

## UPROSZCZONA ANALIZA USTALONEGO KORKOCIĄGU SAMOŁOTU

WOJCIECH B L A J E R

*Politechnika Warszawska*

JERZY M A R Y N I A K

*Politechnika Warszawska*

### 1. Wstęp

W pracy przedstawiono uproszczoną metodę wyznaczania warunków równowagi ustalonego korkociągu samolotu. Metoda w przybliżony sposób określa kąt pochylenia samolotu  $\theta$ , prędkość kątową obrotu  $\Omega$ , prędkość opadania  $V_k$  oraz promień korkociągu  $r_k$  i kąt pochylenia linii śrubowej toru przemieszczania się środka masy samolotu  $\gamma$ .

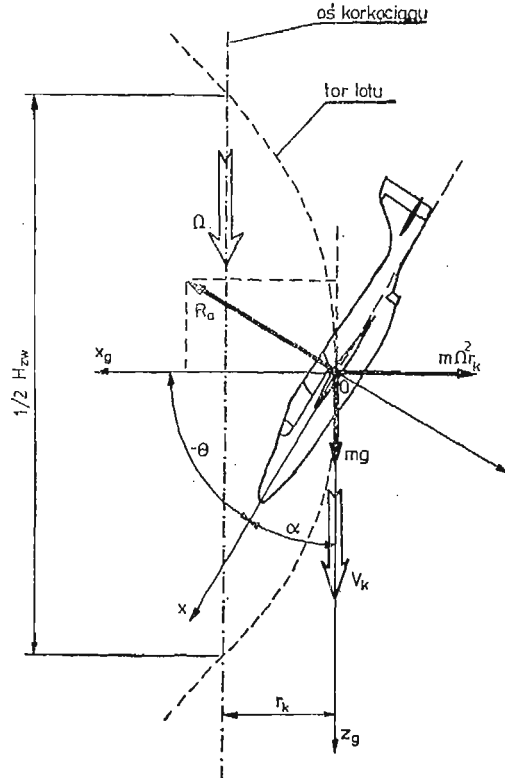
Samolot potraktowano jako sztywny układ mechaniczny o sześciu stopniach swobody. Przyjęto następujące podstawowe założenia dotyczące stanu lotu samolotu w korkociągu ustalonym: oś korkociągu jest pionowa względem ziemi, mały kąt przechylenia samolotu, mały kąt ślizgu, taka konfiguracja samolotu, że oś korkociągu leży w przybliżeniu w płaszczyźnie symetrii samolotu. Dodatkowo założono, że dla  $\alpha > \alpha_{kr}$ , wartość współczynnika całkowitej siły aerodynamicznej  $c_{Ra}$  samolotu jest w przybliżeniu stała [6, 7].

Wyniki obliczeniowe uzyskane w pracy dla przypadku samolotu TS-11 „Iskra”, odnoszone są do wyników uzyskanych dla tego samego samolotu w pracy [3], w której rozpatrywano warunki równowagi ustalonego korkociągu samolotu przy uwzględnieniu pełnych równań ruchu samolotu.

### 2. Wzory wynikające z równowagi sił działających na samolot w korkociągu

W pracy zamodelowano, że samolot w korkociągu ustalonym porusza się po stromej linii śrubowej o osi pionowej względem ziemi. Ruch jest niesterowany i rozpatrywany jest dla ustalonej wysokości lotu. Ruch ten stanowi nałożenie się na siebie opadania samolotu z prędkością  $V_k$  i obrotu wokół osi korkociągu z prędkością kątową  $\Omega$ , rys. 1.

Kąt przechylenia samolotu w korkociągu jest zwykle mały, rzędu kilku stopni [1, 2, 3, 5]. Kąt odchylenia osi  $Ox$  samolotu ku osi korkociągu jest natomiast rzędu  $88^\circ$ , czyli oś  $Ox$  przebiega bardzo blisko osi korkociągu [2, 3, 6, 7]. Z pewnym przybliżeniem można więc przyjąć, że oś korkociągu leży w płaszczyźnie symetrii samolotu  $Oxz$ . Całkowita siła aerodynamiczna działająca na samolot w korkociągu, z racji małego kąta ślizgu, jest w przybliżeniu prostopadła do płaszczyzny płatów i zawiera się w płaszczyźnie symetrii



Rys. 1. Model ustalonego korkociągu samolotu. Oznaczenia:  $\alpha$  — kąt natarcia,  $\Theta$  — kąt pochylenia,  $m$  — masa samolotu,  $g$  — przyspieszenie ziemskie,  $V_k$  — prędkość opadania pionowego,  $\Omega$  — prędkość kątowa obrotu samolotu,  $r_k$  — promień korkociągu,  $H_{zw}$  — wysokość tracona przez samolot w jednej zwłoczce korkociągu,  $R_a$  — wypadkowa siła aerodynamiczna działająca na samolot

samolotu  $Oxz$  [4, 6, 7]. Oznacza to w przybliżeniu działanie siły  $R_a$  wzdłuż osi  $Oz$  samolotu (rys. 1). Przy takich założeniach siła nośna samolotu równoważy siłę odśrodkową, a siła oporu samolotu równoważy jego ciężar.

Dla większości samolotów obserwuje się zjawisko, że dla nadkrytycznych kątów natarcia, wartość współczynnika całkowitej siły aerodynamicznej samolotu  $c_{Ra}$  jest pewną stałą wielokrotnością maksymalnego współczynnika siły nośnej samolotu  $c_{zmax}$  [5, 6, 7]. Można to zapisać jako:

$$c_{Ra} = k_R c_{zmax}. \quad (1)$$

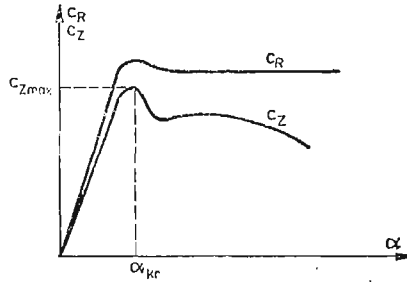
Zjawisko to ilustruje rys. 2. W zależności od typu samolotu  $k_R = 1.0-1.3$ .

Z równowagi sił na rys. 1 wynikają zależności:

$$m\Omega^2 r_k + R_a \sin \Theta = 0, \quad (2)$$

$$mg - R_a \cos \Theta = 0, \quad (3)$$

gdzie:  $m$  — masa samolotu,  $\Omega$  — kątowa prędkość obrotu samolotu,  $r_k$  — promień korkociągu,  $R_a$  — całkowita siła aerodynamiczna działająca na samolot,  $\Theta$  — kąt pochylenia samolotu ( $\Theta$  ma wartość ujemną jak na rys. 1),  $g$  — przyspieszenie ziemskie.



Rys. 2. Graficzne przedstawienie zależności (1)

Dzieląc wzory (2) i (3) przez siebie otrzymujemy:

$$r_k = -\frac{g \operatorname{tg} \Theta}{\Omega^2}. \quad (4)$$

Wstawiając (1) do (3) i uwzględniając, że dla małych kątów przechylenia samolotu  $\Phi$ :

$$\alpha = 90^\circ - \Theta, \quad (5)$$

otrzymujemy:

$$mg - \frac{1}{2} \rho S V_c^2 k_R c_{z \max} \sin \alpha = 0,$$

stąd po przekształceniach:

$$V_c = \sqrt{\frac{2mg}{\rho \cdot S \cdot k_R \cdot c_{z \max} \cdot \sin \alpha}} = \frac{V_{\min}}{\sqrt{k_R \sin \alpha}}, \quad (6)$$

gdzie:  $\rho$  — gęstość powietrza,  $S$  — powierzchnia nośna samolotu,

$V_{\min}$  — minimalna prędkość samolotu, inne oznaczenia jak uprzednio.

Wzory (4) i (6) są jedynymi dającymi się wyprowadzić z warunków równowagi sił działających na samolot w korkociągu. Nie wyznaczają one jednak żadnego z parametrów korkociągu bezpośrednio.

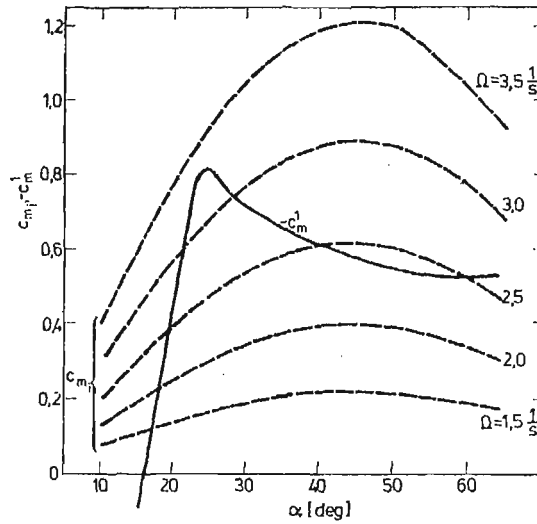
### 3. Równowaga momentów

Decydujący wpływ na postać ustalonego korkociągu samolotu ma równowaga momentów pochylających [1, 2, 3, 4]. Przy pominięciu wpływu od zespołu napędowego i uznając wartość dewiacyjnego momentu bezwładności samolotu  $J_{xz}$  za małą, równowagę momentów pochylających działających na samolot sprowadzić można do postaci:

$$M_a + (J_z - J_x) P \cdot R = 0, \quad (7)$$

gdzie:  $M_a$  — aerodynamiczny moment pochylający samolotu,  $J_x$ ,  $J_z$  — momenty bezwładności samolotu w układzie własnym  $Oxyz$ .

$P$ ,  $R$  — prędkości kątowe przechylenia i odchylenia w układzie  $Oxyz$ .



Rys. 3. Warunek równowagi (10) przedstawiony na wykresie

Zgodnie z [1, 2, 3, 4] prędkości kątowe samolotu w układzie  $Oxyz$ , dla przypadku korkociągu o osi pionowej można zapisać:

$$\begin{bmatrix} P \\ Q \\ R \end{bmatrix} = \Omega \begin{bmatrix} -\sin \Theta \\ \cos \Theta \sin \Phi \\ \cos \Theta \cos \Phi \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Dla małej wartości kąta przechylenia  $\Phi$ ,  $\cos \Phi \cong 1$ . Stąd:

$$M_a + \frac{1}{2} \Omega^2 (J_z - J_x) \sin(-2\Theta) = 0. \quad (9)$$

Biorąc pod uwagę, że  $M_a = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S \cdot V_c^2 \cdot c_a \cdot c_m$  oraz uwzględniając wzory (5) i (6), równanie (9) przekształcić można do postaci:

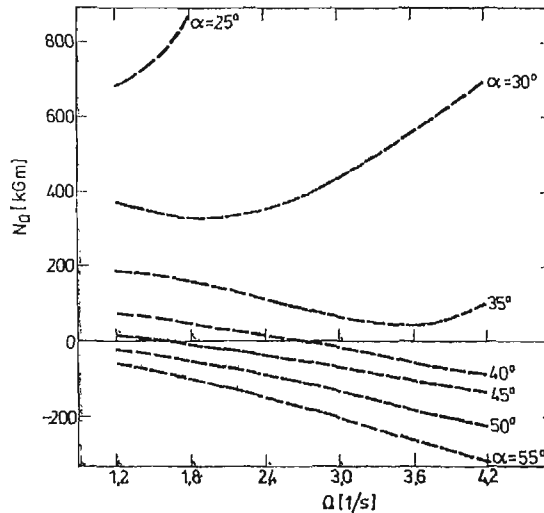
$$\frac{J_z - J_x}{\rho \cdot S \cdot V_{min}^2 c_a} \Omega^2 \cdot \sin(2\alpha) + \frac{c_m}{k_R \sin \alpha} = 0. \quad (10)$$

gdzie:  $c_a$  — średnia cięciwa aerodynamiczna skrzydła,  $c_m$  — współczynnik aerodynamicznego momentu pochylającego samolotu.

Zakładając, że współczynnik  $c_m$  w niewielkim stopniu zależy od prędkości kątowej obrotu samolotu  $\Omega$ , warunek równowagi (10) przedstawić można na wykresie. Oznaczywszy pierwszy człon sumy przez  $c_{m1}$ , a drugi przez  $c_m^1$ , wykres taki przedstawiono dla przypadku samolotu TS-11 „Iskra” na rys. 3. Dane masowe, geometryczne i aerodynamiczne samolotu przyjęto przy tym jak w pracach [2, 3]. Stałą  $k_R$  założono równą 1.0, a dane sterowania samolotem przyjęto następująco:

$$\delta_H = -20^\circ, \quad \delta_V = 20^\circ, \quad \delta_L = 0^\circ.$$

gdzie:  $\delta_H$ ,  $\delta_V$ ,  $\delta_L$  — odpowiednio wychylenie steru wysokości, kierunku i lotek.



Rys. 4. Zależność  $N_{\Omega} = f(\Omega)$  dla różnych wartości kąta natarcia samolotu  $\alpha$

Na podstawie analizy wykresu z rys. 3 niemożliwym jest jednak ściśle odczytanie położenia punktu równowagi. Należy posłużyć się warunkiem dodatkowym, warunkiem równowagi momentów działających na samolot o kierunku wektora równoległym do osi korkociągu.

$$N_{\Omega} = -L_a \sin \Theta + M_a \sin \Phi \cdot \cos \Theta + N_a \cos \Phi \cos \Theta = 0. \quad (11)$$

Przy założeniu małego kąta przechylenia samolotu  $\Phi$  oraz przy uwzględnieniu wzoru (5), warunek (11) upraszcza się do zależności:

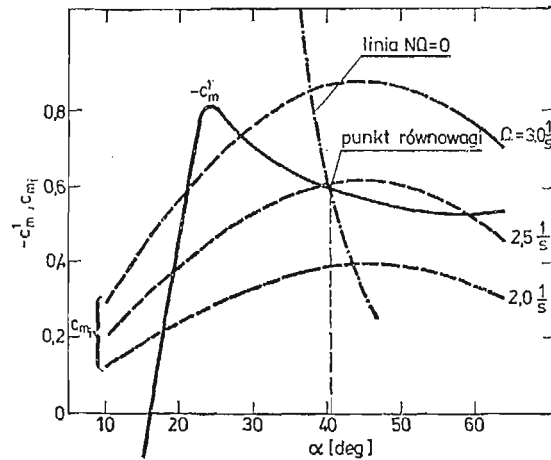
$$N_{\Omega} = L_a \cdot \cos \alpha + N_a \cdot \sin \alpha = 0. \quad (12)$$

Jeżeli dla danej wartości kąta natarcia  $\alpha$  istnieje taka wartość prędkości kątowej  $\Omega$ , dla którego  $N_{\Omega} = 0$ , to możliwym jest utworzenie wykresu  $\Omega_{N_{\Omega}=0} = f(\alpha)$ . Narzucają się dwie możliwe metody otrzymywania takiego wykresu, poprzez obliczenia i drogą dmuchań modelowych dla modelu wirującego.

W pracy wykonano obliczenia numeryczne w celu otrzymania przebiegów  $N_{\Omega} = f(\Omega)$  dla różnych kątów natarcia samolotu. Przy obliczeniach zakładano  $\beta = 0^\circ$ , a prędkość liniową samolotu dla danego kąta  $\alpha$  liczono z zależności (6). Wyniki obliczeń dla rozpatrywanego samolotu TS-11 „Iskra” prezentuje wykres na rysunku 4.

Z rys. 4 wynika, że poszukiwany punkt równowagi znajdować winien się w zakresie kąta natarcia od  $32^\circ$  do  $43^\circ$ . Dla każdej wartości kąta  $\alpha$  z tego zakresu istnieje taka wartość  $\Omega$ , dla której  $N_{\Omega} = 0$ . Możliwym jest więc utworzenie wykresu w funkcji kąta natarcia  $\Omega_{N_{\Omega}=0} = f(\alpha)$ .

Powracając do wykresu z rys. 3, dla każdego  $\alpha$  znając wartość  $\Omega$ , dla której możliwe jest  $N_{\Omega} = 0$ , na wykres nanieść można linię  $N_{\Omega} = 0$ . Będzie to linia łącząca punkty z krzywych  $c_{mi}$  wybranych tak, że dla każdego  $\alpha$  wybrana będzie krzywa dla wartości  $\Omega$  odpowiadającej warunkowi  $N_{\Omega} = 0$ . Przecięcie utworzonej linii z przebiegiem  $c_m^1$  wyznaczy



Rys. 5. Graficzne wyznaczenie punktu równowagi samolotu w korkociągu

w przybliżeniu położenie punktu równowagi samolotu w korkociągu. Dla wybranego samolotu zaprezentowane jest to na rys. 5.

Z rys. 5 odczytać można następujące parametry punktu równowagi samolotu w korkociągu:  $\alpha = 40.5^\circ$ ,  $\Omega = 2.45$  1/s. Ze wzorów (4), (5) i (6) wyliczyć można pozostałe istotne parametry ustalonego korkociągu samolotu.

Tablica 1

	Metoda przybliżona	Obliczenia numeryczne <sup>1)</sup>
$\alpha$ (deg)	40,5	38,6
$\beta$ (deg)	0 <sup>2)</sup>	-3,0
V (m/s)	65,1	68,8
$\Omega$ (1/s)	2,45	2,54
$\Phi$ (deg)	0 <sup>2)</sup>	1,0
$\Theta$ (deg)	-49,5	-51,3
$r_k$ (m)	1,91	1,72

1) — obliczenia za pomocą [3], dla pełnego układu równań ruchu samolotu,

2) — wielkości przyjęte z założenia.

W tablicy 1 zestawiono uzyskane w pracy wyniki w porównaniu z wynikami otrzymanymi w pracy [3], które uzyskane były dla tego samego zestawu danych i sterowania samolotu TS-11 „Iskra” poprzez rozpatrywanie warunku równowagi pełnego układu równań samolotu.

#### 4. Wnioski wynikające z pracy

Z wyników uzyskanych w pracy (tabl. 1) wynika, że metoda uproszczona daje dość dobre przybliżenie w porównaniu z obliczeniami numerycznymi dla pełnego układu równań. Należy jednak zauważyć, że w obu przypadkach przyjęto identyczne dane aerody-

namiczne samolotu, a wykresy  $N_D = f(\Omega)$  otrzymane były przy wykorzystaniu części oprogramowania użytego w pracy [3]. Miało to istotny wpływ na zbliżenie wartości uzyskanych wyników w obu przypadkach.

Metoda jest prosta i szybka. Pozwala na zorientowanie się w podstawowych własnościach korkociągów samolotu. Wyniki metody dają się łatwo interpretować na wykresach, a uzyskać je można bez konieczności angażowania kosztownych obliczeń numerycznych.

Zwraca uwagę mały zakres aerodynamicznych danych samolotu niezbędnych do obliczeń opisaną metodą. Wymagane są przebiegi współczynników  $c_x$  i  $c_z$  (lub  $c_{Ra}$ ) oraz  $c_m$  samolotu dla pełnego zakresu kątów natarcia. Zależność  $\Omega_{N_D=0} = f(\alpha)$  najdogodniej wydaje się otrzymać na drodze dmuchań modelowych w tunelu pionowym przy zastosowaniu modelu wirującego [2].

Metoda jest przybliżoną i dobrze jest zdawać sobie sprawę z wagi czynionych założeń upraszczających. Przy otrzymywaniu zależności  $\Omega_{N_D=0} = f(\alpha)$  drogą dmuchań modelowych, z góry skazujemy się na błąd wynikający z faktu założenia, że  $r_k = 0$ . Metoda ta z góry zakłada też, że  $\Phi = 0^\circ$  oraz, że oś korkociągu przecina się z osią  $Ox$  samolotu. Konsekwencją tych faktów jest pominięcie małej zwykle wartości kąta ślizgu samolotu w ustalonym korkociągu. Należałoby też zweryfikować doświadczalnie założenie  $c_{Ra} = k_R \cdot c_{z_{max}}$ . Nawet jednak gdy założenie to nie jest spełnione, tzn.  $c_{Ra} = f(\alpha)$  dla całego zakresu kątów natarcia, wykonanie obliczeń powyższą metodą jest możliwe (zmiana we wzorze (6)).

Zaproponowaną metodę należy traktować jako pierwsze przybliżenie problemu. Jej szybkość i ograniczony zakres wymaganych danych aerodynamicznych samolotu stanowią jej poważne zalety.

#### Literatura cytowana w tekście

1. W. M. ADAMS, *Analytic Prediction of Airplane Equilibrium Spin Characteristics*, NASA TN D-2669, November 1972.
2. W. BLAJER, *Badanie dynamiki samolotu w korkociągu*, praca doktorska Politechniki Warszawskiej (nie publikowana), Warszawa 1982.
3. W. BLAJER, J. MARYNIAK, *Ustalony korkociąg samolotu, warunki równowagi*, Mech. Teoret. i Stos., 22, 1/2, 1984.
4. B. W. McCORMIC, *Equilibrium Spinning of a Typical Single-Engine Low-Wing Light Aircraft*, Journal of Aircraft, vol., 18, March 1981.
5. S. B. GRAFTON, E. L. ANGLIN, *Dynamic Stability Derivatives at Angles of Attack from  $-5^\circ$  to  $90^\circ$  for a Variable-Sweep Fighter Configuration with Twin Vertical Tails*, NASA TN D-6909, October 1972.
6. М. Г. Котик, *Динамика штопора самолёта*, Машиностроение, Москва 1976.
7. М. Г. Котик, *Критические режимы сверхзвукового самолёта*, Машиностроение, Москва 1967.

#### Резюме

#### УПРОЩЕННЫЙ АНАЛИЗ УСТАНОВИВШЕГОСЯ ШТОПОРА САМОЛЁТА

Представлено упрощенный, графический метод определения установившегося штопора самолёта. Самолёт принято как жёсткое тело. Принято, вертикальную ось штопора, углы крена

и скольжения малые, ось штопора лежит в плоскости симметрии самолёта. По этому методу сделано как пример, вычисления для самолёта TS-11 „Iskra”

#### Summary

#### SIMPLIFIED STUDY OF AIRPLANE STEADY SPIN

An estimative, graphical method for predicting steady spin modes of an airplane is presented. An airplane has been treated as a rigid body. It has been assumed that spin axis is vertical, roll angle and angle of attack are small, and that spin axis belongs to the symmetry plane of an airplane. Test calculations have been carried out for Polish training airplane TS-11 „Iskra”.

*Praca została złożona w Redakcji dnia 2 lutego 1983 roku*

---