

## USTALONY KORKOCIĄG SAMOLOTU, WARUNKI RÓWNOWAGI

WOJCIECH B L A J E R

*Politechnika Warszawska*

JERZY M A R Y N I A K

*Politechnika Warszawska*

### 1. Wstęp

W pracy przedstawiono metodę badania własności korkociągowych samolotu, polegającą na wyznaczeniu jego punktu równowagi w korkociągu o osi pionowej. Samolot traktowano przy tym jako sztywny układ mechaniczny o sześciu stopniach swobody.

Przy poszukiwaniu stanu lotu samolotu w ustalonym korkociągu założono, że średni kąt natarcia płatów jest większy od krytycznego, a ruch odbywa się po stromej linii śrubowej o osi pionowej względem ziemi. Rozpatrywano ruch niesterowany (ustalone parametry sterowania) dla zadanej wysokości lotu.

Równania do wyznaczania punktu równowagi samolotu w korkociągu wyprowadzono z ogólnych równań ruchu samolotu jako ciała sztywnego [2, 8], otrzymanych w quasi-współrzędnych układu własnego samolotu przy zastosowaniu równań Boltzmana-Hamela [5] dla układów mechanicznych o więzach holonomicznych.

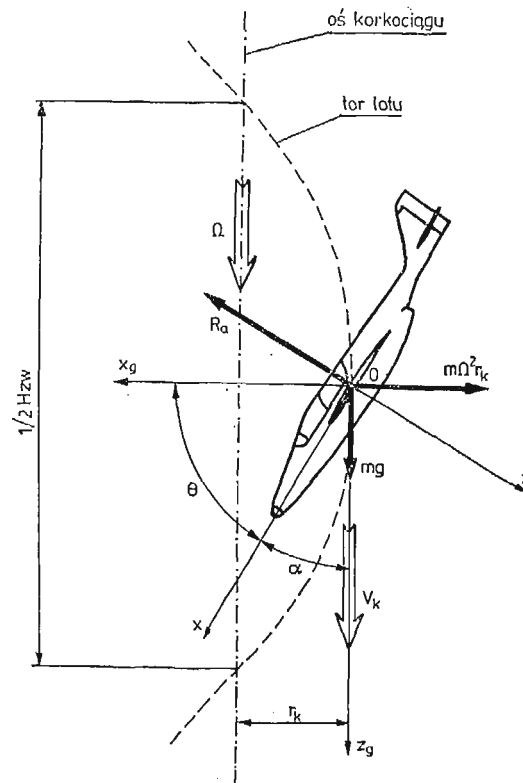
Oddziaływania zewnętrzne na samolot w korkociągu wyznaczono analogicznie jak w pracach [2, 8]. Przyjęto, że są one pochodzenia aerodynamicznego, od zespołu napędowego i od siły ciężkości. Oddziaływania aerodynamiczne liczone rozdzielając je na pochodzące od skrzydła, kadłuba oraz usterzeń pionowego i poziomego. Przy wyznaczaniu oddziaływań od skrzydła zastosowano metodę pasową, dzieląc je dodatkowo na  $N = 20$  pasków. Dla każdego z pasków skrzydła i usterzeń jako całości, oddziaływania liczone przy uwzględnieniu lokalnych warunków opływu. Oddziaływania te odnoszono następnie do środka masy samolotu. Opierając się na pracy [4] uwzględniano również wpływ części samolotu na siebie. Metoda ta pozwoliła na przybliżone uwzględnienie wpływu prędkości kątowych samolotu na siły i momenty aerodynamiczne. Oddziaływania od zespołu napędowego wyprowadzono dla przypadku jednosilnikowego samolotu turbodrzutowego.

Obliczenia przykładowe wykonano dla przypadku samolotu TS-11 „Iskra” według własnych programów w Ośrodku Obliczeniowym Politechniki Warszawskiej.

## 2. Sformułowanie zagadnienia i opis przyjętych układów odniesienia

Formułując model ustalonego korkociągu przyjęto następujące podstawowe założenia (porównaj prace [1, 3, 10]):

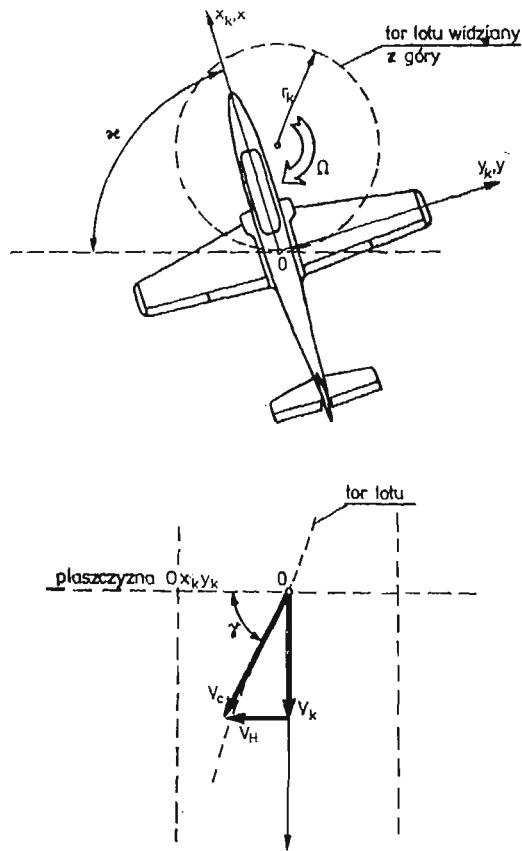
1. Lot samolotu odbywa się w zakresie nadkrytycznym średniego kąta natarcia płatów,
2. Opadanie samolotu następuje po stromej linii śrubowej o osi pionowej względem ziemi, przy jednoczesnym obrocie wokół tej osi,
3. Ruch jest niesterowany i rozpatrywany jest dla zadanej wysokości lotu,
4. Ruch jest ustalony. Oznacza to, że wszystkie parametry ruchu, toru przemieszczania się środka masy i konfiguracji samolotu względem osi linii śrubowej są ustalone.



Rys. 1. Model korkociągu ustalonego. Oznaczenia:  $\alpha$  — kąt natarcia,  $\theta$  — kąt pochylenia,  $m$  — masa samolotu,  $g$  — przyspieszenie ziemskie,  $V_k$  — prędkość opadania pionowego,  $\Omega$  — prędkość kątowa obrotu,  $r_k$  — promień korkociągu,  $H_{zw}$  — wysokość tracona przez samolot w jednej zwitce,  $R_a$  — wypadkowa siła aerodynamiczna

Do opisu ruchu samolotu w korkociągu ustalonym użyto następujących układów odniesienia:

1. Układ  $Ox_g y_g z_g$  zaczepiony w środku masy samolotu o osiach równoległych do inercjalnego układu  $O_1 x_1 y_1 z_1$  związanego z ziemią. Oś  $Oz_g$  (również oś  $O_1 x_1$ ) jest pionowa, tzn. zgodna z kierunkiem działania siły ciężkości,



Rys. 2. Układ korkociągowy  $Ox_k y_k z_k$  dla korkociągu o osi pionowej. Oznaczenia:  $V_c$  — prędkość całkowita,  $V_k$  — prędkość opadania pionowego,  $V_H$  — prędkość styczna,  $\gamma$  — kąt pochylenia linii śrubowej,  $\alpha$  — kąt odchylenia samolotu ku osi korkociągu

2. Centralny układ własny samolotu  $Oxyz$ , taki, że płaszczyzna  $Oxz$  jest płaszczyzną symetrii samolotu,
3. Układ aerodynamiczny (prędkościowy)  $Ox_a y_a z_a$  związany z kierunkiem niezakłóconego przepływu,
4. Układ korkociągowy  $Ox_k y_k z_k$  (rys. 2). Oś  $Oz_k$  tego układu jest pionowa (pokrywa się z osią  $Oz_\theta$ ), a osie  $Ox_k$  i  $Oy_k$  stanowią rzuty osi  $Ox$  i  $Oy$  na płaszczyznę poziomą  $Ox_\theta y_\theta$ .

Opisy trzech pierwszych układów zawarte są m.in. w pracach [2, 7, 8, 9]. Układ korkociągowy [1, 2] wprowadzony został w celu ułatwienia analizy konfiguracji samolotu w korkociągu oraz toru lotu jego środka masy. Układ zaczepiony jest w środku masy samolotu. Oś  $Oz_k$  jest przez cały czas równoległa do osi korkociągu (z założenia pionowa), natomiast osie  $Ox_k$  i  $Oy_k$  wyznaczają płaszczyznę prostopadłą do osi linii śrubowej i są rzutami odpowiednio osi  $Ox$  i  $Oy$  układu własnego na tę płaszczyznę. Zgodnie z założeniami przyjętymi powyżej, oś  $Oz_k$  pokrywa się z osią  $Oz_\theta$ , a osie  $Ox_k$  i  $Oy_k$  zawierają się w płaszczyźnie  $Ox_\theta y_\theta$ .

Zależność pomiędzy układami  $Ox_k y_k z_k$  i  $Oxyz$  można zapisać jako:

$$\begin{bmatrix} x_k \\ y_k \\ z_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \Theta & \sin \Phi \sin \Theta & \cos \Phi \sin \Theta \\ 0 & \cos \Phi & -\sin \Phi \\ -\sin \Theta & \sin \Phi \cos \Theta & \cos \Phi \cos \Theta \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = A_k \times \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}, \quad (1)$$

gdzie:  $\Phi$  — kąt przechylenia,  $\Theta$  — kąt pochylenia samolotu.

### 3. Równania do wyznaczania punktu równowagi samolotu w korkociągu

Poszukiwane równania wyprowadzone zostały z ogólnych równań ruchu samolotu sztywnego w quasi-współrzędnych [5] centralnego układu własnego samolotu  $Oxyz$ , dla którego płaszczyzna  $Oxz$  jest płaszczyzną symetrii samolotu. Równania te mają postać [2, 4, 8]:

$$m \frac{dU}{dt} + m(WQ - VR) = Q_U^*, \quad (a)$$

$$m \frac{dV}{dt} + m(UR - WP) = Q_V^*, \quad (b)$$

$$m \frac{dW}{dt} + m(VP - UQ) = Q_W^*, \quad (c)$$

$$J_x \frac{dP}{dt} - J_{xz} \frac{dR}{dt} + (J_z - J_y)QR - J_{xz}PQ = Q_P^*, \quad (d)$$

$$J_y \frac{dQ}{dt} - (J_z - J_x)PR + J_{xz}(P^2 - R^2) = Q_Q^*, \quad (e)$$

$$J_z \frac{dR}{dt} - J_{xz} \frac{dP}{dt} + (J_y - J_x)PQ + J_{xz}QR = Q_R^*, \quad (f)$$

gdzie:  $m$  — masa samolotu,  $J_x, J_y, J_z, J_{xz}$  — momenty bezwładności główne i dewiacyjny,  $U, V, W$  — prędkości liniowe w układzie  $Oxyz$ ,  $P, Q, R$  — prędkości kątowe w układzie  $Oxyz$ ,  $Q^* = \text{col}[Q_U^*, Q_V^*, \dots, Q_R^*]$  — wektor sił uogólnionych.

Zgodnie z założeniami, wektor całkowitej prędkości kątowej samolotu  $\Omega$  skierowany jest wzdłuż pionowej osi korkociągu, stąd:

$$\begin{bmatrix} P \\ Q \\ R \end{bmatrix} = \Omega \begin{bmatrix} -\sin \Theta \\ \sin \Phi \cos \Theta \\ \cos \Phi \cos \Theta \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Trzy pierwsze równania układu (2) w postaci  $\dot{U}, \dot{V}, \dot{W}$  zastąpić można wyrażeniami  $\dot{\alpha}, \dot{\beta}, \dot{V}_c$  według zależności:

$$\dot{\alpha} = \frac{d}{dt} \left( \arctg \frac{W}{U} \right) = \frac{1}{V_c \cos \beta} (\dot{W} \cos \alpha - \dot{V} \sin \alpha), \quad (4)$$

$$\dot{V}_c = \frac{d}{dt} (\sqrt{U^2 + V^2 + W^2}) = \dot{U} \cos \beta \cos \alpha + \dot{V} \sin \beta + \dot{W} \cos \beta \sin \alpha, \quad (5)$$

$$\dot{\beta} = \frac{d}{dt} \left( \arcsin \frac{V}{V_c} \right) = \frac{\dot{V} - \dot{V}_c \sin \beta}{V_c \cos \beta}. \quad (6)$$

Za pracami [2, 8] wektor sił uogólnionych przyjęć można w postaci:

$$Q^* = \begin{bmatrix} X_a + T \cdot \cos \delta - m \cdot g \cdot \sin \Theta \\ Y_a + m \cdot g \cdot \sin \Phi \cos \Theta \\ Z_a - T \cdot \sin \delta + m \cdot g \cdot \cos \Phi \cos \Theta \\ L_a \\ M_a + T \cdot e + J_0 \cdot R \cdot \omega \\ N_a - J_0 \cdot Q \cdot \omega \end{bmatrix}, \quad (7)$$

gdzie:  $Q_a^* = \text{col}[X_a, Y_a, Z_a, L_a, M_a, N_a]$  — wektor sił uogólnionych pochodzenia aerodynamicznego,  $T$  — ciąg silnika,  $\delta$  — kąt pomiędzy linią działania ciągu silnika i osią  $Ox$  układu własnego,  $e$  — oddalenie linii działania siły ciągu od środka masy samolotu,  $\omega$  — prędkość kątowna obrotów silnika, założono, że wektor  $\omega$  jest równoległy do osi  $Ox$ ,  $J_0$  — moment bezwładności części wirujących silnika.

Ostatecznie równania do wyznaczania punktu równowagi samolotu w korkociągu wyprowadzono w następującej postaci:

$$\begin{aligned} \dot{\alpha} &= \frac{1}{\cos \beta} (-C_x \sin \alpha + C_z \cos \alpha) + \Omega \cos \Theta \sin \Phi + \\ &\quad - \Omega \text{tg} \beta (\cos \Theta \cos \Phi \sin \alpha - \sin \Theta \cos \alpha), \quad (a) \\ \dot{\beta} &= -C_x \cdot \cos \alpha \sin \beta + C_y \cdot \cos \beta - C_z \cdot \sin \alpha \sin \beta + \\ &\quad + \Omega (\sin \Theta \sin \alpha - \cos \Theta \cos \Phi \cos \alpha), \quad (b) \\ \frac{\dot{V}_c}{V_c} &= C_x \cdot \cos \alpha \cos \beta + C_y \cdot \sin \beta + C_z \cdot \sin \alpha \cos \beta, \quad (c) \\ \dot{P} &= K[C_l + K_1 C_n - \Omega^2 \sin \Phi \cos \Theta (K_4 \sin \Theta + K_5 \cos \Theta \cos \Phi)], \quad (d) \\ \dot{Q} &= C_m + \Omega^2 \left[ \frac{1}{2} K_6 \sin 2\Theta \cos \Phi - K_2 (\sin^2 \Theta - \cos^2 \Theta \cos^2 \Phi) \right], \quad (e) \\ \dot{R} &= K[K_3 C_l + C_n + \Omega^2 \sin \Phi \cos \Theta (K_7 \sin \Theta - K_8 \cos \Theta \cos \Phi)], \quad (f) \end{aligned} \quad (8)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} C_x &= \frac{X_a + T \cdot \cos \delta - m \cdot g \cdot \sin \Theta}{m \cdot V_c}, \\ C_y &= \frac{Y_a + m \cdot g \cdot \sin \Phi \cos \Theta}{m \cdot V_c}, \\ C_z &= \frac{Z_a - T \cdot \sin \delta + m \cdot g \cdot \cos \Phi \cos \Theta}{m \cdot V_c}, \\ C_l &= \frac{L_a}{J_x}, \quad C_n = \frac{N_a - J_0 \cdot \Omega \cdot \omega \cdot \cos \Theta \sin \Phi}{J_z}, \\ C_m &= \frac{M_a + T \cdot e + J_0 \cdot \Omega \cdot \omega \cdot \cos \Theta \cos \Phi}{J_y}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 K &= \frac{1}{1 - \frac{J_{xz}^2}{J_x \cdot J_z}}, & K_1 &= \frac{J_{xz}}{J_x}, & K_2 &= \frac{J_{xz}}{J_y}, \\
 K_3 &= \frac{J_{xz}}{J_z}, & K_4 &= \left(1 - \frac{J_y - J_x}{J_z}\right) \frac{J_{xz}}{J_x}, \\
 K_5 &= \frac{J_z - J_y}{J_x} + \frac{J_{xz}^2}{J_x \cdot J_z}, & K_6 &= \frac{J_z - J_x}{J_y}, \\
 K_7 &= \frac{J_y - J_x}{J_z} - \frac{J_{xz}^2}{J_x \cdot J_z}, & K_8 &= \left(1 - \frac{J_z - J_y}{J_x}\right) \frac{J_{xz}}{J_z}.
 \end{aligned}$$

Układ równań (8) jest układem sześciu nieliniowych równań różniczkowych  $F = \text{col}[\dot{\alpha}, \dot{\beta}, \dot{V}_c/V_c, \dot{P}, \dot{Q}, \dot{R}]$  o sześciu niewiadomych  $X = \text{col}[\alpha, \beta, V_c, \Omega, \Phi, \Theta]$ . Punkt równowagi układu jest to taki punkt, czyli taki wektor  $X$ , dla którego prawe strony układu są równe zeru, czyli wektor  $F$  jest wektorem zerowym. W zagadnieniach technicznych warunek ten jest równoważny stwierdzeniu, że w punkcie równowagi  $X$ , odpowiednio zdefiniowana norma wektora  $F$  musi być mniejsza od zadanej wartości  $\varepsilon$ . Na przykład:

$$J(F) = \sum_i |f_i(X)| = |\dot{\alpha}(X)| + \dots + |\dot{R}(X)|. \quad (9)$$

Metoda wyznaczania punktu równowagi tłumaczy dlaczego zamiast układu  $\dot{U}, \dot{V}, \dot{W}, \dot{P}, \dot{Q}, \dot{R}$  rozpatrywano układ równań o postaci  $\dot{\alpha}, \dot{\beta}, \dot{V}_c/V_c, \dot{P}, \dot{Q}, \dot{R}$  oraz dlaczego zamiast równania  $\dot{V}_c$  rozpatrywano go w postaci  $\dot{V}_c/V_c$ . Z punktu widzenia prawidłowości i szybkości znajdowania punktu równowagi układu, pożądane jest by wszystkie składniki sumy (9) miały zbliżoną do siebie wartość. Wartości liczbowe  $U, V, W$  są zazwyczaj o co najmniej rząd większe od wartości liczbowych osiąganym przez  $P, Q, R$ . To samo dotyczy może również pochodnych tych wielkości. Rząd wielkości liczbowych  $\alpha, \beta$  (w radianach) i  $V_c/V_c = 1$  jest natomiast zbliżony do rzędu wartości  $P, Q, R$ . Z tego względu norma wektora  $F$  dla układu równań o postaci  $\dot{\alpha}, \dot{\beta}, \dot{V}_c/V_c, \dot{P}, \dot{Q}, \dot{R}$  wydaje się lepiej określona niż dla układu  $\dot{U}, \dot{V}, \dot{W}, \dot{P}, \dot{Q}, \dot{R}$ .

Jeśli punkt równowagi istnieje, czyli  $J(X) < \varepsilon$ , wektor  $X = \text{col}[\alpha, \beta, V_c, \Omega, \Phi, \Theta]$  jednoznacznie charakteryzuje stan lotu ustalonego korkociągu samolotu. Warto jednak pokusić się o dodatkowe informacje dotyczące ruchu środka masy samolotu i jego konfiguracji w korkociągu. Tymi dodatkowymi informacjami mogą być:  $\gamma$  — kąt pochylenia linii śrubowej,  $r_k$  — promień korkociągu i  $\varkappa$  — kąt odchylenia samolotu ku osi korkociągu (rys. 2).

Z rys. 2 wynikają zależności:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_k \\ \dot{y}_k \\ \dot{z}_k \end{bmatrix} = V_c \begin{bmatrix} \cos \gamma \cos \varkappa \\ -\cos \gamma \sin \varkappa \\ \sin \gamma \end{bmatrix} = V_c \cdot A. \quad (10)$$

Natomiast ze znanych wzorów wynika, że:

$$\begin{bmatrix} U \\ V \\ W \end{bmatrix} = V_c \begin{bmatrix} \cos \beta \cos \alpha \\ \sin \beta \\ \cos \beta \sin \alpha \end{bmatrix} = V_c \cdot B. \quad (11)$$

Porównując wzory (1), (10), (11) otrzymujemy:

$$A(3) = \sin \gamma = \sum_i A_k(3, i) \times B(i),$$

$$A(2) = -\cos \gamma \sin \kappa = \sum_i A_k(2, i) \times B(i).$$

Stąd:

$$\gamma = \arcsin \left( \sum_i (A_k(3, i) \times B(i)) \right), \quad (12)$$

$$\kappa = \arcsin \left( -\frac{1}{\cos \gamma} \sum_i A_k(2, i) \times B(i) \right). \quad (13)$$

Promień korkociągu  $r_k$  wyznaczyć można z zależności:

$$r_k = \frac{V_c \cos \gamma}{\Omega}. \quad (14)$$

#### 4. Obliczenia przykładowe

Obliczenia przykładowe wykonano dla przypadku samolotu TS-11 „Iskra” w Ośrodku Obliczeniowym Politechniki Warszawskiej według własnych programów napisanych w języku FORTRAN. Przy wyznaczaniu punktu równowagi układu (8) posłużono się gotowymi procedurami standardowymi.

Obliczenia wykonane zostały dla wielu wersji danych samolotu i sterowania i zebrane są w tablicy 1. Wszystkie wersje obliczeń różnią się od wersji podstawowej (std) tylko parametrami wyszczególnionymi w tablicy. Umożliwia to przybliżoną ocenę wpływu zmian poszczególnych parametrów na własności korkociągowe samolotu. W wersji podstawowej, najważniejsze dane samolotu i sterowania przyjęto następująco:

$m = 3240 \text{ kg}$	$\delta_H = -20$
$J_x = 778 \text{ kG m s}^2$	$\delta_V = 20$
$J_y = 1338 \text{ kG m s}^2$	$\delta_L = 0$
$J_z = 1972 \text{ kG m s}_s$	$T$ i $\omega$ — parametr biegu jałowego silnika
$I_{xz} = 77 \text{ kG m s}_s$	
$S_H = 3.54 \text{ m}^2$	$\bar{x} = 0.25 \bar{c}_a$
$S_V = 2.25 \text{ m}^2$	$\rho = 1.108 \text{ kG m}^{-4} \text{ s}^2$
$(x_H, z_H) = (5.4, 1.2) \text{ m}$	(wysokość $H = 1000 \text{ m}$ )
$(x_V, z_V) = (5.3, 1.6) \text{ m}$	

gdzie:  $S_H, S_V$  — powierzchnie usterzeń poziomego i pionowego,  $(x_H, z_H)$  oraz  $(x_V, z_V)$  — współrzędne środków parcia usterzeń poziomego i pionowego w układzie  $Oxyz$ ,  $\bar{x}$  — wyważenie samolotu,  $\bar{c}_a$  — średnia cięciwa aerodynamiczna samolotu, inne dane jak poprzednio.

## 5. Omówienie wyników obliczeń i wnioski

Wyniki obliczeń zebrano w tabl. 1. Oceniając wyniki w wersji podstawowej (std), stwierdzić można, że zamodelowany samolot ma tendencję do wykonywania korkociągu pochyłego (kąt pochylenia  $\Theta = -51.3^\circ$ ). Kąt ślizgu jest niewielki ( $|\beta| = 3^\circ$ ), mała jest też wartość kąta przechylenia samolotu ( $\Phi = 1^\circ$ ). Zwracają uwagę mała wartość promienia korkociągu (rzędu 1/4 rozpiętości), duża wartość kąta pochylenia linii śrubowej ( $\gamma = 86.4^\circ$ ) i duża wartość kąta odchylenia samolotu ku osi korkociągu ( $\kappa = 88.2^\circ$ ). Dodać należy, że na uzyskane wyniki rzutować mogły wartości szacunkowo określonych danych aerodynamicznych przyjętych do obliczeń.

Porównując poszczególne wersje obliczeń, z wyników uzyskanych dla wersji 2 wynika, że wzrost wartości wychylenia steru wysokości ma minimalny wpływ na postać ustalonego korkociągu. Jest to wynikiem małej skuteczności steru wysokości dla  $\alpha > \alpha_{kr}$ .

Tablica 1

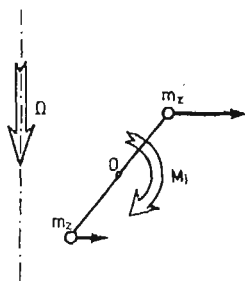
		Parametry punktu równowagi								
	Wyszczególnienie zmian	$\alpha$ deg	$\beta$ deg	$V_c$ m/s	$\Omega$ 1/s	$\Phi$ deg	$\Theta$ deg	$\gamma$ deg	$\kappa$ deg	$r_k$ m
1	std	38.6	-3.0	68.8	2.54	1.0	-51.3	86.4	88.2	1.72
2	$\delta = -30^\circ$	38.8	-2.8	69.5	2.27	1.8	-51.1	86.1	87.1	2.11
3	$\delta = 30^\circ$	46.6	-2.8	62.5	2.32	0.5	-43.4	86.9	88.6	1.48
4	$\delta = 10^\circ$	32.5	-2.2	75.9	3.04	5.2	-57.2	86.2	86.5	1.65
5	$\delta = 15^\circ$	37.5	-3.1	70.1	2.64	1.1	-52.6	86.7	88.5	1.53
6	$m = 2600$ kg	35.3	-3.6	65.0	2.41	1.9	-54.6	85.3	87.2	2.23
7	$J_y = 1850,$ $J_z = 2500$ (kGms <sup>2</sup> )	46.7	-2.8	61.0	1.89	0.3	-43.3	86.3	88.5	2.13
8	$J_y = 1300,$ $J_z = 2500$ (kGms <sup>2</sup> )	40.1	-3.1	67.5	2.48	0.7	-49.8	86.5	88.4	1.70
9	$x = 0.25 c_a$	37.3	-2.9	70.2	2.82	0.8	-52.6	86.6	88.4	1.48
10	$S_H = 5.3$ m <sup>2</sup>	37.2	-3.3	68.9	2.93	0.1	-52.8	86.7	89.2	1.39
11	$S_V = 3.4$ m <sup>2</sup>	38.5	-3.0	68.8	2.54	1.0	-51.4	86.4	88.2	1.71
12	$x_H = 8.0,$ $x_V = 7.9$ (m)	30.7	-1.9	79.1	3.49	2.9	-59.2	86.6	85.1	1.35
13	wysokość lotu $H = 1000$ m	43.5	-2.4	79.0	2.40	0.5	-46.5	87.3	88.7	1.57



Duży wpływ na postać korkociągu ustalonego ma natomiast wartość wychylenia steru kierunku, wersje 3 i 4. Silne wychylenie steru wpływa na wypłaszczenie postaci korkociągu (zmniejszenie wartości bezwzględnej kąta pochylenia samolotu) przy jednoczesnym zmniejszeniu wartości prędkości liniowej  $V_c$  i kątowej obrotu  $\Omega$ . Niepełne wychylenie steru wystramia korkociąg i powoduje wzrost  $V_c$  i  $\Omega$ . Zjawisko to należy tłumaczyć tym, że opływ usterzenia pionowego podczas wykonywania korkociągu przez samolot jest taki, że siła nośna (boczna) powstająca na nim jest mała [2]. Inaczej mówiąc kąt natarcia na usterzeniu jest zbliżony do wartości kąta zerowej siły nośnej dla ustalonej wartości wychylenia steru. Każda zmiana wychylenia steru powodować będzie więc zmianę warunków opływu usterzenia, a więc zmianę postaci korkociągu.

Wartość wychylenia lotek ma niewielki wpływ na postać korkociągu ustalonego, wersja 5. Potwierdza to małą skuteczność lotek dla  $\alpha > \alpha_{kr}$ .

Zmniejszenie masy samolotu (wersja 6) wywołało wystromienie postaci korkociągu. Należy jednak zauważyć, że obliczenia prowadzone były przy założeniu, że zmiana masy samolotu pozostawała bez wpływu na wartości momentów bezwładności i wyważenie.



Rys. 3. Równowaga momentów pochylających

Wzrost oddalenia mas zastępczych wzdłuż osi  $Ox$  (wersja 7) wywołuje silne wypłaszczenie postaci korkociągu. Wy tłumaczyć to można analizując równowagę momentów pochylających samolotu, mającą decydujący wpływ na postać ustalonego korkociągu samolotu [1, 2, 3, 10]. Warunek równowagi w przybliżeniu, po pominięciu członów mniej znaczących, daje się zapisać jako:

$$M_a + (J_z - J_x)PR = 0. \quad (15)$$

Wzrost oddalania mas zastępczych wzdłuż osi  $Ox$  wywołuje wzrost momentu od sił bezwładności, a co za tym idzie do wzrostu kąta natarcia (wypłaszczanie korkociągu). Wzrost kąta natarcia wywołuje z kolei wzrost wartości aerodynamicznego momentu pochylającego samolotu  $M_a$ , co zapewnia istnienie punktu równowagi dla większej wartości kąta natarcia  $\alpha$  (w porównaniu z wersją std).

Wzrost oddalenia mas zastępczych wzdłuż osi  $Oy$  (wersja 8) powoduje jednoczesny wzrost momentów  $J_z$  i  $J_x$ . Wpływ na równowagę momentów pochylających (15) jest więc mały.

Wpływ zmiany wyważenia samolotu w przyjętym zakresie (wersja 9) i zmian powierzchni usterzeń poziomego i pionowego (wersja 10 i 11) okazują się mieć mało istotny wpływ na postać ustalonego korkociągu samolotu. Wzrost wartości usterzenia poziomego wy-

wołuje przy tym wyraźny wzrost wartości prędkości kątowej obrotu  $\Omega$ . Znikomy wpływ zmiany wartości powierzchni usterzenia pionowego na postać korkociągu tłumaczyć należy specyficznymi warunkami opływu usterzenia pionowego, dla których powstająca siła nośna usterzenia ma małą wartość (mówiono już o tym przy opisie wyników wersji 3 i 4).

Z tym samym zjawiskiem związane jest wystromienie postaci korkociągu przy wzroście oddalenia usterzeń od środka masy samolotu. Bardziej stroma postać korkociągu związana jest przy tym ze zwiększonymi prędkościami liniową  $V_c$  i kątową  $\Omega$ .

Zmiana wysokości lotu, co jest związane ze zmniejszeniem gęstości powietrza, powoduje wypłaszczenie postaci korkociągu, a obserwowany wzrost prędkości  $V_c$  jest wynikiem zmiany  $\rho$ . Powodem zmian postaci korkociągu samolotu jest w tym przypadku (wersja 13) zmiana proporcji pomiędzy oddziaływaniami masowymi i aerodynamicznymi.

## 6. Wnioski ogólne

Przedstawiona w pracy metoda pozwala na wyznaczanie warunków ustalonego korkociągu samolotu. Punkt równowagi wyznaczany jest jednoznacznie, a konfiguracja samolotu w korkociągu określana jest bardzo plastycznie. Wyniki metody odnosić mogą się tylko do własności korkociągowych samolotu w korkociągu rozwiniętym. Metoda nie dostarcza informacji o istotnych własnościach samolotu podczas wejścia i wyjścia z korkociągu.

Wyniki obliczeń przedstawioną metodą dają się łatwo interpretować, a możliwość przeprowadzania obliczeń dla różnych danych samolotu i sterowania, pozwala na oszacowanie wpływu różnych czynników na własności korkociągowe samolotu. Umożliwić to może zorientowanie się w czynnikach mających najbardziej istotny wpływ na te własności oraz na uniknięcie niepożądanych własności korkociągowych samolotu na etapie jego konstruowania.

Obliczenia w przedstawionej pracy wymagają pełnego zakresu danych aerodynamicznych samolotu ( $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ ). Zaprezentowane wyniki uzyskane były dla zestawu danych aerodynamicznych przyjętych, w zakresie  $\alpha > 25^\circ$ , przyjętych szacunkowo (brak dostępnych danych dla tego zakresu), [2, 8]. Wyników obliczeń nie należy zatem odnosić ściśle do rzeczywistego samolotu TS-11 „Iskra”.

Uzyskane wyniki dowodzą, że wypłaszczenie postaci korkociągu związane jest ze zmniejszeniem prędkości opadania i kątowej obrotu. Wystromienie postaci wywołuje efekt odwrotny. Zmiany te są związane w przypadku zmian prędkości opadania samolotu ze zmianami oporu samolotu, a w przypadku zmian prędkości kątowej obrotu ze zmianami efektu autorotacyjnego. Dla mniejszych, zakrytycznych kątów natarcia, efekt ten jest silniejszy.

### Literatura cytowana w tekście

1. W. M. ADAMS, *Analytic Prediction of Airplane Equilibrium Spin Characteristics*, NASA TN D-6926, November 1972.
2. W. BLAJER, *Badanie dynamiki samolotu w korkociągu*, praca doktorska Politechniki Warszawskiej (nie opublikowana), Warszawa 1982.

3. B. W. McCORMIC, *Equilibrium Spinning of a Typical Single — Engine Low — Wing Light Aircraft*, Journal of Aircraft, vol. 18, March 1981.
4. W. FISZDON, *Mechanika lotu*, PWN, Warszawa—Łódź 1961.
5. R. GUTOWSKI, *Mechanika analityczna*, PWN, Warszawa 1971.
6. R. GUTOWSKI, *Równania różniczkowe zwyczajne*, WNT, Warszawa 1971.
7. J. MARYNIAK, *Dynamiczna teoria obiektów ruchomych*, wyd. PW, Warszawa 1975.
8. J. MARYNIAK, W. BLAJER, *Numeryczna symulacja korkociągu samolotu*, Mech. Teoret. i Stos., 22, 1/2, 1984.
9. J. MARYNIAK, M. ZŁOCKA, *Stateczność boczna samolotu i drgania lotek z uwzględnieniem odkształcalności giętej skrzydeł i sprężystości układu sterowania*, Mech. Teoret. i Stos. 13, 4 (1975).
10. М. Г. Котик — *Динамика штопора самолёта*, Машиностроение, Москва 1976.

## Р е з ю м е

## УСТАНОВИВШИЙСЯ ШТОПОР САМОЛЁТА, УСЛОВИЯ РАВНОВЕСИЯ

Представлено метод определения точки равновесия самолёта во время штопора. Уравнения определения условий равновесия самолёта во время штопора выведено для жёсткого самолёта. Принято что центр массы самолёта, во время штопора движется по винтовой траектории. Принято, вертикальную ось винтовой траектории а радиус траектории отвествует радиусу штопора. Примерно, сделано вычисления штопора для самолёта TS-11 „Iskra”

## S u m m a r y

## EQUILIBRIUM CONDITIONS OF AIRPLANE STEADY SPIN

A method for predicting an airplane spin equilibrium is presented. Equations for predicting steady spin modes have been established for a rigid airplane and on assumption that the path of the centre of gravity of a spinning airplane prescribes a helix as the airplane descends. The axis of the helix has been taken vertical and the radius of the helix has been referred to as the spin radius. Test calculations have been carried out fur Polish training airplane TS-11 „Iskra”.

*Praca została złożona w Redakcji dnia 2 lutego 1983 roku*