MECHANIKA
TEORETYCZNA
I STOSOWANA
3-4 22 (1984)

FALE SPRĘŻONE MECHANO-TERMO-ELEKTRYCZNE W STAŁYM OŚRODKU PIEZOELEKTRYCZNYM

KRYSTYNA MAJORKOWSKA-KNAP (WARSZAWA)
Politechnika Warszawska

1. Wprowadzenie

Ostatnie lata świadczą o wciąż wzrastającym zainteresowaniu zagadnieniami pól sprzężonych. Badania zarówno teoretyczne, jak i doświadczalne zachowania się sprężystego ciała stałego, które znajduje się we wzajemnym oddziaływaniu z polem elektromagnetycznym, a często również z polem temperatury, stały się bardzo popularne z powodu olbrzymiego zapotrzebowania ze strony techniki. Można powiedzieć, że piezoelektryczność — dziedzina zajmująca się sprzężeniem pola deformacji z polem elektromagnetycznym oraz termo-piezoelektryczność, włączająca ponadto pole temperatury, są na etapie dynamicznego rozwoju.

Cztery lata temu minęła setna rocznica odkrycia zjawiska piezoelektrycznego przez braci Piotra i Pawła Curie. W 1880 r. odkryli oni prosty efekt piezoelektryczny w krystalicznym kontinuum [1] — wytwarzanie elektrycznej polaryzacji, a więc i pola elektrycznego przez mechaniczne naprężenie. Odwrotny efekt piezoelektryczny — pojawianie się naprężeń i odkształceń kryształu wskutek zastosowania zewnętrznego pola elektrycznego był przewidziany teoretycznie przez G. Lippmana [2] w 1881 r. jako konsekwencja termodynamiczna prostego efektu. W tym samym roku bracia Curie zweryfikowali eksperymentalnie to odkrycie [3]. Obydwa efekty zostały udowodnione i doświadczalnie zademonstrowane w anizotropowych niecentrosymetrycznych kryształach, np. [4, 5] w pewnych syntetycznych materiałach, np. ceramice piezoelektrycznej, np. [6, 7], w tzw. piezoelektrycznych teksturach (np. drewno [89], skóra [9], kość [10), w ceramice ferroelektrycznej [11], w płynnych kryształach [12]. Obszerną bibliografię dotyczącą znanych, piezoelektrycznych materiałów można znaleźć w [13]. Badania eksperymentalne wykazują że efekt piezoelektryczny występuje również w centrosymetrycznych kryształach, np. [14, 15].

Najbardziej ścisłe sformułowanie zależności między piezoelektrycznością i strukturą kryształów zostało podane przez Woldemara Voigta. On właśnie ustalił, w których z 32 klas krystalograficznych może istnieć efekt piezoelektryczny, i podał dla każdej klasy, które z osiemnastu współczynników piezoelektrycznych mogą mieć wartość różną od zera.

W roku 1894 została opracowana przez W. Voigta fenomenologiczna liniowa teoria piezoelektryczności [16] oparta na zasadach termodynamicznych sformułowanych przez Kelvina

Przez ponad 35 lat od odkrycia piezoefektu nie przywiązywano żadnej wagi do jego praktycznego znaczenia. Praktyczne zastosowania zapoczątkowała praca P. Langevina, który w 1917 roku użył przetwornik kwarcowy do wzbudzenia fal akustycznych w wodzie. Następnie powstały pierwsze generatory, rezonatory i filtry piezoelektryczne dzięki pracom P. Langevina, W. G. Cady, A. M. Nicolsona i K. S. Van Dykea. W roku 1919 W. G. Cady pierwszy zastosował kryształy piezoelektryczne do kontroli częstotliwości generatora drgań. Następnie stosowali je G. W. Pierce i Miller. Około dziesięciu milionów generatorów kontrolowanych dzięki piezoefektowi w kryształach było używanych podczas II wojny światowej w łączności między czołgami, ziemią i samolotami. W tych zastosowaniach wykorzystywano element piezoelektryczny drgający w zmiennym polu elektrycznym.

Wyjaśnienie własności piezoelektrycznych kryształów umożliwiły badania ich struktury za pomocą promieni Röntgena.

Dalszy dynamiczny rozwój zastosowań praktycznych (takich jak: w przyrządach rejestrujących dźwięk, w przyrządach pomiarowych ciśnień szczególnie gwałtownych eksplozji, a również ciśnienia krwi, naprężeń w inżynierskich elementach konstrukcyjnych, do retransmisji i mierzenia prędkości światła, w telewizji, komputerach, do wykonywania wzorców czasu, w różnych typach broni ogniowej i artyleryjskiej) powodował intensyfikację zarówno badań podstawowych, jak i aplikacyjnych.

W omówionych zastosowaniach wykorzystywano objętościowe fale piezoelektryczne.

Olbrzymie zastosowanie techniczne piezoelektrycznych fal powierzchniowych spowodowało, że skupiają one wciąż na sobie wiele uwagi badaczy. Ze względu na ich bardzo niską prędkość oraz bardzo małą długość w porównaniu z falami elektromagnetycznymi tej samej częstotliwości (redukcja w wymiarze zarówno prędkości jak i długości około 10^{-5}) znajdują zastosowanie m.in. w nieniszczących oszacowaniach sejsmologicznych, w obróbce sygnałów z ważnymi zastosowaniami m.in. do radaru, telekomunikacji, elektronowej techniki wojskowej. Akustoelektronika powstała w ciągu ostatnich 20 lat jako osobna gałąź nauki i techniki bazuje na piezoelektrycznych falach powierzchniowych. Odkryto, zbadano i zastosowano szereg typów fal powierzchniowych od dawno znanych fal Rayleigha [17], Love'a [17], Stoneleya [18] do stosunkowo niedawno odkrytych, np. Bleusteina-Gulajewa [19, 20], typu „leaky" [21, 22], występujących zarówno na płaskich, jak i zakrzywionych (sferycznych bądź cylindrycznych) powierzchniach.

W niniejszej pracy skoncentrowano się na wybranych zagadnieniach dynamicznych, a mianowicie interesujących typach fal (o przebiegach harmonicznych w czasie i w przestrzeni) w ośrodku piezoelektrycznym.

2. Fale harmoniczne w ośrodku piezoelektrycznym — teoria W. Voigta

Klasyczne sformułowanie teorii piezoelektryczności bazujące na podstawowych równaniach liniowych wyprowadzonych przez W. Voigta zawiera fundamentalna literatura: prace z lat 50-tych W. G. Cady [4] (pierwsze wydanie 1946 r.), W. P. Masona [5], z lat $60 \div 70$-tych W. P. Masona [23], H. F. Tierstena [24, 25] oraz wydana w 1983 r. monografia W. Nowackiego [26].

Liniowa teoria piezoelektryczności W. Voigta w quasi-statycznym przybliżeniu [26] reprezentowana jest przez następujące podstawowe związki i równania napisane w kartezjańskim układzie współrzędnych prostokątnych:

— równania ruchu i równanie pola elektrycznego

$$\sigma_{ji,j}+X_i = \varrho\ddot{u}_i, \quad D_{i,i} = 0, \quad \mathbf{x}\in B, \quad t > 0 \tag{2.1}$$

— związki konstytutywne

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} &= c_{ijkl}\varepsilon_{kl}-e_{kij}E_k \\ D_i &= e_{ikl}\varepsilon_{kl}+\in_{ik}E_k, \quad E_k = -\varphi_{,k} \end{aligned} \tag{2.2}$$

— definicję tensora odkształcenia

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j}+u_{j,i}), \tag{2.3}$$

gdzie: $\mathbf{u}$ — wektor przemieszczenia, δ_{ij} — tensor naprężenia, $\mathbf{X}$ — wektor sił masowych, ϱ — gęstość ciała, D — wektor indukcji elektrycznej, $\mathbf{E}$ — wektor natężenia pola elektrycznego, φ — potencjał elektryczny, stałe materiałowe: c_{ijkl} — współczynniki sztywności sprężystej (dla E_i = const), e_{kij} — współczynniki piezoelektryczne, $\in_{ik}$ — współczynniki dielektryczne (dla ε_{ij} = const).

Należy tu nadmienić, że równania elektrostatyki $(2.1)_2$ i $(2.2)_3$ zostały otrzymane dzięki redukcji równań elektrodynamiki Maxwella ((3.2) (3.3) pkt. 3) przy założeniu nieskończenie małego prądu przewodzenia $\mathbf{I} = 0$ i magnetyzacji $\mathbf{M} = 0$ oraz braku ładunków elektrycznych $\varrho_e = 0$ dla ciała piezoelektrycznego, a ponadto zaniedbania indukcji magnetycznej (przyjmujemy $\mathbf{B} = 0$) w stosunku do innych wielkości charakteryzujących pole elektromagnetyczne na podstawie rozważań H. F. Tierstena [25].

Podstawowe równania różniczkowe piezoelektryczności:

— równania ruchu i równanie quasi-statycznego pola elektrycznego otrzymujemy w wyniku wstawienia (2.2) do (2.1) przy wykorzystaniu (2.3) mamy:

$$\begin{aligned} c_{ijkl}u_{k,lj}+e_{kij}\varphi_{,kj}+X_i &= \varrho\ddot{u}_i, \\ e_{ikl}u_{k,li}-\in_{ik}\varphi_{,ki} &= 0, \quad i,j,k,l = 1,2,3. \end{aligned} \tag{2.4}$$

Do równań (2.4) dochodzą warunki brzegowe i początkowe. Na powierzchni ∂B ograniczającej obszar B jednorodnego odkształcalnego ciała anizotropowego mogą być dane przemieszczenia albo obciążenia, potencjał elektryczny albo ładunki powierzchniowe:

$$\begin{aligned} u_i &= U_i(\mathbf{x}, t), \quad q_i = \sigma_{ji}(\mathbf{x}, t)n_j(\mathbf{x}), \\ \varphi &= \Phi(\mathbf{x}, t), \quad D_k n_k = -\varkappa_e, \quad \mathbf{x}\in\partial B \end{aligned} \tag{2.5}$$

W chwili początkowej $t = 0$ pole przemieszczeń dane jest rozkładem funkcji $g_i(x)$, a pole ich prędkości rozkładem funkcji $h_i(x)$

$$u_i(\mathbf{x}, 0) = g_i(\mathbf{x}), \quad \dot{u}_i(\mathbf{x}, 0) = h_i(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x}\in B. \tag{2.6}$$

W warunkach (2.5), (2.6) $\mathbf{n}$ jest jednostkowym normalnym wektorem na brzegu ∂B, $\varkappa_e$ — jest powierzchniową gęstością ładunku elektrycznego, $\mathbf{q}$ — jest wektorem sił powierzchniowych, U_i, Φ, g_i i h_i są danymi funkcjami.

Układ równań (1.4) jest układem równań sprzężonych. Widać, że wskutek oddziaływań zewnętrznych (siły masowe i powierzchniowe, dane na powierzchni ciała przemieszczenia, przyczyny natury elektrycznej), które są funkcjami położenia i czasu, w rozpatrywanym ciele powstaje pole przemieszczeń $u(x, t)$, które wywołuje zmianę pola elektromagnetycznego.

Rozwiązanie równań (2.4) pozwala na wyznaczenie wektora przemieszczenia $\mathbf{u}$ i potencjału elektrycznego φ. Następnie z $(2.2)_3$ i (2.3) można wyznaczyć natężenie pola elektrycznego $\mathbf{E}$ i odkształcenia ε_{ij}, z $(2.2)_{1,2}$ naprężenie σ_{ij} i indukcję elektryczną D, w końcu wektor polaryzacji elektrycznej $\mathbf{P}$ ze związku konstytutywnego

$$P_i = D_i - \epsilon_0 E_i, \tag{2.7}$$

gdzie ϵ_0 jest przenikalnością elektryczną próżni.

Poszukując rozwiązania równań piezoelektryczności w ośrodku nieograniczonym w postaci fali płaskiej o danym kierunku propagacji otrzymujemy trzy rozwiązania odpowiadające falom objętościowym czysto mechanicznym (quasi-podłużna i dwie quasi-poprzeczne) usztywnionym piezoelektrycznie, bowiem potencjał i stowarzyszone z nim pole elektryczne są w znacznej mierze ich składową częścią.

Dla fal objętościowych istnieją pewne kierunki, w których krystaliczna symetria wymaga modów czysto podłużnych oraz czysto poprzecznych. W pracy F. E. Borgnisa [27 podane są kierunki, w których mogą być propagowane czysto podłużne fale dla różnych klas krystalograficznych kryształów anizotropowych.

Fale objętościowe w kryształach trygonalnych, tetragonalnych i jednoskośnych rozpatrywane są w pracy R. Meiera i K. Schustera [28]. Te zagadnienia również omawiane są w pracy zbiorowej pod redakcją A. A. Olinera [29] oraz w pracy S. Epsteina [30].

Przejdźmy teraz do piezoelektrycznych fal powierzchniowych. Najprostszym przykładem ośrodka, w którym mogą rozchodzić się te fale, jest półprzestrzeń piezoelektryczna.

Z uwagi na łatwość techniki wzbudzania jest użyteczne badanie niesprzężonych czystych modów prostszej formy propagujących się na swobodnej powierzchni półnieskończonego kryształu. Efekty piezoelektryczne, jako mechanizmy sprzęgające mechaniczne fale z zewnętrznym obwodem elektrycznym, powodują wytwarzanie: usztywnionych modów Rayleigha [17], fal Bleusteina-Gulajewa [19], [20], jak również innych, np: typu „leaky" [21], [22].

Występowanie niezależnych modów zależy od kombinacji symetrii ośrodka utrzymującego falę, kierunku propagacji fali oraz od warunków brzegowych, które mogą nie pozwalać na istnienie pewnych modów albo wprowadzać sprzężenie pomiędzy modami nie połączonymi przez siatkę krystaliczną [31]. Odpowiednie dane dla 32 klas krystalograficznych można znaleźć w pracach G. A. Farnella [32] i C. Lardata, C. Maerfelda, P. Tournoisa [33].

Piezoelektryczne mody Rayleigha były przedmiotem wielu prac, m.in.: S. Kaliskiego, J. Kapelewskiego, Z. Makowskiego [34], C. C. Tsenga [35], E. Danickiego [36]. Te niedyspersyjne fale, o głębokości penetracji w głąb kryształu około kilku długości fali, mają prędkość nieco większą niż klasyczna prędkość Rayleigha wskutek korekcji wynikającej z elektromagnetycznego sprzężenia. Przy zastosowaniu powleczenia swobodnej powierzchni kryształu doskonale przewodzącą warstwę materiału, dość cienką, że niezmienione pozostają mechaniczne warunki brzegowe, następuje zmiana prędkości fali.

Na tej zmianie bazuje kryterium osądzenia względnej wydajności wzbudzenia tych fal: mówi o tym praca J. J. Campbella i W. R. Jonesa [37].

Fale Bleusteina-Gulajeva, zwyrodniałe fale rodziny SH, bez odpowiednika w czysto sprężystym jednorodnym materiale tej samej symetrii sprężystej co piezoelektryk były badane przez odkrywców J. L. Bleusteina i W. Gulajewa [19], [20], a następnie C. C. Tsenga [38], G. Koerbera, R. Vogela [39], [40], W. Solucha [41]. Te niedyspersyjne fale o znacznie większej penetracji w głąb materiału (10 - 1000 długości fali [42]) niż fale Rayleigha przenoszące też znacznie większą energię znalazły bardzo duże zastosowanie w powierzchniowo-falowych urządzeniach wysokiej częstotliwości. Wymienić tu należy prace W. Pajewskiego np. [43]. Analiza teoretyczna i numeryczna zachowania się fal *B-G* propagujących się w sinusoidalnie pofałdowanym krysztale jest przedmiotem pracy Makoto Tsutsumi, Nobuaki Kumagal [44].

Całkowite sformułowanie teoretyczne dla fal powierzchniowych w półnieskończonej przestrzeni zawierające kryteria istnienia, przykłady nieistnienia oferują prace J. Lothe, D. M. Barnetta [45÷47] oraz W. N. Lubimowa, W. I. Alszica, J. Lothe [48]. Warte odnotowania są również rozważania na temat powierzchni opóźnienia fal powierzchniowych zawarte w pracach Hirokimi Shirasaki, Toshio Makimoto [49÷51]. Metoda nieiteracyjna używająca ortonormalną bazę dla wyrażenia pola dystrybucji przedstawiona jest w pracy S. Datty, B. J. Hunsingera [52]. Zastosowanie metody wariacyjnej, dającej górne granice na parametry 3-wymiarowego problemu do oszacowania zasięgu istnienia SH modu, zawiera praca R. F. Vogela [53].

Zastosowanie programów komputerowych do oszacowania parametrów fal powierzchniowych zastosowano w pracach J. J. Campbella W. R. Jonesa [37], [54] L. P. Soliego [55] oraz M. Koška [56]. Ogólne sformułowanie macierzowe dla obliczeń numerycznych problemu fal powierzchniowych w jednorodnej półprzestrzeni podane jest w pracy D. B. Taylora, S. Crampina [57].

Propagacja powierzchniowych fal w warstwowych ośrodkach w szczególności składających się z cienkiej warstwy na leżącym poniżej grubym podłożu jest ważna w mikrofalowej akustyce. Problem ten skupiał przez lata wiele uwagi geodynamików z uwagi na wyjaśnienie większości sejsmicznych zjawisk za pomocą takiego modelu matematycznego. W przypadku piezoelektrycznej warstwy i piezoelektrycznego podłoża badanie propagacji fali powierzchniowej jest złożone, bowiem może egzystować duża liczba dyspersyjnych modów, pociągających za sobą mechaniczne przemieszczenia ze składowymi wzdłuż trzech osi współrzędnych; wzbudzenie jednego z nich jest trudne bez wzbudzenia innych. W zasadzie wskazana jest numeryczna analiza takich struktur. Zastosowania programów komputerowych liczących charakterystyki dyspersji fal w wielowarstwowym ośrodku podane są w pracy G. A. Armstronga, S. Crampina [58], a dla podłoża z jedną warstwą w pracy L. P. Soliego [55].

Niesprzężone czyste mody falowe są czterech typów [29]; nieusztywnione Rayleigha i Love'a mody, które są uogólnieniami izotropowych modów, niezależnych od stałych piezoelektrycznych ośrodka, usztywnione Rayleigha mody, które sprzęgają potencjały elektryczne z przemieszczeniami mechanicznymi ograniczającymi się do płaszczyzny strzałkowej (tj. płaszczyzny utworzonej przez wektor propagacji i jednostkowy normalny do ograniczającej płaszczyzny), usztywnione Love'a mody z potencjałami sprzężonymi z poprzecznymi przemieszczeniami prostopadłymi do płaszczyzny strzałkowej.

W zastosowaniach akustoelektroniki jest istotna generacja powierzchniowych fal w niepiezoelektrycznych podłożach przez zastosowanie piezoelektrycznej warstwy.

Usztywnione mody Love'a w ośrodku składającym się z piezoelektrycznej warstwy klasy $\bar{4}2$ m (pokrytej nieskończenie cienką metaliczną powłoką) spoczywającej na izotropowej sprężystej półprzestrzeni były przedmiotem pracy K. Majorkowskiej-Knap [59]. Podano w niej związek dyspersyjny dla fal Love'a istniejących w przypadku, gdy prędkość rozchodzenia się fali poprzecznej w podłożu (o orientacji zgodnej z falą powierzchniową) jest większa niż w warstwie. Otrzymane wyrażenia dla przemieszczeń i potencjału elektrycznego wskazują, że usztywniona piezoelektrycznie fala jest prowadzona przez warstwę, ale równocześnie penetruje podłoże. Możliwa jest seria wyższych rzędów modów propagacji.

Zagadnienie propagacji fal piezoelektrycznych w ośrodkach warstwowych jest rozpatrywane również w pracy zbiorowej pod red. A. A. Olinera [29] w pracy G. A. Farnella [32], C. Lardata, K. Maerfelda, P. Tournoisa [33] oraz N. Liachowa i R. M. Taziewa [60].

Sformułowanie problemu fal powierzchniowych propagujących się wzdłuż płaszczyzny granicznej pomiędzy dwoma ośrodkami rozciągającymi się nieograniczenie nad i pod powierzchnią graniczną jest podobne do problemu ostatnio rozpatrywanego. Jeśli przynajmniej jeden z ośrodków jest piezoelektrykiem, fale powierzchniowe mogą być rozseparowane na mody typu Stoneleya [18] i mody z przemieszczeniami prostopadłymi do płaszczyzny strzałkowej, które badane są w pracach C. Maerfelda, C. Lardata, P. Tournoisa [61], J. M. Gelfgata, E. S. Syrkina [62], A. K. Moroczy (63].

3. Sprzężenie fal mechanicznych i elektromagnetycznych

Sprzężenie fal mechanicznych i fal elektromagnetycznych w ośrodku piezoelektrycznym [64] przy założeniu braku ładunków elektrycznych i magnetycznej polaryzacji ($\varepsilon_e = 0, \mathbf{M} = 0$) jest opisywane przy pomocy równań ruchu

$$\sigma_{ji,j}+X_i = \varrho\ddot{u}_i, \quad i,j = 1,2,3, \quad \mathbf{x}\in B, \quad t > 0 \tag{3.1}$$

oraz równań Maxwella pola elektromagnetycznego [65]

$$\operatorname{rot}\mathbf{H} = \dot{\mathbf{D}}+\mathbf{J}, \quad \operatorname{rot}\mathbf{E} = -\dot{B}, \tag{3.2}$$

$$\operatorname{div}\mathbf{D} = 0, \quad \operatorname{div}\mathbf{B} = 0. \tag{3.3}$$

gdzie **H, E, D, B, I** — oznaczają odpowiednio wektory: natężenia pola magnetycznego, natężenia pola elektrycznego, indukcji elektrycznej, indukcji magnetycznej i natężenia prądu przewodzenia (pomija się prąd konwekcyjny).

Wektory charakteryzujące pole elektromagnetyczne są powiązane równaniami konstytutywnymi

$$\mathbf{D} = \epsilon_0\mathbf{E}+\mathbf{P}, \quad \mathbf{B} = \mu_0\mathbf{H}, \quad \mathbf{J} = \sigma\mathbf{E} \tag{3.4}$$

Tutaj **P** jest wektorem polaryzacji elektrycznej, ε_0 oznacza przenikalność elektryczną próżni, μ_0 przenikalność magnetyczną próżni, σ jest przewodnością elektryczną właściwą. (Założyliśmy tu proporcjonalność wektorów **I** i **E** oraz izotropowość materiału, jeśli chodzi o przewodność elektryczną).

W wyniku wykonania operacji rotacji na równaniu $(3.2)_2$ przy wykorzystaniu $(3.2)_1$ i związku $(3.4)_2$ dochodzimy do równania:

$$\mathrm{rot}\,\mathrm{rot}\,\mathbf{E} = \mu_0\ddot{\mathbf{D}} - \mu_0\sigma\dot{\mathbf{E}} \tag{3.5}$$

Mamy więc do rozwiązania układ równań (3.1) i (3.5). Po wstawieniu do niego związków konstytutywnych dla zagadnienia quasi-statycznego (2.2) przy wykorzystaniu definicji tensora odkształcenia (2.3) otrzymamy układ sześciu równań, w wyniku rozwiązania którego wyznaczamy składowe wektora przemieszczenia u_i i składowe natężenia pola elektrycznego E_i, co pozwoli na obliczenie pozostałych wielkości charakteryzujących sprzężone pola. Nie podajemy warunków brzegowych i początkowych, gdyż będziemy zajmować się w dalszej kolejności jedynie ciałem nieograniczonym z warunkami regularności w nieskończoności.

Jednowymiarowy problem propagacji fal w nieograniczonym ośrodku piezoelektrycznym był analizowany w pracy J. J. Kayma [64] i M. Ahmeda [66]. Warto odnotować, że w ramach tej teorii możliwych jest pięć fal płaskich dla danego kierunku propagacji, ale dwie z nich są mało interesujące pod kątem zastosowań; mają bowiem prędkość bliską prędkości fal elektromagnetycznych w dielektrykach. Pozostałe trzy interesujące nas są właśnie tymi, których przybliżone prędkości daje uproszczenie quasi-statyczne.

Badanie sprzężeń towarzyszących propagacji fal sprężystych i elektromagnetycznych w krysztale tetragonalnym klasy 4 mm było przedmiotem badań K. Majorkowskiej-Knap [67]. Porównanie dwu różnych przypadków przy uwzględnieniu bądź pominięciu prądu przewodzenia (jest jedynie prąd przesunięcia) wskazuje na pojawienie się efektów dyspersji i tłumienia fal w pierwszym z nich.

Propagacji czystych modów fal powierzchniowych na powierzchni półnieskończonego piezoelektryka były poświęcone m.in. prace C. C. Tsenga [68, 69].

Zagadnienie wzbudzania fal mechanicznych w niepiezoelektrycznym ośrodku poprzez wzbudzenie fal elektromagnetycznych w przylegającej warstwie piezoelektrycznej było badane teoretycznie w pracy F. Bardati, G. Barzilal, G. Gerosa [70].

4. Płaskie fale harmoniczne w nieograniczonym ośrodku termopiezoelektrycznym

Ważnym uzupełnieniem fal piezoelektrycznych są fale termopiezoelektryczne. W termopiezoelektryczności (podstawowe równania R. D. Mindlin [71], rozwinięcie teorii W. Nowacki [72]) opieramy się na termosprężystości [73] i elektrodynamice ośrodków ciągłych [65, 74]. Ciało sprężyste, na które działają siły masowe i źródła ciepła, obciążenia zewnętrzne i pole elektryczne oraz oddziaływania termiczne, doznaje deformacji. Powstaje w nim pole przemieszczeń $u(x, t)$ i sprzężone z nim pole temperatury, której przyrost $\theta = T - T_0$, gdzie $T > 0$, a T_0 jest temperaturą stanu naturalnego w skali Kelvina. Wymienione pola powodują zmianę pola elektromagnetycznego. W quasi-statycznym przybliżeniu liniowej teorii termopiezoelektryczności dysponujemy:

— równaniami ruchu i równaniem pola elektrycznego

$$\sigma_{ji,j}+X_i = \varrho\ddot{u}_i, \quad D_{i,i} = 0 \tag{4.1}$$

— związkami konstytutywnymi

$$\sigma_{ij} = c_{ijkl}\varepsilon_{kl}-\gamma_{ij}\theta-e_{kij}E_k, \tag{4.2}$$

$$S = \gamma_{ij}\varepsilon_{ij}+\frac{c_E}{T}\theta+p_iE_i,$$

$$D_i = e_{ikl}\varepsilon_{kl}+p_i\theta+\in_{ik}E_k, \quad E_k = -\varphi_{,k}$$

— definicją tensora odkształcenia

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j}+u_{j,i}) \tag{4.3}$$

oraz zlinearyzowanym równaniem przewodnictwa cieplnego

$$k_{ij}\theta_{,ij}-c_E\dot{\theta}-T_0(\gamma_{ij}\dot{\varepsilon}_{ij}-p_i\varphi_{,i}) = -W \tag{4.4}$$

gdzie: S — oznacza entropię, W — jest intensywnością ciepła,
c_{ijkl} — współczynniki sztywności sprężystej (przy E_i = const, θ = const),
e_{ijk} — współczynniki piezoelektryczne (przy θ = const),
ε_{ij} — współczynniki dielektryczne (przy ε_{ij} = const, θ = const),
γ_{ij} — współczynniki ciśnienia termicznego (przy E_i = const),
c_E — ciepło właściwe (przy ε_{ij} = const, E_i = const),
p_i — współczynniki piroelektryczne (przy ε_{ij} = const),
k_{ij} — współczynniki przewodnictwa cieplnego.
Wstawiając równania $(4.2)_{1,3}$ do (4.1) przy wykorzystaniu (4.3) otrzymujemy następujący układ równań:

$$c_{ijkl}u_{k,lj}+e_{kij}\varphi_{,kj}-\gamma_{ij}\theta_{,j}+X_i = \varrho\ddot{u}_i, \tag{4.5}$$

$$e_{ikl}u_{k,li}-\in_{ik}\varphi_{,ki}+p_i\theta_{,i} = 0.$$

Równania (4.4) i (4.5) tworzą komplet sprzężonych ze sobą równań różniczkowych termopiezoelektryczności. Występują w nich nieznane wielkości u_i, φ i θ. Do równań tych dochodzą warunki brzegowe i początkowe. Nie podajemy ich, bowiem w dalszej kolejności będziemy się zajmować jedynie ciałem nieograniczonym z warunkami regularności w nieskończoności.

Jednowymiarowemu problemowi propagacji płaskiej fali harmonicznej w nieograniczonym ośrodku termopiezoelektrycznym poświęcona jest praca K. Majorkowskiej-Knap [75]. W przykładowo rozważanym krysztale jednoskośnym propagowane są fale mechaniczne sprzężone ze sobą, ale nie związane z dodatkowo występującymi falami termosprężystymi usztywnionymi piezoelektrycznie, tłumionymi i ulegającymi dyspersji, powodującymi ponad to zmianę potencjału reprezentującego pole elektryczne.

A. K. Pal bada teoretycznie propagację fal powierzchniowych termopiezoelektrycznych na swobodnej powierzchni półnieskończonego ośrodka — jednoskośnego kryształu w pracy [76] oraz heksagonalnego ośrodka, który jest również półprzewodnikiem w naturze w pracy [77].

5. Fale harmoniczne w ośrodku piezoelektrycznym — teoria R. D. Mindlina

Klasyczna teoria piezoelektryczności ma pewne mankamenty. Przy porównywaniu szczegółowych rozwiązań analogicznych problemów przy użyciu tej teorii oraz nowoczesnych teorii siatek krystalicznych są duże rozbieżności. Teoria klasyczna nie ujmuje pewnych anomalii należnych do piezoefektu, np. obserwowanych przez C. A. Meada przy pomiarach pojemności cienkich dielektrycznych warstewek [78]. Nie ujmuje efektu piezoelektrycznego w materiałach z centrosymetrią oraz pewnych fizycznych zjawisk ważnych w technice, które włączają efekty fotosprężyste, aktywność optyczną kryształów i in.

Wymienione niedostatki teorii klasycznej zostały usunięte w uogólnionym modelu, na którym bazuje teoria R. D. Mindlina. [78, 79]. Teoria ta powstała w oparciu o ogólną nieliniową teorię sprężystych dielektryków R. A. Toupina [80, 81] zawierającą w sobie jako przypadek szczegółowy liniową teorię W. Voigta. Teoria R. D. Mindlina włącza gradient polaryzacji do energii deformacji i polaryzacji dielektryka, która w klasycznym ujęciu była funkcją tylko odkształcenia i polaryzacji (dodatkowe elektromechaniczne wzajemne oddziaływanie reprezentowane jest w energii przez iloczyn odkształcenia i gradientu polaryzacji).

Rozszerzone równania teorii z gradientem polaryzacji stanowią ciągłe przybliżenie równań jednowymiarowej teorii siatek krystalicznych W. Cohrana [82, 83], bazującej na warstwowym modelu atomu B. J. Dicka i A. W. Overhausera [84]. Mówią o tym prace R. D. Mindlina [85] oraz A. Askara, P. C. Lee, A. S. Cakmaka [86]. Zatem teoria ta redukuje „szczelinę" pomiędzy teoriami „kontinuum" i teoriami siatkowymi. Ujmuje ona dokładniej aspekty struktury i międzyatomowego wzajemnego oddziaływania, mieści w sobie godne uwagi obserwowane zjawiska fizyczne nie wytłumaczone przez teorię klasyczną, włącza efekt piezoelektryczny w obu niecentro- i centro-symetrycznych kryształach, nawet o najwyższej symetrii (centro-symetrycznych izotropowych). W naszych rozważaniach ograniczymy się jedynie do ciała centrosymetrycznego izotropowego. W tym przypadku na podstawie równania gradientowej teorii piezoelektryczności [26] składają się:

— równania Eulera

$$\left.\begin{aligned} &\sigma_{ji,j}+X_i = \varrho\ddot{u}_i, \\ &E_{ji,j}+E_i^L-\varphi_{,i}+E_i^0 = 0 \\ &-\epsilon_0\varphi_{,ii}+P_{i,i} = \varrho_e \end{aligned}\right\} \quad \text{dla } \mathbf{x}\in B \tag{5.1}$$

$$\varphi_{,ii} = 0 \qquad \text{dla } \mathbf{x}\in B'$$

gdzie $(5.1)_1$ — to równania ruchu, $(5.1)_2$ — równanie bilansu siły wewnątrzcząsteczkowej — fundamentalny warunek równowagi powłoki (zewnętrznych elektronów) pod działaniem rdzenia (nukleonów i wewnętrznych elektronów) tego samego atomu i otaczającego pola elektromagnetycznego oraz dodatkowe działanie sąsiednich atomów na powłokę. $(5.1)_3$ — równanie pola elektromagnetycznego, do którego bezpośrednio prowadzi wstawienie do $D_{i,i} = \varrho_e$ związków $D_i = \varepsilon_0 E_i+P_i$ oraz $E_i = -\varphi_{,i}$,

— równania konstytutywne

$$\sigma_{ij} = c_{12}u_{k,k}\delta_{ij}+c_{44}(u_{i,j}+u_{j,i})+a_{12}P_{k,k}\delta_{ij}+d_{44}(P_{j,i}+P_{i,j}), \tag{5.2}$$

$$E_{ij}+d_{12}u_{k,k}\delta_{ij}+d_{44}(u_{i,j}+u_{j,i})+b_{12}P_{k,k}\delta_{ij}+b_{44}(P_{j,i}+P_{i,j})+b_{77}P_{j,i}-P_{i,j})+b^0\delta_{ij},$$

$$E_i^L = -aP_i.$$

Wstawienie związków (5.2) do równań (5.1) prowadzi do następującego układu sprzężonych równań piezoelektryczności

$$
\begin{aligned}
c_{44}\nabla^2\mathbf{u}+(c_{12}+c_{44})\operatorname{grad}\operatorname{div}\mathbf{u}+d_{44}\nabla^2\mathbf{P}+(d_{12}+d_{44})\operatorname{grad}\operatorname{div}\mathbf{P}+\mathbf{X} &= \varrho\ddot{\mathbf{u}},\\
d_{44}\nabla^2\mathbf{u}+(d_{12}+d_{44})\operatorname{grad}\operatorname{div}\mathbf{u}+(b_{44}+b_{77})\nabla^2\mathbf{P}+&\\
+(b_{12}+b_{44}-b_{77})\operatorname{grad}\operatorname{div}\mathbf{P}-a\mathbf{P}-\operatorname{grad}\varphi+\mathbf{E}^0 &= 0,
\end{aligned}
\tag{5.3}
$$

$$
\begin{aligned}
&-\varepsilon_0\nabla^2\varphi+\operatorname{div}\mathbf{P} = \varrho_e, && \text{dla} \quad \mathbf{x}\in B,\\
&\nabla^2\varphi = 0, && \text{dla} \quad \mathbf{x}\in B',
\end{aligned}
$$

Dla równań dochodzą warunki brzegowe

$$
\sigma_{jnnj} = q_i, \qquad E_{jnnj} = 0, \qquad [-\varepsilon_0|\varphi_{,i}|+P_i]n_i = 0, \qquad \text{dla} \quad \mathbf{x}\in\partial B. \tag{5.4}
$$

Nowo wprowadzone oznaczenia występujące we wzorach (5.1 ÷ 5.4): E_{ij} — tensor elektromagnetyczny, $\mathbf{E}^L$ — wektor lokalnej siły elektrycznej, $\mathbf{E}^\circ$ — wektor natężenia zewnętrznego pola elektrycznego, stałe materiałowe: c_{12}, c_{44} (przy $P_i = \text{const}$, $P_{i,j} = \text{const}$) (d_{12}, d_{44}) (przy $P_i = \text{const}$), b_{12}, b_{44}, b_{77} (przy $\varepsilon_{ij} = \text{const}$, $P_i = \text{const}$), a — współczynnik polaryzacji (przy $P_{i,j} = \text{const}$, $\varepsilon_{ij} = \text{const}$), b°, B — obszar ciała dielektrycznego ograniczonego powierzchnią ∂B, która oddziela go od próżni B', $|\varphi_{,i}|$ skok funkcji $\varphi_{,i}$ na powierzchni ∂B, δ_{ij} delta Kroneckera, ∇^2 — operator Laplace'a.

W wyniku rozwiązania sprzężonych — poprzez stałe d_{12}, d_{44} — równań (5.3) wyznaczamy nieznane funkcje: przemieszczenie $\mathbf{u}$, polaryzację $\mathbf{P}$ oraz potencjał elektryczny φ. Należy tu zwrócić uwagę na swobodę w warunkach brzegowych; na brzegu może być dana zarówno polaryzacja, jak i potencjał elektryczny. Stałe materiałowe b_{12}, b_{44}, b_{77} i d_{12}, d_{44} pochodzą od wzajemnego oddziaływania pomiędzy sąsiednimi atomami (powłoka-powłoka) i wewnątrzatomowego oddziaływania (rdzeń-powłoka). Stałą b° można traktować jako wartość początkową wprowadzoną do ciała w stanie naturalnym.

Niewiele zagadnień dynamicznych rozwiązano w ramach teorii R. D. Mindlina. Omówione poniżej prace ograniczają się do rozpatrywania ośrodka dielektrycznego izotropowego i centrosymetrycznego.

Zagadnienie propagacji fal objętościowych w nieograniczonym ośrodku dielektrycznym rozpatrywane jest w pracy K. Majorkowskiej-Knap [87]. Dla kierunku propagacji wzdłuż wybranej przykładowo osi x_1 otrzymano trzy rozwiązania odpowiadające podłużnej i dwom poprzecznym dyspersyjnym falom mechanicznym zaburzonym przez quasi-statyczne pole elektryczne. W wyniku tego ruchu falowego następuje zmiana polaryzacji elektrycznej.

Falom Love'a propagującym się w ośrodku składającym się z dielektrycznej warstwy wspartej na sprzężystej półprzestrzeni poświęcona jest praca K. Majorkowskiej-Knap [88].

Zarys rozwiązania dla powierzchniowych fal Rayleigha propagujących się na swobodnej powierzchni dielektrycznej półprzestrzeni podany jest w monografii W. Nowackiego [26].

Płaskie zagadnienie Lamba dla półprzestrzeni dielektrycznej było przedmiotem prac K. Majorkowskiej-Knap [89, 90]. Przy użyciu wykładniczej transformacji całkowej Fouriera otrzymano ogólne rozwiązania dla obciążenia zmieniającego się w sposób harmoniczny w czasie, normalnego i stycznego do płaszczyzny ograniczającej półprzestrzeń.

Problem mechanicznej fali objętościowej (podłużnej, poprzecznej SH i SV) padającej skośnie na powierzchnię graniczną pomiędzy półprzestrzenią dielektryczną i próżnią albo dwoma półprzestrzeniami dielektrycznymi o różnych stałych materiałowych był szczegółowo badany w pracach K. Majorkowskiej-Knap [91÷94].

Zagadnienia falowe w nieograniczonej przestrzeni dielektrycznej oraz półprzestrzeni dielektrycznej w ramach teorii termo-piezo-elektryczności z gradientem polaryzacji [26] były rozpatrywane w pracach J. P. Nowackiego, P. G. Glocknera [95, 96].

6. Uwagi końcowe

Niniejsza praca przeglądowa zawiera jedynie wybrane zagadnienia dynamiczne, a mianowicie interesujące typy fal harmonicznych w stałym ośrodku piezoelektrycznym w ujęciu teorii liniowych. W większości przypadków ciekawych z technicznego punktu widzenia liniowy model krystalicznego kontinuum zadowalająco opisuje występujące zjawiska fizyczne.

Należy odnotować, że w ostatnich latach rozwijane są również teorie nieliniowe piezoelektryczności i termopiezoelektryczności, o czym świadczą prace: M. Laxa, D. F. Nelsona [97], D. F. Nelsona [98], P. G. Glocknera, K. L. Chowdhury [99÷101], K. L. Chowdhury, M. Epsteina, P. G. Glocknera [102]. Zagadnienia falowe w nieliniowych ośrodkach dielektrycznych rozpatrują B. Collet [103, 104], A. Alippi [105], M. Planad, D. Hauden [106] oraz S. Dost [107].

Literatura cytowana w tekście

1. J. P. CURIE, Bull. Soc. Min., 3, 90, 1880.
2. G. LIPPMANN, An. Chim. Phys., Series, 5, 24, 145, 1881.
3. J. i P. CURIE, Compt. Rend., 93, 1137, 1881.
4. W. G. CADY, *Piezoelectricity*, Dover, New York 1964.
5. W. P. MASON, *Piezoelectric Crystals and Their Application to Ultrasonics*, Van Nostrand, Princeton. New Jersey, 1950.
6. B. JAFFE, W. R. COOK, Jr i H. JAFFE. *Piezoelectric Ceramics*, Academic Press, New York, 1971.
7. D. BERLINCOURT, *Piezoelectric ceramics: characterics and applications*, J. Acoust. Soc. Am., 70, 6, 1586, 1981.
8. E. FUKADA, „Piezoelectricity of wood", J. Phys. Soc. Japan, 10, 149, 1955.
9. M. H. SHAMOS i L. S. LAVINE, „Piezoelectricity as a fundamental property of biological tissues" Nature, London, 213, 267, 1967.
10. E. FUKADA i I. J. YASUDA, „On the piezoelectric effect of bone", J. Phys. Soc. Japan, 12, 1158, 1957.
11. J. GRINDLAY, *An Introduction to Phenomenological Theory of Ferroelectricity*, Pergamon Press, London 1971.
12. Y. KAGAWA i T. HATAKEYAMA, „Piezoelectric effect in liquid crystals", J. Sound Vib., 53, 585, 1977.
13. D. T. HAWKINS, *Absolute configuration of piezoelectrics — A bibliography* II, Ferroelectrics, 15, 77, 1977.
14. J. S. ZHELUDEV, *Aspects of symmetry in the electric polarization of anisotropic media under external influences*, Ferroelectries, 43, 1 - 2, p. 69, 1982.
15. G. A. SMOLEŃSKIJ i in., *Piezoèlektričeskoe vozbuždenie uprugich voln v centrosimmetričnom kristalle tantalata kalija*, Doklady AN SSSR, 26, 9, 605, 1981.
16. W. VOIGT, *Lehrbuch der Kristallphysik*, Teubner Verlagsgesellschaft, Stuttgart 1910.
17. W. NOWACKI, *Teoria sprężystości*, PWN, Warszawa 1970.

18. W. M. EWING, W. S. JARDETZKY, F. PRESS, *Elastic waves in layered media*, Mc. Graw-Hill Book Company, Inc. New York-Toronto-London, 1957.
19. J. L. BLEUSTEIN, A new surface wave in piezoelectric materials, Appl. Phys. Letters, 13, 12, 412, 1968.
20. V. GULJAEV, Poverchnostnye elektrozvukovye volny v tverdych telach, Pis'ma ŽETF, 9, 1, 63, 1969.
21. A. TAKAYANAGI, K. YAMANOUCHI, K. SHIBAYAMA, Piezoelectric leaky surface wave in Li $Nb0_3$, App. Phys. Letters, 17, 5, 225 (1970).
22. J. A. VIKTOROV, *Tipy zvukovych poverchnostnych voln v tverdych telach*, Akust. Žurn., 25, 1, 1,1979.
23. W. P. MASON, Crystal Physics of Interaction Processes, Academic Press, New York 1966.
24. H. F. TIERSTEN, *Linear Piezoelectric Plate Vibrations*, Plenum Press, New York 1969.
25. H. F. TIERSTEN, *The radiation and confinement of electromagnetic energy accompanying the oscillations of piezoelectric crystal plates*, Rec. Advances in Eng. Science, Part 1, ed. A. C. Bringen, Gordon and Breach Science Publ., New York 1970.
26. W. NOWACKI, *Efekty elektromagnetyczne w stalych cialach odksztalcalnych*, PWN Warszawa 1983.
27. F. E. BORGNIS, *Specific directions of longitudinal wave propagation in anisotropic media*, Physical Review, 9S, 4, 1955.
28. R. MEIER i K. SCHUSTER, Zur Theorie der Schallausbreitung in piezoelektrischen Kristallen, Annalen der Physik, 6, 11, 1953.
29. Praca zbiorowa pod red. A. A. Olinera, *Acoustic surface Waves*, Springer — Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1978.
30. S. EPSTEIN, *Elastic-wave formulation for electroelastic waves in unbounded piezoelectric crystals*, Phys. Rev. B. Solid St. 4, 1636. 1973.
31. G. KOERBER, *Uncoupled piezoelectric surface-wave modes*, IEEE Trans. Sonics Ultrason. SU-18,2, 73, 1971.
32. G. A. FARNELL, *Symmetry considerations for elastic layer modes propagating in anisotropic piezoelectric crystals*, IEEE Trans. Sonics Ultrason, SU-17, 4, 229, 1970.
33. C. LARDAT, C. MAERFELD; P. TOURNOIS. *Theory and performance of acoustical dispersive surface wave delay lines*, Proc. IEEE, 59, 3, 355, 1971.
34. S. KALISKI, J. KAPELEWSKI, Z. MAKOWSKI, *Surface waves in piezoquartz*, Proc. Vibr. Probl., 4, 7, 403, 1966.
35. C. C. TSENG, Piezoelectric surface waves in cubic crystals, J. Appl. Phys., 41, 6, 2270, 1970.
36. E. DANICKI, Fale powierzchniowe, Biul. WAT, 11, 1975.
37. J. J. CAMPBELL, W. R. JONES, *A method for estimating optimal crystal cuts and propagation directions for excitation of piezoelectric surface waves*, IEEE Trasn. Sonics Ultrason., SU-15, 4, 209, 1968.
38. C. C. TSENG, *Piezoelectric surface waves in cubic and orthorhombic crystals*, Appl. Phys. Letters, 16, 6, 253, 1970.
39. G. KOERBER, R. VOGEL, Generalized Bleustein modes, IEEE Trans, Sonies. Ultrason, SU-19, 1, 3, 1972.
40. G. KOERBER, R. VOGEL, *SH-mode piezoelectric surface waves on rotated cuts*, IEEE Trans. Sonics Ultrason. SU-20, 1, 9, 1973.
41. W. SOLUCH, Bleustein-Gulyaev waves in $LiLO_3$, Bull. Acad. Polon. Sci., Sér. Sci. Techn., 21, 2, 23, 1973.
42. J. POUGET, G. A. MAUGIN, *Bleustein-Gulyaev surface modes in elastic ferroelectrics*, J. Acoust. Soc. Am., 69, 5, 1304, 1981.
43. W. PAJEWSKI, *Transversal Bleustein-Gulayev surface waves on a piezoelectric ceramic*, Arch. Acoust, 2, 3, 197, 1977.
44. MAKOTO TSUTSUMI, NOBUAKI KUMAGAL, *Behavior of B-G waves in a periodically corrugated piezoelectric crystal*, IEEE Trans. Micr. Th. Techn. MTT-28, 6, 627, 1980.
45. J. LOTHE, D. M. BARNETT, *Integral formalizm for surface waves in piezoelectric crystals. Existence considerations* J. Appl. Phys. 47, 5, 1799, 1976.
46. J. LOTHE, D. M. BARNETT, *Further development of the theory for surface waves in piezoelectric crystals*, Phys. Norvegica, 8, 4, 239, 1977.

47. J. LOTHE, D. M. BARNETT, *On the existence of surface wave solutions in piezoelectric crystals an example of non existence*, Wave Motion, 1, 107, 1979.
48. V. N. LJUBIMOV, V. I. Al'šic, J. LOTE, *Ob ob"emnych i poverchnostnych kvaziob"emnych volnach v polybeskonečnoj p'ezoèlektričeskoj srede*, Kristall,, 25, 1, 33, 1980.
49. HIROKIMI SHIRASAKI, TOSHIO MAKIMOTO, *Energy propagation of piezoelectric surface waves on cubic crystals*, J. Appl. Phys., 49, 2, 658, 1978.
50. HIROKIMI SHIRASAKI, TOSHIO MAKIMOTO, *Asymptotic expressions for piezoelectric surface waves excited ted by the buried mechanical and electrical point*, J. Appl. Phys., 49, 2, 861, 1978.
51. HIROKIMI SHIRASAKI, TOSHIO MAKIMOTO, *Gaussian curvature of the slowness surface for piezoelectric surface waves on a cubic crystal*, J. Appl. Phys., 50, 4, 2795, 1979.
52. S. DATTA, B. J. HUNSINGER, *Analysis of surface waves using orthogonal functions*, J. Appl. Phys., 49, 2, 476, 1978.
53. R. F. VOGEL, *Variational limits on piezoelectric problem parameters*, IEEE Trans. Sonics Ultrason. SU-26, 4, 315, 1979.
54. J. J. CAMPBEL, W. R. JONES, *Propagation of piezoelectric surface waves on cubic and hexagonal crystals*. J. Appl. Phys., 41, 7, 2796, 1970.
55. L. P. SOLIE, *Piezoelectric waves on layered substrates*, J. Appl. Phys., 44, 2, 619, 1973.
56. M. KOŠEK, *The surface acoustic wave in a piezoelectric anisotropic medium*, Acta Phys. Slov., 32, 1, 91, 1982.
57. D. B. TAYLOR, S. CREMPIN, *Surface waves in anisotropic media: propagation in a homogeneous piezoelectric halfspace*, Proc. R. Soc. Lond., A, 364, 161, 1978.
58. G. A. ARMSTRONG, S. CRAMPIN, *Piezoelectric surface-wave calculations in multilayered anisotropic media*, Electronic Letters, 8, 21, 521, 1972.
59. K. MAJORKOWSKA-KNAP, *Surface waves in piezoelectric materials of the class 42 m*, Bull. Acad. Polon. Sci., Sér. Sci. Techn., 28, 9/10, 417, 1980.
60. N. Z. LJACHOV, R. M. TAZIEV, *Približennoe dispersionnoe uravnenie dlja poverchnostnoj akustičeskoj volny v sisteme tonkaja p'ezoèlektričeskaja plenka — poluprostranstvo*, Akyst. Žurn., 28, 3, 375, 1982.
61. C. MAERFELD, P. TOURNOIS, *Pure shear elastic surface wave guided by the interface of two semi-infinite media*, Appl. Phys. Lett., 19, 4, 117, 1971.
62. J. M. GEL'FGAT, E. S. SYRKIN, *O suščesvovanii poperečnych akustičeskich voln, likalizovannych u ploskoj granicy razdela dvuch tverdych sred*, Akust. Žurn., 28, 3, 426, 1982.
63. A. K. MOROCA, *K teorii rasprostranenija čisto poperečnych akustičeskich voln vdol'granicy razdela dvuch p'ezoèlektričeskich sred*, Akust. Žurn., 28, 5, 665, 1982.
64. J. J. KAYME, *Conductivity and viscosity effects on wave propagation in piezoelectric crystals*, J. Acoust. Soc. Am., 26, 6, 990, 1954.
65. A. N. MATWIEJEW, *Teoria pola elektromagnetycznego*, PWN, Warszawa 1967.
66. M. AHMED, *The response of piezoelectric face plates used in ultrasonic imaging systems*, IEEE Trans. Sonics. Ultrason. SU-25, 6, 330, 1978.
67. K. MAJORKOWSKA-KNAP, *Coupling of mechanical elastic and electromagnetic waves in a piezoelectric medium*, Bull. Acad. Polon. Sci., Ser. Sci. Techn., 27, 8/9, 673, 1979.
68. C. C. TSENG, R. M. WHITE, *Propagation of piezoelectric and elastic surface waves on the basal plane of hexagonal piezoelectric crysatls*, J. Appl. Phys., 38, 11, 4274, 1967.
69. C. C. TSENG, *Elastic surface waves on free surface and metallized surface of CdS*, ZnO, and PZT-4, J. Appl. Phys., 38, 11, 4281, 1967.
70. F. BARDATI, G. BARZILAL, G. GEROSA, *Elastic wave excitation in piezoelectric slabs*, IEEE Trans. Sonics Ultrason. SU-15, 4, 193, 1968.
71. R. D. MINDLIN, *On the equations of motion of piezoelectric crystals*, Problem of Continuum Mechanics, Muskhalishvili Anniversary Volume. p. 282. Soc. Ind. Appl. Math. Philadelphia 1961.
72. W. NOWACKI, *A reciprocity theorem for coupled mechanical and thermoelectric fields in piezoelectric crystals*, Proc. Vibr. Probl., 6, 1, 3, 1965.
73. W. NOWACKI, *Dynamiczne zagadnienia termosprężystości*, PWN, Warszawa 1966.
74. L. LANDAU, E. LIFSZIC, *Elektrodynamika ośrodków ciągłych*, PWN. Warszawa 1960,

75. K. Majorkowska-Knap, *Dynamical problems of thermo-piezoelectricity*, Bull. Acad. Polon. Sci, Sér. Sci. Techn., 27, 2, 139, 1979.
76. A. K. Pal, *Surface waves in a thermo-piezoelectric medium of monoclinic symmetry*, Czech. J. Phys., B29, 1271, 1979.
77. A. K. Pal, *Propagation and amplification of surface waves in a thermopiezo-semiconducting medium*, Acta Physica Polonica, A64, 3, 323 1983.
78. R. D. Mindlin, *Continuum and lattice theories of influence of electromechanical coupling on capacitance of thin dielectric films*, Int. J. Solids Structures, 5, 1197, 1969.
79. R. D. Mindlin, *Polarization gradient in elastic dielectrics*, Int. J. Solids Structures, 4, 637, 1968.
80. R. A. Toupin, *The elastic dielectrics*, J. Rat. Mech. Anal., 5, 849. 1956.
81. R. A. Toupin, *A dynamical theory of elastic dielectrics*, Int. J. Engn. Sci., 1, 1, 101, 1963.
82. K. B. Tolpygo, *Fizičeskie svojstva rešetki tipa kamennoj soli postroennoj iz deformiruemych ionov*, Ž.E.T.S., 20, 497, 1950.
83. W. Cochran, Lattice vibrations, Rep. Prog. Phys., 26, 1, 1963.
84. B. J. Dick i A. W. Overhauser, *Theory of the dielectric constants of alkali halide crystals*, Phys. Rev., 112, 90, 1958.
85. R. D. Mindlin, *Elasticity, piezoelectricity and crystal lattice dynamics*, J. of Elasticity, 2, 4, 217, 1972.
86. A. Askar, P. C. Lee, A. S. Cakmak, *Lattice dynamics appraach to the theory of elastic dielectrics with polarization gradient*, Phys. Rev. B., 1, 8, 3525, 1970.
87. K. Majorkowska-Knap, *Coupled mechano-electric fields in solid dielectrics* I, Bull. Acad. Polon. Sci. Sér. Techn., 27, 4, 377, 1979.
88. K. Majorkowska-Knap, *Love's waves in elastic isotropic solid dielectrics*, Bull. Acad. Polon. Sci. Sér. Sci. Techn., 28, 11/12, 615, 1980.
89. K. Majorkowska-Knap, *Coupled mechano-electric fields in solid dielectrics II*, Bull. Acad. Polon. Sci., Sér. Techn., 27, 5/6, 471, 1979.
90. K. Majorkowska-Knap, *Coupled mechano-electric fields in solid dielectrics* III, Bull. Acad. Polon, Sci., Sér. Sci. Techn., 27, 7, 581, 1979.
91. K. Majorkowska-Knap, *Wave reflection and refraction in solid elastic dielectrics I*, Bull. Acad. Polon. Sci., Sér. Sci. Techn., 29. 7/8, 787, 1981.
92. K. Majorkowska-Knap, *Wave reflection and refraction in solid elastic dielectrics II*, Bull. Acad. Polon. Sci., Sér. Sci. Techn., 29, 7/8, 387, 1981.
93. K. Majorkowska-Knap, *Wave reflection and refraction in solid elastic dielectrics III*, Bull. Acad. Polon. Sci., Sér. Sci. Techn, 29. 9/10, 459, 1981.
94. K. Majorkowska-Knap, *Wave reflection and refraction in solid elastic dielectrics IV*, Bull. Acad. Polon. Sci., Sér. Sci. Techn., 29, 9/10, 465, 1981.
95. J. P. Nowacki, P. G. Glockner, *Some dynamical problems of thermoelastic dielectrics*, Int. J. Solids Structures, 15, 183, 1979.
96. J. P. Nowacki, P. G. Glockner, *Propagation of waves in the interion of a thermoelastic dielectric half-space*, Int. J. Engng. Sci., 19, 603, 1981.
97. M. Lax, D. F. Nelson, *Linear and nonlinear electrodynamics in elastic anisotropic dielectrics*, Phys. Rev. B, 4, 3694, 1971.
98. D. F. Nelson, *Theory of nonlinear electroacoustics of dielectric, piezoelectric and pyroelectric crystals*. J. Aconst. Soc. Am., 63, 1738, 1978.
99. P. G. Glockner, K. L. Chowdhury, *Non-linear compatibility equations and Bianchi-type identities for elastic dielectrics*, Int. J. Non-Linear Mechanics, 13, 4, 205, 1978.
100. K. L. Chowdhury, P. G. Glockner, *On thermorigid dielectrics*, J. of Thermal Stresses, 2, 73, 1979.
101. K. L. Chowdhury, P. G. Glockner, *Hyperelastic dielectrics with saturated polarization*, Int. J. Non, Linear Mechanics, 15, 1, 31, 1980.
102. K. L. Chowdhury, M. Epstein, P. G. Glockner, *On the thermodynamics of non-linear elastic dielectrics*, Int. J. Non-Linear Mechanics, 13, 311, 1979.
103. B. Collet, *One-dimensional acceleration waves in deformable dielectrics with polarization gradients*. Int. J. Engng. Sci., 19, 389, 1981.

104. B. COLLET, *Shock waves in deformable dielectrics with polarization gradients*, Int. J. Engng. Sci., 20, 10, 1145, 1982.
105. A. ALIPPI, *Nonlinear acoustic propagation in piezoelectric crystals*, Ferroelectrics, 42, 1/2/3/4, 109, 1982.
106. M. PLANAD, D. HAUDEN, *Non-Linear properties of bulk and surface acoustic waves in piezoelectric crystals*, Ferroelectrics, 42, 1/2/3/4, 117, 1982.
107. S. DOST, *Acceleration waves in elastic dielectrics with polarization gradient effects*, Int. J. Engng. Sci., 21, 11, 1305, 1983.

Р е з ю м е

СОПРЯЖЕННЫЕ МЕХАНО-ТЕРМО-ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ В ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СРЕДАХ

Обзор касается гармонических сопряженных механо-электрических и механо-термо-электрических волн в твердых упругих средах находящихся во взаимодействии с электромагнитным полем (в большинстве случаев сведеным к электрическому) а возможно с полем температуры.

S u m m a r y

COUPLED MECHANO-THERMO-ELECTRIC WAVES IN SOLID PIEZOELECTRIC CONTINUUM

We present the problem of coupled mechanical elastic, thermal and electromagnetic fields (the latter most of the cases reduces to the electric field) in a piezoelectric medium in the case of the harmonic plane waves. The considerations are conducted on the basis of the following linear theories:

— the classical W. Voight theory of piezoelectricity,

— the more general theory of piezoelectricity based on the coupling of the electromagnetic field with the mechanical field

— the quasi-electric theory of thermo-piezoelectricity

— R. D. Mindlin's theory of elastic dielectrics with a polarization gradient, the theory formulating both the electromechanical interaction in materials with centrosymmetry and the surface effects pertaining to deformation as well as polarization.

Praca zostala zlożona w Redakcji dnia 13 stycznia 1984 roku