

ZNISZCZENIE W ZAKRESIE LEPKOPLASTYCZNYM ¹⁾

JEAN LEMAITRE

*Professeur a l'Université Paris VI
Laboratoire de Mécanique et Technologie
61, Avenue du Président Wilson
CACHAN, France*

1. Wstęp

Wzrastająca liczba konstrukcji metalowych, poddanych działaniu wysokich temperatur, stanowi główną przyczynę studiów na temat metod przewidywania zachowania się takich konstrukcji w warunkach ich eksploatacji. Przy tym istotną rolę odgrywają zagadnienia ekonomiczne i wymagania bezpieczeństwa, narzucające bardzo ostre warunki.

Rozwój współczesnej termodynamiki [1] i analizy funkcjonalnej [2] umożliwia budowanie związków konstytutywnych odnoszących się do złożonych zjawisk. Ponadto możliwe jest formułowanie metod obliczania konstrukcji nieliniowych. Dzięki temu rozwojowi otrzymuje się zasady pozwalające sformułować, przy ograniczającym założeniu izotropii, związki konstytutywne plastyczności, lepko-plastyczności, pękania oraz związki opisujące zjawisko uszkodzenia materiału. Anizotropia pozostaje nadal zagadnieniem otwartym.

Jeśli chodzi o obliczanie konstrukcji, potrafimy formułować zagadnienia plastycznej nośności granicznej oraz pewne zadania ewolucji, ale jedynie w przypadku uproszczonych związków konstytutywnych. Jednym z wielkich tematów mechaniki ciała stałego na lata 80-te jest bez wątpienia wprowadzenie do obliczeń większej dawki fizyki.

Drugi korzystny punkt to możliwość znalezienia na maszynach liczących przybliżonych rozwiązań numerycznych tych zagadnień, których nie można rozwiązać na drodze analitycznej. Silne nieliniowości, z jakimi mamy do czynienia w zjawiskach pełzania i zniszczenia powodują, że zagadnienia można rozwiązywać jedynie krok po kroku na drodze linearyzacji. Każdy postęp w zakresie szybkości maszyn liczących wnosi możliwość rozwiązywania nowych zadań.

Obliczenia dotyczące przewidywania zachowania się konstrukcji, znajdującej się pod działaniem podwyższonych temperatur, można schematycznie ująć w następujące etapy:

1. Zdefiniowanie geometrii konstrukcji.
2. Zdefiniowanie historii obciążeń zewnętrznych.
3. Wyznaczenie pola temperatur.

¹⁾ Referat problemowy wygłoszony na XXII-jej Polskiej Konferencji Mechaniki Ciała Stałego w Golinie, wrzesień 1980 r.

4. Ustalenie związków konstytutywnych lepkoplastyczności dla rozpatrywanych materiałów.
5. Wyznaczenie pól naprężeń i odkształceń w warunkach stabilizacji względem cyklicznego wzmocnienia lub osłabienia materiału oraz redystrybucji naprężeń, spowodowanej lepkoplastycznością.
6. Określenie punktu, lub punktów, najbardziej narażonych na zniszczenie.
7. Ustalenie praw opisujących proces uszkodzenia i mających na celu przewidywanie pojawienia się lokalnego zniszczenia w postaci elementarnej szczeliny makroskopowej.
8. Określenie czasu (lub liczby cykli), po którym pojawia się taka makroszczelina.
9. Ustalenie praw wzrostu szczeliny.
10. Określenie procesu ewolucji powstałej szczeliny, lub szczelin, aż do zupełnego zniszczenia na skutek niestateczności konstrukcji.

Powyższe zestawienie obejmuje praktycznie całą mechanikę materiałów i konstrukcji. W naszej pracy ograniczymy się do części dotyczącej zniszczenia, tzn. punktów 7 - 10, przy czym nacisk położymy na sformułowanie i ustalenie związków opisujących uszkodzenie i pękanie. Podstawowym narzędziem będzie termodynamika procesów nieodwracalnych, a dla opisu uszkodzenia uogólnimy pojęcie naprężenia efektywnego, wprowadzone przez KACZANOWA [3, 4]. Uogólnienie pojęcia prędkości uwalniania energii, wprowadzonego pierwotnie przez GRIFFITHA [5, 6], pozwoli opisać pękanie.

Praca zorientowana jest zasadniczo na przedstawienie zagadnienia zniszczenia konstrukcji poddanych działaniu podwyższonych temperatur, gdy lepkoplastyczność odgrywa istotną rolę. Chodzi tutaj o temperatury w przybliżeniu wyższe od 1/3 absolutnej temperatury topnienia rozpatrywanego metalu.

2. Rozpoczynanie się szczelin

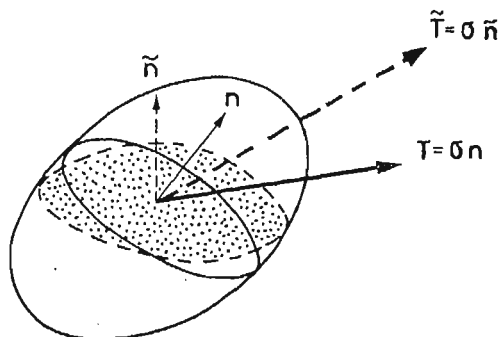
Uważa się, że szczelina pojawia się w ciele stałym wtedy gdy w elemencie o reprezentatywnej objętości pojawia się nieciągłość materialna pewnej wartości. Chodzi tu o taki wymiar charakterystyczny, począwszy od którego nie można stosować mechaniki ośrodków ciągłych bez uwzględnienia geometrii tej nieciągłości. Dla metali wymiar ten w praktyce wynosi 0,1 - 1 mm.

Aby, przy wykorzystaniu równań mechaniki ośrodków ciągłych, przewidzieć pojawienie się szczeliny makroskopowej koniecznym jest zdefiniowanie parametru uszkodzenia, opisującego deteriorację materiału począwszy od jego stanu pierwotnego, aż do utworzenia się szczeliny. Metalurgia fizyczna pozwala zidentyfikować mechanizmy powstawania i wzrostu mikropustek i mikroszczelin składających się na uszkodzenie materiału [7]. Matematyczne metody homogenizacji zagadnień w mechanice pozwalają zbudować modele teoretyczne zachowania się makroskopowego; modele takie schematycznie uwzględniają wspomniane mikrodefekty, jednakże bez zdefiniowania makroskopowego parametru uszkodzenia [8]. W ramach termodynamiki można natomiast określić zbiór makroskopowych parametrów, koniecznych do opisu zjawisk reologicznych oraz można podać równania ewolucji tych parametrów. Jednakże termodynamika maskuje część rzeczywis-

tości fizycznej, która wchodzi do rozważań jedynie na poziomie hipotez. Mimo to obieramy właśnie taką drogę.

2.1. Makroskopowy parametr uszkodzenia. Po raz pierwszy koncepcja mechanicznego parametru uszkodzenia pojawiła się w 1958 roku w pracach KACZANOWA, dotyczących zniszczenia w warunkach pełzania przy rozciąganiu, por. [3]. Idea ta opiera się na pojęciu naprężenia efektywnego, którego uogólnienie na przypadek trójwymiarowej anizotropii stanowi nadal nierozwiązany problem podstawowy.

Rozpatrzmy przekrój S , o normalnej \mathbf{n} , rozpatrywanego elementu o objętości V , na który działa wektor naprężenia \mathbf{T} związany z tensorem naprężenia Cauchy'ego $\boldsymbol{\sigma}$, por. rys. 1.



Rys. 1. Definicja wektora naprężeń efektywnych

Jeśli w elemencie istnieją uszkodzenia w postaci mikropustek lub mikroszczelin, to jedynie część \tilde{S} przekroju przenosi naprężenia \mathbf{T} . Związek

$$(2.1) \quad \tilde{S} = (1-D)S$$

określa parametr uszkodzenia D , przedstawiający nieciągłości powierzchniowe istniejące w przekroju S .

W przypadku gdy uszkodzenie ma charakter izotropowy, D jest skalarzem niezależnym od \mathbf{n} i bez trudu określa się wektor $\tilde{\mathbf{T}}$ oraz tensor naprężeń efektywnych $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}$ pisząc

$$(2.2) \quad \tilde{S}\tilde{\mathbf{T}} = S\mathbf{T},$$

gdzie $\tilde{\mathbf{T}} = (1-D)^{-1}\mathbf{T}$, przy czym $\tilde{\mathbf{T}} = \tilde{\boldsymbol{\sigma}}\mathbf{n}$ oraz

$$(2.3) \quad \tilde{\boldsymbol{\sigma}}\mathbf{n} = (1-D)^{-1}\boldsymbol{\sigma}\mathbf{n},$$

$$(2.4) \quad \tilde{\boldsymbol{\sigma}} = (1-D)^{-1}\boldsymbol{\sigma}.$$

Jeśli uszkodzenie ma charakter anizotropowy, D zależy od normalnej \mathbf{n} . Parametrowi uszkodzenia można nadać sens tensorowy na kilka sposobów. Mianowicie uszkodzenie można tłumaczyć nie tylko osłabieniem przekroju, ale również jego obrotem [9], któremu jednakże trudno nadać sens fizyczny

$$S \rightarrow \tilde{S} \quad \mathbf{n} \rightarrow \tilde{\mathbf{n}}.$$

Mamy wówczas zależność:

$$(2.5) \quad \tilde{S}\tilde{\mathbf{n}} = S[1-D]\mathbf{n},$$

w której $\llbracket 1-D \rrbracket$ oznacza tensor drugiego rzędu. Prowadzi to do następujących związków

$$(2.6) \quad \tilde{T} = \llbracket 1-D \rrbracket^{-1} T,$$

$$(2.7) \quad \tilde{\sigma} = \sigma \llbracket 1-D \rrbracket^{-1}.$$

W ogólnym przypadku tensor naprężeń efektywnych nie jest symetryczny. Dlatego więc aby spełnić na przykład związek fizyczny sprężystości, trzeba zdefiniować inny tensor efektywny, otrzymamy przez symetryzację tensora σ .

Dla przykładu, w pracy [9] przyjęto

$$(2.8) \quad \tilde{\sigma}' = \frac{1}{2} [\llbracket 1-D \rrbracket^{-1} \sigma + \sigma \llbracket 1-D \rrbracket^{-1}],$$

podczas gdy w [10] rozpatruje się następujący tensor

$$(2.9) \quad \tilde{\sigma}'' = \llbracket 1-D \rrbracket^{-\frac{1}{2}} \sigma \llbracket 1-D \rrbracket^{-\frac{1}{2}}.$$

Istnieją i inne możliwości, ale jaki jest ich sens fizyczny?

Inne podejście polega na zapisaniu potencjału termodynamicznego Ψ_e jako funkcji odkształceń sprężystych ε^e i tensora \tilde{a} określającego własności sprężyste materiału uszkodzonego

$$(2.10) \quad \rho \psi_e = \frac{1}{2} \tilde{a} \varepsilon^e \varepsilon^e.$$

Parametr uszkodzenia rozpatruje się jako operator, który działając na tensor naprężenia σ , celem określenia naprężeń efektywnych $\tilde{\sigma}$, pozwala zapisać związek fizyczny sprężystości w zależności od tensora sprężystości a materiału nieuszkodzonego [11].

$$(2.11) \quad \tilde{\sigma} = a \varepsilon^e.$$

Korzystając z potencjału termodynamicznego otrzymujemy

$$(2.12) \quad \sigma = \tilde{a} \varepsilon^e,$$

skąd

$$(2.13) \quad \tilde{\sigma} = \tilde{a} \tilde{a}^{-1} \sigma = \Delta \sigma.$$

Tensor Δ jest więc tensorem czwartego rzędu, trudnym do zidentyfikowania; punktem wyjścia do jego określenia jest przypadek szczególny sprężystości.

Teoria reprezentacji funkcji tensorowych pozwala formułować różne związki anizotropowe [12]; ale i przy takim podejściu trudno wyprowadzić nadające się do zastosowania przypadki szczegółowe.

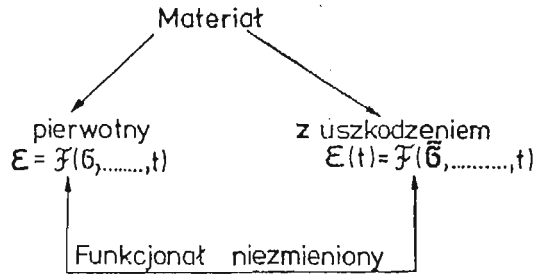
Prostsze sformułowania można podać ograniczając się do szczególnych przypadków anizotropii, lub nawet do obciążeń radialnych [13]. Jednakże nie rozwiązuje to podstawowego problemu anizotropii, który nadal pozostaje otwarty.

Do dalszych rozważań przyjmiemy hipotezę uszkodzenia izotropowego. Wynika stąd, że skalar D określa naprężenia efektywne, czyli mamy

$$(2.14) \quad \tilde{\sigma} = \frac{\sigma}{1-D}.$$

Ponadto, przyjmujemy następującą fundamentalną hipotezę: „Każdy związek konstytutywny materiału z uszkodzeniami otrzymuje się zastępując zwykłe naprężenia, napręże-

niami efektywnymi w związku fizycznym, opisującym materiał pierwotny”. Założenie to ilustruje rys. 2.



Rys. 2

2.2. Sformułowanie termodynamiczne. 2.2.1. Zmienne termodynamiczne. Wartość zmiennej D charakteryzuje więc uszkodzenie materiału; pomiary mikrograficzne powierzchni mikroszczelin i przekroi mikropustek wystarczają do określenia stanu uszkodzenia. Na poziomie związku konstytutywnego, tzn. zależności opisującej proces uszkodzenia w zależności od obciążeń, wielkość D jest zmienną stanu w sensie termodynamiki. Zmienną tę traktuje się jako parametr wewnętrzny, ponieważ nie jest ona mierzalna bezpośrednio, przy pomocy zwykłych środków termomechaniki.

Jeśli oprócz zniszczenia uwzględnia się sprężysto-lepkoplastyczność, to do rozważań należy wprowadzić dalsze zmienne stanu. Są nimi: odkształcenie sprężyste ε^e występujące w pracy odwracalnej, temperatura T oraz parametry wewnętrzne α_p opisujące wzmocnienie [11, 14].

Zmiennymi stowarzyszonymi są następujące wielkości:

1. tensor naprężenia σ stowarzyszony z ε^e ,
2. entropia s , stowarzyszona z T ,
3. prędkość uwalniania energii uszkodzenia Y , stowarzyszona z D ,
4. zmienne A_p , stowarzyszone z α_p .

Otrzymujemy je z potencjału termodynamicznego jako funkcji wszystkich zmiennych stanu.

Jeśli ε oznacza tensor odkształcenia, to tensor odkształceń plastycznych zdefiniowany jest następująco

$$(2.15) \quad \varepsilon^p = \varepsilon - \varepsilon^e.$$

Tablica 1. Tablica zmiennych termodynamicznych

Zmienne stanu		Zmienne stowarzyszone
Obserwowalne	Wewnętrzne	
ε^e	-----	σ
T	-----	s
	D -----	Y
	α_p -----	A_p

2.2.2. Potencjał termodynamiczny. Biorąc za potencjał termodynamiczny energię swobodną i przyjmując, że funkcja ta jest wypukła względem wszystkich zmiennych stanu [1]

$$\psi(\varepsilon^e, T, D, \alpha_P)$$

równania stanu zapisują się w postaci zależności

$$(2.16) \quad \sigma = \varrho \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon^e},$$

$$(2.17) \quad s = - \frac{\partial \psi}{\partial T},$$

gdzie ϱ jest gęstością na jednostkę objętości.

Zmienne stanu stowarzyszone z parametrami wewnętrznymi są określone przez związki

$$(2.18) \quad Y = \varrho \frac{\partial \psi}{\partial D},$$

$$(2.19) \quad A_P = \varrho \frac{\partial \psi}{\partial \alpha_P}.$$

Pokażemy jak pierwsza z tych dwu zależności prowadzi do kryterium rodzenia się szczeliny. Dla metali rozsądnie jest przyjąć hipotezę, że nie ma sprzężenia pomiędzy sprężystością i uszkodzeniem a wzmocnieniem. Oznacza to, że energia swobodna ma postać

$$(2.20) \quad \psi = \psi_e(\varepsilon^e, T, D) + \psi_r(\alpha_P, T).$$

W przypadku izotermicznej sprężystości liniowej, ψ_e jest dodatkowo określoną formą kwadratową odkształceń sprężystych ε^e , liniową względem $(1-D)$, a to z uwagi na wprowadzoną definicję naprężenia efektywnego. Mamy więc

$$(2.21) \quad \varrho \psi_e = \frac{1}{2} (1-D) a \varepsilon^e \varepsilon^e,$$

gdzie a oznacza tensor modułów sprężystych. W rezultacie otrzymujemy

$$(2.22) \quad \sigma = (1-D) a \varepsilon^e,$$

$$(2.23) \quad Y = \varrho \frac{\partial \psi}{\partial D} = - \frac{1}{2} a \varepsilon^e \varepsilon^e.$$

Widzimy, że wartość Y jest równa połowie zmiany energii sprężystej W_e , spowodowanej zmianą uszkodzenia przy stałych naprężeniach i stałej temperaturze.

Wyznaczamy $dW_e = \sigma d\varepsilon^e$, biorąc $d\varepsilon^e$ z wyrażenia $d\sigma = 0$.

Mamy więc

$$(2.24) \quad d\sigma = (1-D) a d\varepsilon^e - a \varepsilon^e dD = 0,$$

skąd otrzymujemy

$$(2.25) \quad dW_e = \sigma \varepsilon^e \frac{dD}{1-D},$$

czyli

$$(2.26) \quad \frac{dW_e}{dD} = \frac{1}{1-D} \sigma \varepsilon^e = a \varepsilon^e \varepsilon^e = -2Y.$$

Ostatecznie otrzymujemy następującą zależność

$$(2.27) \quad Y = - \frac{1}{2} \frac{dW_e}{dD} \Big|_{\sigma, T = \text{const.}}$$

Rezultat ten jest analogiczny z definicją prędkości uwalniania energii w mechanice zniszczenia [15].

Przez analogię z odpornością G_c materiału, kryterium rodzenia się szczeliny definiuje się następująco

$$|Y| = Y_c \rightarrow \text{istnieje szczelina makroskopowa (2.8)}$$

Podany warunek można również zapisać w zależności od parametru uszkodzenia D . Jeśli W_e^R oznacza energię sprężystą przy zniszczeniu

$$(2.28) \quad W_e^R = \frac{1}{2} \sigma_R \varepsilon_R^e = \frac{1}{2} (1-D_c) a \varepsilon_R^e \varepsilon_R^e = (1-D_c) Y_c,$$

to dochodzimy do zależności

$$(2.29) \quad D_c = 1 - \frac{W_e^R}{Y_c}.$$

Doświadczenie pokazuje, że dla metali najczęściej można przyjąć

$$(2.30) \quad D_c \cong 1.$$

2.2.3. Potencjał dyssypacji. Związki opisujące ewolucję parametrów wewnętrznych wy-
prowadza się z potencjału dyssypacji. Postulujemy istnienie takiego potencjału [1]. Za-
piszmy gęstość dyssypacji w postaci nierówności Clausiusa-Duhema

$$(2.31) \quad \sigma \dot{\varepsilon} - \rho(\dot{\psi} + s\dot{T}) - q \frac{\text{grad } T}{T} \geq 0,$$

gdzie q oznacza wektor strumienia ciepła, stowarzyszony z $\frac{\text{grad } T}{T}$.

Funkcja ψ , jako funkcja zmiennych stanu, przyjmuje postać

$$(2.32) \quad \dot{\psi} = -s\dot{T} + \frac{1}{\rho} (\sigma \dot{\varepsilon}^e + Y\dot{D} + A_p \dot{\alpha}_p),$$

gdzie $\varepsilon^p = \varepsilon - \varepsilon^e$. Po prostych przekształceniach otrzymujemy

$$(2.33) \quad \sigma \dot{\varepsilon} - Y\dot{D} - A_p \dot{\alpha}_p - q \frac{\text{grad } T}{T} \geq 0.$$

Wielkości $\dot{\varepsilon}^p$, \dot{D} , $\dot{\alpha}_p$, q , oznaczają odpowiednio prędkości zmiennych dyssypatywnych. Natomiast σ , Y , A_p , $\frac{\text{grad } T}{T}$ są odpowiednimi zmiennymi dwoistymi (siłami) [16].

Zakłada się więc, że istnieje funkcja skalarna φ , wypukła względem zmiennych dualnych, przy czym zmienne stanu traktujemy jako parametry. Jest to więc hipoteza uogólnionej normalności [17] (stowarzyszone prawo płynięcia w przestrzeni sił termodynamicznych σ , Y , A_p , $\frac{\text{grad } T}{T}$ — tłum). Z funkcji

$$\varphi \left(\sigma, Y, A_p, \frac{\text{grad } T}{T}; \quad \varepsilon^e, T, D, \alpha_p \right)$$

otrzymujemy więc

— równania konstytutywne lepkoplastyczności

$$(2.34) \quad \begin{aligned} \dot{\varepsilon}^p &= \lambda \frac{\partial \varphi}{\partial \sigma}, \\ \dot{\alpha}_p &= -\lambda \frac{\partial \varphi}{\partial A_p}, \end{aligned}$$

— prawo Fouriera

$$(2.35) \quad \mathbf{q} = - \frac{\partial \varphi}{\partial \left(\frac{\text{grad } T}{T} \right)}$$

— równanie ewolucji opisujące proces uszkodzenia

$$(2.36) \quad \dot{D} = -\lambda_D \frac{\partial \varphi}{\partial D}$$

Funkcje skalarne λ i λ_D oznaczają odpowiednio mnożnik lepkoplastyczny i mnożnik uszkodzenia.

Termodynamika nie pozwala pójść dalej. Jednakże rozważania fenomenologiczne i badania doświadczalne prowadzą do modelowania i identyfikacji przedstawionych równań konstytutywnych.

2.3. Pomiar uszkodzenia. Chcąc modelować potencjał φ , tzn. nadać mu możliwie najprostsza postać analityczną, należy przede wszystkim wyłowić zmienne odgrywające istotną rolę, a tym samym wyeliminować zmienne, których wpływ jest znikomy. Następnie należy zastanowić się, w jakiej postaci analitycznej występują zmienne istotne. Tym samym doszliśmy do delikatnej części metody fenomenologicznej; chodzi bowiem o wykorzystanie jak największej liczby danych doświadczalnych: obserwacji występujących mechanizmów fizycznych i pomiarów zmiennych w przypadkach szczególnych. Na tym etapie mamy do czynienia z pracą niezbyt ścisłą, gdzie intuicja, sens fizyczny i rodzaj rozpatrywanych zastosowań odgrywają wielką rolę.

Pomiary uszkodzenia są więc niezbędne. Bezpośrednich pomiarów powierzchni dekohezji w materiale przy pomocy mikroskopii jakościowej nie można brać — poza badaniami podstawowymi — pod uwagę, ponieważ są długotrwałe i należą do badań niszczących, jako że trzeba badać przekroje materiału [18]. Dzięki sprzężeniu deformacji z uszkodzeniem pojęcie naprężeń efektywnych prowadzi w naturalny sposób do oszacowań, drogą pośrednią, stanu uszkodzenia.

2.3.1. Sprężystość sprzężona z uszkodzeniem. Wiemy, że potencjał termodynamiczny, będący funkcją kwadratową odkształceń sprężystych ε^e , jest liniowy względem $(1-D)$. W rezultacie otrzymuje się związek konstytutywny sprężystości

$$(2.37) \quad \sigma = (1-D) a \varepsilon^e.$$

Jeśli rozpatrzmy przypadek sprężystości izotropowej, stosującej się dobrze do metali, to dla zagadnienia jednowymiarowego równanie (2.37) redukuje się do zależności

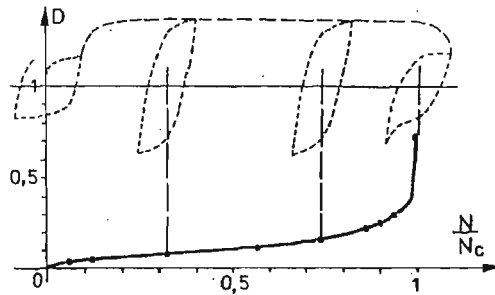
$$(2.38) \quad \sigma = (1-D) E \varepsilon^e,$$

gdzie E oznacza moduł Younga materiału pierwotnego. Przy okazji można sprawdzić podstawową hipotezę dotyczącą naprężeń efektywnych.

Wyrażenie $(1-D)E$ ma sens modułu sprężystości materiału z uszkodzeniami [19]; znając moduł Younga E materiału pierwotnego, każdy pomiar wielkości σ/ε_e pozwala wyznaczyć parametr uszkodzenia z wzoru

$$(2.39) \quad D = 1 - \frac{1}{E} \frac{\sigma}{\varepsilon_e}$$

Przykład podano na rys. 3. Dotyczy on próbki poddanej rozciąganiu i ścisaniu w podwyższonych temperaturach, przy czym cykle odkształceń mają dosyć niską częstotliwość, tak aby uszkodzenia wywołane zmęczeniem i pełzaniem występowały jednocześnie. Ewolucję procesu uszkodzenia opisuje wzór (2.39), w którym wielkość σ/ε_e obliczano na podstawie nachylenia pętli naprężenie-odkształcenie. Na rys. 3 pętle oznaczono linią przerywaną.



Rys. 3. Ewolucja uszkodzenia podczas próby na obciążenia cykliczne. Stal ASI 316, $T = 550^\circ\text{C}$, $\varepsilon = \pm 10^{-2}$

2.3.2. Lepkoplastyczność sprzężona z uszkodzeniem. Dla materiałów bez uszkodzeń jedna z prostych specyfikacji potencjału φ prowadzi do modelu HOFFA-LEMAITRE'A [20] izotropowej lepkoplastyczności. Model ten, dla drugiego stadium pełzania, redukuje się do prawa ODQVISTA [21]; to ostatnie stanowi uogólnienie jednowymiarowego prawa NORTONA [22]

$$(2.40) \quad \dot{\varepsilon}_p = \left(\frac{\sigma}{\lambda} \right)^N,$$

gdzie $\dot{\varepsilon}_p$ oznacza prędkość odkształceń plastycznych, zaś λ i N są współczynnikami charakteryzującymi pełzanie danego materiału.

Podstawowa hipoteza o naprężeniach efektywnych pozwala zapisać następującą zależność dla materiału z uszkodzeniami

$$(2.41) \quad \dot{\varepsilon}_p = \left(\frac{\tilde{\sigma}}{\lambda} \right)^N = \left[\frac{\sigma}{(1-D)\lambda} \right]^N.$$

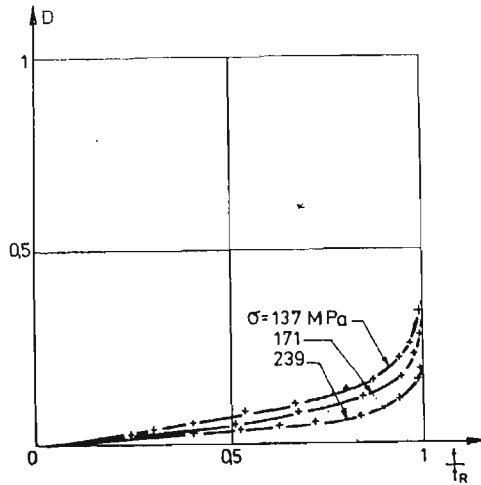
Tutaj też, znając λ i N dla materiału pierwotnego, każdy pomiar wielkości $\dot{\varepsilon}_p$ i σ dla stanów z uszkodzeniami (np. trzeciego stadium pełzania), przy wykorzystaniu zależności

$$(2.42) \quad D = 1 - \frac{\sigma}{\lambda \dot{\varepsilon}_p^{1/N}},$$

pozwała ocenić to uszkodzenie. W przypadku próby pełzania przy stałych naprężeniach zakładając, że w drugim stadium pełzania uszkodzenie jest pomijalne, czyli $\dot{\epsilon}_P^* = \left(\frac{\sigma}{\lambda}\right)^N$, dla trzeciego etapu pełzania mamy

$$(2.43) \quad D = 1 - \left(\frac{\dot{\epsilon}_P^*}{\dot{\epsilon}_P}\right)^{1/N}.$$

Przykład zastosowania tej metody do oceny uszkodzenia przy pełzaniu przedstawiono na rys. 4.



Rys. 4. Ewolucja uszkodzenia w czasie próby cyklicznego pełzania. Stop IN 100, $T = 1000^\circ\text{C}$.

2.4. Modelowanie i identyfikacja. 2.4.1. Model ogólny. Wyposażeni w możliwość przeprowadzenia pośrednich pomiarów uszkodzenia, możemy zaproponować rozsądne równanie ewolucji parametru D

$$(2.44) \quad \dot{D} = -\lambda_D \frac{\partial \varphi}{\partial Y} \left(\sigma, Y, A_P, \frac{\text{grad} T}{T}; \quad \epsilon^e, T, D, \alpha_P \right).$$

Należy zaznaczyć, że pojawia się tu nowa trudność. Aktualnie możliwe pomiary dotyczą zagadnień jednowymiarowych, a obliczać trzeba konstrukcje dwu- i trójwymiarowe. Nawet przy przyjęciu hipotezy uszkodzenia izotropowego, istnieje szerokie pole badań teoretycznych i doświadczalnych. Jednakże można uprościć wyrażenie na funkcję φ , przeprowadzając następujące rozważania:

- rozsprzężenie efektów mechanicznych i termicznych,
- rozsprzężenie efektów lepkoplastyczności i uszkodzenia czyli

$$\varphi = \varphi_{vP}(\sigma, A_P; \epsilon^e, T, D, \alpha_P) + \varphi_D(Y; \epsilon^e, T, D, \alpha_P) + \varphi_{Th} \left(\frac{\text{grad} T}{T}; T, D, \alpha_P \right).$$

- W wyrażeniu na φ_D można zastąpić ϵ^e przez σ , korzystając ze związku fizycznego

sprężystości. Z hipotezy izotropii uszkodzenia wynika ponadto, że funkcja φD zależy od niezmienników skalarnych tensora naprężenia

$$(2.45) \quad \sigma_I = \text{tr} \sigma, \quad \sigma_{II} = \text{tr} S^2,$$

gdzie S oznacza dewiator tensora naprężenia. Podobnie jak i w plastyczności pomijamy wpływ trzeciego niezmiennika tensora naprężenia.

— Oprócz szczególnych przypadków efektów pamięci, takich jak korzystny wpływ przeciążeń na uszkodzenie przy zmęczeniu [23], można pominąć wpływ parametrów wzmocnienia na uszkodzenie.

— Jeśli założymy, że funkcja φ_D jest liniowa względem Y to otrzymujemy następujące równanie ewolucji

$$(2.46) \quad \dot{D} = -\lambda_D \frac{\partial \varphi}{\partial Y} = -\lambda_D \frac{\partial \varphi_D}{\partial Y} = \lambda_D f(\sigma_I, \sigma_{II}, T, D).$$

2.4.2. Pojęcie naprężenia równoważnego przy uszkodzeniu. Obserwacje metalurgiczne upoważniają do stwierdzenia, że naprężenie średnie ma silny wpływ na powstanie i rozwój mikro-pustek

$$(2.47) \quad \sigma_m = \frac{1}{3} \text{tr} \sigma.$$

Natomiast jeśli chodzi o mikroszczeliny, to raczej naprężenie równoważne Misesa $\bar{\sigma}$ odgrywa zasadniczą rolę,

$$(2.48) \quad \bar{\sigma} = \left[\frac{3}{2} \text{tr}(\sigma - \sigma_m \mathbf{1})^2 \right]^{1/2},$$

gdzie $\mathbf{1}$ oznacza tensor jednostkowy. Stąd idea wprowadzenia naprężenia równoważnego σ^* , odpowiadającego powstaniu uszkodzenia, jako kombinacji liniowej wielkości σ_m i $\bar{\sigma}$

$$(2.49) \quad \sigma^* = \langle 3\sigma_m + (1-C)\bar{\sigma} \rangle.$$

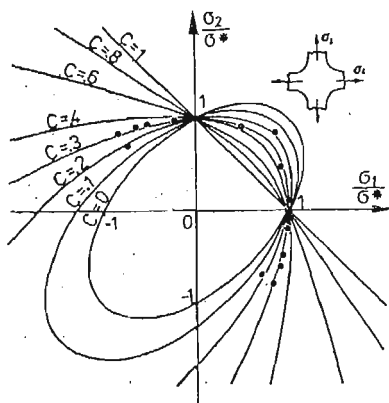
C oznacza współczynnik wrażliwości na tworzenie pustek lub szczelin, który należy zidentyfikować dla każdego materiału. Do rozważań bierzemy jedynie część dodatnią tzn. $\langle x \rangle = x$, jeśli $x > 0$; $\langle x \rangle = 0$ jeśli $x \leq 0$, aby przynajmniej w przybliżeniu spełnić warunki zamykania się mikroszczelin. I wreszcie σ^* dobieramy w ten sposób aby wielkość ta była identyczna z jednowymiarowym naprężeniem przy rozciąganiu. Przedstawione wyrażenie na naprężenie równoważne jest przypadkiem szczególnym, a zarazem znacznie prostszym, wyrażenia zaproponowanego pierwotnie przez BURZYŃSKIEGO [24] w 1928 roku. HAYHURST [25, 26] podjął ten problem na nowo, ale w innej formie.

Na rys. 5 przedstawiono identyfikację współczynnika C ($C \cong 0,25$) na podstawie wyników próby zniszczenia w zakresie pełzania dwuosiowego, zgodnie z rezultatami pracy [25]. Każdy punkt reprezentuje wartości naprężeń σ_1 i σ_2 w momencie zniszczenia, odniesionych do naprężenia równoważnego σ^* .

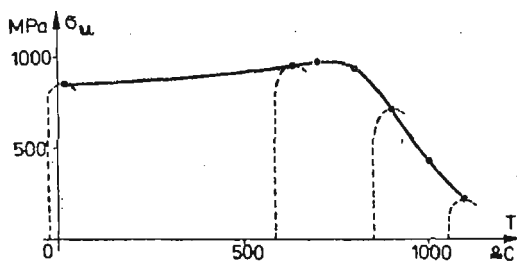
2.4.3. Wpływ temperatury. Bardzo liczne wyniki badań doświadczalnych nad zniszczeniem przy pełzaniu i zmęczeniu pokazują, że efekt temperaturowy można opisać z dobrą dokładnością, wprowadzając pojęcie naprężenia zredukowanego przy pomocy ilorazu [11, 27]

$$(2.50) \quad \frac{\sigma^*}{\sigma_u(T)}$$

We wzorze (2.50) wielkość $\sigma_u(T)$ oznacza naprężenie końcowe, w zakresie zniszczenia statycznego, w zależności od temperatury. Chodzi tutaj o rezultat empiryczny zasługujący na głębsze zbadanie od strony termodynamicznej. Przykład funkcji $\sigma_u(T)$ podano na rys. 6.



Rys. 5. Próba na zniszczenie przy pełzaniu dla stanu dwuosiowego. Stopy ogniotrwałe.



Rys. 6. Ewolucja naprężenia końcowego jako funkcji temperatury. Stop ogniotrwały IN 100.

2.4.4. **Przypadki szczególne.** Uwzględniając koncepcje naprężenia równoważnego i zredukowanego, ogólne równanie ewolucji parametru uszkodzenia sprowadza się do postaci

$$(2.51) \quad \dot{D} = \lambda_D f\left(\frac{\sigma^*}{\sigma_u(T)}, D\right).$$

Wychodząc z tego związku można otrzymać wiele różnych modeli szczegółowych, z których każdy posiada ograniczony zakres stosowalności [28]. Dla przykładu rozpatrzmy dwa modele pełzania i zmęczenia.

Pierwszy z nich to model uszkodzenia w zakresie pełzania, wyprowadzony z modelu KACZANOWA, uwzględniający nieliniową kumulację efektów [29]

$$(2.52) \quad \dot{D}_c = \left[\frac{\sigma^*(C)}{a(1-D)\sigma_u(T)} \right]^r (1-D)^{r-k(\sigma^*)}$$

Model taki scharakteryzowany jest przez pięć parametrów materiałowych: a , σ_u , r , k i C . Można je określić doświadczalnie; przeprowadzając mianowicie próby pełzania aż do zniszczenia, jak o tym wspomniano w podrozdziale 2.3.2. Ponadto należy przeprowadzić

kilka doświadczeń dla przypadku dwuwymiarowego, celem wyznaczenia współczynnika C , por. rys. 5.

Drugi to model opisujący stan uszkodzenia spowodowanego zmęczeniem; również w tym przypadku uwzględniona jest nieliniowość kumulacji efektów, bowiem mamy [30]

$$(2.53) \quad \frac{\delta D_f}{\delta N} = [1 - (1 - D)^{\beta+1}]^\alpha \left[\frac{\Delta \sigma^*}{(1 - D) \sigma_u M(\hat{\sigma}^*)} \right]^\beta.$$

W zależności (2.53) $\frac{\delta D_f}{\delta N}$ jest przyrostem zniszczenia na cykl obciążenia; zaś $\Delta \sigma^*$ i $\hat{\sigma}^*$ oznaczają odpowiednio amplitudę i wartość średnią naprężenia σ^* — również dla cyklu.

Cztery charakterystyczne parametry materiałowe: β , $\alpha \left(\frac{\sigma^*}{\sigma_u} \right)$, $M(\hat{\sigma}^*)$, $\sigma_u(T)$ (oraz współczynnik C) określa się korzystając z próby zmęczeniowej na rozciąganie — ściskanie przy stałej amplitudzie naprężeń, przy przeprowadzeniu pomiaru uszkodzenia.

W przypadku konstrukcji znajdujących się w podwyższonych temperaturach istotną rolę odgrywa wzajemne oddziaływanie pomiędzy zmęczeniem a pełzaniem. Z konstrukcjami tego typu mamy do czynienia w inżynierii reaktorowej, chemicznej oraz w przypadku turbin. Kombinacja obydwu przedstawionych poprzednio modeli szczegółowych pozwala opisać proces uszkodzenia wywołany pełzaniem i zmęczeniem jednocześnie.

Niech więc dla jednego cyklu o okresie Δt zachodzi zależność

$$(2.54) \quad \frac{\delta D}{\delta N} = \int_{\Delta t} \dot{D}_c dt + \frac{\delta D_f}{\delta N}.$$

Równanie (2.54) rozwiązuje się metodą krok po kroku, przy następującym warunku początkowym: $N = 0 \rightarrow D = D_0$ (uszkodzenie początkowe), albo $D = 0$ aż do warunku końcowego: $D = D_c \cong 1 \rightarrow N = N_R$ (zapoczątkowanie szczeliny makroskopowej w rozpatrywanym punkcie).

Zastosowanie tego rodzaju obliczeń w celu przewidywania daje wyniki o współczynniku dokładności ± 2 .

3. Wzrost szczelin

Interesować nas teraz będzie rozwój powstałej szczeliny makroskopowej. Możliwe są dwa podejścia:

a). Podejście lokalne, oparte na mechanice procesu uszkodzenia — takiej, jaką przedstawiono w rozdziale drugim. W tym przypadku należy obliczyć w każdym punkcie parametr uszkodzenia $D(M)$, przy istnieniu szczeliny makroskopowej, która staje się zbiorem punktów M_c tzn. punktów o krytycznej wartości parametru uszkodzenia, równej D_c . Możemy więc napisać

$$(3.1) \quad D(M_c) = D_c \rightarrow M_c \in \text{szczeliny}.$$

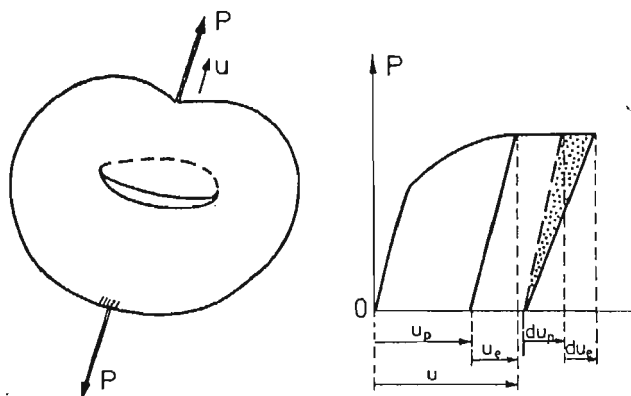
Nasza praca zawiera formalizm właśnie takiej metody. Jednakże realizacja tej metody napotyka na problemy numeryczne, które stanowiąc będą dziedzinę badania przez kilka lat!

b). Inne podejście, określane jako globalne, polega na uogólnieniu pojęć liniowej mechaniki pęknięcia na przypadek nieliniowej lepkoplastyczności. Jak wiadomo, liniową mechanikę pęknięcia stosowano z powodzeniem w badaniu zachowania się szczelin w ośrodkach sprężystych. Właśnie takie podejście przedstawimy obecnie, ale ograniczymy się do obciążeń „prostych” w sensie plastyczności.

3.1. Sformułowanie termodynamiczne. 3.1.1. Zmienne termodynamiczne. Rozpatrzmy ciało trójwymiarowe, sprężyste — lepkoplastyczne w przypadku izotermicznym. Załóżmy, że w ciele istnieje szczelina, której ewolucja zależy tylko od jednego parametru, a mianowicie od powierzchni szczeliny A . Na ciało działa obciążenie jednoparametrowe o parametrze P , zgodne z geometrią szczeliny; np.: może to być szczelina wywołana obciążeniem P . Niech u oznacza przemieszczenie stowarzyszone z P . Zakładamy, że u można przedstawić w postaci sumy przemieszczeń sprężystych u_e i przemieszczeń plastycznych u_p , czyli mamy, por. rys. 7.

$$(3.2) \quad u = u_e + u_p$$

Dla rozpatrywanego ciała można skonstruować termodynamikę, zupełnie podobną do tej jaką dla elementu objętości przedstawiono w podrozdziale 2.2 [31, 32].



Rys. 7. Mechanizm wzrostu szczeliny.

Zmienne stanu termodynamicznego to zmienne obserwowalne: przemieszczenie sprężyste u_e i temperatura T oraz parametry wewnętrzne: powierzchnia A szczeliny i uogólniony parametr wzmocnienia α_p . Zmiennymi stowarzyszonymi są odpowiednio obciążenie P , określona dla całego ciała entropia s , zmienna G oraz dualna zmienna wzmocnienia π . Okazuje się, że G jest prędkością uwalniania energii w sensie GRIFFITH'a. Tablica 2.

3.1.2. Potencjał termodynamiczny. Jako potencjał termodynamiczny można wziąć energię swobodną, tym razem określoną dla całego ciała

$$\psi(u_e, T, A, \alpha_p).$$

Tym samym zmienną G określa zależność

$$(3.3) \quad G = - \frac{\partial \psi}{\partial A}.$$

Tablica 2. Tablica zmiennych termodynamicznych

Zmienne stanu		Zmienne stowarzyszone
Obserwowalne	Wewnętrzne	
u_e		P
T		S
	A	G
	α_p	π_p

Wykażemy, że wielkość G jest równa połowie zmiany energii sprężystej W_e wywołanej przyrostem szczeliny, przy stałym obciążeniu i stałej temperaturze.

Założenie o obciążeniu jednoparametrowym pozwala dokonać rozsprzężenia efektów sprężystych i lepkoplastycznych w wyrażeniu na energię swobodną, czyli mamy

$$(3.4) \quad \psi = \psi_e(u_e, T, A) + \psi_p(\alpha_p, T)$$

Rozpatrując przypadek sprężystości liniowej można wprowadzić sztywność R ciała przy pomocy wzoru

$$(3.5) \quad P = Ru_e$$

i przyjąć następujące wyrażenie za energię swobodną ψ_e

$$(3.6) \quad \psi_e = \frac{1}{2}R(A, T)u_e^2.$$

Wnioskujemy stąd, że

$$(3.7) \quad G = -\frac{\partial \psi}{\partial A} = -\frac{1}{2}u_e^2 \frac{dR}{dA},$$

czyli

$$(3.8) \quad dR = -P \frac{du_e}{u_e^2}, \quad \text{jeśli } P = \text{const.}$$

Ostatecznie otrzymujemy

$$(3.9) \quad G = \frac{1}{2}P \frac{du_e}{dA} = \frac{1}{2} \frac{dW_e}{dA} \Big|_{P, T = \text{const.}}$$

Rezultat ten, dobrze znany w liniowej mechanice pęknięcia pokazuje, że wielkość G , wprowadzona jako zmienna stowarzyszona z powierzchnią szczeliny, jest po prostu prędkością uwalniania energii sprężystej. W ten sposób pojęcie to zostało rozszerzone na przypadek sprężysto — lepkoplastyczności [15].

3.1.3. Potencjał dyssypacji. Nierówność Clausiusa-Duhema, w której ψ wyrażono przez zmienne stanu, przyjmuje postać

$$(3.10) \quad P\dot{u}_p - G\dot{A} - \dot{\alpha}_p \pi \geq 0.$$

W nierówności (3.10) wyrażenie $G\dot{A}$ oznacza energię dyssypowaną w procesie pęknięcia.

Założmy ponadto, że istnieje potencjał dyssypacji φ

$$\varphi(P, G, \pi; u_e, T, A, \alpha_p),$$

tym razem określony dla całego spękanego ciała.

Z potencjału φ otrzymujemy stowarzyszone prawo ewolucji szczeliny

$$(3.11) \quad \dot{A} = \lambda_f \frac{\partial \varphi}{\partial G}.$$

gdzie λ_f jest mnożnikiem skalarnym.

Przedstawione proste wywody opierają się na istotnym założeniu o obciążeniu jedno-parametrowym, z którego wynika, że wzrost szczeliny zależy również tylko od jednego parametru. Rozszerzenie takiego formalizmu na przypadek obciążeń złożonych, których ewolucja zależy od więcej niż jednego parametru, pozostaje problemem otwartym. Chociaż zaproponowano już kilka kryteriów postaciowych [15, 33, 34], to jednak pozostaje do rozwiązania problem zakresu ważności tych kryteriów.

3.2. Modelowanie i Identyfikacja. Rozwój szczelin, spowodowany pełzaniem i zmęczeniem, w metalach poddanych podwyższonym temperaturom, gdzie lepkoplastyczność odgrywa istotną rolę, jest jeszcze dziedziną mało zbadaną, bowiem trudną i to zarówno z punktu widzenia teoretycznego jak doświadczalnego.

Można wybrać taką samą metodologię jak w przypadku uszkodzenia, a mianowicie:

— rozsprzężenie efektów lepkoplastycznych i pęknięcia, czyli

$$(3.12) \quad \varphi = \varphi_{vp}(P, \pi; u_e, T, A, \alpha_p) + \varphi_f(G; u_e, T, A, \alpha_p),$$

— eliminację zmiennych, które mają znikomy wpływ na pęknięcie, czyli

$$(3.13) \quad \dot{A} = \frac{\partial \varphi_f(G, T)}{\partial G} = \lambda_f g(G, T).$$

Następujący przykład pozwala lepiej utrwalić podstawowe idee:

— Model zmęczenia: równanie PARISA [35], zmodyfikowane w pracy [36] celem uwzględnienia częstotliwości f obciążenia

$$(3.14) \quad \frac{\delta A}{\delta N} = C_f G_M^{\eta_f} f^{-b}.$$

G_M oznacza wartość maksymalną wielkości G , osiąganą podczas cyklu obciążenia. C_f , η_f i b są trzema współczynnikami, które należy zidentyfikować dla każdego materiału i dla każdej temperatury na podstawie badań pęknięcia przy dość wysokich częstotliwościach (5 - 10 Hz); np. na próbkach poddanych ścisłaniu-rozciąganiu.

— Model pełzania, skonstruowany w pracy [36]

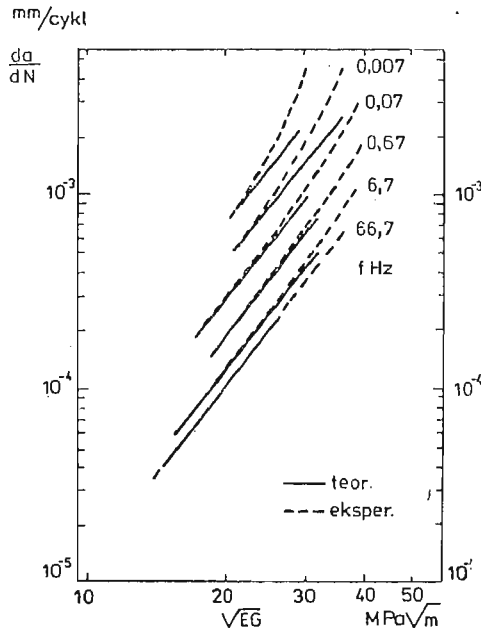
$$(3.15) \quad A = C_c \zeta G^{\eta_c}$$

C_c i η_c oznaczają charakterystyczne dla danego materiału współczynniki, które można otrzymać z próby pęknięcia przy stałym obciążeniu.

Na rys. 8 przedstawiono porównanie wyników teoretycznych z doświadczalnymi, w odniesieniu do przypadku gdy wzajemne oddziaływanie pomiędzy zmęczeniem a peł-

zaniem ma postać wyraźnego wpływu częstotliwości na prędkość wzrostu. W tym przypadku prędkość wzrostu szczeliny oblicza się ze wzoru

$$(3.16) \quad \frac{\delta a}{\delta N} = (\sqrt{EG_M})^{n_f} C'_f f^{-b} + \int_{\text{I okres}} (\sqrt{EG})^{n_c} C'_c dt.$$



Rys. 8. Porównanie badań teoretycznych z doświadczalnymi nad wzrostem szczeliny w przypadku zmęczenia i pełzania. Stop AISI 304, $T = 538^{\circ}\text{C}$.

3.3. Obliczanie wzrostu szczeliny. W zakresie wymienionych hipotez o obciążeniu jednoparametrowym i rozsprzężeniu efektów sprężystych i lepkoplastycznych w wyrażeniu na energię swobodną, zmienną G można wyznaczyć przy pomocy analizy sprężystej, stosując na przykład metodę elementów skończonych. Znając kolejne postacie szczeliny, określonej przez A , wystarczy przeprowadzić obliczenia dotyczące energii sprężystej W_e , odpowiadającej różnym wartościom powierzchni A , przy obciążeniu jednostkowym $P = 1$. Wówczas można wyznaczyć prędkość uwalniania energii zredukowanej G_r [6] metodą interpolacji funkcji $W_e(A)$

$$(3.17) \quad G_r(A) = \frac{1}{2} \frac{dW_e}{dA} (A, P = 1).$$

Ponieważ G jest proporcjonalne do P^2 , więc jeśli obciążenie jest dane jako funkcja czasu w postaci $P(t)$, to G otrzymujemy z zależności

$$(3.18) \quad G(A, t) = G_r(A) \cdot P^2(t).$$

Funkcję tę wystarczy następnie wprowadzić do równania opisującego wzrost szczeliny;

na przykład do modelu uwzględniającego oddziaływanie pomiędzy zmęczeniem a pełzaniem,

$$(3.19) \quad \frac{\delta A}{\delta N} = C_f G_M^m(A, N) f^{-b} + \int_{\Delta t} C_c G(A, t) dt.$$

Równanie (3.19) można rozwiązać metodą krok po kroku dla każdego cyklu o okresie Δt , przy warunku początkowym

$$N = 0 \rightarrow A = A_0, \quad (\text{na przykład } A_0 = 1 \text{ mm}^2).$$

W ten sposób otrzymujemy opis wzrostu szczeliny $A(N)$ aż do warunku kruchego zniszczenia na skutek niestateczności, zdefiniowanego przez zależność

$G = G_c$ — odporność materiału w rozpatrywanej temperaturze.

A oto zbiorcze przedstawienie „życia” konstrukcji aż do zniszczenia

Materiał	Rozpoczynanie się	Wzrost	Zniszczenie
pierwotny	szczeliny	szczeliny	konstrukcji

$$D = 0 \rightsquigarrow D_c = 1, \quad A = A_0 \rightsquigarrow A(t) \rightsquigarrow A \rightarrow \infty, \quad \text{dla } G = G_c$$

Podziękowanie. Autor, J. Lemaître, znający zaledwie kilka słów w języku polskim, pragnie gorąco podziękować swojemu przyjacielowi, Prof. A. Sawczukowi, za inicjatywę napisania tego artykułu oraz J. J. Teledze za przetłumaczenie z języka francuskiego na język polski.

Literatura cytowana w tekście

1. P. GERMAIN, *Cours de Mécanique des Milieux Continus*, Masson, Paris 1973.
2. G. DUVAUT, J. L. LIONS, *Les Inéquations en Mécanique et en Physique*, Dunod, Paris 1972.
3. L. M. KACZANOV, Izv. Akad. Nauk SSSR, Otd. Techn. Nauk, No 8, (1958), 26 - 31.
4. J. LEMAITRE, J. L. CHABOCHE, *Aspects phénoménologiques de la rupture par endommagement*, Journ. de Méc. Appl., 3, 2, (1978).
5. A. A. GRIFFITH, *The phenomena of rupture and flow in solids*, Phil. Trans. of Roy. Soc. London, A221 (1920), 163 - 197.
6. J. LEMAITRE, *Phenomenological approach of crack growth prediction in structures* (ukaze się w Journal of Fatigue in Engineering Materials and Structures, 1981).
7. D. MCLEAN, A. PINEAU, *Grain boundary sliding as correlating concept for fatigue hold times*, Metal Science, (1978), 313 - 316.
8. E. SANCHEZ-PALENCIA, *Non-Homogeneous Media and Vibration Theory*, Springer-Verlag, (1980), Berlin.
9. S. MURAKAMI, N. OHNO, *A continuum theory of creep and creep damage*, Euromech Colloquium 111, Marienbad (1978).
10. J. P. CORDEBOIS, F. SIDOROFF, *Damage induced elastic anisotropy*. Euromech Colloquium 115, Villars de Lans, (1979) (w druku).
11. J. L. CHABOCHE, *Description thermodynamique et phénoménologique de la visco-plasticité cyclique avec endommagement*. Thèse, Université Paris VI, (1978).
12. J. P. BOEHLER, A. SAWCZUK, *On yielding of oriented solids*. Acta Mech., 27 (1977), 185 - 204.
13. F. LECKIE, E. T. ONAT, *Tensorial nature of damage measuring internal variables*, IUTAM Symposium on Physical Non-linearities in Structural Analysis, Senlis, France 1980. Editors: J. Hult and J. Lemaître, Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg (1981).
14. Z. MRÓZ, *On generalized kinematic hardening rule with memory of maximal prestress*, Journ. de Méc. Appl., 3, 5 (1981).

15. J. LEMAITRE, *Extension de la notion de taux d'énergie de fissuration aux problèmes tridimensionnels et non-linéaires*, C. R. Acad. Sci. Paris, **282** (1976), B157.
16. P. PERZYNA, *Thermodynamics of rheological materials with internal changes*, J. de Méc., **10** (1971).
17. Q. S. NGUYEN, *Matériaux élasto-plastiques écrouissables. Lois de comportement et problèmes d'évolution*, Symp. Franco-Polonais, Nice (1974). PWN, Warszawa (1977).
18. J. J. JONAS, B. BAUDELET, *Effect of crack and cavity generation on tensile stability*, Acta Metallurg., **25**, (1977), 43 - 50.
19. J. LEMAITRE, J. P. CORDEBOIS, J. DUFFAILLY, *Sur le couplage endommagement-élasticité*, C. R. Acad. Sci. Paris, **288** (1979), B391.
20. J. LEMAITRE, *Sur la détermination des lois de comportement des matériaux élasto-visco-plastiques*. Thèse, Université Paris XI, (1971).
21. F. K. J. ODQVIST, J. HULT, *Kriechfestigkeit Metallischer Werkstoffe*, Springer-Verlag, Berlin (1962).
22. F. H. NORTON, *Creep of Steel at High Temperatures*, Mc Graw-Hill Comp., (1929).
23. P. RAINE, *Sur l'endommagement de fatigue et les effets bénéfiques de l'écroutissage dans l'acier 316 à température ambiante. Thèse de 3-ème cycle*, Université Paris VI-Enset, (1980).
24. M. ŻYCZKOWSKI, *Obciążenia złożone w Teorii Plastyczności*, PWN, Warszawa (1973).
25. D. R. HAYHURST, *Creep rupture under multiaxial state of stress*, J. Mech. Phys. Sol., **6**, **20** (1972).
26. K. DANG VAN, *Sur la résistance à la fatigue des métaux*, Sc. et Techn. de l'Armement, **3**, **47** (1973).
27. M. CHRZANOWSKI, *Use of the damage concept in describing creep-fatigue interaction under prescribed stress*, Int. J. Mech. Sci., **18** (1976).
28. E. KREMPL, *Workshop on a continuum mechanics approach to damage and life prediction*. National Science Foundation Engineering Division, 1980.
29. J. LEMAITRE, J. L. CHABOCHE, *A non-linear model of creep fatigue damage cumulation and interaction*. Symposium IUTAM „Mechanics of Viscoelastic Media and Bodies”, Göteborg, Springer-Verlag, Berlin (1974).
30. J. L. CHABOCHE, *Une lois différentielle d'edommagement de fatigue avec cumulation non-linéaire*, Rev Franç. de Méc., No 50 - 51, (1974), T.P. ONERA 1975-5.
31. J. LEMAITRE, *Aspect phénoménologique de la rupture par fissuration*. Séminaire de Mécanique, Université Paris VI, (1978).
32. Q. S. NGUYEN, *Normal dissipativity and energy criteria in fracture*; w: „IUTAM Symp. on Variational Methods in the Mechanics of Solids”, edited by Nemat-Nasser, Pergamon Press, Oxford—New York (1980).
33. G. SIF, *Strain energy density factor applied to mixed mode crack problems*, Int. Fracture. T.R. Lehigh University, (1972).
34. R. LABOURDETTE, J. PELLAS, *A new approach to the problem of three-dimensional crack growth*, Int. J. Fract., **14**, (1978).
35. J. MASOUNAVE, J. P. BAILON, J. J. DICKSON, *Les lois de fissuration par fatigue*; w: „La Fatigue des Matériaux et des Structures”, C. Bathias, J. P. Bailon, E. D. Maloine (redaktorzy), (1980).
36. J. Y. GUINEMER, *Etude phénoménologique de la propagation des fissure de fatigue dans les métaux à chaud*, Thèse de 3ème cycle, Université Paris VI- Enset, (1980).

Р е з ю м е!

РАЗРУШЕНИЕ ПРИ УСЛОВИЯХ ПОЛЗУЧЕСТИ

Расчеты прогнози сооружений на разрушение в общем проводится в двух этапах: порождение щелей и их распространение.

В первой части работы рассматривается теоретическая задача механики разрушения основанной на идеи эффективных напряжений. При помощи термодинамики необратимых процессов вводится непрерывный параметр разрушения приходя к эволюционным уравнениям и к сопряжению деформации с разрушением. Это сопряжение используется до посредственных измерений разрушения при ползучести и в последствии способствует идентифицированию модели эволюции.

Во второй части предлагается обобщения понятия скорости освобождения энергии, известного с линейной механики разрушения, на нелинейные задачи вязкопластичности. Также и в этом случае термодинамические исследования ведут к модели описующей возраст щели за счет усталости и разрушения с включением их взаимодействия.

Summary

FRACTURE IN CREEP CONDITIONS

Determination of structure resistance to fracture generally takes place in two stages: initiation of cracks and their propagation. In the first part of the paper we develop the mechanical theory of fracture, based upon the notion of effective stress. Using the thermodynamics of irreversible processes, a continuous variable of fracture-deformation coupling. This coupling enables to develop indirect measurements of creep and fatigue fracture, and hence to identify the models of evolution.

In the second part we present a generalization of the notion of the rate of energy release, well-known in the linear fracture mechanics, to problems of nonlinear viscoplasticity. Also in this case thermodynamical considerations lead to models of a crack growth due to fatigue and fracture, the interaction being taken into account.

Praca została złożona w Redakcji dnia 29 października 1981 roku.
