

**SZTYWNO-LEPKOPLASTYCZNE PŁYTY KOŁOWE POD INTENSYWNYM  
OBCIĄŻENIEM DYNAMICZNYM.  
ANALIZA TEORETYCZNO-DOŚWIADCZALNA  
I PROPOZYCJE ZASTOSOWAŃ**

WŁODZIMIERZ IDCZAK  
CZESŁAW RYMARZ  
ANDRZEJ SPYCHAŁA

*Wojskowa Akademia Techniczna*

## 1. Wstęp

Jednym z rodzajów obciążeń jakim podlegają konstrukcje jest fala uderzeniowa powstająca w wyniku detonacji materiału wybuchowego, czy mieszaniny gazu energetycznego lub par czy też pyłów z powietrzem. Do konstrukcji w ten sposób obciążanych należą między innymi: obiekty schronowe, tamy przeciwwybuchowe w kopalniach, elementy konstrukcyjne i osłonowe budynków mieszkalnych, przemysłowych i inne.

Rozwiązanie tak obciążonej konstrukcji z uwzględnieniem najczęściej trwałych i często dużych deformacji należy do bardzo złożonych zagadnień teorii konstrukcji sprężysto-lepkoplastycznych. Rozwiązania te, często z konieczności przybliżone, weryfikowane są w sposób doświadczalny i to najczęściej w skali naturalnej.

Badania te zwykle mają na celu:

- 1) określenie parametrów fali uderzeniowej działającej na elementy badanej konstrukcji,
- 2) określenie stanu deformacji konstrukcji.

Pomiar parametrów fali uderzeniowej rodzi szereg problemów natury technicznej:

1. Punkty pomiarowe znajdują się w pobliżu bezpośredniego destrukcyjnego oddziaływania produktów wybuchu. Istnieje obawa uszkodzenia czujników elektronicznych.
2. W celu określenia przestrzennego rozkładu parametrów fali uderzeniowej na badanej konstrukcji trzeba instalować wiele czujników (kilkadziesiąt, a nieraz kilkaset).

W tej sytuacji pomiar elektroniczny jest w zasadzie niemożliwy. Potrzeba do tego celu stosować możliwie prosty, odporny i tani czujnik. Od pewnego czasu w diagnostyce konstrukcji obciążanych falą uderzeniową stosowane są z powodzeniem mechaniczne czujniki ciśnienia, których elementem pomiarowym jest cienka płyta (membrana) pracująca w warunkach kołowej symetrii. Element pomiarowy w wyniku działania bezmasowego impulsu ciśnienia i bardzo wysokiej intensywności i czasie trwania rzędu milisekundy doznaje trwałych odkształceń. Płaski przed obciążeniem element pomiarowy zamienia się pod ob-

ciążeniem w powłokę. Czas trwania impulsu można pomierzyć za pomocą innych technik pomiarowych, lub można go z niewielkim błędem oszacować stosując znane metody fizyki wybuchu. Natomiast wartość nadciśnienia na froncie fali uderzeniowej, która zależy od wielu czynników jest nieznana.

Idea stosowania mechanicznego czujnika ciśnienia polega na powiązaniu trwałych ugięć środka elementu pomiarowego  $W_0$  z nadciśnieniem na froncie fali uderzeniowej  $P_0$  przy znanym czasie jej działania. Należy zbudować zatem zależności funkcyjne  $P_0 = P_0(W_0)$  zwane dalej krzywymi skalowania dla różnych czasów działania fali uderzeniowej.

Celem zasadniczym pracy jest rozwiązanie zagadnienia ruchu cienkiej płyty kołowej obciążonej równomiernie rozłożonym impulsem nadciśnienia, której ugięcia środka mogą osiągać wartość kilkudziesięciu grubości płyty.

Postawiony cel został osiągnięty w następujący sposób:

1. W rozdziale 2 podano rozwiązanie dla cienkiej płyty kołowej w zakresie dużych ugięć pomijając jednak oddziaływanie momentowe. Pominięcie oddziaływań momentowych jest pewnym mankamentem opisu. Jest jednak możliwe do zaakceptowania z uwagi na niewielką sztywność giętą płyty oraz rozważany zakres ugięć [3].
2. Analizując wyniki uzyskane dla dużych ugięć wprowadzono pewne uproszczenia rozwiązując zagadnienie umiarkowanie dużych ugięć z oddziaływaniami momentowymi (rozdział 3) oraz porównano obie teorie.
3. W rozdziale 4 zawarta jest weryfikacja doświadczalna obliczeń teoretycznych.
4. Praca kończy się wnioskami (rozdział 5), w których oceniono otrzymane rozwiązanie oraz omówiono możliwe do zaakceptowania uproszczenia w opisie procesu.

Efektom końcowym pracy jest zbiór krzywych skalowania dla przykładowego elementu pomiarowego.

## 2. Sformułowanie ogólne

Biorąc pod uwagę fakt, iż celem rozważań jest wyznaczenie dynamicznych krzywych skalowania mechanicznych czujników ciśnień będziemy formułowali ogólne równania opisujące duże, trwałe ugięcie rozważanego elementu. Rozwiązanie zagadnienia ograniczać się będzie w zasadzie do znalezienia funkcji wiążącej amplitudę obciążającej fali ciśnienia z trwałym ugięciem centralnego punktu membrany pomiarowej.

Rozważamy element pomiarowy mechanicznego czujnika ciśnień traktując go jako cienką płytę kołowo-symetryczną o promieniu  $R$ , grubości początkowej  $2h_0$ , gęstości materiału  $m$ , utwierdzoną na obwodzie.

Interesuje nas opis teoretyczny uwzględniający następujące elementy:

- 1) parametry geometryczne wyrażone zależnością  $(R/2h_0) = 30 \div 150$ ;
- 2) wartość trwałych ugięć płyty rzędu  $(W_0/2h_0) = 20 \div 30$ , gdzie  $W_0$  oznacza trwałe ugięcie centralnego punktu płyty.

W związku z powyższym przyjmujemy następujące grupy założeń ogólnych [1].

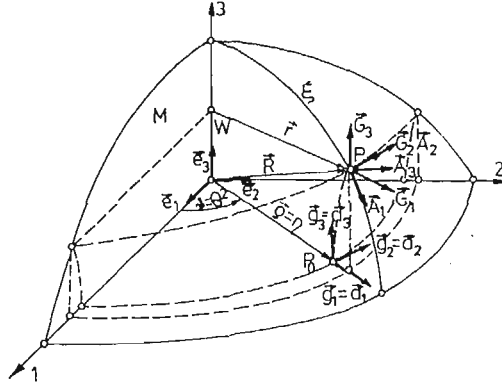
W odniesieniu do modelu procesu ruchu: ugięcia skończone, zakres odkształceń plastycznych, bezmomentową teorię powłok.

W odniesieniu do modelu materiału i konstrukcji: sztywno-lepkoplastyczny, bez wzmocnie-

nia plastycznego, niestowarzyszone prawo płynięcia, warunek plastyczności Hubera-Misesa-Henky'ego.

W odniesieniu do właściwości materiału: ciągliwość, izotropowość, nieściśliwość.

Równania równowagi formułujemy w układzie współrzędnych biegunowych  $(\varrho, \Theta)$  określających położenie punktów materialnych zdefiniowanych w płycie przed derofmacją (rys. 1).



Rys. 1.

Zakres dużych trwałych ugięć elementu pomiarowego mechanicznego czujnika ciśnień opisywany jest następującym układem równań wyprowadzanych w oparciu o przytoczone wyżej założenia [1].

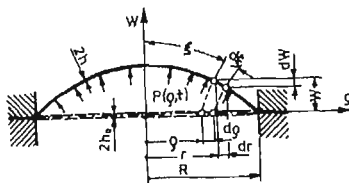
$$\begin{aligned}
 \text{a)} \quad & r n_{1,1} + r n_1 \frac{h_{,1}}{h} + (n_1 - n_2) \cdot r_{,1} - \frac{m}{\sigma_0} r (r_{,1} \dot{r} + w_{,1} \dot{w}) = 0, \\
 \text{b)} \quad & k_1 n_1 + k_2 n_2 + p \frac{1}{2h} - \frac{m}{\sigma_0} (r_{,1} \dot{w} - w_{,1} \dot{r}) = 0, \\
 \text{c)} \quad & r n_{1,1}^* + r n_1^* \frac{h_{,1}}{h} + (n_1^* - n_2^*) r_{,1} = 0, \\
 \text{d)} \quad & k_1 n_1^* + k_2 n_2^* + p_1^* \frac{1}{2h} = 0, \\
 \text{e)} \quad & \lambda_1 = \frac{d\xi}{d\varrho}, \quad \lambda_2 = \frac{r}{\varrho}, \quad \lambda_3 = \frac{h}{h_0}, \tag{2.1} \\
 \text{f)} \quad & \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = 1, \\
 \text{g)} \quad & (r k_2)_{,1} - r_{,1} k_1 = 0, \\
 \text{h)} \quad & k_2 = r^{-1} w_{,1}, \\
 \text{i)} \quad & (r_{,1})^2 + (w_{,1})^2 = 1, \\
 \text{j)} \quad & n_1 - n_1^* = \frac{2k}{\gamma \sigma_0} \left( 2 \frac{\dot{\lambda}_1}{\lambda_1} + \frac{\dot{\lambda}_2}{\lambda_2} \right), \\
 \text{k)} \quad & n_2 - n_2^* = \frac{2k}{\gamma \sigma_0} \left( 2 \frac{\dot{\lambda}_2}{\lambda_2} + \frac{\dot{\lambda}_1}{\lambda_1} \right).
 \end{aligned}$$

W układzie (2.1) oznaczono:

- dynamiczne równania równowagi (a, b),
- równania równowagi stanu granicznego (c, d),
- definicje współczynników wydłużeń nitek materialnych (e),
- warunek nieściśliwości (f),
- warunek zgodności geometrycznej (g),
- równanie krzywizny obwodowej (h),
- tożsamość geometryczną (i),
- związki materiałowe wynikające z koncepcji T. Wierzbickiego tzw. niestowarzyszonego prawa płynięcia (j, k).

W równaniach (2.1) przyjęto następujące oznaczenia:

- $n_1, n_2$  — bezwymiarowe składowe naprężeń głównych,
- $n_1^*, n_2^*$  — bezwymiarowe składowe naprężeń głównych spełniające statyczny warunek plastyczności,
- $k_1, k_2$  — krzywizny główne,
- $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  — współczynniki wydłużeń nitek materialnych w kierunkach głównych,
- $r, w$  — cylindryczne współrzędne punktu definiowane w procesie deformacji (rys. 2),
- $p$  — obciążenie zewnętrzne zmienne w czasie,
- $p^*$  — statyczne obciążenie graniczne [11],
- $2h$  — grubość elementu,
- $k$  — granica plastyczności na ścinanie,
- $\sigma_0$  — graniczne naprężenia uplastyczniające,
- $\gamma$  — współczynnik określający właściwości lepkie materiału.



Rys. 2.

Układ równań (2.1) rozwiązywano metodą różnic skończonych stosując niejawną schemat całkowania równań równowagi. Sposób rozwiązania mający na celu wyznaczenie trwałych ugięć elementu pomiarowego czujnika podano w [1].

## Wyniki

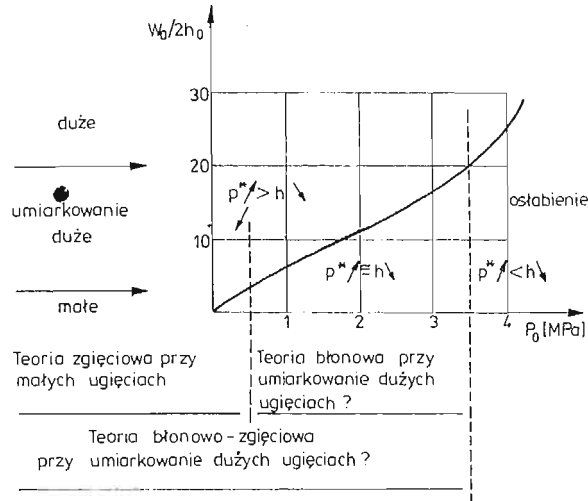
Trwałe ugięcie względne środkowego punktu elementu pomiarowego w funkcji amplitudy fali ciśnienia  $P_0$  działającej na czujnik przedstawiono na rys. 3.

Na krzywej (rys. 3) wyróżnia się trzy obszary z punktu widzenia amplitudy ciśnienia  $P_0$ :

- 1) pierwszy, w którym wzmocnienie geometryczne elementu pomiarowego przeważa nad osłabieniem związanym z maleniem jego grubości,
- 2) drugi, w którym efekty te równoważą się,

3) trzeciej, w której osłabienie przeważa, aż do momentu pojawienia się zniszczenia elementu pomiarowego.

Wykres przedstawiony na rys. 3 sugeruje, iż do otrzymania zadowalającej krzywej skalowania dynamicznego w zakresie ugięć od zera do dwudziestu grubości membrany mógłby



Rys. 3.

wystarczyć opis prostszy, np. teoria ugięć umiarkowanie dużych. Ponadto, aby uwzględnić oddziaływanie momentowe, które mogą być istotne przy mniejszych ugięciach przyjęto sformułowanie w ramach zgięciowo-błonowej teorii umiarkowanie dużych ugięć zdając sobie sprawę z faktu, iż porównanie z wynikami otrzymanymi uprzednio będą nie w pełni adekwatne ze względu na fakt nieuwzględnienia oddziaływań momentowych przy opisie ugięć skończonych.

### 3. Sformułowanie uproszczone

W ramach uproszczonej teorii ugięć umiarkowanie dużych deformacja elementu pomiarowego mechanicznego czujnika ciśnienia opisywana jest następującym, bezwymiarowym równaniem ruchu [3].

$$\nabla^4 w - \frac{6}{8} \beta^2 \dot{w}_{,e} w_{,e} w_{,ee} + \alpha \dot{w} = a[p(\tau) - p^*(w_0)] \quad (3.1)$$

bazującym na: dynamicznym równaniu równowagi, równaniu równowagi stanu granicznego, niestowarzyszonym prawie płynięcia, związkach odkształceniowo-przemieszczeniowych.

W pracy [5] przedstawiono asymptotyczne przejście między układem równań (2.1) określającym skończone ugięcia rozważanego elementu, a równaniem opisującym zakres ugięć umiarkowanie dużych, nie uwzględniającym oddziaływań momentowych, które uwzględnione są dodatkowo w równaniu (3.1).

W równaniu (3.1) przyjęto następujące oznaczenia:

- $w$  — bezwymiarowe ugięcie płyty w kierunku prostopadłym do jej powierzchni środkowej przed deformacją,  
 $p(\tau)$  — powierzchniowa siła zewnętrzna,  
 $p^*(w_0)$  — obciążenie graniczne działające w sposób statyczny na płytę sztywno-plastyczną [6],  
 $\gamma$  — współczynnik określający własności lepkie materiału płyty.

$$w = \frac{W}{R}, \quad \tilde{\gamma} = \gamma \sqrt{3} t_f, \quad a = \frac{3}{16} \tilde{\gamma} \beta,$$

$$p^*(w_0) = 12,5 \sqrt{1 + \left(\frac{w_0 R}{2h_0}\right)^2},$$

$$\alpha = (mR^3/M_0 t_f^2), \quad \beta = 2R/h_0, \quad t_f = \frac{I}{12,5M_0}, \quad (3.2)$$

$$M_0 = \sigma_0 h_0^2$$

zaś

- $w_0$  — trwałe ugięcie centralnego punktu płyty,  
 $t_f$  — koniec ruchu wg rozwiązania dla płyty idealnie plastycznej [6],  
 $I$  — intensywność równomiernie rozłożonego impulsu,  
 $\sigma_0$  — statyczne naprężenie uplastyczniające.

Równanie (3.1) rozwiązujemy przy następujących warunkach brzegowych:

$$m_r = m_\theta \quad \text{czyli} \quad \dot{w}_{,e} = 0 \quad \text{dla} \quad \varrho = 0$$

$$m_r - m_r^* = m_\theta - m_\theta^* \quad \text{czyli} \quad \dot{w}_{,ee} - \frac{1}{\varrho} \dot{w}_{,e} = 0 \quad (3.3)$$

$$\dot{w}_{,e} = 0, \quad \dot{w} = 0 \quad \text{dla} \quad \varrho = 1$$

oraz początkowych

$$w = 0, \quad \dot{w} = 0 \quad \text{dla} \quad \tau = 0 \quad (3.4)$$

W równaniu (3.3) oznaczono symbolami  $m_r$ ,  $m_\theta$  bezwymiarowe składowe momentów w kierunkach głównych ( $r$ ,  $\theta$ ), zaś symbolami  $m_r^*$ ,  $m_\theta^*$  bezwymiarowe składowe momentów spełniające warunek stanu granicznego dla odpowiedniego zadania statyki identycznej płyty wykonanej z materiału sztywno-idealnie plastycznego, obciążonej ciśnieniem  $p^*(w_0)$  określonym w układzie zależności (3.2).

Poszukując przybliżonego rozwiązania równania (3.1) przyjmiemy założenie o istnieniu stacjonarnego pola prędkości przemieszczenia płyty, którego profil opisuje funkcja  $\phi_0(\varrho) = (1 - \varrho^2)^2$ , założymy rozwiązanie w postaci iloczynu  $w(\varrho, \tau) = w_0(\tau) \phi_0(\varrho)$  i zażądamy całkowitego spełnienia równania (3.1) [3].

$$\int_0^1 L(w) \Phi_0(\varrho) \varrho d\varrho = 0 \quad (3.5)$$

otrzymując równanie różniczkowe zwyczajne opisujące ruch centralnego punktu płyty będącej elementem pomiarowym mechanicznego czujnika ciśnienia [3]

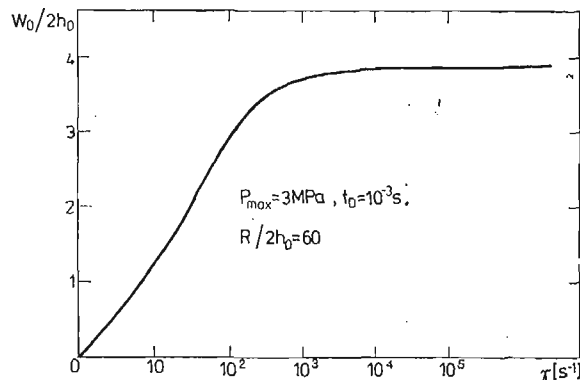
$$\ddot{w}_0 + \frac{320}{3a\alpha} \left( 1 + \frac{3}{280} \beta^2 w_0^2 \right) \dot{w}_0 - \frac{10}{6\alpha} [p(\tau) - p^*(w_0)] = 0 \quad (3.6)$$

Jest to równanie pozwalające przyporządkować trwałe maksymalne ugięcie elementu pomiarowego obciążeniu o znanych parametrach, a tym samym może być wykorzystane jako podstawa do wyznaczenia krzywych skalowania dla czujników mechanicznych zapewniając pomiar dowolnych, rzeczywistych amplitud fali ciśnienia. Rozwiązanie równania (3.6) nie przedstawia żadnej trudności, a w omawianym przypadku całkowano je metodą Runge-Kutty.

### Wyniki

Ze względów praktycznych elementy pomiarowe mechanicznych czujników ciśnienia wykonane zostały z blachy mosiężnej. W literaturze brak jest informacji o wrażliwości tego materiału na prędkość deformacji.

W celu wyjaśnienia wpływu współczynnika  $\gamma$  uwzględniającego efekty lepkie materiału na końcowe ugięcia elementu pomiarowego wykonano szereg testów numerycznych. Wyniki przykładowego testu przedstawione są na rys. 4. Z testów wynika, że dla współczynników  $\gamma > (300 - 500)/\text{sek.}$  materiał w tej konstrukcji można uznać za sztywno-idealnie plastyczny.

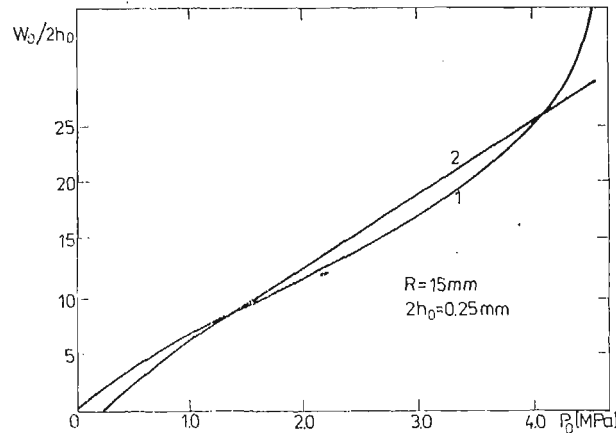


Rys. 4.

Jeżeli teraz założymy, że stal miękka jako materiał istotnie wrażliwy na prędkość deformacji posiada współczynnik  $\gamma \cong 350/\text{s}$  [12], [13], to można przyjąć, że w rozpatrywanej konstrukcji obciążonej falą uderzeniową o czasie trwania rzędu milisekund, wpływ lepkości można pominąć z punktu widzenia efektów końcowych. Popętniane błędy rzędu 10% są dla praktyki inżynierskiej mało istotne.

Gdybyśmy zatem założyli, że mosiądz jest materiałem również istotnie wrażliwym na prędkość deformacji, to w rozpatrywanym zagadnieniu można tę wrażliwość pominąć.

Na rys. 5 przedstawiono względne trwałe ugięcie punktu centralnego membrany pomiarowej w funkcji amplitudy fali uderzeniowej przy ustalonym jej czasie trwania. Wyniki te otrzymano korzystając z bezmomentowej teorii ugięć skończonych [1] i zgięciowo-błonowej teorii ugięć umiarkowanie dużych [2]. Można przyjąć, iż z punktu widzenia potrzeb oma-



Rys. 5.

wianych w pracy, teoria uproszczona może obowiązywać do zakresu trwałych ugięć rzędu  $(W_0/2h_0) \cong 25$ . Jest to zakres stosowany w mechanicznych czujnikach ciśnień.

#### 4. Weryfikacja eksperymentalna

Weryfikację eksperymentalną obliczeń teoretycznych opisano w [4].

Badania prowadzono w układzie zapewniającym spełnienie następujących warunków:

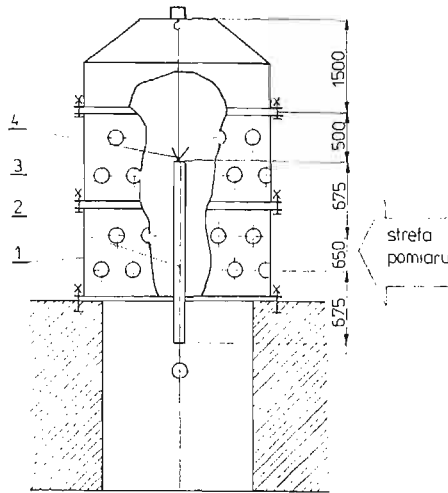
- 1) płaskość fali uderzeniowej działającej na czujniki,
- 2) niewrażliwość na niejednoczesność detonacji ładunku materiału wybuchowego, który w eksperymencie był źródłem generacji fali uderzeniowej,
- 3) niewrażliwość badanych elementów pomiarowych na wtórne działanie fal uderzeniowych odbitych od różnych powierzchni otoczenia,
- 4) powtarzalność wyników w zakresie kształtu generowanej fali uderzeniowej.

Mając na uwadze powyżej sformułowane warunki wybrano układ badawczy przedstawiony na rys. 6 i rys. 7. Komora pomiarowa miała kształt cylindryczny, źródłem fali uderzeniowej był ładunek cylindryczny z plastycznego materiału wybuchowego. Strefa pomiarowa odpowiednio usytuowana względem źródła fali uderzeniowej znajdowała się na płaszczyźnie komory pomiarowej. Czas trwania obciążenia mierzono elektronicznymi czujnikami rozmieszczonymi w strefie pomiaru.

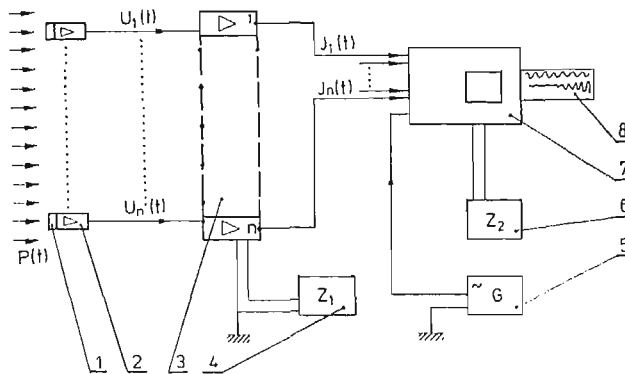
Fala uderzeniowa generowana w komorze pomiarowej w strefie pomiarowej jest falą padającą, zatem efektywne obciążenie powierzchniowe działające na czujnik wyznaczamy z zależności

$$p(t) = P_{od} \left( 1 - \frac{t}{t_0} \right) \quad (4.1)$$





Rys. 6. Usytuowanie źródła fali uderzeniowej oraz strefy pomiarowej w komorze RKP-2000: 1 — komora pomiarowa, 2 — ładunek plastycznego materiału wybuchowego, 3 — badane membrany, 4 — zapalnik



Rys. 7. Schemat blokowy układu pomiaru czasu trwania obciążenia: 1 — czujnik ciśnienia, 2 — przedwzmacniacz, 3 — wielokanałowy wzmacniacz prądowy TP-76, 4 — zasilacz, 5 — generator wzorcowy ZOPAN, 6 — zasilacz, 7 — oscylograf wielokanałowy 12 LS1, 8 — papier rejestrujący

gdzie  $P_{od}$  jest amplitudą fali odbitej uwzględniającą dynamiczne parcie gazów na przeszkodę  $P_{dpg}$  [7, 8], natomiast  $t_0$  jest czasem trwania obciążenia .

$$P_{od} = P_f + P_{dpg} \tag{4.2}$$

$$P_{dpg} = \frac{2\kappa P_f (P_f - P_a)}{(\kappa - 1)P_f + (\kappa + 1)P_a}$$

gdzie:

- $P_f$  — ciśnienie na czole fali uderzeniowej,
- $P_a$  — ciśnienie atmosferyczne,
- $\kappa$  — wykładnik adiabaty równy w tym przypadku 1, 4.

Wartość amplitudy ciśnienia generowanej detonacją cylindrycznego ładunku materiału wybuchowego o gęstości  $\mu_{MW}$  zależy od jego średnicy  $d$  wyznaczonej z zależności [4]

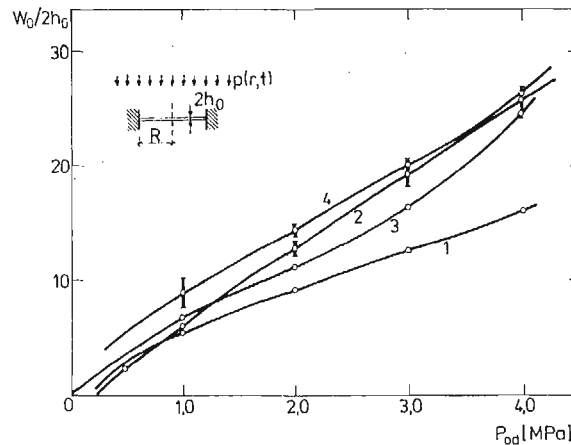
$$d = 2 \left( \frac{0,3R_x^2}{\pi\mu_{MW} \left[ \left( \frac{0,23}{P_f - P_a} + 1 \right)^2 - 1 \right]} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (4.3)$$

gdzie  $R_x$  oznacza odległość między frontem fali uderzeniowej, a osią ładunku materiału wybuchowego.

W eksperymentach testowano mechaniczne czujniki ciśnień z wkładkami pomiarowymi o promieniu  $R = 1,5 \cdot 10^{-2}$  [m], grubości  $2h_0 = 2,5 \cdot 10^{-4}$  [m]. Granica plastyczności na ścinanie materiału wynosiła  $k = 167,6$  [MN/m<sup>2</sup>], oraz gęstość materiału  $m = 8,4$  [g/cm<sup>3</sup>].

Tabelaryczne wyniki testów obrobione statystycznie przedstawiono w [4]. Zbudowane na ich podstawie wykresy zamieszczone na rys. 8 przedstawiają względne, trwałe ugięcie środka membrany pomiarowej czujnika jako funkcję amplitudy ciśnienia efektywnie działającego na czujnik.

Dodatkowo na rys. 8 naniesiono krzywą 1 otrzymaną z eksperymentalnego skalowania czujnika poddanego działaniu obciążeń statycznych.

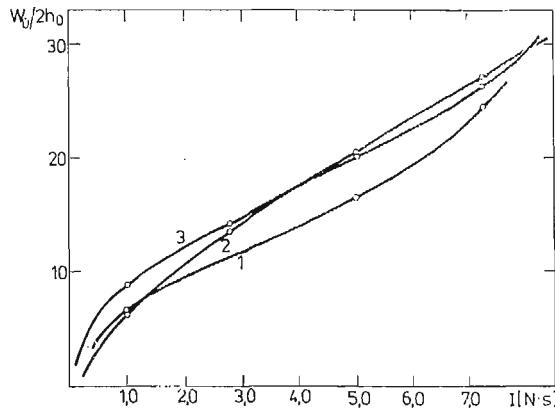


Rys. 8. Zależność trwałego ugięcia centralnego punktu sztywno-plastycznej płyty od parametrów obciążenia  $P_{od}$ ,  $t_0$ : 1 — wyniki eksperymentalne — obciążenie statyczne, 2 — wyniki teorii umiarkowanie dużych ugięć, 3 — wyniki teorii skończonych ugięć, 4 — wyniki eksperymentalne — obciążenie dynamiczne

Porównanie krzywych z rys. 8 jest utrudnione ze względu na to, iż każdemu punktowi określonej amplitudy ciśnienia  $P_{od}$  odpowiada inny czas trwania obciążenia co wynika ze specyfiki eksperymentu. Jednakże porównania takie są możliwe jeśli na osi poziomej odłożymy wartość intensywności impulsu zewnętrznego jaki jest przekazywany przez fale uderzeniowe na czujnik zaś na osi pionowej względne trwałe ugięcie membrany pomiarowej czujnika (rys. 9).

Należy zauważyć, iż teoria uproszczona daje wyniki bliższe eksperymentalnych niż teoria bardziej ogólna. Jest to prawdopodobnie związane z faktem, iż w teorii ugięć umiarkowanie dużych uwzględniono oddziaływania momentowe w opisie ruchu elementu pomiarowego

czujnika, zaś w teorii ugięć skończonych oddziaływań tych nie uwzględniono. Ponadto na taki przebieg krzywych mogły wpłynąć założenia dotyczące metody uproszczonego rozwiązania równań ruchu, które zakładały istnienie stacjonarnego pola prędkości przemieszczeń i spełniania tych równań w sposób całkowity.



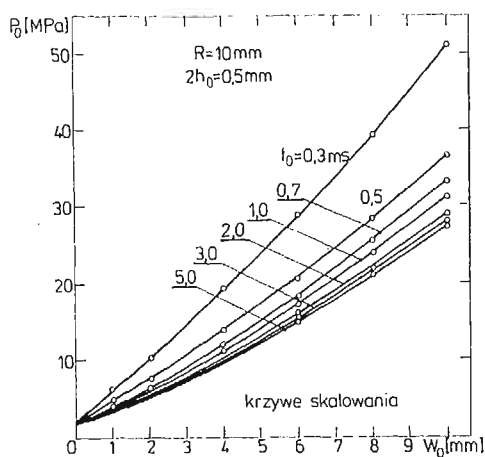
Rys. 9. Zależność trwałych ugięć centralnego punktu sztywno-plastycznej płyty od impulsu obciążającego  $I$ :  
 1 — wyniki teorii skończonych ugięć, 2 — wyniki teorii umiarkowanie dużych ugięć, 3 — wyniki eksperymentalne — obciążenie dynamiczne

Z inżynierskiego punktu widzenia można dopuścić stosowanie zaprezentowanej wyżej teorii uproszczonej do opisu procesu trwałych ugięć elementu pomiarowego mechanicznych czujników ciśnienia, przy czym jak to wynika z rys. 9, należy tak dobierać gabaryty elementu pomiarowego, aby otrzymać jego trwałe ugięcia leżące w zakresie  $15 \leq (W_0/2h_0) \leq 28$ , co zapewni minimalny błąd pomiaru amplitudy ciśnienia.

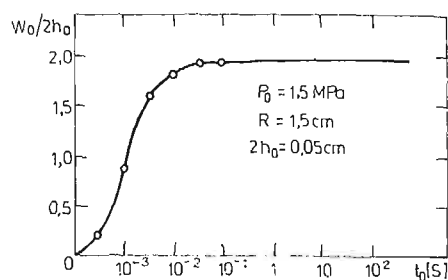
### 5. Wnioski końcowe

Z przeprowadzonych rozważań, testów numerycznych i badań eksperymentalnych wynikają następujące wnioski:

1. W zakresie ugięć względnych  $(W_0/2h_0) < 30$  można z wystarczającą dla praktyki dokładnością stosować uproszczony model procesu (momentowo-membranowa teoria ugięć umiarkowanie dużych) i uproszczony model całkowania zagadnienia.
2. Można również zaniedbać efekty lepkie przyjmując model sztywno-idealnie plastyczny. Okazało się bowiem, że element pomiarowy wykonany z materiału istotnie wrażliwego na prędkość deformacji o badanej konfiguracji i realnych czasach trwania obciążenia rzędu milisekundy, tej wrażliwości nie wykazuje. Potwierdza to tezę, że lepkość konstrukcji nie jest tylko funkcją materiału, ale również jej konfiguracji i obciążenia.
3. Zamieszczone na rys. 10 przykładowe krzywe skalowania zależą od czasu trwania obciążenia  $t_0$ . Z rysunku wynika, że rodzina krzywych posiada asymptotę.
4. Potwierdzeniem wniosku wymienionego w p. 3 jest rys. 11. Z rysunku tego wynika, że dla czasów trwania obciążenia  $t_0 > 10$  ms ugięcia końcowe nie zależą od  $t_0$ . Jest to istotny wniosek posiadający dużą wartość praktyczną.



Rys. 10.



Rys. 11.

## Literatura

1. W. IDCZAK, Cz. RYMARZ, A. SPYCHAŁA, *Large deflection of a rigid visco-plastic impulsively loaded circular plate*. J. Tech. Phys., 21, 4, 473 - 487, 1980.
2. G. T. MARCZUK, *Analiza numeryczna zagadnień fizyki matematycznej*, PWN, Warszawa 1983.
3. W. IDCZAK, A. SPYCHAŁA, *Sztynno-lepkoplastyczna płyta kołowa obciążona impulsem ciśnienia*, Biul. WAT, 12, 1978.
4. W. IDCZAK, Cz. RYMARZ, A. SPYCHAŁA, *Studies on shock-wave loaded, clamped circular plates*. J. Tech. Phys., 22, 2, 175 - 184, 1981.
5. W. IDCZAK, *Duże ugięcia sztywno-lepkoplastycznej powłoki kołowej w stanie blonowym obciążonej impulsem ciśnienia*. Rozprawa doktorska 1979.
6. T. WIERZBICKI, *Large deflections of strain rate sensitive plate loaded impulsively*, Arch. Mech., 21, 1, 67 - 79, 1969.
7. Ф. СТАПОКЕВИЧ, *Физика взрыва*, Изд. Наука, Москва 1975.
8. Ю. ЯКОВЛЕВ, *Гидродинамика взрыва*, Судпромг. 12, Ленинград 1961.
9. T. WIERZBICKI, *Dynamika powłok lepkoplastycznych*, Rozprawy Inżynierskie, 19, 4, 1971.
10. L. SOLARZ, E. WŁODARCZYK, *Dynamics of deformable elements of pressuremeasuring gauges*, WAT, Warszawa 1970.
11. E. T. ONAT, R. M. HAYTHORNTHWAITE, *The load carrying capacity of circular plates at large deflection*, J. Apl. Mech., 23, 1965.
12. T. WIERZBICKI, A. L. FLORENCE, *A theoretical and experimental investigation of impulsively loaded clamped circular viscoplastic plates*, Int. J. Sol. Struct., 6, 1970.
13. T. WIERZBICKI, *Duże ugięcia konstrukcji obciążonych dynamicznie*. Przegląd krytyczny stosowanych metod, Rozpr. Inż., 24, 2, 1976.

## Резюме

ЖЕСТКО — ВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКИЕ КРУГЛЫЕ ПЛИТЫ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ИНТЕНСИВНОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ НАГРУЗКИ. ТЕОРЕТИЧЕСКО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ И ПРЕДЛОЖЕНИЯ ПРИМЕНЕНИЙ

Представлено решение задачи движения тонкой круглой плиты равномерно нагруженной импульсом давления. Под влиянием сильного давления плита достигает прогиба порядка несколь-

ко десятков толщины. Представлена экспериментальная проверка теоретических расчетов. Рассмотрено метод использования достигнутых результатов в проектировании механических устройств до измерения давления.

S u m m a r y

RIGID — VISCOPLASTIC CIRCULAR PLATES UNDER INTENSIVE DYNAMICAL LOADINGS. THEORETICAL-EXPERIMENTAL ANALYSIS AND PROPOSALS OF APPLICATIONS

The solution of the problem of thin circular plate motion has been presented. The plate is loaded by uniformly distributed pressure pulse. The middle point deflections due to the loading are of the range of some tens of plate thicknesses. The experimental verification of theoretical calculations has been presented. The way of application of obtained results in the mechanical gauges for pressure measuring design has been discussed.

*Praca wpłynęła do Redakcji dnia 18 września 1986 roku.*

---