

PEWIEN MODEL MECHANICZNY KRĘGOSŁUPA ŁĘDŹWIOWO-KRZYŻOWEGO CZŁOWIEKA

MAREK DIETRICH

Politechnika Warszawska

PAWEŁ KUROWSKI

Politechnika Warszawska

1. Wstęp

Wzrastająca liczba chorych z bólowymi zespołami kręgosłupa lędźwiowo-krzyżowego stanowi poważny problem społeczny i leczniczy.

Jedną z najczęstszych przyczyn zespołów bólowych są różnego rodzaju zmiany patologiczne tego odcinka kręgosłupa, wpływające na jego własności mechaniczne. Groźnym schorzeniem występującym u ok. 5% populacji rasy białej jest pęknięcie łuków dolnych kręgów lędźwiowych (bądź ich bardzo duże deformacje), mogące prowadzić do poważnych konsekwencji neurologicznych.

Obserwacje kliniczne dają podstawę do przypuszczeń, że pęknięcia te są spowodowane czynnikami natury mechanicznej, a więc głównie obciążeniami tego odcinka kręgosłupa i naprężeniami w jego elementach, mającymi charakter zmęczeniowy.

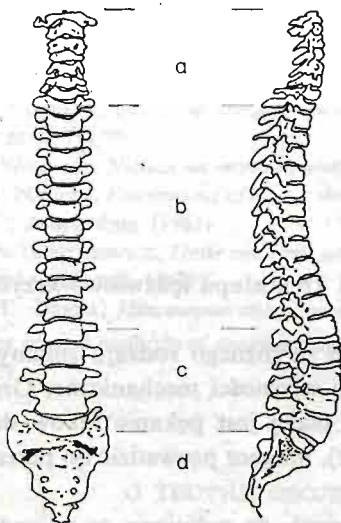
Natura pęknięć łuków dolnych kręgów lędźwiowych nie jest dostatecznie wyjaśniona. Pewne znane w medycynie hipotezy traktują obciążenia mechaniczne jako podstawowe czynniki powodujące uszkodzenia kręgosłupa, inne jako czynniki równoważne czynnikom biologicznym, jeszcze inne jako czynniki drugorzędne.

Celem tej pracy jest odpowiedź na pytanie, czy pęknięcia łuków dolnych kręgów lędźwiowych mogą być wywołane czynnikami natury mechanicznej, a także analiza czynników mechanicznych, które mogą wpływać na uszkodzenia tej części kręgosłupa. Jeśli bowiem rozkład obciążeń i naprężeń, przede wszystkim w kręgach, będzie przynajmniej jakościowo odpowiadał stwierdzanym klinicznie postaciom uszkodzeń, to świadczyć to będzie, że nie można wyeliminować czynników natury mechanicznej jako istotnych przyczyn tych uszkodzeń. W przeciwnym przypadku trzeba będzie uznać wpływ czynników mechanicznych za mało istotny.

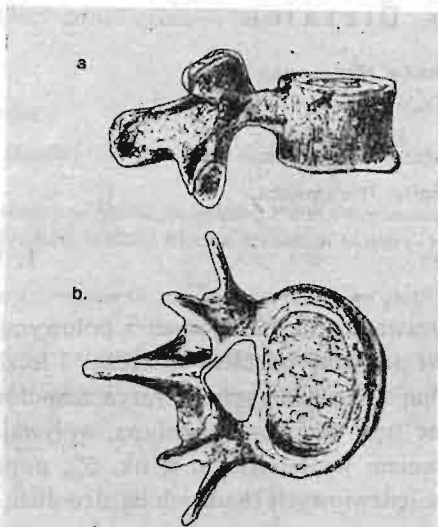
Ze względu na ograniczoną dostępność badań bezpośrednich a także niebezpieczeństwa związane z ich stosowaniem, jedynym sposobem umożliwiającym realizację postawionego celu pracy jest zbudowanie odpowiedniego modelu kręgosłupa i przeprowadzenie badań modelu.

2. Model mechaniczny kręgosłupa lędźwiowo-krzyżowego

Kręgosłup człowieka składa się z 33 - 34 kręgów, spośród których górne 24 są połączone ze sobą w sposób umożliwiający wzajemne przemieszczenia sąsiednich kręgów. Na te 24 ruchome kręgi połączone krążkami międzykręgowymi, stawami międzykręgowymi oraz systemem mięśni i więzadeł składają się: siedem kręgów szyjnych C_1, \dots, C_7 , dwanaście piersiowych Th_1, \dots, Th_{12} oraz pięć kręgów lędźwiowych L_1, \dots, L_5 . Krąg L_5 jest połączony z kością krzyżową powstałą ze zrośnięcia się pięciu kręgów krzyżowych S_1, \dots, S_5 i wchodzącą w skład miednicy (rys. 1).



Rys. 1 Kręgosłup człowieka widziany od przodu i z prawej strony; zaznaczony podział na część szyjną — *a*, piersiową — *b*, lędźwiową — *c* oraz kość krzyżową wraz z kością guziczną — *d*.



Rys. 2 Prawidłowy krąg lędźwiowy; *a* — widok z prawej strony
b — widok z góry.

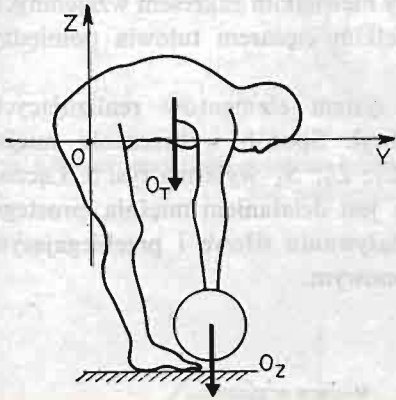
Każde dwa sąsiednie kręgi posiadające możliwość wzajemnych przemieszczeń, tworzą wraz z łączącymi je elementami tzw. segment ruchowy. Właściwy zakres tym przemieszczeniom zapewnia aparat więzadłowy i system krótkich mięśni międzykręgowych.

Mięśnie przy pomocy których realizowane są ruchy kręgosłupa, można zgrubnie podzielić na dwie antagonistyczne grupy: mięśnie grzbietu wśród których najważniejszym jest prostownik grzbietu i mięśnie przedniej ściany brzucha.

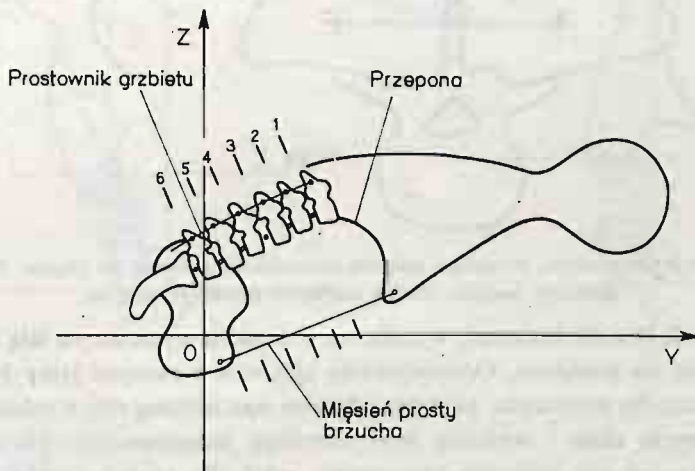
Odcinek lędźwiowy kręgosłupa składa się z 5 kręgów o zbliżonym kształcie (rys. 2). Budowa wyrostków stawowych sprawia, że możliwe są tu duże wzajemne przemieszczenia kątowe w płaszczyźnie strzałkowej (do kilkunastu stopni), zaś w pozostałych płaszczyznach są one ograniczone do kilku stopni.

Schorzenia kręgosłupa lędźwiowo-krzyżowego, w szczególności wspomniane już pęknięcia łuków kręgowych w obszarach węzin łuku (tzw. kręgoszczelina), występują w różnych grupach wiekowych i zawodowych, zarówno wśród sportowców jak i osób

prowadzących siedzący tryb życia. Wśród czynności ruchowych można wskazać takie, które wiążą się ze szczególnie dużym zagrożeniem wystąpienia kręgoszczeliny, a więc np. wiosłowanie, bieg przez płotki itp. Weryfikując jednak hipotezę o mechanicznej naturze pęknięć należy ze względu na powszechność zjawiska, przeanalizować obciążenia kręgów lędźwiowych występujące podczas normalnej aktywności ruchowej. Spośród czynności składających się na taką aktywność należy z kolei wybrać takie, po których można spodziewać się wystąpienia dużych obciążeń kręgosłupa lędźwiowo-krzyżowego. Codzienne doświadczenie uczy nas, że czynnością taką jest np. dźwiganie rękami ciężaru w pozycji skłonu do przodu (rys. 3).



Rys. 3 Dźwiganie ciężaru w pozycji skłonu do przodu;
 Q_T — ciężar ciała powyżej kręgosłupa lędźwiowego
 Q_Z — ciężar dźwigany w rękach.



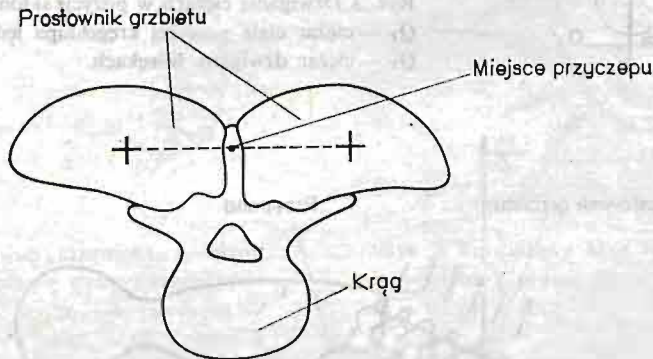
Rys. 4 Model mechaniczny kręgosłupa lędźwiowo-krzyżowego.

Zasadniczą rolę w dźwiganiu ciężaru pełnią mięśnie obręczy barkowej i kończyn górnych, prostownik grzbietu, mięśnie brzucha, przepona oraz mięśnie utrzymujące w odpowiedniej pozycji miednicę i kończyny dolne. Model mechaniczny kręgosłupa lędźwiowo-krzyżowego służący do znalezienia obciążeń działających na kręgi w głębokim skłonie ciała do przodu i w innych pozycjach, celem przeprowadzenia porównań, musi uwzględniać prostownik grzbietu i mięśnie brzucha tj. główne grupy mięśniowe utrzymu-

jące ciało w równowadze w płaszczyźnie strzałkowej, a także efekt działania tłoczni brzusznej.

Ograniczenie rozważań do analizy czynności podczas których ciało pozostaje symetryczne względem płaszczyzny strzałkowej, pozwala zastąpić odcinek lędźwiowo-krzyżowy płaskim układem mechanicznym. Proponowany układ mechaniczny składa się z 7 brył sztywnych: części ciała powyżej krążka międzykręgowego Th_{12}/L_1 i przepony, pięciu kręgów lędźwiowych oraz miednicy podpartej przez kończyny dolne (rys. 4). Wszystkie bryły są szeregowo połączone przez nieodkształcalne przeguby w miejscach odpowiadających położeniu jąder miażdżystych (wewnętrzna część krążka międzykręgowego). Podział kręgosłupa w powyższy sposób jest uzasadniony niewielkim zakresem wzajemnych przemieszczeń kręgów w odcinku piersiowym, niewielkim ciężarem tułowia pomiędzy kręgami Th_{12} i S_1 i dużą sztywnością miednicy.

Prostownikowi grzbietu odpowiada w modelu system elementów realizujących oddziaływanie siłowe łączących wszystkie siedem brył. Sposób wyznaczania miejsc przyczepu prostownika grzbietu do kręgów $Th_{1,2}$, L_1 , L_3 , S_1 wyjaśnia rys. 5. Łączne działanie mięśni przedniej ściany brzucha zastąpione jest działaniem mięśnia prostego brzucha, imitowanego elementem realizującym oddziaływanie siłowe i przebiegającym pomiędzy wyrostkiem mieczykowatym a spojeniem łonowym.



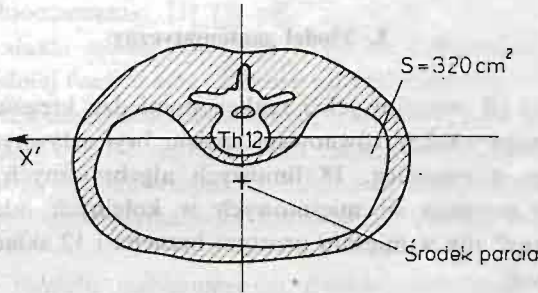
Rys. 5 Sposób znalezienia miejsc przyczepu mięśnia prostownika grzbietu do kręgów $Th_{1,2}$, L_1 , L_3 , S_1 . Krzyżyk oznacza środek ciężkości przekroju mięśnia.

Efekt działania tłoczni brzusznej wyraża się w modelu wypadkową siłą ciśnienia brzuszno działającą na przeponę. Oddziaływanie ciśnienia wewnątrz jamy brzucha na pozostałe ściany brzucha pominięto, gdyż nie odgrywa ono istotnej roli w odciążeniu kręgów.

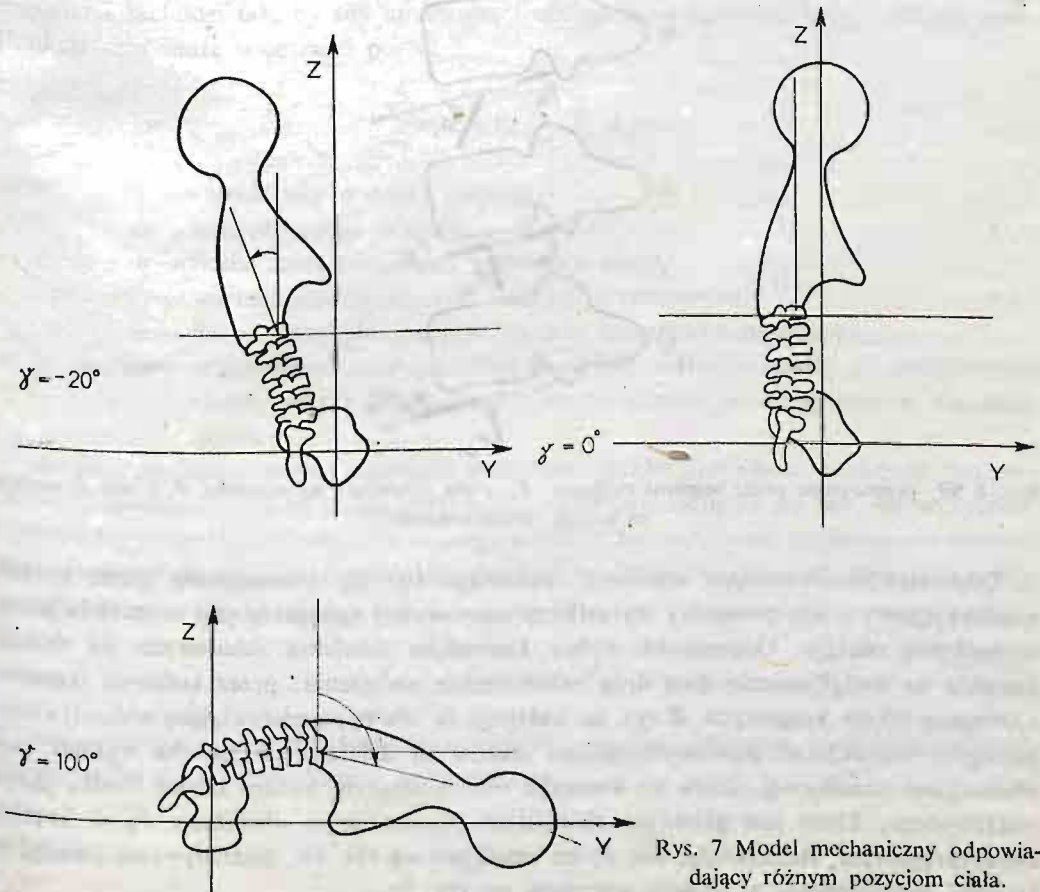
Przyjęta pozycja ciała i wymiary brył określają jednoznacznie kierunki działania sił mięśniowych oraz siły ciśnienia brzuszno, gdyż siła ta jest przyłożona w środku ciężkości rzutu przepony na poziomy przekrój tułowia (rys. 6) i działa równoległe do siły w mięśniu prostym brzucha. Sposób określenia kierunku wypadkowej siły ciśnienia brzuszno wynika z tego, że w analizowanych dalej pozycjach ciała, przepona zajmuje położenia, w których płaszczyzna rzutu przepony na część ciała powyżej kręgu L_1 przecina kierunek działania mięśnia prostego brzucha pod kątem zbliżonym do prostego.

Obciążenia kręgów lędźwiowych pochodzą od ciężaru własnego tułowia Q_T powyżej kręgu L_1 i ciężaru dźwiganego w rękach Q_Z . Punkty przyłożenia sił Q_T i Q_Z wyznaczone

zostały na podstawie pomiarów ciała. Wartość siły Q_r znaleziono na podstawie pracy [9]. Wymiary elementów modelu mechanicznego oraz jego konfigurację ustalono na podstawie zdjęć rentgenowskich i fotograficznych obejmujących pozycje ciała od skłonu do tyłu do głębokiego skłonu do przodu.



Rys. 6 Sposób znalezienia położenia środka parcia ciśnienia wewnątrzbrzuszego na przepone; S — pole rzutu przepony na płaszczyznę przekroju.



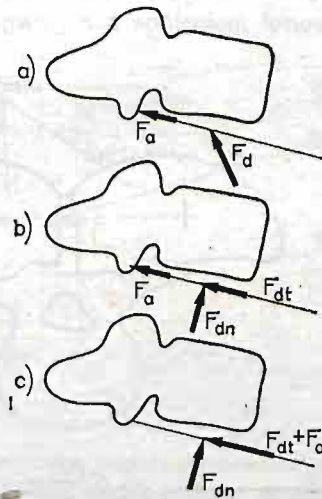
Rys. 7 Model mechaniczny odpowiadający różnym pozycjom ciała.

Pozycje ciała będą określane dalej poprzez kąt γ odchylenia górnej części tułowia od pionu (rys. 7). Pozycje w zakresie $\gamma = -20^\circ$ do $\gamma = 100^\circ$ wyznaczone zostały empirycznie, pozycje spoza tego zakresu zostały wytworzone sztucznie i wyniki ich analizy będą miały jedynie znaczenie poglądowe.

3. Model matematyczny

Znalezienie wartości sił mięśniowych i reakcji pomiędzy kręgami w modelu mechanicznym z rys. 4 wymaga analizy równowagi sześciu brył sztywnych względem układu odniesienia związanego z miednicą. 18 liniowych algebraicznych równań równowagi zawiera 6 nieznanymi wartości sił mięśniowych w kolejnych odcinkach prostownika grzbietu nieznaną wartość siły w mięśniu prostym brzucha i 12 składowych 6 nieznanymi reakcji międzykręgowych.

Łącznie mamy więc 19 niewiadomych, a jeśli za niewiadomą przyjmie się wartość siły ciśnienia wewnątrzbrzusznego, to ich liczba wzrośnie do 20.



Rys. 8 Siły przenoszone przez segment ruchowy: F_a — siła działająca na wyrostki, F_d — siła działająca na krążek międzykręgowy.

Oddziaływanie wewnątrz segmentu ruchowego (tj. siły przenoszone przez krążek międzykręgowy i siły pomiędzy wyrostkami stawowymi) zastąpione jest w modelu jedną wypadkową reakcją. Odpowiedni wybór kierunków działania składowych tej reakcji pozwala na uwzględnienie dwu dróg przenoszenia obciążenia: przez kolumnę trzonów i kolumnę łuków kręgowych. Z rys. 8a widzimy, że siła F_a przedstawiająca oddziaływanie pomiędzy wyrostkami stawowymi (suma rzutów sił działających na oba wyrostki na płaszczyznę strzałkową) działa na kierunku przechodzącym bardzo blisko środka jądra miazdżystego, które jest głównym elementem przenoszącym obciążenie F_d w krążku międzykręgowym. Rozkładając siłę F_d na składowe wg rys. 8b, oddziaływanie pomiędzy kręgami przedstawimy w sposób pokazany na rys. 8c.

Wyznaczenie wartości sił mięśniowych i reakcji międzykręgowych na podstawie 18 równań równowagi z 19 lub 20 niewiadomymi wymaga dodatkowych założeń. W tej pracy przyjmujemy założenie, że mięśnie są sterowane przez system nerwowy w sposób optymalny. Założenie takie, wynikające z istnienia ogólnej celowości budowy i funkcjonowania organizmów żywych, przyjmowali również inni autorzy budujący modele matematyczne z zakresu biomechaniki [1] [3] [6].

Optymalizacja działania mięśni człowieka wiąże się z dążeniem do nadania wartości ekstremalnej odpowiedniej funkcji celu, zależnej od realizowanego kryterium optymalnego sterowania. Dlatego też zbudowanie modelu optymalizacyjnego wymaga przyjęcia kryteriów optymalnego sterowania i zdefiniowania funkcji celu. Ze względu na brak metod pozwalających na pomiary sił we wszystkich mięśniach biorących udział w wykonywanej czynności, wybór kryterium optymalnego sterowania i funkcji celu musi być wyborem arbitralnym.

Uwzględnienie w modelu mechanicznym dwóch tylko grup mięśniowych ułatwia wybór kryterium optymalnego sterowania i definicję funkcji celu. Są to bowiem duże mięśnie, stosunkowo łatwe do obserwacji, m.in. dlatego, że ich działanie (i jego skutki np. zmęczenie) można sobie uświadomić.

Modelując czynność, w której bierze udział kręgosłup sądzić można, że sterowanie mięśniami zachodzi tak, by siły mięśniowe i obciążenia kręgosłupa były możliwie małe. Funkcja celu może więc mieć postać:

$$k_1 \sum_{i=1}^n v_i x_i + k_2 \sum_{j=1}^m F_j = \min, \quad (1)$$

gdzie: x_i — wartość siły w i -tym mięśniu
 v_i — objętość i -tego mięśnia
 n — liczba uwzględnionych w modelu mięśni
 F_j — wartość reakcji w j -tym segmencie ruchowym
 m — liczba uwzględnionych w modelu segmentów ruchowych
 k_1, k_2 — współczynniki uwzględniające wpływ wielkości sumy sił mięśniowych i sumy reakcji międzykręgowych na uciążliwość danej pozycji dla organizmu.

Analizie poddane zostaną czynności z zakresu zwykłej aktywności ruchowej, możemy się więc spodziewać, że w takim przypadku sterowanie odbywa się tak, by wykonanie czynności wymagało możliwie najmniejszego wysiłku (sterowanie nie ma tu na celu ochrony kręgosłupa) wiążącego się bezpośrednio z siłami mięśniowymi. Funkcję celu można więc przedstawić w postaci:

$$\sum_{i=1}^n v_i x_i = \min. \quad (2)$$

Zaproponowany model mechaniczny uwzględnia mięśnie zbliżone wielkością i dlatego funkcje celu wyrazimy w jeszcze prostszej postaci:

$$A = \sum_{i=1}^n x_i = \min. \quad (3)$$

Jest oczywiście możliwe rozwiązanie zagadnienia optymalizacyjnego przy bardziej złożonej funkcji celu. Wydaje się jednak, że nie znając prawdziwego kryterium, celowe jest stosowanie funkcji sensownej a możliwie prostej.

Siły mięśniowe nie mogą przyjmować wartości ujemnych, a krążki międzykręgowy nie powinny być rozciągane (groziłoby to ich zniszczeniem), i dlatego przyjmujemy następujące ograniczenia nierównościowe:

$$x_i \geq 0 \quad i \quad F_{dnj} \geq 0 \quad (4)$$

gdzie F_{dnj} ($j = 1, \dots, 6$) oznaczają składowe normalne reakcji międzykręgowych w sześciu segmentach ruchowych.

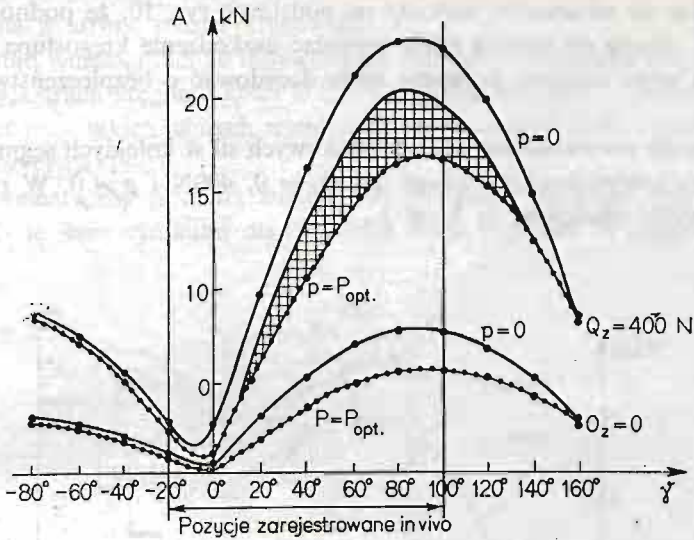
Model matematyczny opisujący równowagę układu mechanicznego składa się więc z 18 liniowych algebraicznych równań równowagi z 19 lub 20 niewiadomymi, liniowej funkcji celu (3) i warunków nierównościowych (4). Jest to zagadnienie z zakresu programowania liniowego, łatwe do rozwiązania przy użyciu standardowych metod, np. metody simpleksów.

4. Analiza modelu matematycznego

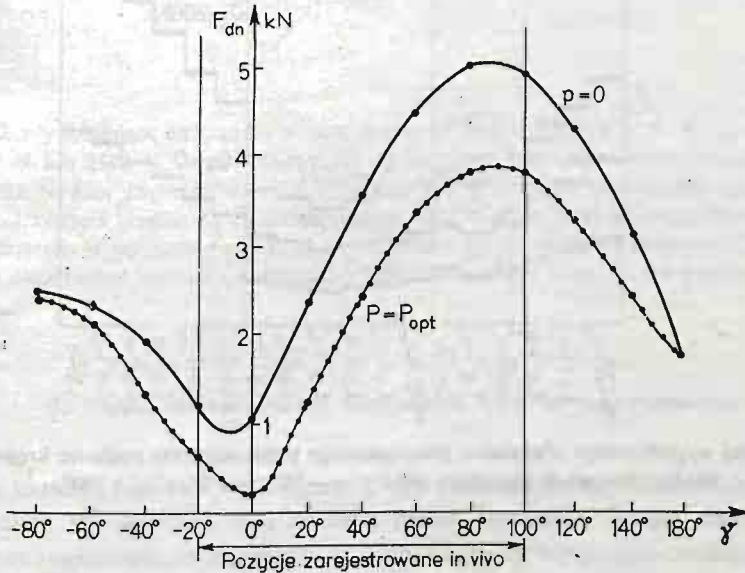
Model matematyczny będziemy badać w dwóch wariantach: Pierwszy pozwala na znalezienie optymalnego rozwiązania łącznie z optymalną wartością siły ciśnienia wewnątrzbrzusznego. W przypadku wysokiego obciążenia zewnętrznego (np. duży ciężar dźwigany w rękach) może jednak się okazać, że optymalna wartość ciśnienia jest za wysoka w stosunku do możliwości organizmu i rozwiązania zagadnienia optymalizacyjnego nie będzie można odnieść do rzeczywistego kręgosłupa.

W przypadku dużego obciążenia zewnętrznego spodziewać się można, że rzeczywiste (możliwe do wytworzenia) ciśnienie wewnątrzbrzuszne przyjmie maksymalną możliwą wartość. Przypadek ten, a również przypadek np. braku ciśnienia wewnątrzbrzusznego będziemy modelować modelem w wariacie 2, gdzie wartość ciśnienia brzuszego jest parametrem, przybierającym różne dane wartości. Wariant ten wymaga wykonywania obliczeń dla każdej z danych wartości ciśnień, i pozwala znaleźć ciśnienie najlepsze, możliwe do realizacji w naturze wtedy, gdy wytworzenie ciśnienia o optymalnej (ze względu na minimalizację funkcji celu 3) wartości nie jest możliwe.

Rys. 9 przedstawia wyznaczone wartości funkcji celu w zależności od pozycji ciała w dwóch przypadkach: dźwiganie ciężaru $Q_z = 400\text{N}$ i bez obciążenia rąk. Dla obu wartości Q_z linia górna odpowiada ciśnieniu brzuszemu równemu 0 (wariant 2, $p = 0$), linia „kropkowana” — ciśnieniu optymalnemu dla danej pozycji i obciążenia rąk (wariant 1, $p = p_{opt}$). Uwzględniając wyniki badań doświadczalnych, które nie wykazują ciśnień wewnątrzbrzusznych wyższych od ok. 0.03 MPa [5], rys. 9 zawiera jeszcze krzywą ograniczającą od góry pole zakreskowane (dla $Q_z = 400\text{N}$). Krzywa ta przedstawia wartości funkcji celu z uwzględnieniem warunku wg którego nie jest możliwe wytworzenie ciśnienia wyższego od 0.024 MPa (wariant 2, $p \leq 0.024\text{ MPa}$). Przyjęta wartość ciśnienia 0.024 MPa wydaje się odpowiadać wartości możliwej do wytworzenia przez sprawnego fizycznie człowieka. W przypadku braku obciążenia rąk ($Q_z = 0$) nie ma potrzeby wytworzenia ciśnienia wyższego od 0.024 MPa, stąd dla $Q_z = 0$ brak jest na rys. 9 pola zakreskowanego.



Rys. 9. Wartość funkcji celu Z w zależności od pozycji ciała, obciążenia zewnętrznego i ciśnienia wewnątrz jamy brzusznej.

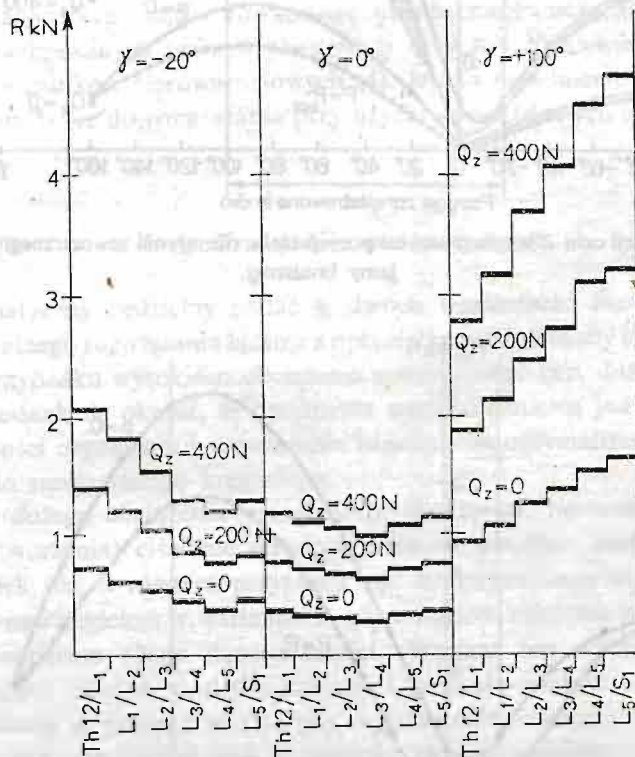


Rys. 10. Wartość siły normalnej F_{dn} (wg rys. 8) w segmencie ruchowym L_5/S_1 , dla różnych pozycji ciała podczas dźwigania ciężaru $Q_z = 400\text{N}$ (znaczenie linii „kropkowanej” — jak na rys. 9).

Rys. 10 przedstawia zależność siły normalnej F_{dn} przenoszonej przez segment ruchowy L_5/S_1 od przyjętej pozycji ciała dla $Q_z = 400\text{N}$ w dwóch przypadkach: braku ciśnienia wewnątrzbrzuszego i przy ciśnieniu o wartości optymalnej, możliwej do wytworzenia w naturze ($p \leq 0.024\text{ MPa}$). Wg [8] wytrzymałość trzonu kręgu lędźwiowego na ściskanie wynosi ok. 6500N i wykazuje wysoką zmienność w zależności od wieku, stopnia osteo-

poroży itp. Mając to na uwadze widzimy na podstawie rys. 10, że podnoszenie ciężaru 400N w pozycji skłonu do przodu może wywołać uszkodzenie kręgosłupa lędźwiowego, a odciążenie go przez ciśnienie brzuszne może decydować o bezpieczeństwie wykonania tej czynności.

Rys. 11 pozwala porównać wartości wypadkowych sił w kolejnych segmentach ruchomych kręgosłupa lędźwiowo-krzyżowego dla $Q_z = 0, 400\text{N}$ i $p = 0$. W pozycji skłonu do przodu najwyżżej obciążone są kręgi L_4 i L_5 .



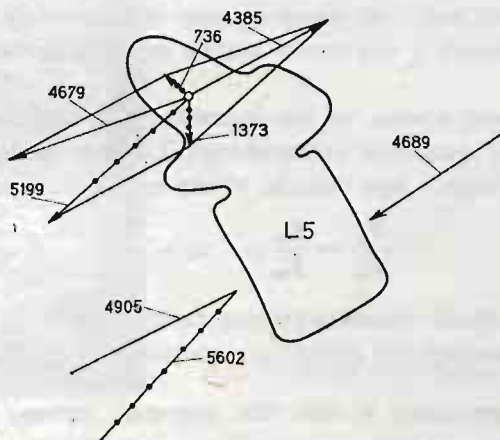
Rys. 11 Wartości wypadkowego obciążenia przenoszonego przez segmenty ruchome kręgosłupa lędźwiowo-krzyżowego w pozycjach ciała $\gamma = -20^\circ$, $\gamma = 0^\circ$, $\gamma = +100^\circ$.

Rys. 12 przedstawia obciążenie kręgu L_5 w pozycji $\gamma = 80^\circ$, $Q_z = 400\text{N}$ i $p = 0$. Widzimy, że niewielka (rzędu 1 cm) zmiana miejsca przyczepu mięśnia prostownika grzbietu do kości krzyżowej spowodowana np. innymi wymiarami kości krzyżowej lub inną objętością mięśnia (lub zmianą względnego położenia kręgów L_5 i S_1), wywołująca zmianę kierunku działania siły w mięśniu prostowniku grzbietu pomiędzy kręgami L_5 i S_1 , wywołuje zasadniczą zmianę kierunku działania wypadkowej siły obciążającej łuk kręgu L_5 . W przypadku dużego kręgu S_1 wypadkowa ta działa ku tyłowi kręgu, w przy-

padku wymiarów mniejszych, znalezionych na podstawie radiogramów, wypadkowa siła jest skierowana w stronę trzonu kręgowego.

Możemy stąd wnioskować, że indywidualne różnice w przebiegu krzywizn kręgosłupa i różnice w wymiarach kręgów i kości krzyżowej mogą stanowić o różnych obciążeniach kręgów, nawet przy takich samych wymiarach zewnętrznych ciała, obciążeniach i przyjmowanych pozycjach.

Model matematyczny pozwala znaleźć siły działające na kręgi lędźwiowe, możemy więc posłużyć się jego wynikami dla zbadania stanu naprężeń w kręgach lędźwiowych.



Rys. 12 Siły działające na krąg L_5 w pozycji $\gamma = 80^\circ$, $Q_z = 400\text{N}$, $p = 0$. $F_{L_4/L_5} = 4689\text{N}$, $F_{L_5/S_1} = 4905\text{ N}$ lub 5602 N — wypadkowe siły przenoszone przez segmenty ruchowe, L_4/L_5 i L_5/S_1 , $F_{PGL_4/L_5} = 4385\text{ N}$, $F_{PGL_5/S_1} = 4679\text{N}$ lub 5199N — siły w mięśniu prostownika grzbietu pomiędzy wyrostkami kolczystymi kręgów L_4 i L_5 oraz kręgów L_5 i S_1 . Siła 736N jest wypadkowym obciążeniem wyrostka kolczystego w przypadku gdy krąg S_1 jest równy co do wielkości kręgowi L_5 . Siła 1373N jest wypadkowym obciążeniem wyrostka kolczystego w przypadku, gdy krąg S_1 ma wymiary mniejsze.

5. Model elastoptyczny kręgosłupa lędźwiowo-krzyżowego

Złożony kształt i budowa wewnętrzna kręgu praktycznie uniemożliwiają pełną analizę stanu naprężeń. Po realizacji celu naszych badań wystarczy jednak znalezienie miejsc o najwyższym zagrożeniu zniszczeniem, tj. tych, które wg hipotezy o mechanicznej naturze procesów prowadzących do kręgoszczeliny powinny podlegać procesom patologicznym.

Spośród pięciu kręgów lędźwiowych, do analizy stanu naprężeń wybierzemy krąg L_4 w którym, obok kręgu L_5 , notuje się pęknięcie łuku kręgowego. Miejsca zagrożone zniszczeniem znajdziemy stosując elastoptyczne metody zamrażania naprężeń, połączone z próbami zniszczeniowymi modeli.

Wnioskowanie o stanie naprężeń w rzeczywistym kręgu na podstawie wyników eksperymentów elastoptycznych wymaga zachowania podobieństwa pomiędzy stanem na-

prężen w modelu i w rzeczywistym kręgu. Krąg złożony jest z kości gąbczastej i korowej o różniących się własnościach mechanicznych. Uwzględnienie tych cech w modelu byłoby bardzo trudne, a co ważniejsze mogłoby uniemożliwić analizę efektów elastooptycznych. Różne własności mechaniczne materiału z reguły pozostają w związku z różną czułością elastooptyczną i rozszerzalnością cieplną. Niejednorodny materiał mógłby uniemożliwić usunięcie naprężeń własnych i związanych z nimi efektów optycznych. Z tego względu w badaniach stosujemy jednorodny materiał modelu elastooptycznego. Wymiary modelu zachowujemy identyczne z wymiarami rzeczywistego kręgu.

Stan naprężeń w kręgu zależy od działających na niego sił P , wymiarów liniowych l i kątowych α , sztywności materiału kręgu opisanej w najprostszy sposób modułem sprężystości E i liczbą Poissona ν , sztywności krążka międzykręgowego i chrząstek międzystawowych S .

Z analizy wymiarowej wynika, że dla zapewnienia podobieństwa modelowego, przy założeniu identyczności geometrii rzeczywistego kręgu i modelu oraz geometrycznie podobnym obciążeniu kręgu i jego modelu, należy spełnić następujące warunki:

$$\frac{S_0}{S_m} = \frac{E_0}{E_m}; \quad \nu_0 = \nu_m, \quad (5)$$

gdzie „0” oznacza wielkość charakteryzującą rzeczywisty krąg, „m” — modelu kręgu. Obciążając model elastooptyczny spełniający warunki (5) układem sił P_m spełniającym

zależności: $\frac{P_0}{P_m} = n$, uzyskamy w nim stan naprężeń, którego dowolna składowa σ_m będzie spełniać zależność $\sigma_m = \sigma_0/n$.

Dane potrzebne do zbudowania modelu elastooptycznego, a więc moduł sprężystości materiału kręgu, sztywności krążka międzykręgowego na ściskanie i na ścinanie oraz sztywność chrząstki międzystawowej zaczerpnięte zostały z prac [2] [7] [10].

Wartość ν_0 oszacowaliśmy jako bliską 0,5 ze względu na wypełnienie kręgu płynami ustrojowymi. Zastosowana w modelu żywica epoksydowa w temperaturze zamrażania wykazuje $\nu_m = 0,48$.

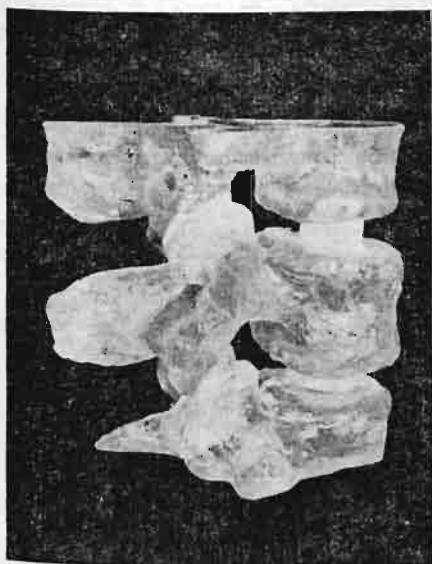
Zaznaczyć trzeba, że warunki (5) zapewniają jedynie z grubsza spełnienie praw podobieństwa modelowego, co jest konsekwencją opisanych wyżej uproszczeń zastosowanych przy budowie modelu elastooptycznego.

Model, którego elementy składowe posiadają własności mechaniczne spełniające warunki (5) składa się z dwu segmentów ruchowych: połówki kręgu L_3 , kręgu L_4 i połówki kręgu L_5 (rys. 13), odlanych z żywicy epoksydowej EPIDIAN 5 (+ utwardzacz A_1 stosowany do grubościennych odlewów) w podatnych formach. Paramodelami były kręgi prawidłowe anatomicznie.

Krążki międzykręgowe zastąpione są imitacją jądra miążdżystego (z gumy silikonowej), które jest głównym elementem przenoszącym obciążenie w krążku międzykręgowym. Przestrzenie międzystawowe wypełnione są imitacją chrząstki stawowej wykonaną z gumy silikonowej.

Wartości sił obciążających model elastooptyczny dobiera się tak, by uzyskać wyraźny efekt elastooptyczny lub zniszczenie modelu w przypadku prowadzenia próby zniszczeniowej.

Ze względu na bardzo dużą pracochłonność i wysokie koszty eksperymentów, ograniczymy się do analizy stanu naprężeń w pozycji głębokiego skłonu do przodu ($\gamma = 80^\circ$) i w pozycji stojącej ($\gamma = 0^\circ$).



Rys. 13 Model elastooptyczny.

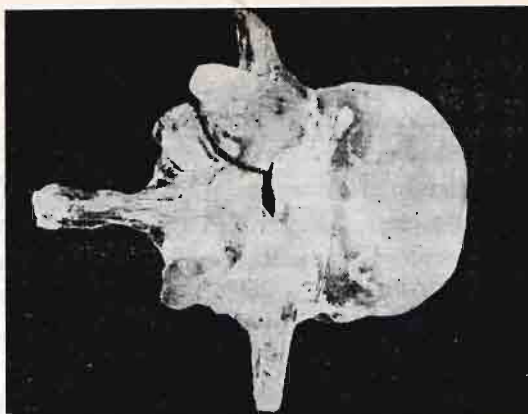
W badaniach stosujemy dwie metody: metodę cienkich płytek dla lokalizacji miejsc koncentracji naprężeń i metodę małych kostek [4] pozwalającą na porównanie wyężeń wg hipotezy Hubera w wybranych obszarach modelu. Zastosowanie hipotezy Hubera do materiału kości jest uzasadnione sprężysto-plastycznymi własnościami kości korowej [11], która jest głównym składnikiem tych obszarów kręgów, w których działają wysokie naprężenia. Każde zniszczenie musi więc wiązać się ze zniszczeniem kości korowej.

Łączne zastosowanie dwóch metod elastooptycznych pozwala na ilościową analizę trójwymiarowego stanu naprężeń w kręgu (metoda małych kostek) oraz na jakościową analizę koncentracji naprężeń w obszarach bliskich powierzchni modelu.

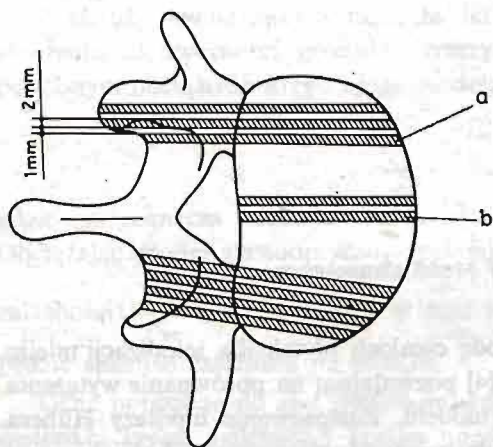
6. Analiza stanu naprężeń w kręgu L₄

Próby zniszczeniowe, prowadzone w temperaturze zamrażania naprężeń pod obciążeniem modelu odpowiadającym pozycji $\gamma = 80^\circ$, wywołały we wszystkich próbach zniszczenie wężin łuku kręgowego (rys. 14).

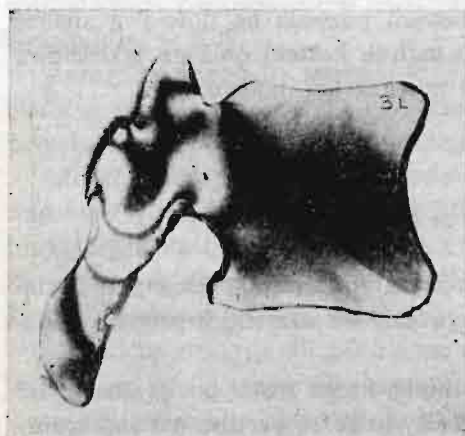
Do analizy koncentracji naprężeń, zamrożony model kręgu został pocięty na płytki grubości 2 mm w sposób przedstawiony na rys. 15. Rysunek 16 przedstawia izochromy połówkowe w płytce „a”, wykazujące najwyższe koncentracje naprężeń w obszarze wężiny łuku kręgowego. Płytkę „b” (rys. 17) pochodzi z trzonu kręgowego i wykazuje koncentracje naprężeń w obszarach, gdzie materiał kręgu kontaktuje się z imitacją jądra miążdżystego.



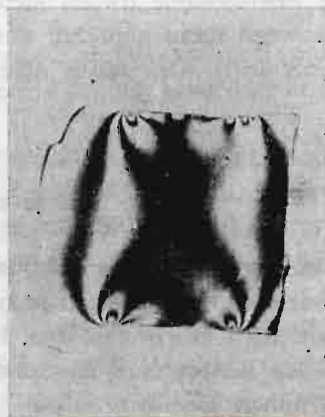
Rys. 14 Pęknięcie lewej wężyny uzyskane w wyniku przeprowadzenia próby zniszczeniowej modelu elastooptycznego.



Rys. 15 Sposób pocięcia kręgu L_4 na płytki.



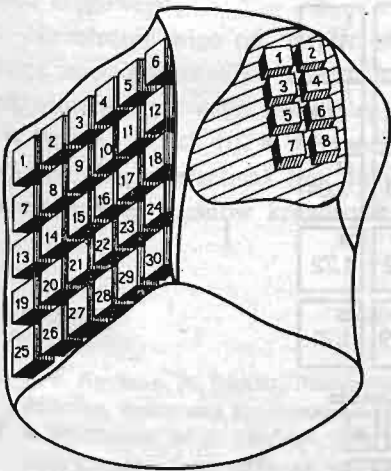
Rys. 16 Obraz izochrom poławkowych w płytce „a” z rys. 15.



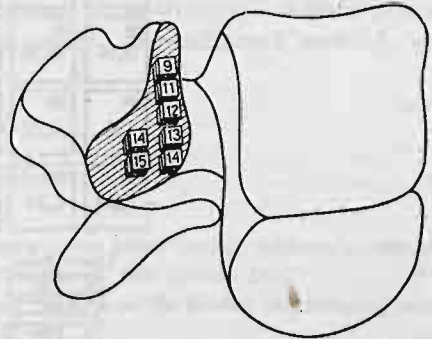
Rys. 17 Obraz izochrom poławkowych z płytce „b” z rys. 15.

Kolejny model kręgu L_4 po zamrożeniu naprężeń pod obciążeniem odpowiadającym pozycji $\gamma = 80^\circ$ posłużył do analizy wyteżenia metodą małych kostek. Analiza ta została poprzedzona badaniem kostek pochodzących z modelu bez naprężeń. Badania te wykazały, że ciepło powstające przy cięciu modelu (stosowane było intensywne chłodzenie) nie wpływa istotnie na stan optyczny materiału modelu.

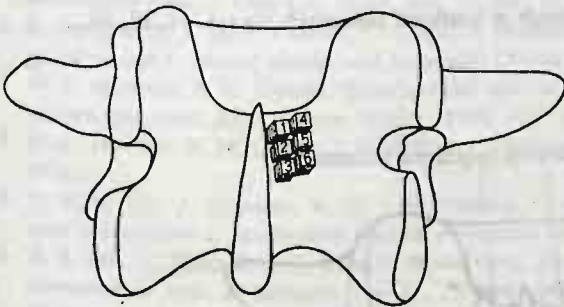
Sposób pocięcia modelu na kostki przedstawiają rys. 18, 19, 20. Kostki z lewej i z prawej wężyny nie są pobrane symetrycznie. Kostki z lewej wężyny pochodzą z wnętrza łuku, a kostki z prawej wężyny z okolic bliskich powierzchni łuku tj. stamtąd, skąd brały początek pęknięcia w próbach zniszczeniowych. Różnica w sposobie pobierania ma istotne znaczenie w interpretacji wyników badania tych kostek.



Rys. 18 Rozmieszczenie kostek pobranych z przekroju strzałkowego trzonu i z prawej nasady łuku kręgowego.



Rys. 19 Rozmieszczenie kostek pobranych z lewej wężyny łuku kręgowego.



Rys. 20 Rozmieszczenie kostek pobranych z prawej wężyny łuku kręgowego.

Wartości naprężeń zredukowanych (w pewnej umownej skali) w pobranych kostkach przedstawia rys. 21, z którego wynika, że najwyższe wyteżenie materiału w obrębie łuku kręgowego występuje w wężynie, w obszarze bliskim powierzchni łuku.

Najwyższe wyteżenie wykazują kostki pobrane z trzonu kręgowego. Pamiętając jednak o koncentracjach naprężeń w okolicach bliskich powierzchni łuku w obszarze wężyny

(wyniki analizy cienkich płytek) i o wynikach prób zniszczeniowych, stwierdzić należy, że najwyższe zagrożenie zniszczeniem występuje w górnych częściach węzin łuku.

Obok opisanej analizy stanu naprężeń w pozycji $\gamma = 80^\circ$, przeprowadziliśmy tymi samymi metodami analizę stanu naprężeń w kręgu L_4 w pozycji $\gamma = 0^\circ$ uzyskując podobne wyniki. Pozwala to stwierdzić, że w obu przypadkach najbardziej zagrożonymi zniszczeniem obszarami kręgu L_4 są górne części węzin łuku kręgowego (rys. 22).

POZYCJA $\gamma = 80^\circ$

TRZON KRĘGOWY

6 3.24	5 6.53	4 5.32	3 4.23	2 3.66	1 1.51
12 3.75	11 4.83	10 5.21	9 4.48	8 3.15	7 1.94
18 3.14	17 4.34	16 5.09	15 4.72	14 3.41	13 2.04
24 X	23 4.72	22 5.50	21 5.56	20 3.72	19 1.72
30 2.03	29 6.39	28 4.90	27 5.11	26 3.29	25 1,21

Lewa węzina

9 1.49	10 1.45
11 1.56	12 1.60
13 2.88	14 2.49

Prawa węzina

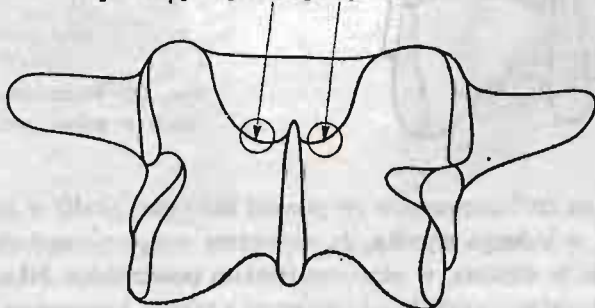
1 3.91	4 5.09
2 2.15	5 3.11
3 1.51	6 1.61

Prawa nasada

1 3.56	2 4.49
3 2.28	4 2.81
5 2.00	6 2.16
7 2.57	8 2.31

Rys. 21 Wartości naprężeń zredukowanych w kostkach pobranych wg rys. 18, 19, 20.

Miejsca kręgu najbardziej zagrożone zniszczeniem



Rys. 22

7. Wnioski

Połączenie modelowania matematycznego z eksperymentami na elastoptycznych modelach kręgosłupa pozwoliło na znalezienie obciążeń odcinka lędźwiowo-krzyżowego w różnych pozycjach ciała i przy różnych obciążeniach zewnętrznych a następnie na zlokalizowanie najbardziej zagrożonych zniszczeniem obszarów w kręgu lędźwiowym.

W pracy zostało wykazane, że dolne kręgi lędźwiowe są wysoko obciążone, a wartości obciążeń silnie zależą od wymiarów kręgów, kości krzyżowej i stopnia rozwoju umięśnienia.

Wysokie koncentracje naprężeń, wywołane złożonym kształtem łuku kręgowego, występujące w obszarach wężin łuku, mogą prowadzić do zmęczeniowego zniszczenia łuku kręgowego.

Niezależnie więc od innych czynników patogennych, czynniki natury mechanicznej mogą mieć podstawowe znaczenie w procesach prowadzących do schorzeń kręgosłupa lędźwiowo-krzyżowego, zwłaszcza dolnych kręgów lędźwiowych. Właśnie w tych kręgach i w tych miejscach (tj. w wężinach) najczęściej obserwuje się uszkodzenia mające postać pęknięć (kręgoszczelina) lub dużych odkształceń trwałych, prowadzących niekiedy do przemieszczeń trzonów kręgowych (kręgozmyk).

Literatura cytowana w tekście

1. R. J. ARVIKAR, A. SEIREG, *Distribution of spinal disc pressure in the seated posture subjected to impact*, Aviation, Space and Environmental Medicine, January 1978, vol. 49, No. 1, 166 - 169.
2. B. M. CYRON, W. C. HUTTON, J. R. R. STOTT, *The shearing stiffness on the lumbar intervertebral joint*, Acta Orthop. Belg. 1979, 45, 459 - 469.
3. R. D. CROWNSHIELD, R. C. JOHNSTON, J. G. ANDREWS, R. A. BRAND, *A biomechanical investigation of the human hip*, J. Biomech. vol. 11, 1978, 75 - 85,
4. J. W. DALLY, W. F. RILEY, *Experimental stress analysis*, McGraw-Hill Book Company, 1965.
5. N. EIC, P. WEHN, *Measurement of the intra-abdominal pressure in relation to weight bearing of the lumbo-sacral spine*, J. Oslo City Hosp., vol. 12, No. 10, October 1962, 205 - 217.
6. S. GRACOVETSKY, H. F. FARFAN, C. LAMY, *A Mathematical model of the lumbar spine using an optimized system to control muscles and ligaments*, Orthop. Clin. N. A., vol. 8, No. 1, January 1977.
7. W. C. HUTTON, B. M. CYRON, *Spondylolysis. Role of the posterior elements in resisting intervertebral compressive force*, Acta Orthop. Scand., 1978, 607 - 609.
8. W. C. HUTTON, B. M. CYRON, J. R. R. STOTT, *The compressive strength of lumbar vertebrae*, J. Anat., 1979.
9. Y. KING LIU, J. MONROE, W. C. VAN BUSKIRK, *Inertial properties of a segmented cadaver trunk: their implications in acceleration injuries*, Aerospace Med., June 1971, 650 - 657.
10. H. S. LIN, Y. KING LIU, G. RAY, P. NIKRAVESH, *System identification for material properties of the intervertebral joint*, J. Biomech. vol. 11, 1978, 1 - 14.
11. M. NORDIN, V. M. FRANKEL, *Biomechanics of whole bones and bone tissue*, V. H. FRANKEL, M. NORDIN, *Basic biomechanics of the skeletal systems*, Lea and Febiger, Philadelphia 1, str. 15.

Резюме

МОДЕЛЬ ПОЯСНИЧНО-КРЕСТЦЕВОГО ПОЗВОНОЧНИКА ЧЕЛОВЕКА

Чтобы ответить на вопрос как часто появляющиеся заболевания поясничного позвоночника, особенно его нижних позвонков, могут возникнуть в следствие действия самих механических факторов, надо познать нагрузки элементов позвоночника. Анализ нагрузок и напряжений проведено употребляя методы моделирования.

Упрощенная механическая модель пояснично-крестцового позвоночника представила возможным сделать математическую модель.

Результаты испытания математической модели использовано до конструкции фотоупругой модели состояния напряжений в поясничных позвонках.

Анализ концентрации напряжений (метод тонких пластинок) и анализ натяжения материала позвонка согласно гипотезе Губера (метод малых кубиков) показали результаты согласно с действительными трещинами и переломами поясничных позвонков. Это доказывает, что механические факторы влияют в большой степени на процессы ведущие к патологическим изменениям поясничного позвоночника человека.

Summary

MODEL OF THE HUMAN LUMBAR SPINE

To answer a question whether common disorders of the low lumbar vertebrae can be caused or developed by mechanical factors, authors analysed loads and stresses acting on human lumbar vertebrae using modelling methods. Simplified mechanical model was the first step to construct a mathematical model. Results of analysis of the mathematical model (forces acting on lumbar vertebrae) were used to load the three dimensional photoelastic model of a part of human lumbar spine.

Two different photoelastic methods: thin slices method to find stresses concentrations and small cubes method to find effective stresses according to criterion of Huber-von Mises, showed results which are in good agreement with modes of damage of real vertebrae.

The investigations presented in the paper have shown that mechanical factors can not be neglected in pathogenesis of the human lumbar spine.

Praca została złożona w Redakcji dnia 1 kwietnia 1983 roku