kątem względnego opóźnienia fazowego
 k — jest stałą elastoptyczną
 t — jest grubością warstwy elastoptycznej
 n — odnosi się do wielkości uzyskanych w normalnym prześwietlaniu
 f_{en} — wartość rzędu izochromy
 N_n — rząd izochromy

Jeżeli model lub warstwa znajduje się w płaskim stanie naprężenia to odkształcenie w kierunku normalnym wynosi

$$\varepsilon_3 = -\frac{\nu}{1-\nu}(\varepsilon_1 + \varepsilon_2), \quad (3)$$

gdzie

ν — jest współczynnikiem Poissona.

Dla cienkich warstw i niedużych gradientów odkształceń w płaszczyźnie warstwy możemy przyjąć, że względne opóźnienie obserwowane przy skośnym prześwietlaniu jest proporcjonalne do różnicy tzw. quasi-głównych odkształceń w płaszczyźnie prostopadłej do biegu promieni.

Jeżeli tak dobierzemy płaszczyznę odbicia, że jeden z kierunków głównych przy prześwietlaniu normalnym np. ε_1 pokrywa się z normalną do tej płaszczyzny przy prześwietlaniu skośnym to możemy napisać

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_{2\theta} = \delta_\theta / 2kt_\theta = N_\theta f_{e\theta}, \quad (4)$$

gdzie:

indeks θ — odnosi się do wielkości uzyskanych w skośnym prześwietlaniu

t_θ — jest drogą promieni w warstwie przyprześwietlaniu skośnym $t_\theta = t / \cos \theta$.

Jeżeli płaszczyzna odbicia jest dowolna wtedy:

$$\varepsilon_{1\theta} - \varepsilon_{2\theta} = \delta_\theta / 2kt_\theta = N_\theta f_{e\theta}. \quad (5)$$

Znając kąt θ prześwietlania warstwy, położenie płaszczyzny odbicia względem kierunków głównych odkształceń w interesującym nas punkcie (kierunki główne określamy prześwietlając normalnie światłem spolaryzowanym liniowo) możemy powiązać wartości ε_1 i ε_2 nowym równaniem wykorzystując zależność (3) i (4) lub w ogólniejszym przypadku (5):

$$A\varepsilon_1 + B\varepsilon_2 = \pm(C\delta_\theta^2 + D\delta_n^2)^{1/2} / 2kt, \quad (6)$$

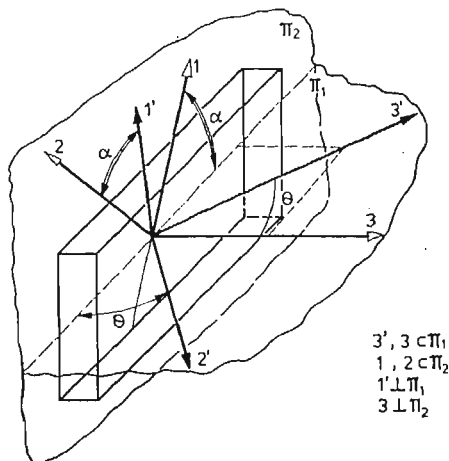
A, B, C, D — są współczynnikami zależnymi od kąta prześwietlania, kierunków głównych odkształceń i współczynnika Poissona dla warstwy [6]

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{a_{3'2}^2 - a_{3'3}^2 a_{3'1}^2}{1 - a_{3'3}^2} + \frac{\nu}{1 - \nu} (1 - a_{3'3}^2), \\
 B &= \frac{a_{3'1}^2 - a_{3'3}^2 a_{3'2}^2}{1 - a_{3'3}^2} + \frac{\nu}{1 - \nu} (1 - a_{3'3}^2), \\
 C &= a_{3'3}^2 \\
 D &= - \left(\frac{2a_{3'3} a_{3'1} a_{3'2}}{1 - a_{3'3}^2} \right)^2,
 \end{aligned} \quad (7a)$$

a_{ij} — są cosinusami kierunkowymi osi $i = 3$, względem układu 123 (rys. 8) możemy więc wzory (7a) przedstawić w postaci w której kąt α między normalną do płaszczyzny odbicia

a jednym z kierunków głównych i kąt prześwietlania warstwy występują w sposób jawny:

$$\begin{aligned} A &= (\sin^2 \alpha - \cos^2 \Theta \cos^2 \alpha) + \frac{\nu}{1-\nu} (\sin^2 \Theta), \\ B &= (\cos^2 \alpha - \cos^2 \Theta \sin^2 \alpha) + \frac{\nu}{1-\nu} (\sin^2 \Theta), \\ C &= \cos^2 \Theta, \\ D &= -(\sin 2\alpha \cos \Theta)^2. \end{aligned} \quad (7b)$$



Rys. 8

Dysponując dwoma równaniami wiążącymi dwie niewiadome ε_1 i ε_2 otrzymujemy układ niejednorodny z którego wyznaczamy ε_1 i ε_2 . Mamy więc możliwość rozdzielania odkształceń przez wyznaczenie opóźnienia w skośnym prześwietlaniu. Ze względu na postać otrzymanych zależności wartości względnych opóźnień δ_n i δ_θ muszą być wyznaczone z jak największą dokładnością. Niewielki błąd ich wyznaczenia powoduje duże błędy ε_1 i ε_2 [16].

Model matematyczny polaryskopu

Światło przechodzące przez warstwę elastoptyczną podlegające załamaniom i odbiciom podlega przemianom, które zależą od wielu czynników. Po opuszczeniu warstwy elastoptycznej strumień światła jest nośnikiem informacji o przebytej drodze. Najwygodniejszym sposobem prześledzenia przemian promienia jest analiza oparta na macierzowym rachunku Jones'a [1] [4].

Promień światła można przedstawić przy użyciu tzw. wektora Jones'a

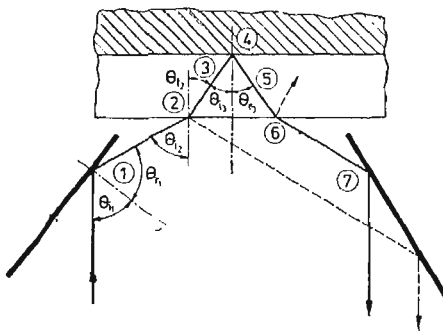
$$[V] = \begin{bmatrix} A_x e^{i\varepsilon_x} \\ A_y e^{i\varepsilon_y} \end{bmatrix}, \quad (8)$$

A_x , A_y są amplitudami fali świetlnej w płaszczyźnie oxz i oyz , gdy promienie biegną równolegle do osi z .

ε_x , ε_y uogólnionymi fazami odpowiednio w płaszczyźnie oxz i oyz .

Poszczególne miejsca w których promienie podlegają przemianom w układzie polaryskopu do skośnego prześwietlania pokazano na rys. 9. Miejsca te oznaczono numerami od 1 - 7.

Punkty oznaczone: 1 i 7 oznaczają odbicie od powierzchni zwierciadeł, 2 i 6 — oznaczają załamanie i odbicie na granicy tworzywo powietrze, 3 i 5 — oznaczają odcinki



Rys. 9

drogi w warstwie elastoptycznej, gdzie wzajemnie ortogonalne składowe promieni biegnących w płaszczyznach odkształceń quasi-głównych ulegają opóźnieniu, 4 — oznacza odbicie na granicy tworzywo warstwa odblaskowa. Promień wychodzący z układu $[V_{WY}]$ opisany jest iloczynem promienia wchodzącego $[V_{WCH}]$ i macierzy elementów składowych układu.

$$[V_{WY}] = [P_7^*][R_7][P_6^{**}][R_6][B_5][R_4][P_4^*][B_3][P_2^{**}][R_2][P_1^*][R_1][V_{WCH}], \quad (9)$$

lub inaczej

$$[V_{WY}] = [T][V_{WCH}], \quad (10)$$

gdzie $[T]$ jest iloczynem macierzy od $[R_1]$ do $[P_7^*]$. W trakcie pomiarów rejestrujemy obrazy interferencyjne dlatego nie musimy zajmować się bezwzględną wartością natężenia światła. Pozwala to przedstawić macierze występujące w równaniu (9) w następującej postaci:

$$[P_r^*] = \begin{bmatrix} \operatorname{tg} \psi_{oD} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ — jest macierzą transmitancji amplitudy w punkcie odbicia } \operatorname{tg} \psi_{oD} = e_{\parallel}/e_{\perp} \text{ gdzie } e_{\parallel} \text{ i } e_{\perp} \text{ są współczynnikami Fresnela dla odbicia.}$$

$$[P_r^{**}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \operatorname{tg} \psi_{z\alpha} \end{bmatrix} \text{ — jest macierzą transmitancji amplitudy w punkcie załamania, wówczas } \operatorname{tg} \psi_{z\alpha} = t_{\perp}/t_{\parallel} \text{ gdzie } t_{\perp} \text{ i } t_{\parallel} \text{ są współczynnikami Fresnela dla załamania.}$$

$$[R_r] = \begin{bmatrix} e^{i\Delta/2} & 0 \\ 0 & e^{-i\Delta/2} \end{bmatrix} \text{ — jest macierzą względnego opóźnienia składowych promieni równoległych (||) i prostopadłych (\perp) do płaszczyzny odbicia w punkcie } r$$

$$[B_r] = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} \text{ — jest macierzą opisującą efekt przejścia przez ośrodek dwójłomny na drodze } r.$$

$$\begin{cases} m_{11} = \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha \cdot e^{-i\Delta/2} \\ m_{22} = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha \cdot e^{-i\Delta/2} \\ m_{12} = m_{21} = (1 - e^{-i\Delta/2}) \sin \alpha \cos \alpha \end{cases} \quad (11)$$

α — jest kątem między kierunkiem polaryzacji analizatora i kierunkiem quasi-głównych odkształceń

δ — jest względnym opóźnieniem promieni wynikającym z efektu dwójtomności.

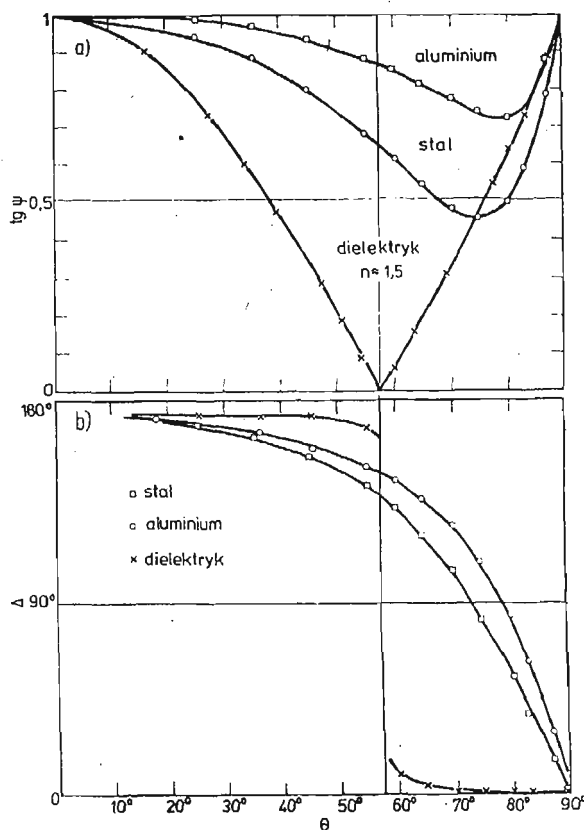
Wartości $\text{tg}\psi$ i wartości Δ dla macierzy opisujących odbicie od zwierciadeł metalowych i wykonanych z dielektryka (punkty 1 i 7) w funkcji kąta padania Θ są podane na rys. 10.

Dla wyznaczenia wartości $\text{tg}\psi$ i Δ towarzyszących odbiciu od powierzchni różnych stali i stopów aluminium stosowanych w budowie maszyn dla powierzchni o różnej chropowatości oraz dla klejów odblaskowych dokonano pomiarów przy użyciu elipsometru, oraz polaryskopu z kompensatorem Soleil-Babinet'a [17] [18].

Wyniki pomiaru $\text{tg}\psi$ i Δ w funkcji kąta Θ dla różnych stali i różnych stopów aluminium są zbliżone do tych przedstawionych na rys. 10.

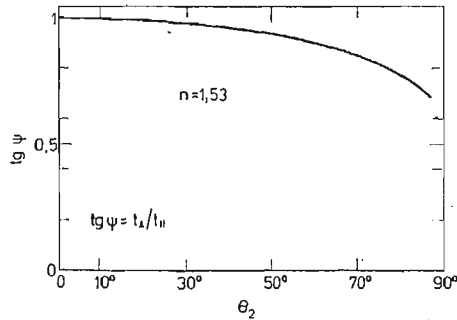
W przypadku stosowania układu podanego na rys. 1 macierze $[R_1][P_1^*]$ i $[R_7][P_7^*]$ w wyrażeniu (9) należy pominąć. W macierzach opisujących przejście światła z powietrza do tworzywa, które jest dielektrykiem (punkt 2) i z tworzywa do powietrza (punkt 6) występuje $\text{tg}\psi$ którego wartości w funkcji kąta Θ podano w rys. 11. Wartości $e^{i\Delta/2} = e^{-i\Delta/2} = 1$ gdyż nie zachodzi tu względna zmiana fazy promieni ($\Delta = 0$).

W przypadku stosowania pryzmatu w wyrażeniu (9) należy pominąć macierze $[R_2][P_2^{**}]$ i $[R_6][P_6^{**}]$.



Rys. 10

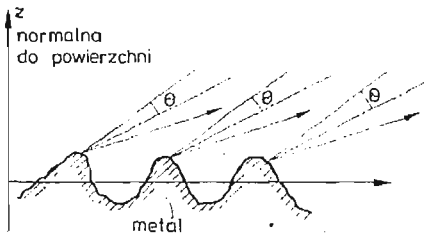
Przy obserwacji powierzchni chropowatych i klejów odblaskowych w polaryskopie nowego typu do niesymetrycznego skośnego prześwietlania okazało się że opóźnienie $\Delta \cong \pi$ a $\text{tg } \psi \cong 1$ co pozwala przypuszczać, że część światła wykorzystywana w pomiarach



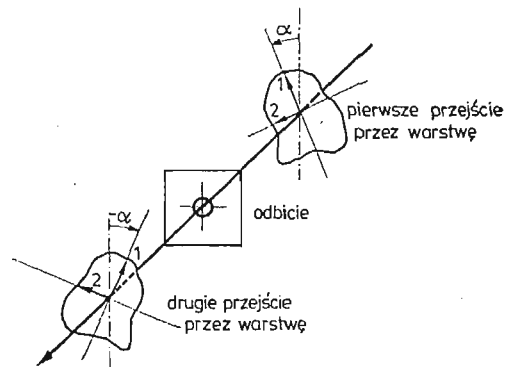
Rys. 11

podlega odbiciu od mikroobszarów powierzchni ustawionych prawie normalnie do przebiegu promieni tak jak to przedstawiono schematycznie na rys. 12.

Podczas przejścia promienia przez odkształconą warstwę elastooptyczną promienie biegnące w płaszczyznach quasi-głównych odkształceń, ściśle biorąc, załamują się pod nieco różnymi kątami. Jednak ze względu na bardzo małą zmianę współczynników załamania, wynikłą z istniejących odkształceń [3] oraz małą grubość warstwy, można przyjąć, że promienie biegną jednym torem wynikającym z wartości współczynnika załamania tworzywa bez odkształceń.



Rys. 12



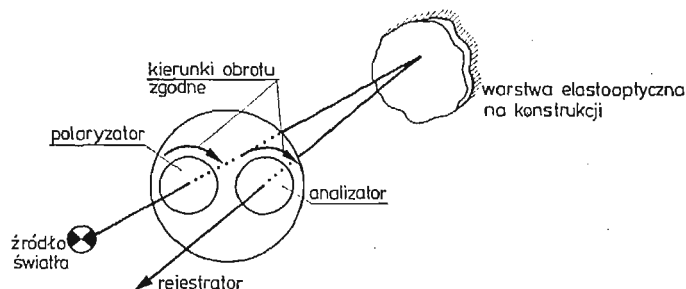
Rys. 13

Jeżeli promienie przechodzą przez warstwę w obu kierunkach pod kątem θ lub $\theta_z \cong \theta_P \cong \theta$ to względne opóźnienie promieni jest dla obydwu przejść identyczne. Należy jednak zwrócić uwagę, że kierunek quasi-głównych odkształceń względem płaszczyzny odbicia przy pierwszym przejściu równy jest α natomiast przy powrocie wynosi $-\alpha$ (rys. 13). Powoduje to zmianę znaku wyrazów m_{ij} dla $i \neq j$ macierzy [Br] (11). Przejście światła przez ośrodek dwójlotny można opisać w sposób wyżej podany jeżeli nie zachodzi na

drodze promienia skęcenie kierunków głównych. Przypadek skęcenia kierunków głównych opisany jest w dalszej części pracy.

Do wyznaczenia kierunków głównych odkształceń warstwy potrzebny jest polaryskop liniowy w którym zapewniona jest możliwość obrotu polaryzatora i analizatora wokół osi optycznej. Patrząc od strony źródła światła płaszczyzny polaryzacji muszą pozostawać podczas obrotu wzajemnie prostopadłe. Przebieg izokliny odpowiadający danemu kątowi płaszczyzny polaryzacji wyznacza punkty o kierunku odkształceń głównych warstwy równemu danemu kierunkowi polaryzacji.

Obserwacje izochrom, więc punktów o stałej różnicy głównych odkształceń, dokonuje się w polaryskopie kołowym. W tym celu należy ustawić osie szybkie ćwierćfalówek tak aby patrząc na polaryskop od strony źródła światła (rys. 14) były one skrzyżowane i ustawione pod kątem 45° do płaszczyzny polaryzacji skrzyżowanego analizatora i polaryzatora. Dla takiego ustawienia polaryskopu następuje wygaszenie izoklin. Rozdzielenie głównych odkształceń metodą skośnego prześwietlania wymaga wyznaczenia rzędów izochrom w interesujących nas punktach konstrukcji z dużą dokładnością. Z reguły podczas pomiarów metodą warstwy elastoptycznej odkształceń sprężystych konstrukcji stalowych lub duraluminiowych uzyskuje się nie więcej niż 3 rząd izochrom. Stąd konieczność stosowania kompensacji dla zwiększenia dokładności odczytu rzędów izochrom.



Rys. 14

Efekt normalnego przejścia światła spolaryzowanego liniowo przez warstwę elastoptyczną

Jeżeli światło pada normalnie do powierzchni warstwy lub kąt padania światła jest nie większy niż 5° , oraz w układzie nie ma zwierciadeł kierujących wiązką to wektor światła wychodzący z analizatora można przedstawić następująco: (rys. 15)

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_{11} & -m_{12} \\ -m_{21} & m_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (12)$$

gdzie:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ — jest wektorem światła poziomo liniowo spolaryzowanego}$$

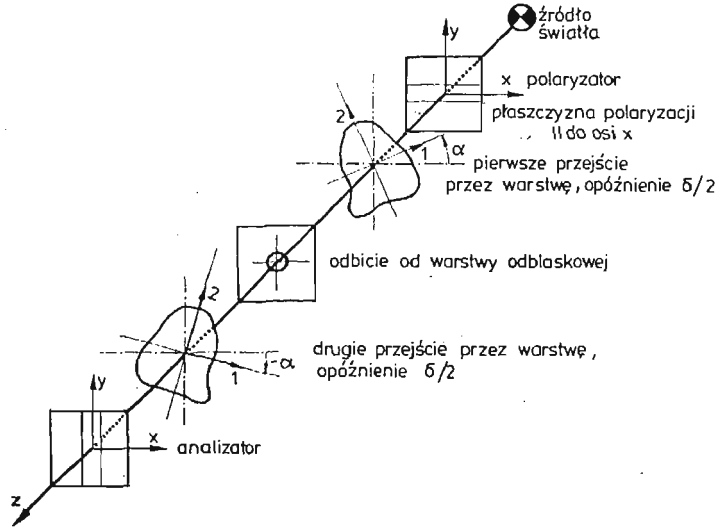
$$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ — jest macierzą analizatora o pionowej płaszczyźnie polaryzacji.}$$

Łatwo dowieść, że

$$\begin{vmatrix} E_x \\ E_y \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \end{vmatrix}, \quad (13)$$

gdzie

$$\begin{aligned} M_{11} &= m_{11}^2 + m_{12}^2 = \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha \cdot e^{-i\delta}, \\ M_{22} &= m_{12}^2 + m_{22}^2 = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha \cdot e^{-i\delta}, \\ M_{21} &= M_{12} = (m_{11} + m_{22})m_{12} = (1 - e^{-i\delta})\sin \alpha \cos \alpha, \end{aligned}$$



Rys. 15

Po przemnożeniu macierzy (13) otrzymano

$$\begin{aligned} E_x &= 0; \\ E_y &= -M_{21} = (e^{-i\delta} - 1)\sin \alpha \cos \alpha, \end{aligned}$$

Natężenie światła promienia po przejściu przez polaryskop jest proporcjonalne do $E_y \cdot E_y^*$, * oznacza wielkość sprzężoną. Stąd:

$$J \sim E_y \cdot E_y^* = \frac{1}{2} \sin^2 2\alpha (1 - \cos \delta), \quad (14)$$

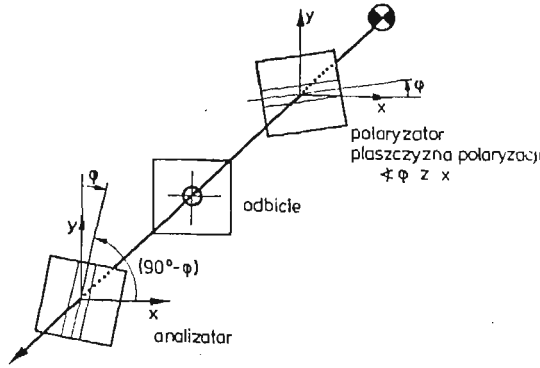
α jest parametrem izokliny, $\delta = (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)2kt$ jest kątem opóźnienia fazowego.

Natężenie światła w danym punkcie obrazu jest równe zero ($J = 0$) gdy $\delta = 2\pi N$ gdzie N jest rzędem izochromy lub gdy $\alpha = 0, \pi/2$. Jeżeli chcemy uzyskać izokliny odpowiadające innemu kątowi głównych odkształceń musimy obrócić skrzyżowany polaryzator i analizator o kąt φ (rys. 16). Obrót ten powoduje zmianę wyrazów macierzy i równanie (13) ma postać:

$$\begin{vmatrix} E_x \\ E_y \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \sin^2 \varphi & \sin \varphi \cos \varphi \\ \sin \varphi \cos \varphi & \cos^2 \varphi \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \cos \varphi \\ \sin \varphi \end{vmatrix} \quad (15)$$

stąd przyjmując $s = \sin \varphi$, $c = \cos \varphi$

$$\begin{aligned} E_x &= s[(M_{11} - M_{22})sc - M_{12}(c^2 - s^2)], \\ E_y &= c[(M_{11} - M_{22})sc - M_{12}(c^2 - s^2)]. \end{aligned} \quad (16)$$



Rys. 16

Natężenie światła promienia jest proporcjonalne do $E_x \cdot E_x^* + E_y \cdot E_y^*$

$$\begin{aligned} J &\sim E_x \cdot E_x^* + E_y \cdot E_y^* = \\ &= (s^2 + c^2)[(M_{11} - M_{22})sc - M_{12}(c^2 - s^2)][(M_{11}^* - M_{22}^*)sc - M_{12}^*(c^2 - s^2)] = \\ &= (2 - 2 \cos \delta)[(\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) \sin \varphi \cos \varphi - \sin \alpha \cos \alpha (\cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi)]^2. \end{aligned} \quad (17)$$

Widzimy więc, że izokliny pojawiają się w punktach w których

$$\alpha = \varphi \quad \text{i} \quad \alpha = \varphi + \pi/2.$$

Efekt normalnego przejścia światła spolaryzowanego kołowo przez warstwę elastoptyczną i kompensator

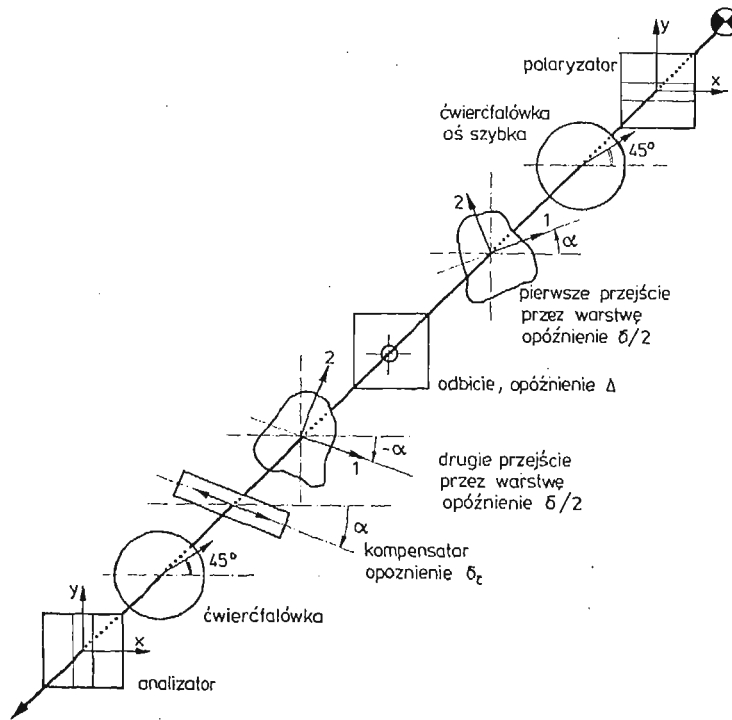
Zgodnie z zasadą kompensacji oś główna kompensatora musi być ustawiona równoległe do kierunku głównych odkształceń w punkcie badanym (rys. 17).

1 Jeżeli przyjmiemy oś kompensatora równoległe do kierunku większego odkształcenia $\varepsilon_1(-\alpha)$ to macierz kompensatora można opisać następująco:

$$\begin{aligned} M_{11}^c &= \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha \cdot e^{-i\delta c}, \\ M_{22}^c &= \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha \cdot e^{-i\delta c}, \\ M_{12}^c &= M_{21}^c = -(1 - e^{-i\delta c}) \sin \alpha \cos \alpha. \end{aligned} \quad (18)$$

2 Jeżeli przyjmiemy oś kompensatora równoległe do kierunku mniejszego odkształcenia $\varepsilon_2(\pi/2 - \alpha)$ to otrzymamy

$$\begin{aligned} M_{11}^c &= \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha e^{-i\delta c}, \\ M_{22}^c &= \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha e^{-i\delta c}, \\ M_{12}^c &= M_{21}^c = -(1 - e^{-i\delta c}) \sin \alpha \cos \alpha. \end{aligned} \quad (19)$$



Rys. 17

Promień światła wychodzący z analizatora może być opisany wektorem:

$$\begin{vmatrix} E_x \\ E_y \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} M_{11}^c & M_{12}^c \\ M_{21}^c & M_{22}^c \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \end{vmatrix}, \quad (20)$$

gdzie:

$\begin{vmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{vmatrix}$ — są macierzami ćwierćfalówek których osie szybkie tworzą kąt 45° z płaszczyzną drgań strumienia światła (rys. 17)

Po wykonaniu mnożenia macierzy otrzymamy:

$$\begin{aligned} E_x &= 0; \\ E_y &= i[M_{11}M_{11}^c - M_{22}M_{22}^c] - [M_{11} + M_{22}]M_{12}^c - [M_{11}^c + M_{22}^c]M_{12}. \end{aligned} \quad (21)$$

• Natężenie promienia wychodzącego jest proporcjonalne do $E_y \cdot E_y^*$ i wynosi

$$J \sim 2(1 - \cos(\delta + \delta_c)) \text{ dla przypadku 1} \quad (22)$$

i

$$J \sim 2(1 - \cos(\delta - \delta_c)) \text{ dla przypadku 2} \quad (23)$$

W powyższej analizie przyjęto, że oś kompensatora jest prostopadła do osi odpowiadającej większym odkształceniom płytki kompensującej w przypadku odwrotnego ustawienia płytki kompensatora wyniki dla przypadków 1 i 2 należy zamienić.

Uzyskane zależności na natężenie światła są analogiczne do znanych zależności uzyskiwanych w elastooptyce dla modeli przeświecanych na wskroś. Istotne różnice wykazują

ustawienia polaryzatora i analizatora w polaryskopie liniowym oraz ćwierćfalówek w polaryskopie kołowym. (rys. 16, 17) Takie ustawienie jest konieczne ze względu na opóźnienie występujące przy odbiciu od powierzchni odblaskowej.

Efekt skośnego przejścia światła spolaryzowanego liniowo przez warstwę elastooptyczną

Chcąc wyznaczyć δ_θ z dużą dokładnością na ogół posługujemy się kompensatorem. W tym celu na wstępie musimy określić quasi-główne kierunki odkształceń czyli znaleźć parametry izoklin w skośnym prześwietlaniu. Korzystając z (10) i (15) napiszemy:

$$\begin{aligned} \begin{vmatrix} E_x \\ E_y \end{vmatrix} &= \begin{vmatrix} s^2 & cs \\ cs & c^2 \end{vmatrix} \begin{bmatrix} T \\ S \end{bmatrix} \begin{vmatrix} c \\ s \end{vmatrix}, \\ c &= \cos \varphi \\ s &= \sin \varphi \end{aligned} \quad (24)$$

Z definicji izokliny, podobnie jak w (17), wiemy że warunkiem koniecznym wygaszenia światła jest by $E_x = 0$ i $E_y = 0$ dla $\alpha = \varphi$ i $\alpha = \varphi + \pi/2$.

Ponieważ w większości układów do skośnego prześwietlania można przyjąć, że światło przechodzi przez warstwę w obu kierunkach pod tym samym kątem θ mamy więc układy w których (rys. 9)

$$\begin{cases} \psi_1 = \psi_7 = \psi_{OD}, \\ \psi_2 = \psi_6 = \psi_{ZA}, \\ \Delta_1 = \Delta_7 = \Delta. \end{cases} \quad (25)$$

Możemy więc przyjąć oznaczenia:

$$\begin{cases} W = \operatorname{tg} \psi_{OD} e^{i\Delta/2}, \\ V = \operatorname{tg} \psi_{ZA} e^{-i\Delta/2}, \\ E = \operatorname{tg} \psi_4 e^{i\Delta_4/2}, \\ F = e^{-i\Delta_4/2}. \end{cases} \quad (26)$$

Stąd po przemnożeniu macierzy w wyrażeniu (24) otrzymamy

$$\begin{aligned} E_x &= W^2 c s^2 (m_{11}^2 E - m_{12}^2 F) + V^2 s^2 c (F m_{22}^2 - E m_{12}^2) + \\ &+ W V c^2 s (m_{22} F - m_{11} E) m_{12} + W V s^3 (m_{11} E - m_{22} F) m_{12}. \end{aligned} \quad (27)$$

W ogólnym przypadku $\varphi \neq 0$, $\varphi \neq \pi/2$ dla $\alpha = \varphi$ $E_x \neq 0$ praktycznie oznacza to, że w układach przedstawionych na rys. 1, 2 i 4 nie można wyznaczyć poprawnego przebiegu izoklin w skośnym prześwietlaniu. Wprawdzie w praktyce obserwuje się linie analogiczne do izoklin są one jednak rozmyte i niezbyt kontrastowe.

Jeżeli jeden z kierunków głównych odkształceń leży w płaszczyźnie odbicia promienia wtedy warunek $E_x = 0$ jest zawsze spełniony. Poszukiwanie kierunków quasi-głównych odkształceń jest wówczas niecelowe, gdyż są one równoległe i prostopadłe do płaszczyzny odbicia.

W układzie zaproponowanym przez autorów (rys. 7) warstwa odbijająca zachowuje się tak, że:

$$\operatorname{tg} \psi_4 = 1 \quad \text{i} \quad \Delta_4 = \pi$$

stąd jeżeli dodatkowo zastosujemy ciecz immersyjną lub pryzmat (rys. 9) to $W = V = 1$ i z (27)

$$E_x = cs^2(m_{11}^2 + m_{12}^2) - cs^2(m_{12}^2 + m_{22}^2) - c^2s(m_{11} + m_{22})m_{12} + s^3(m_{11} + m_{22})m_{12}, \quad (28)$$

$E_x = 0$ dla $\varphi = \alpha$ i $\varphi = \alpha + \pi/2$.

W tym układzie otrzymuje się prawidłowy przebieg izoklin dzięki właściwościom odbicia „retro”.

Należy tu podkreślić, że dzięki zaproponowanemu układowi możliwe jest wyznaczenie kierunków w których należy ustawić kompensator do wyznaczania opóźnienia δ_θ w warstwie poza oczywistym przypadkiem w którym kierunek odkształceń głównych leży w płaszczyźnie odbicia.

Efekt skośnego przejścia światła spolaryzowanego kołowo przez warstwę elastoptyczną i kompensator

W układzie skośnego prześwietlania przy ustawieniu zespołu polaryzatora ćwierćfałówek i analizatora tak jak w polaryskopie kołowym do prześwietlania normalnego amplitudy składowych promienia wychodzącego mogą być opisane następująco:

$$\begin{aligned} E_x &= 0, \\ E_y &= m_{11}^2 K + m_{11} m_{12} L + m_{12} m_{22} M + m_{12}^2 N + m_{22}^2 Q, \end{aligned} \quad (29)$$

gdzie K , L , M , N i Q są współczynnikami wynikającymi z przemnożenia macierzy (9):

$$\begin{aligned} K &= i \operatorname{tg} \psi_1 \operatorname{tg} \psi_4 \operatorname{tg} \psi_7 e^{i(D_1 + D_4 + D_7)/2} (M_{11}^c + iM_{21}^c), \\ L &= -[\operatorname{tg} \psi_2 \operatorname{tg} \psi_7 e^{i(D_7 - D_1)/2} (M_{11}^c + iM_{21}^c) + \\ &\quad + \operatorname{tg} \psi_1 \operatorname{tg} \psi_6 e^{i(D_1 - D_7)/2} (M_{22}^c - iM_{21}^c)] \operatorname{tg} \psi_4 e^{iD_4/2}, \\ M &= [\operatorname{tg} \psi_1 \operatorname{tg} \psi_6 e^{i(D_1 - D_7)/2} (M_{22}^c - iM_{21}^c) + \\ &\quad + \operatorname{tg} \psi_2 \operatorname{tg} \psi_7 e^{i(D_7 - D_1)/2} (M_{11}^c + iM_{21}^c)] e^{-iD_4/2}, \\ N &= -i[\operatorname{tg} \psi_4 \operatorname{tg} \psi_6 \operatorname{tg} \psi_2 e^{i(D_4 - D_7 - D_1)/2} (M_{22}^c - iM_{21}^c) + \\ &\quad + \operatorname{tg} \psi_7 \operatorname{tg} \psi_1 e^{-i(D_4 - D_7 - D_1)/2} (M_{11}^c + iM_{21}^c)], \\ Q &= i \operatorname{tg} \psi_2 \operatorname{tg} \psi_6 e^{-i(D_4 + D_7 + D_1)/2} (M_{22}^c - iM_{21}^c). \end{aligned} \quad (30)$$

W ogólnym przypadku pomiar opóźnienia przy użyciu kompensatora nie jest możliwy ze względu na brak możliwości wyznaczenia kierunków quasi-głównych odkształceń. Nawet pobieżne porównanie wyrażenia na E_y (29) z wyrażeniem na E_y dla prześwietlania normalnego (21) wskazuje na to, że na podstawie wyrażenia (29) nie można określić opóźnienia w skośnym prześwietlaniu. Wartości natężenia E_y we wzorze (29) zależy nie tylko od opóźnienia wywołanego różnicą odkształceń głównych lecz również od kierunku odkształceń quasi-głównych w danym punkcie. Nie można tu stosować zależności analogicznej do zależności (22) i (23) na natężenie światła wychodzącego z polaryskopu kołowego przy prześwietlaniu normalnym. Dotyczy to zarówno metody Theocarisa [5] z pryzmatem i pomiarem δ_θ w dwóch dowolnych wzajemnie prostopadłych płaszczyznach

odbicia jak i układu z warstwą odblaskową typu retro tak jak ją zastosowali Hung i Pottinger [6].

W tym ostatnim przypadku natężenie światła promienia wychodzącego z układu bez kompensatora jest proporcjonalne do wyrażenia:

$$J \sim (1 + \operatorname{tg}^4 \psi_{ZA}) - \frac{1}{2} \sin^2 2\alpha (\operatorname{tg}^2 \psi_{ZA} - 1)^2 - \cos \delta_{\Theta} \left[2 \operatorname{tg}^2 \psi_{ZA} + \right. \\ \left. - \frac{1}{2} \sin^2 2\alpha (\operatorname{tg}^2 \psi_{ZA} - 1)^2 \right] + 2 \sin 2\alpha \sin \delta_{\Theta} (\operatorname{tg}^2 \psi_{ZA} - 1) \operatorname{tg} \psi_{ZA}, \quad (31)$$

gdzie: $\operatorname{tg} \psi_{ZA} \neq 1$ bo $\Theta \neq 0^\circ$

analiza zależności (31) wskazuje wyraźnie, że dla danego Θ (dane $\operatorname{tg} \psi_{ZA}$) minimum natężenia światła zależy od kierunku odkształceń quasi-głównych. Punkty w których natężenie światła jest najmniejsze mogą nie pokrywać się z położeniem izochrom. Błąd popełniany przy interpretacji tego obrazu przy użyciu zależności $J \sim 2(1 - \cos \delta)$ jest błędem systematycznym i nie da się go zmniejszyć przez wykorzystanie metody najmniejszych kwadratów jak to proponują Hung i Pottinger [6].

W przypadku gdy jeden z kierunków głównych odkształceń leży w płaszczyźnie odbicia promieni, otrzymujemy dla najbardziej skomplikowanego układu z lustrami i z kompensatorem:

$$J \sim h^2 + k^2 + 2hk \cos(2\Delta + \Delta_4 + \delta_{\Theta} \pm \delta_c), \quad (32)$$

gdzie: $h = \operatorname{tg}^2 \psi_{ZA}$; $k = \operatorname{tg}^2 \psi_{OD} \operatorname{tg} \psi_4$

Łatwo zauważyć, że J_{\min} dla

$$2\Delta + \Delta_4 + \delta_{\Theta} \pm \delta_c = (2N_{\Theta} \pi + \pi) \quad \text{gdzie} \quad N_{\Theta} = 0, 1, 2, 3 \dots$$

Jeżeli zmierzmy przy pomocy kompensatora w punkcie o zerowej różnicy odkształceń (dla $\delta_{\Theta} = 0$) ile wynosi $\delta_c = -\pi - \Delta_4 - 2\Delta$ wtedy możemy dokładnie wyznaczyć rząd izochromy. Kontrast prążków jest nieco zmniejszony ale izochromy są na ogół czytelne. Zastosowanie w tym układzie pryzmatu dla zwiększenia kąta prześwietlania Θ prowadzi do zmniejszenia kontrastu prążków.

Jeżeli zastosujemy układ z warstwą odblaskową retro w układzie w którym płaszczyzna odbicia pokrywa się z jednym z kierunków głównych to otrzymujemy zależność

$$J \sim h^2 - 2h \cos(\delta_{\Theta} \pm \delta_c) + 1. \quad (33)$$

W tym układzie również kontrast jest nieco zmniejszony jednak nie występuje konieczność wprowadzania poprawki na opóźnienie wynikające z odbicia.

W układzie z zastosowaniem warstwy odblaskowej retro oraz pryzmatu, po wyznaczeniu kierunków quasi-głównych odkształceń ustawiamy odpowiednio do nich kompensator w polaryskopie kołowym i otrzymujemy natężenie światła, które może być opisane następującą zależnością

$$J \sim 2[1 - \cos(\delta_{\Theta} \pm \delta_c)]. \quad (34)$$

Wyrażenie to jest identyczne do wyrażenia uzyskanego dla przypadku normalnego prześwietlania warstwy.

Metody badań odkształceń z zastosowaniem skośnego prześwietlania warstwy elastoptycznej

Na podstawie podanych powyżej rozważań można zaproponować dwie metody badań dla rozdzielenia odkształceń w konstrukcjach, z zastosowaniem skośnego prześwietlania. Obydwie wymagają we wstępnym etapie wyznaczenia kierunków głównych oraz różnicy głównych odkształceń przy prześwietlaniu normalnym.

Według pierwszej metody opisanej między innymi w [15] konieczne jest zgranie płaszczyzny odbicia promieni z kierunkiem jednego z odkształceń głównych. W tym celu polaryskop musi być wyposażony w układ zwierciadeł kierujących i musi istnieć możliwość obrotu polaryskopu wokół osi prostopadłej do płaszczyzny polaroidów. W takim położeniu dokonuje się pomiaru opóźnienia przy użyciu kompensatora. Kąt przebiegu promieni przez warstwę jest wyznaczony przez ustawienie zwierciadeł i współczynnik załamania światła w warstwie.

Wyznaczenie składowych tensora odkształceń sprowadza się do podstawienia wyników pomiarów do następujących wzorów:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{1}{2kt(A+B)} [\pm \cos\Theta \delta_\theta + B \delta_n], \\ \varepsilon_2 &= \frac{1}{2kt(A+B)} [\pm \cos\Theta \delta_\theta - A \delta_n], \end{aligned} \quad (35)$$

gdzie

$$\begin{aligned} A &= -\cos^2\Theta \left(\frac{1}{1-\nu} \right) + \left(\frac{\nu}{1-\nu} \right), \\ B &= -\cos^2\Theta \left(\frac{\nu}{1-\nu} \right) + \left(\frac{1}{1-\nu} \right). \end{aligned}$$

Stałe A i B zależą od kąta Θ . Ze względu na występujące znaki \pm uzyskuje się dwie pary odpowiedzi. Wybór właściwego wyniku na ogół nie następuje trudności dzięki dodatkowym informacjom o odkształceniach badanego obiektu.

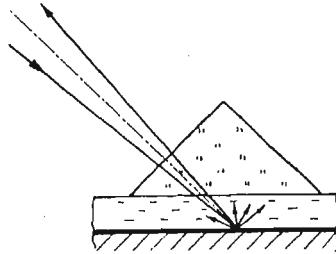
Według metody drugiej, obserwacje izochrom dla skośnego prześwietlania dokonujemy jednostronnie wykorzystując własności odbicia retro (rys. 7). Układ ma przewagę nad układem pierwszym w warunkach ograniczonego dostępu do badanej konstrukcji, polaryskop może być prostszy gdyż nie ma konieczności obrotu całym układem polaroidów. Konieczne jest zastosowanie pryzmatu wykonanego z materiału o współczynniku załamania zbliżonym do współczynnika załamania warstwy elastoptycznej. Pryzmat narzuca kąt prześwietlania warstwy, przy czym kąt ten może być większy niż w pierwszej metodzie (rys. 18).

Opracowanie wyników w drugiej metodzie jest bardziej pracochłonne gdyż składowe tensora odkształcenia wyznacza się z zależności:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{1}{2kt(A+B)} [\pm (c\delta_\theta^2 + D\delta_n^2)^{1/2} + B\delta_n], \\ \varepsilon_2 &= \frac{1}{2kt(A+B)} [\pm (c\delta_\theta^2 + D\delta_n^2)^{1/2} - A\delta_n], \end{aligned} \quad (36)$$

w których stałe A , B , C i D przyjmują różne wartości w poszczególnych punktach konstruk-

cji zgodnie z wyrażeniami (7). Tak jak w pierwszej metodzie wybór właściwej pary odkształceń głównych z czterech uzyskanych wyników na ogół nie następuje trudności. Stosując pryzmaty o różnych kątach można uzyskać dodatkowe dane, które pozwalają na uśrednienie wyników [6], [7], [8].



Rys. 18

Uwagi końcowe

Dla uzupełnienia wymienimy poniżej kilka dalszych powodów, które mogą stać się przyczyną uzyskiwania błędnych wyników w trakcie badań metodą warstwy elastoptycznej.

Zasadniczą ideą metody warstwy elastoptycznej jest założenie, że warstwa naklejona na powierzchni konstrukcji posiada odkształcenia równe odkształceniom powierzchni konstrukcji

$$\varepsilon_{1P} = \varepsilon_{1K}; \quad \varepsilon_{2P} = \varepsilon_{2K}.$$

Wielkość względnego opóźnienia składowych promieni w warstwie elastoptycznej wyraża się następującą zależnością (2) (5)

$$\delta = 2kt(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)_P, \quad (37)$$

gdzie t — jest grubością warstwy

k — jest współczynnikiem czułości warstwy

$\varepsilon_1, \varepsilon_2$ — są odkształceniami głównymi w warstwie.

Wielkości ε_1 i ε_2 rzeczywistych konstrukcji znajdujących się w zakresie odkształceń sprężystych nie przekraczają wartości $5 \cdot 10^{-3}$. Wartość k zależy od stosowanego materiału i waha się w granicach $k = 0.05 \div 0.15$

Dla uzyskania dużych efektów elastoptycznych, dużego względnego opóźnienia składowych promieni, należałoby stosować grube warstwy elastoptyczne. Nie jest to jednak możliwe z dwóch powodów

- Efektu umocnienia konstrukcji przez warstwę elastoptyczną [9]
- Nierównomierności rozkładu odkształceń wzdłuż grubości warstwy [10].

Efekt wzmocnienia zmusza do wprowadzenia pewnych współczynników korekcyjnych przy obliczaniu odkształceń konstrukcji. Wartość tych współczynników została podana między innymi w pracach [15] [14].

Nierównomierność rozkładu odkształceń na grubości warstwy zaczyna odgrywać istotną rolę wtedy gdy badana konstrukcja nie znajduje się w płaskim stanie naprężeń

lub gdy różni się współczynnik Poissona warstwy i konstrukcji. Różnice te występują w szczególności przy badaniu konstrukcji z materiałów anizotropowych. Nierównomierność rozkładu odkształceń wzdłuż grubości warstw pojawia się też przy badaniu stref plastycznych. Obserwowany efekt elastoptyczny w tym przypadku jest pewnym uśrednieniem co w niektórych przypadkach może prowadzić do znacznych błędów. Uwzględnienie tego efektu jest trudne i wymaga indywidualnej analizy w każdym przypadku. Ograniczenie grubości stosowanych warstw sprzyja zmniejszeniu tego rodzaju błędów. Szczególnie stosując metodę skośnego prześwietlania należy pamiętać, że wyniki mogą być poprawne tylko wtedy gdy warstwa elastoptyczna znajduje się w płaskim stanie naprężenia.

Dość często przy badaniu np. powłok mamy do czynienia z nałożeniem się stanu zginania ze stanem błonowym. Dochodzi wtedy do ciągłej zmiany kierunków głównych wzdłuż grubości warstwy. W pracach [11] [12] zaproponowano metodę wyznaczania odkształceń przy założeniu, że skręcanie kierunków głównych jest równomierne wzdłuż grubości warstwy.

Przy stosowaniu metody skośnego prześwietlania na skutek istnienia gradientu naprężeń wzdłuż normalnej do płaszczyzny warstwy może również powstawać błąd w wyniku zmiany kierunków głównych. Wielkość tego błędu została oszacowana w pracy [13].

Autorzy niniejszej pracy zaobserwowali, że przy skośnym prześwietlaniu warstwy na skutek dyfuzji wody z atmosfery do płyt z żywicy epoksydowej Epidian 5 pojawia się pewien wstępny efekt elastoptyczny analogiczny do efektu brzegowego. Wynika to z faktu, że dyfuzja następuje na wszystkich powierzchniach warstwy [18] [20]. Na pojawienie się tego efektu może też mieć wpływ sposób odlewania płyt. W rezultacie mamy w warstwie pewien wstępny zmieniający się wzdłuż grubości rozkład odkształceń. Stan ten nakłada się na stan odkształceń wynikających z odkształceń konstrukcji powodując skręcanie kierunków głównych wzdłuż grubości warstwy. Stan ten nie ujawnia się w przypadku prześwietlania normalnego natomiast przy prześwietlaniu skośnym odgrywa istotną rolę. Wynika stąd konieczność sprawdzenia warstwy elastoptycznej przed obciążeniem zarówno w świetle przechodzącym normalnie jak i skośnie.

W pracy przedstawiono metodę analizy przemian strumienia światła w polaryskopie do badań metodą warstwy elastoptycznej. Przedstawiono też układ pozwalający na badanie w świetle przechodzącym skośnie przy wykorzystaniu zwykłego polaryskopu bez konieczności dodatkowego wyposażenia. Omówiono też zalety i wady układu w porównaniu z układem standardowym.

Zbudowanie modelu matematycznego do analizy przemian strumienia światła w polaryskopie pozwoliło na wyjaśnienie szeregu przyczyn powstawania błędów pomiarów, szczególnie przy zastosowaniu metody skośnego prześwietlania.

Przedstawione wyniki pochodzą z prac wykonanych w ramach problemu węzłowego 05.12 „Wytrzymałość i optymalizacja konstrukcji maszynowych i budowlanych” koordynowanego przez IPPT PAN.

Literatura cytowana w tekście

1. W. SHURCLIFF, *Polarized light: Production and use*, Harvard Univ. Press, Cambr. Mass. 1962.
2. M. BORN, R. WOLF, *Principles of Optics*, Perg. Press 1975.

3. E. WERNER, *Zur Bestimmung der Spannungsdoppelbrechung von optischen Glas* veb. Jenaer Glaswerk Schott Gen. Jena.
4. R. WOJNAR, *Uogólnione macierze Jones'a i ich zastosowanie w elastoptyce*, VII Symp. Badań Doświadczalnych w Mech. Ciała Stałego, W-wa 1976.
5. P. S. THEOCARIS, *Exp. Solution of Elastic-Plastic Plane Stress Problems* J. of Applied Mechanics, Dec. 1962.
6. Y. Y. HUNG, M. G. POTTINGER, *An improved Oblique-incidence Technique for Principal-strain Separation in Photoelastic Coatings*, Exp. Mech. May 1980.
7. J. M. ALLISON, *Least Squares Solution of the Oblique Incidence Equations* VDI-Berichte Nr 102, 1966.
8. R. J. STANFORD, *Application of Least-squares Method to Photoelastic Analysis*, Exp. Mech. June 1980.
9. F. ZANDMAN, A. S. REDNER, E. J. RIEGNER, *Reinforcing Effect of Birefringent Coatings*. Exp. Mech. Feb. 1962.
10. J. DUFFY, *Effect of the Thickness of Birefringent coatings*, Exp. Mech. March 1961.
11. Н. К. Аден, *К применению фотоупругих покрытий при исследовании оболочек*, Изв. Акад. Наук СССР, Мех. и Маш. Но 6. 1964.
12. Н. К. Аден, *Интегральная фотоупругость*, Волгус, Таллин 1975.
13. В. А. Жилькин, *Некоторые вопросы метода фотоупругих покрытий*, Труды Новосоьб. инст. инженеров желез. трансп. Выпуск 137, 1972.
14. Z. ORŁOŚ red., *Doświadczalna Analiza Odkształceń i Naprężeń*, W-wa 1977.
15. J. STUPNICKI, *Pomiary naprężeń metodą elastoptycznej warstwy powierzchniowej*. Arch. Bud. Maszyn Tom XVI, Zeszyt 3, 1969.
16. J. KOMOROWSKI, J. STUPNICKI, *Źródła Błędów w odczycie rzędu izochromy przy skośnym prześwietlaniu powierzchniowej warstwy optycznie czynnej*, VIII Symp. Doświadczalnych Badań w Mech. Ciała Stałego W-wa 1978.
17. J. KOMOROWSKI, J. STUPNICKI, *Sprawozdanie z I etapu prac nad tematem Rozwijanie metody elastoptycznej warstwy powierzchniowej do wyznaczania naprężeń w konstrukcjach* (Problem węzłowy 05.12) dla IPPT PAN, 1978.
- 18 — jak wyżej sprawozdanie z II etapu, 1979.
19. J. KOMOROWSKI, J. STUPNICKI, *Sources of error in oblique incidence photo-stress method*, VIII Wszecznizwiązkowa Konferencja poświęcona elastoptyce, Tallin 1979 Vol. II.
20. J. KOMOROWSKI, J. STUPNICKI, *Sources of error in Oblique incidence photo-stress method*, Proc. of the I.U.T.A.M. Symposium on „Optical Methods in Mechanics of Solids“ 1979 Sijthoff Noordhoff 1981.

Резюме

МЕТОД НАКЛОННОГО ПРОСВЕЧИВАНИЯ ФОТОУПРУГИХ ПОКРЫТИЙ

В работе представлена математическая модель для анализа эффектов, появляющихся вследствие различий в конструкции полярископов, применяемых в методе фотоупругих покрытий. Эта модель позволила выявить ряд причин ошибок измерений, целью которых является разделение деформаций. Главные преимущества этого способа состоят в использовании стандартного полярископа без дополнительных устройств и в возможности получить значения деформаций с повышенной точностью.

Summary

OBLIQUE INCIDENCE IN PHOTO-STRESS METHOD

Paper presents mathematical model permitting analysis of the effect of different type of polariscopes in photo-stress method. This model enable pointing out errors in oblique incidence method. New technique of photo-stress measurement to separate strains is also described. Its principal advantages are that only standard photo-stress equipment is needed and results obtained by this method are more reliable.