

ZAMKNIĘTE ROZWIĄZANIE PROBLEMU PROPAGACJI NIESTACJONARNEJ PŁASKIEJ FALI UDERZENIOWEJ W SUCHYM GRUNCIE PIASZCZYSTYM

EDWARD WŁODARCZYK (WARSZAWA)

Wojskowa Akademia Techniczna

1. Wstęp

Problem rozprzestrzeniania się oraz oddziaływania fal uderzeniowych na różnego rodzaju ośrodki i obiekty konstrukcyjne lub ich elementy był przedmiotem badań wielu autorów i posiada bogatą literaturę. Obszerny opis zjawisk wraz z przeglądami piśmiennictwa z tej dyscypliny nauki zamieszczony jest, między innymi, w monografiach [1 - 17] oraz w pracy przeglądowej [18].

Dość szczegółowo przebadane są zagadnienia graniczne dotyczące propagacji oraz oddziaływań stacjonarnych fal uderzeniowych z nieciągłościami kontaktowymi w ośrodkach jedno- i wieloskładnikowych. Rozpatrzono, między innymi, propagację i odbicie fal stacjonarnych od różnego rodzaju przegród [6, 10, 11, 15, 16, 18, 19 - 23], refrakcję tych fal na granicy ośrodków [24 - 30] oraz rozpady dowolnych nieciągłości [31 - 35]. W wymienionych przypadkach uzyskano zamknięte rozwiązania poszczególnych zagadnień granicznych.

Niewiele zamkniętych rozwiązań udało się skonstruować dla fal niestacjonarnych. Przede wszystkim należy tu wymienić samopodobne rozwiązania dla fal koncentrycznych [36 - 38] oraz rozwiązanie dla silnego punktowego wybuchu [39 - 41]. W pracy [42] przedstawiono przybliżoną, analityczną metodę konstrukcji rozwiązania zagadnień początkowo-brzegowych, dotyczących rozprzestrzeniania się i odbicia płaskich fal uderzeniowych w ośrodkach ciągłych. Autorzy tej pracy, mimo wprowadzenia daleko idących uproszczeń (odcinkowa linearyzacja związku fizycznego oraz nieuwzględnienie zmian w czasie i przestrzeni zaburzeń odbitych od frontu fali), uzyskali zamknięte rozwiązanie tylko dla obciążenia nagle przyłożonego i następnie liniowo malejącego w czasie do zera. Podobne rozwiązania dla modelu ze sztywnym odciążeniem uzyskano w pracach [43 i 44]. Z kolei w pracy [45] rozwiązano *explicite* zagadnienie propagacji niestacjonarnej, płaskiej fali uderzeniowej w niejednorodnym ośrodku politropowym, ze stałym lub słabo zmiennym oporem falowym i liniowo sprężystym odciążeniem. Problem formowania się i rozprzestrzeniania niestacjonarnych fal uderzeniowych obciążenia i odciążenia w ośrodku biliniowym rozwiązano w zamkniętej postaci w pracy [46]. Wreszcie w pracy [47] rozwiązano w zamkniętej postaci dość złożone zagadnienie rozprzestrzeniania się fali odciążenia słabej nieciągłości sprężonej z uderzeniową falą odciążenia w przecie sprężysto-plastycznym.

W niniejszej pracy przedstawimy kolejne, zamknięte rozwiązanie problemu propagacji niestacjonarnej płaskiej fali uderzeniowej w suchym gruncie piaszczystym, wygenerowanej nagle przyłożonym i następnie dowolnie malejącym w czasie obciążeniem. Grunt będziemy modelować jednorodnym ośrodkiem dwuskładnikowym, złożonym z powietrza i ziaren kwarcu. Szczegółowy opis modelu ośrodka podamy w następnym rozdziale.

2. Sformułowanie problemu

Zbadamy ruch półprzestrzeni wypełnionej suchym gruntem piaszczystym. Fizyko-mechanicznie właściwości gruntu modelować będziemy następującym równaniem stanu:

$$\frac{\varrho_0}{\varrho} = h(\alpha_1), \quad (2.1)$$

gdzie ϱ_0 jest gęstością gruntu w stanie niezaburzonym, natomiast ϱ oznacza gęstość gruntu w danej chwili. Symbol α_1 oznacza objętościową zawartość powietrza w gruncie niezaburzonym.

Funkcję $h(\alpha_1)$ określimy z modeli G. M. Lachowa [3] i Ch. A. Rachmatulina [48], które w ogólnej postaci można przedstawić wzorem:

$$\frac{\varrho_0}{\varrho} = \Psi(p), \quad (2.2)$$

gdzie funkcja $\Psi(p)$ przyjmuje postać:

$$\Psi_L(p) = \alpha_1 \left[\frac{\gamma_1}{\varrho_1 c_1^2} (p - p_0) + 1 \right]^{-\frac{1}{\gamma_1}} + \alpha_3 \left[\frac{\gamma_3}{\varrho_3 c_3^2} (p - p_0) + 1 \right]^{-\frac{1}{\gamma_3}}; \quad (2.3)$$

— dla modelu G. M. Lachowa oraz

$$\Psi_R(p) = \alpha_1 \frac{\kappa p_0 + p}{p_0 + \kappa p} + \alpha_3 \left[\frac{\gamma_3}{\varrho_3 c_3^2} (p - p_0) + 1 \right]^{-\frac{1}{\gamma_3}} \quad (2.4)$$

— dla modelu Ch. A. Rachmatulina.

Ponadto mamy:

$$\begin{aligned} \kappa &= \frac{\gamma_1 + 1}{\gamma_1 - 1}, & \alpha_1 + \alpha_3 &= 1, \\ \varrho_0 &= \alpha_1 \varrho_1 + \alpha_3 \varrho_3, \end{aligned} \quad (2.5)$$

gdzie α_i są objętościowymi zawartościami; γ_i — wykładnikami izentrop; ϱ_i — gęstościami właściwymi; c_i — prędkościami propagacji dźwięku w poszczególnych składnikach gruntu przy ciśnieniu atmosferycznym p_0 ; p — aktualne ciśnienie w gruncie.

Komponenty suchego gruntu piaszczystego stanowią powietrze i ziarna kwarcu. W dalszym ciągu rozważań będziemy oznaczać indeksem $i = 1$ parametry powietrza, natomiast indeksem $i = 3$ — parametry kwarcu. Na ogół w obliczeniach liczbowych przyjmuje się

$$\begin{aligned} \rho_1 &= 1,29 \text{ kg/m}^3, & c_1 &= 330 \text{ m/s}, \\ \rho_3 &= 2650 \text{ kg/m}^3, & c_3 &= 4500 \text{ m/s}, \\ \gamma_1 &= 1,4, & \gamma_3 &= 3. \end{aligned} \quad (2.6)$$

Zatem dla gruntu dwuskładnikowego, z ogólnych wyrażeń (2.3) i (2.4), po uwzględnieniu wartości (2.6), otrzymamy:

$$\begin{aligned} \Psi_L(p) &= \alpha_1 [10,285(p-p_0)+1]^{-0,7143} + \alpha_3 [5,59 \cdot 10^{-5}(p-p_0)+1]^{-1/3} \\ \Psi_R(p) &= \alpha_1 \frac{6p_0+p}{p_0+6p} + \alpha_3 [5,59 \cdot 10^{-5}(p-p_0)+1]^{-1/3}. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Dla fal intensywnych ($p > 10$ MPa) wyrażenia (2.7) można uprościć (przy założeniu, że $\alpha_1 \ll 1$) do postaci:

$$\begin{aligned} \Psi_L(p) &= \alpha_3 [5,59 \cdot 10^{-5}(p-p_0)+1]^{-1/3}, \\ \Psi_R(p) &= \frac{1}{6} \alpha_1 + \Psi_L(p). \end{aligned} \quad (2.8)$$

Z kolei jeśli $p < 10^3$ MPa, to funkcję (2.8) można zastąpić wyrażeniami:

$$\begin{aligned} \Psi_L &= 1 - \alpha_1 = h_L(\alpha_1), \\ \Psi_R &= 1 - \frac{5}{6} \alpha_1 = h_R(\alpha_1). \end{aligned} \quad (2.9)$$

Z przytoczonych rozważań wynika, że równania

$$\frac{\rho_0}{\rho} = 1 - \alpha_1 \quad \text{lub} \quad \frac{e_0}{e} = 1 - \frac{5}{6} \alpha_1 \quad (2.10)$$

dobrze opisują właściwości suchego gruntu piaszczystego w zakresie ciśnień (10 - 1000) MPa. Przykładowe charakterystyki dla takiego gruntu opisanego modelem Lachowa przedstawiono na rys. 1.

Wrócimy obecnie do dalszego formułowania problemu. Zgodnie z prawami zachowania masy, pędu i energii na froncie fali uderzeniowej mamy:

$$v_1 = \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho_1}\right) d, \quad (2.11)$$

$$p_1 - p_0 = \rho_0 v_1 d, \quad (2.12)$$

$$e_1 - e_0 = \frac{p_1 + p_0}{2} \left(\frac{1}{\rho_0} - \frac{1}{\rho_1}\right), \quad (2.13)$$

gdzie symbole d , e , p , ρ i v odpowiednio oznaczają: prędkość propagacji frontu fali, energię właściwą ośrodka, ciśnienie, gęstość i prędkość przemieszczania się ośrodka. Wartość parametrów przed frontem fali oznaczyliśmy indeksem „0”, a na jej froncie indeksem „1”.

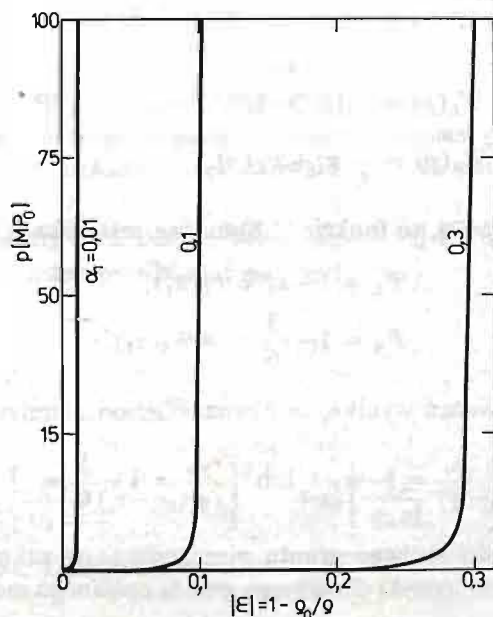
Ponadto na froncie fali spełnione jest również równanie stanu (2.1). W tej sytuacji równanie (2.13) nie sprzęga się z pozostałymi związkami; służy do określenia strat energii na froncie fali uderzeniowej.

Za frontem fali uderzeniowej, ciągłym ruchem gruntu rządzą równania różniczkowe wyrażające lokalne prawa zachowania masy i pędu:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\rho_0}{\rho} - 1, \quad (2.14)$$

$$\rho_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = -\frac{\partial p}{\partial x} \quad (2.15)$$

uzupełnione równaniem stanu (2.1). x jest współrzędną Lagrange'a, skierowaną w głąb półprzestrzeni, natomiast t oznacza czas; symbol u oznacza przemieszczenie ośrodka.



Rys. 1

Fale generowane są równomiernie rozłożonym na powierzchni półprzestrzeni ciśnieniem, nagle przyłożonym i następnie monotonicznie malejącym do ciśnienia atmosferycznego. Zatem warunek brzegowy na powierzchni półprzestrzeni przyjmuje postać:

$$p(0, t) = g(t), \quad \frac{dg}{dt} = \dot{g}(t) \leq 0 \quad (2.16)$$

Zakładamy, że grunt do chwili $t = 0$ znajduje się w stanie niezaburzonym. Mamy zatem:

$$u(x, 0) = 0, \quad v(x, 0) = \left. \frac{\partial u}{\partial t} \right|_{t=0} = 0. \quad (2.17)$$

Tym samym problem został jednoznacznie określony. Rozwiążemy go w następnym rozdziale.

3. Rozwiązanie problemu

Ze wzorów (2.10) wynika, że uproszczone modele G. M. Lachowa i X. A. Rachmatulina różnią się tylko stałym współczynnikiem. Dlatego w dalszym ciągu rozważań posługiwac się będziemy równaniem stanu w ogólnej postaci:

$$\frac{\varrho_0}{\varrho} = 1 - a, \quad (3.1)$$

przy czym $a = \alpha_1$ dla modelu Lachowa oraz $a = \frac{5}{6} \alpha_1$ dla modelu Rachmatulina.

Z równań (2.14) i (3.1) wynika, że

$$u(x, t) = -ax + f(t), \quad (3.2)$$

gdzie funkcja $f(t)$ oznacza przemieszczenie powierzchni półprzestrzeni.

Z kolei podstawiając wyrażenie (3.2) do równania (2.15) mamy:

$$\varrho_0 \ddot{f}(t) = -\frac{\partial p}{\partial x}, \quad (3.3)$$

a po scałkowaniu i wykorzystaniu warunku brzegowego (2.16) otrzymujemy:

$$p(x, t) = -\varrho_0 \ddot{f}(t)x + g(t). \quad (3.4)$$

Przejdziemy obecnie do realizacji warunków zgodności (kinetycznego (2.11) i dynamicznego (2.12)) na froncie fali uderzeniowej. W tym celu równanie frontu fali zapiszemy w postaci:

$$x = \varphi(t) \quad (3.5)$$

lub

$$\frac{dx}{dt} = \dot{\varphi}(t) = d. \quad (3.6)$$

Dalej z wyrażenia (3.2) wynika, że:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = v(x, t) = \dot{f}(t). \quad (3.7)$$

Z kolei podstawiając (3.1), (3.6) i (3.7) do warunku (2.11) mamy:

$$v_1(t) = \dot{f}(t) = a\dot{\varphi}(t). \quad (3.8)$$

Z jednorodnych warunków początkowych (2.17) i wyrażenia (3.2) wynika, że

$$f(0) = 0. \quad (3.9)$$

Zatem z (3.8), po scałkowaniu i uwzględnieniu (3.9), otrzymujemy:

$$f(t) = a\varphi(t). \quad (3.10)$$

Następnie, podstawiając wyrażenia (3.4), (3.6), (3.8) i (3.10) do dynamicznego warunku zgodności (2.12), po przekształceniach otrzymujemy:

$$f(t)\ddot{f}(t) + \dot{f}^2(t) = \frac{a}{\varrho_0} [g(t) - p_0] \quad (3.11)$$

lub

$$\frac{d^2}{dt^2} \left[\frac{1}{2} f^2(t) \right] = \frac{a}{\rho_0} [g(t) - p_0].$$

Po scałkowaniu równania (3.11) i uwzględnieniu warunku początkowego (3.9) otrzymujemy zamknięty wzór na funkcję $f(t)$, rozwiązującą badany problem:

$$f(t) = \left\{ 2 \frac{a}{\rho_0} \int_0^t \int_0^{t_1} [g(t_2) - p_0] dt_2 dt_1 \right\}^{1/2}. \quad (3.12)$$

4. Przykład

Określmy parametry stanu i ruchu gruntu piaszczystego wypełniającego półprzestrzeń obciążoną na powierzchni naciśnieniem zmieniającym się w czasie wg następującego przepisu funkcyjnego:

$$\Delta p(t) = g(t) - p_0 = \begin{cases} p_m \left(1 - \frac{t}{\tau}\right)^n, & \text{jeśli } 0 \leq t \leq \tau, \\ 0, & \text{jeśli } t \geq \tau. \end{cases}$$

W celu uproszczenia dalszych obliczeń i unikacji wyników numerycznych wprowadzimy następujące wielkości bezwymiarowe:

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{x}{a_0 \tau}, & \eta &= \frac{t}{\tau}, & u(\xi, \eta) &= \frac{u[x(\xi), t(\eta)]}{a_0 \tau}, \\ V(\xi, \eta) &= \frac{v[x(\xi), t(\eta)]}{a_0}, & F(\eta) &= \frac{f[t(\eta)]}{a_0 \tau}, \\ \dot{F}(\eta) &= \frac{\dot{f}[t(\eta)]}{a_0}, & \ddot{F}(\eta) &= \frac{\ddot{f}[t(\eta)]}{a_0} \tau, & \Phi(\eta) &= \frac{\varphi[t(\eta)]}{a_0 \tau}, \\ P(\xi, \eta) &= \frac{p[x(\xi), t(\eta)]}{p_0}, & P_m &= \frac{p_m}{p_0}, & G(\eta) &= \frac{g[t(\eta)]}{p_0}, \end{aligned} \quad (4.2)$$

gdzie

$$a_0 = \sqrt{p_0 / \rho_0}. \quad (4.3)$$

Ze wzorów (3.2) ÷ (3.12), po wprowadzeniu wielkości bezwymiarowych (4.2), otrzymamy:

$$\begin{aligned} U(\xi, \eta) &= -a\xi + F(\eta), \\ V(\xi, \eta) &= V_e(\eta) = \dot{F}(\eta), \\ P(\xi, \eta) &= -\xi \ddot{F}(\eta) + G(\eta), \\ \Delta P_e(\eta) &= \frac{\dot{F}^2(\eta)}{a}, \\ \Phi(\eta) &= \frac{1}{a} F(\eta). \end{aligned} \quad (4.4)$$

gdzie:

$$\begin{aligned}
 F(\eta) &= \sqrt{\frac{2a}{n+1} P_m \left\{ \frac{1}{n+2} [(1-\eta)^{n+2} - 1] + \eta \right\}}, \\
 \dot{F}(\eta) &= \frac{1}{F(\eta)} \left\{ \frac{a}{n+1} P_m [1 - (1-\eta)^{n+1}] \right\}, \\
 \ddot{F}(\eta) &= \frac{1}{F(\eta)} [aP_m(1-\eta)^n - \dot{F}(\eta)^2], \\
 G(\eta) &= P_m(1-\eta)^n,
 \end{aligned}
 \tag{4.5}$$

dla $0 \leq \eta \leq 1$ oraz

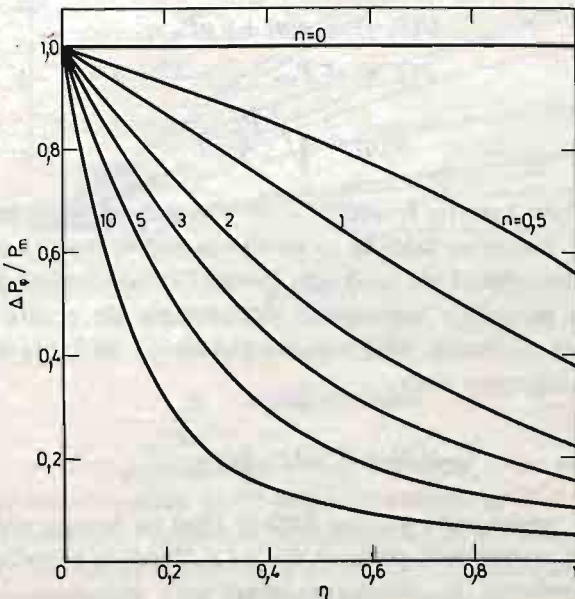
$$\begin{aligned}
 F(\eta) &= \frac{2a}{n+2} P_m = \text{const}, \\
 \dot{F}(\eta) &= \ddot{F}(\eta) = G(\eta) = 0
 \end{aligned}
 \tag{4.6}$$

dla $\eta > 1$.

Ciekawym wnioskiem wynikającym z przedstawionych wzorów jest fakt, że nadciśnienie na froncie fali nie zależy od zawartości składnika gazowego. Rzeczywiście, podstawiając wyrażenia (4.5)₁ i (4.5)₂ do wzoru (4.4)₄ otrzymamy:

$$\Delta P = \frac{P_m}{2(n+1)} \frac{[1 - (1-\eta)^{n+1}]^2}{\frac{1}{n+2} [(1-\eta)^{n+2} - 1] + \eta}.
 \tag{4.7}$$

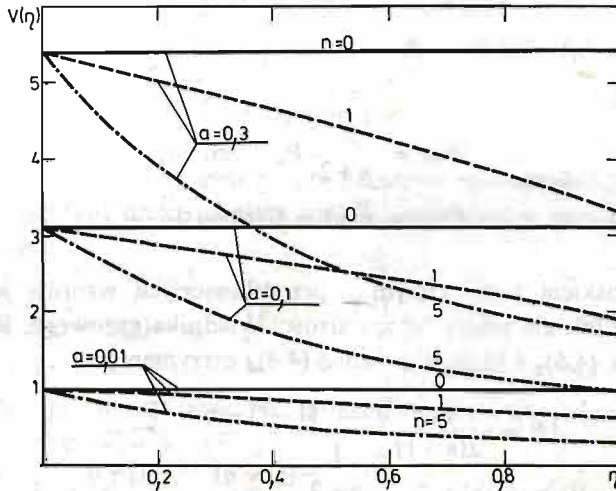
Zmianę wielkości $\Delta P/P_m$ w funkcji η dla różnych wartości parametru n pokazujemy na rys. 2.



Rys. 2

Prędkość przemieszczania się ośrodka rośnie wprost proporcjonalnie do \sqrt{a} (wynika to bezpośrednio ze wzorów (4.4)₂, (4.5)₁ i (4.5)₂). Zmianę wielkości $V(\eta)$ w funkcji η przy różnych zawartościach powietrza i różnych wartościach parametru n pokazujemy na rys. 3. Zwróćmy uwagę na fakt, że dla $n = 0$, co oznacza obciążenie stałe w czasie — „prostokątne”, prędkość zachowuje również stałą wartość równą:

$$V(\eta) = \sqrt{aP_m}. \quad (4.8)$$



Rys. 3

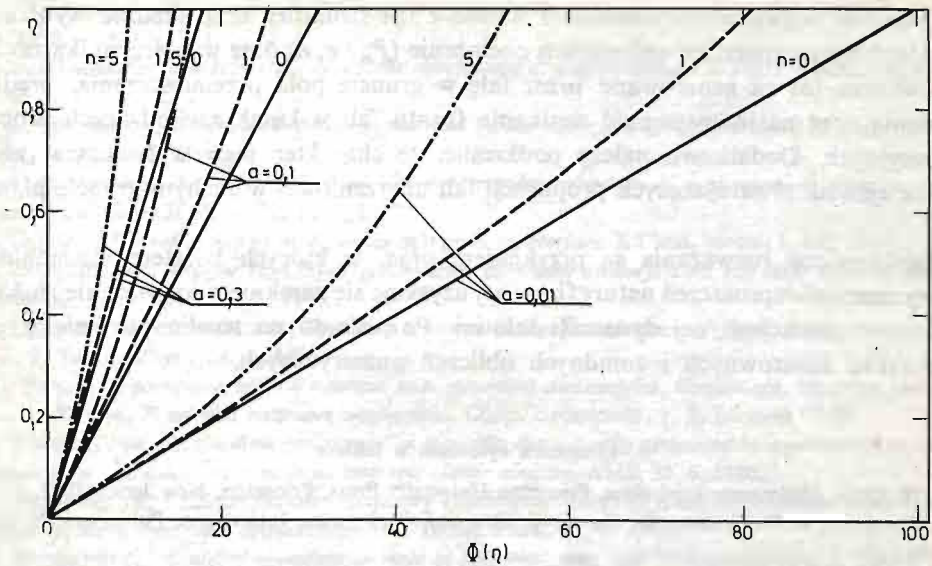
Pozostałe wielkości dla tego przypadku odpowiednio wynoszą:

$$\begin{aligned} U(\xi, \eta) &= -a\xi + \sqrt{aP_m} \eta, \\ P(\xi, \eta) &= P_m, \\ \Phi(\eta) &= \sqrt{\frac{P_m}{a}} \eta. \end{aligned} \quad (4.9)$$

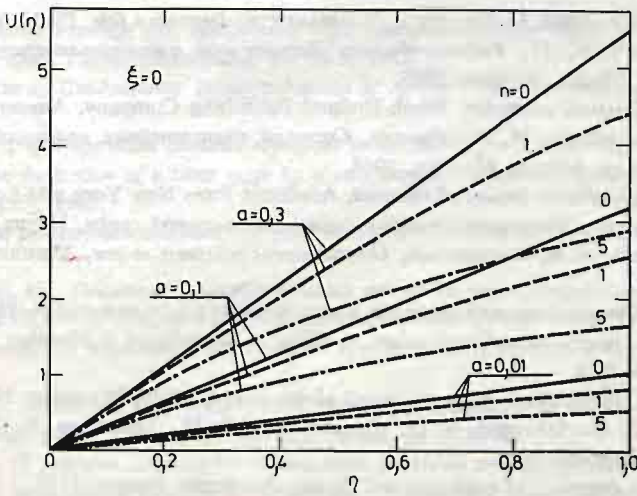
Na rys. 4 wykreślono kształty frontów fal dla różnych wartości współczynnika a i wkładnika n . Zwróćmy uwagę na fakt, że ze wzrostem współczynnika zawartości powietrza dość intensywnie maleje głębokość wnikania frontu fali uderzeniowej w ośrodek. Wzrost zawartości powietrza powoduje intensywne nagrzewanie się gruntu na froncie fali, co powoduje szybkie jego zanikanie. Maksymalną głębokość, na którą wnika front fali uderzeniowej, określa następujący wzór:

$$\Phi_{\max}(\eta) = \Phi(1) = \sqrt{\frac{2P_m}{(n+2)a}}. \quad (4.10)$$

Z kolei na rys. 5 pokazujemy zmianę funkcji $U(n)$ na brzegu półprzestrzeni ($\xi = 0$), przy kilku ustalonych wartościach parametrów a i n . Zgodnie z fizyką badanego zjawiska wzrost zawartości powietrza w ośrodku zwiększa jego przemieszczenie — ośrodek staje się bardziej podatny na odkształcenia.



Rys. 4



Rys. 5

5. Wnioski końcowe

Zaproponowana w pracy uproszczona postać równania stanu ośrodka dwuskładnikowego (3.1), które dobrze modeluje zachowanie się suchego gruntu piaszczystego pod obciążeniem nagle przyłożonym i następnie malejącym do zera z amplitudą zawartą w przedziale ($10 < \Delta p < 1000$ MPa) (patrz wykresy na rys. 1), pozwoliła na skonstruowanie zamkniętego rozwiązania dość złożonego problemu propagacji niestacjonarnej fali uderzeniowej w takim ośrodku. Wyprowadzone wzory mają prostą budowę i nadają się do

praktycznych inżynierskich obliczeń. Ponadto z ich struktury bezpośrednio wynika charakter wpływu parametrów opisujących obciążenie (P_m , τ , n) oraz współczynnika zawartości powietrza (a) na generowane przez falę w gruncie pola przemieszczenia, prędkości i ciśnienia oraz na intensywność zanikania frontu fali wskutek zachodzących procesów dysypacyjnych. Dodatkowo należy podkreślić, że charakter tego wpływu jest zgodny z fizyką zjawisk towarzyszących propagacji fali uderzeniowej w suchym gruncie piaszczystym.

Przedstawione rozważania są przykładem prac, w których kosztem uzasadnionych eksperymentalnie uproszczeń natury fizycznej uzyskuje się zamknięte rozwiązanie złożonych problemów niestacjonarnej dynamiki falowej. Pozwala to na wyeliminowanie w pracy inżynierskiej kosztownych i żmudnych obliczeń numerycznych.

Literatura cytowana w tekście

1. R. H. COLE, *Underwater explosions*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey 1948.
2. R. COURANT, K. O. FRIEDRICHS, *Supersonic flow and shock waves*, Interscience Publishers, New York 1956.
3. Г. М. Ляхов, *Основы динамики взрыва в грунтах и жидких средах*, Недра 1964.
4. X. A. РАХМАТУЛИН, А. Я. САГОМОНЯН, Н. А. АЛЕКСЕЕВ, *Вопросы динамики грунтов*, МГУ, Москва 1964.
5. Z. DŻYGADŁO, S. KALISKI, L. SOLARZ, E. WŁODARCZYK, *Drgania i fale*, PWN, Warszawa 1966.
6. Я. Б. Зельдович, Ю. П. Райзер, *Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений*, Наука, Москва 1966.
7. N. CRISTESCU, *Dynamic plasticity*, North-Holland Publishing Company, Amsterdam 1967.
8. Б. Л. Рождественский, Н. Н. Яненко, *Системы квазилинейных уравнений и их приложения к газовой динамике*, Наука, Москва, 1968.
9. R. KINSLOW, *High-velocity impact phenomena*, Academic Press New York and London 1970.
10. К. П. Станюкович, *Неустановившиеся движения сплошной среды*, Наука, Москва 1971.
11. Г. М. Арутюнян, Л. В. Карчевский, *Отраженные ударные волны*, Машиностроение, Москва 1973.
12. Г. М. Ляхов, *Основы динамики взрывных волн в грунтах и горных породах*, Недра, Москва 1974.
13. G. V. WHITHAM, *Linear and nonlinear waves*, A Wiley — Interscience Publication, New York, London, Sydney, Toronto 1974.
14. W. K. NOWACKI, *Zagadnienia falowe w teorii plastyczności*, PWN, Warszawa 1974.
15. Ф. А. Баум, Л. П. Орленко, К. П. Станюкович, В. П. Чельшев, Б. И. Шехтер, *Физика взрыва*, Наука, Москва 1975.
16. J. HENRYCH, *The dynamics of explosion and its use*, Academia, Prague, 1979.
17. M. A. MEYERS, L. E. MURR, *Shock waves and high strain-rate phenomena in metals*, New York and London 1981.
18. Л. В. Альтшулер, *Применение ударных волн в физике высоких давлений*, Успехи Физических Наук, 85, вып. 2, 1965.
19. Z. ŁĘGOWSKI, E. WŁODARCZYK, *Regular reflection of an oblique stationary shock wave from an indeformable plane partition in saturated soil*, Proc. Vibr. Probl. 15, 2, 1974.
20. E. WŁODARCZYK, *Shock wave reflection from a plane partition moving in gas*, J. Techn. Phys., 21, 4, 1980.
21. E. WŁODARCZYK, *Reflection of a strong detonation wave from a moving non-deformable partition*, J. Techn. Phys., 21, 4, 1980.
22. E. WŁODARCZYK, *Stationary — shock — wave reflection from a solid partition by deformable damping systems*, J. Techn. Phys., 22, 2, 1981.
23. E. WŁODARCZYK, *Reflection of a stationary shock wave from a rigid partition in a three-component medium*, J. Techn. Phys., 23, 3 - 4, 1982.

24. А. И. ГУБАНОВ, *Отражение и преломление ударных волн на границе двух сред*, Ж.Т.Ф., 29, в. 5, 1959.
25. L. F. HENDERSON, *The refraction of a plane shock wave at a gas interface*, J. Fluid. Mech., vol. 26, p. 3 1966.
26. L. F. HENDERSON, *On expansion waves generated by the refraction of a plane shock at a gas interface*, JFM, v. 30, p. 2, 1967.
27. L. F. HENDERSON, A. K. MACPHERSON, *On the irregular refraction of a plane shock wave at a Mach number interface*, JFM, v. 32, p. 1, 1968.
28. R. G. JAHN, *The refraction of shock waves at a gaseous interface*, J. Fluid, Mech., 1, 457, 1956.
29. E. WŁODARCZYK, *Wpływ fizycznych parametrów ośrodków gazowych na refrakcję płaskiej fali uderzeniowej*, Biul. WAT 25, 5, 1976.
30. Z. ŁĘGOWSKI, E. WŁODARCZYK, *Boundary solutions to regular refraction of plane shock waves in ideal gas*, J. Techn. Phys., 22, 1, 1981.
31. Б. РИМАН, *О распространении плоских волн конечной амплитуды*, Сочинения, Москва 1948.
32. Н. Е. КОЧИН, *К теории разрывов жидкости*, Сбор. сочинений, т. 2, Москва 1948.
33. E. WŁODARCZYK, *On the disintegration of an arbitrary discontinuity generated by a centrally cumulated simple wave finite deformations in an isotropic elastic medium*, AMS, 32, 6, 1980.
34. E. WŁODARCZYK, *Collision between stationary synchronous waves of finite deformations in the isotropic elastic medium, isentropic approximation*, J. Techn. Phys., 22, 2, 1981.
35. E. WŁODARCZYK, *Centered compression-wave in polytropic gas, and its disintegration*, J. Techn. Phys. 22, 3, 1981.
36. Л. Д. ЛАНДАУ, К. П. СТАНОКОВИЧ, *Об изучении детонации конденсированных ВВ*, ДАН, 46, № 9, 1945.
37. G. GUDERLEY, *Starke kugelige und zylindrische Verdichtungstösse in der Nöhe des Kugelmittelpunktes bzw. der Zylinderachse*, Luftfahrtforschung, 19, № 9, 1942.
38. Р. И. НИГМАТУЛИН, *Сходящиеся цилиндрические и сферические детонационные волны*, ПММ, в. I, 1967.
39. Л. И. СЕДОВ, *Распространение сильных взрывных волн*, ПММ, т. 9, вып. 2, 1946.
40. J. G. TAYLOR, *The formation of a blast wave by a very intense explosion*, Ministry of Home Security R. C. 210 [115 - 153], 1941.
41. J. G. TAYLOR, *The propagation and decay of blast waves*, British Civilian Defence Research Committee 1944.
42. Г. М. ЛЯХОВ, Н. И. ПОЛЯКОВА, *Приближенный метод расчета ударных волн и их взаимодействий*, Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, № 2, 1959.
43. Л. В. ЗВОЛИНСКИЙ, *Об изучении упругой волны при сферическом взрыве в гурнте*, ПММ, 24, I, 1960.
44. S. KALISKI, W. K. NOWACKI, E. WŁODARCZYK, *On a certain closed solution for the shock-wave with rigid unloading*, Bull. Acad. Polon. Sci., Sér. Sci. Techn., 15, 5, 1967.
45. E. WŁODARCZYK, *O pewnym zamkniętym rozwiązaniu problemu propagacji płaskiej fali uderzeniowej w niejednorodnym plastycznym ośrodku politropowym z liniowosprężystym odcieżeniem*, MTS, 16, 2, 1978.
46. E. WŁODARCZYK, *Exact solution to the formation and propagation problem of non-stationary shock wave in bilinear media*, J. Techn. Phys., 22, 4, 1981.
47. E. WŁODARCZYK, *Double unloading wave in an elastic-plastic medium*, J. Techn. Phys. 24, 4, 1983
48. Х. А. РАХМАТУЛИН, *О распространении волн в многокомпонентных средах*, ПММ, т. 33, в. II, 1969.

Резюме

ЗАМКНУТОЕ РЕШЕНИЕ ПРОБЛЕМЫ РАЗПРОСТРАНЕНИЯ

НЕСТАЦИОНАРНОЙ ПЛОСКОЙ УДАРНОЙ ВОЛНЫ В СУХОМ ПЕСЧАНОМ ГРУНТЕ

В работе предложен упрощенный вид уравнения состояния двухкомпонентной среды, которое довольно хорошо моделирует поведение сухого песчаного грунта под нагрузкой

внезапно приложенной и затем убывающей к нулю с амплитудой содержащейся в интервале ($10 < \Delta p < 1000$) МПа. Это уравнение дало возможность построить замкнутое решение проблемы распространения нестационарной плоской ударной волны в полупространстве, заполненном сухим песчаным грунтом. Выведенные формулы имеют простое строение и пригодны для практических инженерных расчетов. Кроме этого из их структуры непосредственно вытекает характер влияния параметров, описывающих нагрузку (p_m, τ, n), а также объемного коэффициента содержания воздуха (a), на генерированные волной в грунте поля перемещения, скорости и давления, а также на интенсивность затухания фронта волны вследствие происходящих диссипативных процессов. Дополнительно следует подчеркнуть, что характер этого влияния совпадает с физикой явлений сопутствующих распространению ударной волны в сухом песчаном грунте.

S u m m a r y

CLOSED FORM SOLUTION TO THE PROPAGATION PROBLEM OF A NON-STATIONARY PLANE SHOCK WAVE IN A DRY SANDY SOIL

A simplified form is suggested of the equation of state of a binary medium, this equation modelling fairly well the behaviour of a dry, sandy soil under load suddenly applied and subsequently decreasing to zero with the amplitude contained within the interval of ($10 < \Delta p < 1000$) MPa. This equation enabled the closed-form solution to be constructed to the propagation problem of a non-stationary, plane shock-wave in half-space filled with dry sandy soil. The formulae derived are of a simple structure and lend themselves to practical engineering calculations. Further-more, from their structure directly results the character of the effect of the parameters describing the load (P_m, τ, n), as well as of the volumetric coefficient of air content (a) upon the generated by the wave in the soil fields of displacement, of velocity and of pressure, as well as upon the decay intensity of the wave-front as a result of the dissipation processes. In addition it should be emphasized that the character of this effect is in agreement with the physics of the phenomena that accompany the shock-wave propagation in a dry, sandy soil.

Praca została złożona w Redakcji dnia 30 grudnia 1983 roku