

## SYMULACJA NUMERYCZNA STEROWANEGO SAMOLOTU W RUCHU SPIRALNYM

JERZY MARYNIAK

*ITLiMS Politechnika Warszawska*

JĘDRZEJ TRAJER

*IMRiL Akademia Rolnicza Warszawa*

### 1. Wstęp

Przedstawiona poniżej metoda symulacji numerycznej umożliwia pełną analizę dynamiki przestrzennego ruchu samolotu z uwzględnieniem procesu sterowania.

Rozpatrywano sterowany ruch spiralny, który w lotnictwie jest figurą akrobacyjną charakteryzującą w dużym stopniu możliwości akrobacyjne samolotu i skuteczność jego układu sterowania [1, 2, 5].

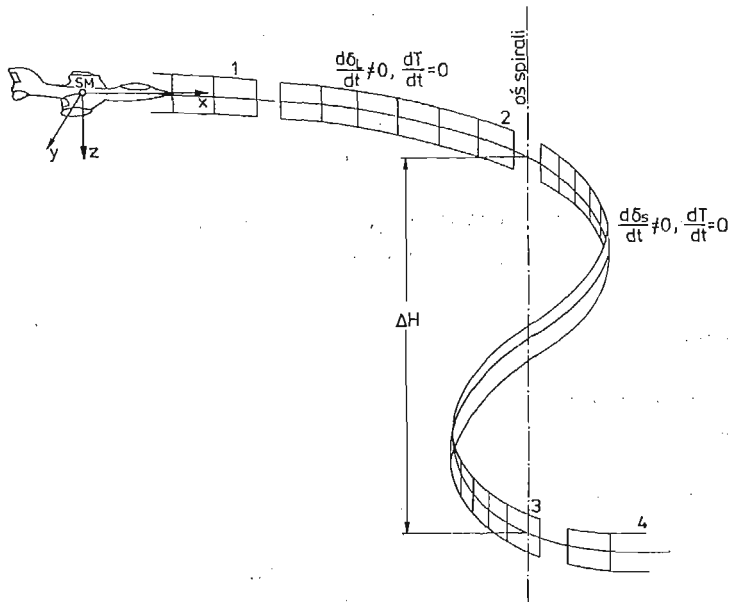
Samolot traktowano jako układ mechaniczny sztywny o sześciu stopniach swobody. Założono parametryczny wpływ wychyleń powierzchni sterowych na wartość sił i momentów aerodynamicznych. Do badania rozpatrywanego zagadnienia zastosowano model cyfrowy praktycznie jedyny możliwy sposób podejścia. Rozszerzono równania ruchu (o dodatkowe związki kinematyczne) całkowano numerycznie metodą Eulera przy równoczesnym cyfrowym modelowaniu procesu sterowania. W wyniku otrzymano przebiegi czasowe wszystkich parametrów kinematycznych oraz dane dotyczące sterowania, trajektorii i warunków lotu.

### 2. Model fizyczny zjawiska

Przyjęto, że sterowany ruch spiralny samolotu składa się z trzech zasadniczych faz lotu, rys. 1.

- wprowadzenie: sterowany etap lotu mający na celu wprowadzenie samolotu z ustalonego lotu prostoliniowego w stan lotu ustalonego po linii śrubowej,
- lot po linii śrubowej: etap lotu, w którym warunki zbliżone są do ustalonych,
- wyprowadzenie: sterowany etap lotu mający na celu wyprowadzenie samolotu ze spirali do poziomego lotu prostoliniowego.

Sterowanie w fazie wprowadzenia i wyprowadzenia jest realizowane przez odpowied-



Rys. 1. Sterowany ruch spiralny

nie wychylenia powierzchni lotek, steru kierunku i wysokości w funkcji czasu. Proces sterowania w locie po linii śrubowej dąży do utrzymania stanu ustalonego.

Założono, że ciąg zespołu napędowego nie zmienia się podczas całej figury, silnik jest na biegu luzem.

Przyjęto, że wychylenia powierzchni sterowych mają tylko wpływ parametryczny na wartości sił i momentów sił aerodynamicznych.

Samolot traktowano jako układ mechaniczny sztywny o sześciu stopniach swobody.

### 3. Metoda badania dynamiki ruchu sterowanego

Własności dynamiczne [2, 4] samolotu w ruchu sterowanym można należycie ocenić znając zmiany czasowe wszystkich parametrów lotu i sterowania.

Istnieją dwie możliwości postępowania do wyznaczania tych niewiadomych:

— wyznaczenie zmian wektora stanu  $z(t)$  wywołanych przyjętym sterowaniem  $\delta_{st} = \text{col}[\delta_V, \delta_H, \delta_L, T]$ ,

gdzie:  $\delta_V$  — kąt wychylenia steru kierunku,  
 $\delta_H$  — kąt wychylenia steru wysokości,  
 $\delta_L$  — kąt wychylenia lotek,  
 $T$  — ciąg silnika,  
 $t$  — czas.

lub

— wyznaczenie sposobu sterowania  $\delta_{st}(t)$  przy założeniu parametrów ruchu i położenia (tor lotu, konfiguracja, prędkość itp.).

W obu powyższych przypadkach trzeba wyznaczyć rozwiązania zależne od czasu  $t$ ,  $z(t)$  lub  $\delta_{st}(t)$ .

W przestrzennym sterowanym ruchu jakim jest spirala nie jest możliwe założenie wszystkich parametrów lotu, dotyczy to zwłaszcza niustalanej fazy wprowadzenia i wprowadzenia. Jest to warunek „za sztywny”, istnieje bowiem zbyt wiele czynników decydujących o tak złożonym stanie lotu. Jednocześnie nie można a priori założyć lub jednoznacznie wyznaczyć procesu sterowania, które zapewniałyby wykonanie figury.

Powyższe przesłanki przesądziły o przyjęciu numerycznej metody, polegającej na uzyskaniu rozwiązania  $z(t)$  drogą całkowania numerycznego pełnych równań ruchu przy jednoczesnym cyfrowym modelowaniu sterowania  $\delta_{st}(t)$  w oparciu o bieżącą znajomość niektórych parametrów lotu.

Wykorzystano rozszerzony układ równań ruchu [4, 5], który w układzie samolotowym ma następującą postać:

$$\dot{U} = X^a - m_s g \sin \Theta + T \cos \delta + m_s V R - m_s W Q, \quad (1)$$

$$\dot{V} = Y^a + m_s g \sin \Phi \cos \Theta - m_s U R + m_s W P, \quad (2)$$

$$\dot{W} = Z^a + m_s g \cos \Phi \cos \Theta - T \sin \delta + m_s U Q + m_s V P, \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \dot{P} = & \frac{1}{1 - \frac{J_{xz}^2}{J_x J_z}} \left[ \left( 1 - \frac{J_y - J_x}{J_z} \right) \frac{J_{xz}}{J_x} P Q - \left( \frac{J_z - J_y}{J_x} - \frac{J_{xz}^2}{J_x J_z} \right) Q R + \right. \\ & \left. + \frac{1}{J_x} \left( L^a + \frac{J_{xz}}{J_z} (N^a - J_T \omega_T Q) \right) \right], \quad (4) \end{aligned}$$

$$\dot{Q} = \frac{1}{J_y} (M^a + T \cdot e + J_T \omega_T R) + \frac{J_z - J_x}{J_y} P R - \frac{J_{xz}}{J_y} (P^2 - R^2), \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \dot{R} = & \frac{1}{1 - \frac{J_{xz}^2}{J_x J_z}} \left[ \left( \frac{J_x - J_y}{J_z} + \frac{J_{xz}^2}{J_x J_z} \right) P Q - \left( 1 - \frac{J_y - J_z}{J_x} \right) \frac{J_{xz}}{J_x} Q R + \right. \\ & \left. + \frac{1}{J_z} \left( \frac{J_{xz}}{J_x} L^a + N^a - J_T \omega_T Q \right) \right], \quad (6) \end{aligned}$$

$$\dot{\Phi} = P + Q \sin \Phi \operatorname{tg} \Theta + R \cos \Phi \operatorname{tg} \Theta, \quad (7)$$

$$\dot{\Theta} = Q \cos \Phi - R \sin \Phi, \quad (8)$$

$$\dot{\Psi} = (Q \sin \Phi + R \cos \Phi) \sec \Theta, \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 = & U \cos \Theta \cos \Psi + V (\sin \Phi \sin \Theta \cos \Psi - \cos \Phi \sin \Psi) + \\ & + W (\cos \Phi \sin \Theta \cos \Psi + \sin \Phi \sin \Psi), \quad (10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 = & U \cos \Theta \sin \Psi + V (\sin \Phi \sin \Theta \sin \Psi + \cos \Phi \cos \Psi) + \\ & + W (\cos \Phi \sin \Theta \sin \Psi - \sin \Phi \cos \Psi), \quad (11) \end{aligned}$$

$$\dot{z}_1 = -U \sin \Theta + V \sin \Phi \cos \Theta + W \cos \Phi \cos \Theta, \quad (12)$$

gdzie:  $m$  — masa samolotu,  
 $g$  — przyspieszenie ziemskie,  
 $z$  — wektor stanu:

$$z = \text{col}[U, V, W, P, Q, R, \Phi, \Theta, \Psi, x_1, y_1, z_1,],$$

$U, V, W$  — prędkości liniowe samolotu odpowiednio względem osi samolotowych  $x, y, z$ .

$P, Q, R$  — prędkości kątowe samolotu odpowiednio wokół osi samolotowych  $x, y, z$ ,

$\Phi, \Theta, \Psi$  — kąty Eulera odpowiednio przechylenia, pochylenia i odchylenia samolotu,

$x_1, y_1, z_1$  — współrzędne położenia samolotu,

$F_a$  — wektor sił i momentów sił aerodynamicznych,

$$F_a = \text{col}[X^a, Y^a, Z^a, L^a, M^a, N^a], \quad (13)$$

$F_T$  — wektor sił i momentów sił od urządzeń napędowych,

$$F_T = \begin{bmatrix} X^T \\ Y^T \\ Z^T \\ L^T \\ M^T \\ N^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T \cos \delta \\ 0 \\ -T \sin \delta \\ 0 \\ T \cdot e + J_T \omega_T R \\ -J_T \omega_T Q \end{bmatrix}, \quad (14)$$

$T$  — ciąż silnika,

$\delta$  — kąt odchylenia wektora ciągu  $T$  od osi  $Ox$  układu samolotowego w płaszczyźnie  $Oxyz$ ,

$e$  — mimośród między linią działania wektora ciągu a położeniem środka masy samolotu,

$\omega_T$  — prędkość kąтова części wirujących silnika,

$J_T$  — moment bezwładności wirnika względem osi obrotu własnego.

Dodatkowo uwzględniono zmianę gęstości powietrza  $\rho$  z wysokością lotu  $H$  [5]

$$\rho_H = \rho_0 \left( 1 + \frac{z_1}{44\ 300} \right)^{4.256}, \quad (15)$$

gdzie:

$$H = -z_1,$$

która ingeruje w wartości sił i momentów sił aerodynamicznych. Wykorzystano też zależności analityczne do wyznaczania wartości całkowitej prędkości liniowej lotu  $V_c$ , kątów natarcia  $\alpha$  i ślizgu  $\beta$  oraz przeciążenia  $n_z$ .

Powyższy układ równań różniczkowych ruchu w postaci normalnej w zapisie macierzowym przedstawia się następująco:

$$\dot{z} = f(z, \delta_s, \rho, t),$$

przy czym faktyczna zależność jest

$$\dot{z} = f(z, t),$$

gdyż wartości wynikające ze sterowania  $\delta_s = \text{col}[\delta_v, \delta_H, \delta_L]$  ingerują tylko w sposób parametryczny w wartości sił i momentów sił aerodynamicznych, zaś  $\rho$  zależy od  $H$  czyli  $z_1$ .

$$F = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ L \\ M \\ N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X^a - mg \sin \Theta + T \cos \delta \\ Y^a + mg \sin \Phi \cos \Theta \\ Z^a + mg \cos \Phi \cos \Theta - T \sin \delta \\ L^a \\ M^a + T \cdot e + J_T \omega_T R \\ N^a - J_T \omega_T Q \end{bmatrix}, \quad (16)$$

przy czym:

$$F_a = F_a(U, V, W, P, Q, R, \delta_v, \delta_H, \delta_L, \rho),$$

$F$  — wektor sił i momentów sił zewnętrznych.

Do wyznaczenia rozwiązania powyższych równań przyjęto metodę całkowania Eulera [3], która na tym etapie badań jest wystarczająco dokładna a przy tym szybka w obliczeniach.

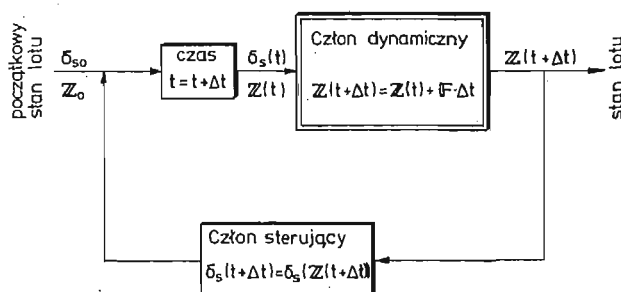
Rozwiązanie  $z(t)$  uzyskuje się przez krokowe w czasie  $\Delta t$  obliczenie wektora  $z$  przy założeniu stanu początkowego lotu oraz modelowaniu cyfrowym sterowania  $\delta_s$ .

$$z(t + \Delta t) = z(t) + f(z(t), t) \Delta t, \quad (17)$$

przy czym  $f$  odpowiadają chwilowym wartościom przyspieszeń  $\dot{z}$ .

Błąd metody zależy od przyjętego kroku całkowania.

Metodą symulacji cyfrowej ruchu samolotu w spirali przedstawia poniższy układ, rys. 2.

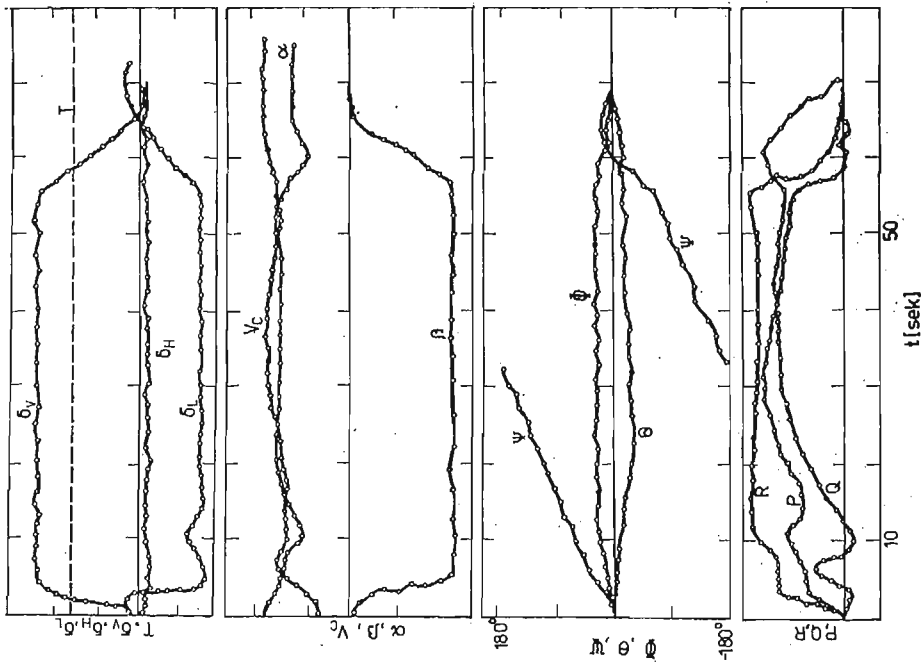


Rys. 2. Schemat układu opisujący dynamikę samolotu w sterowanym ruchu przestrzennym

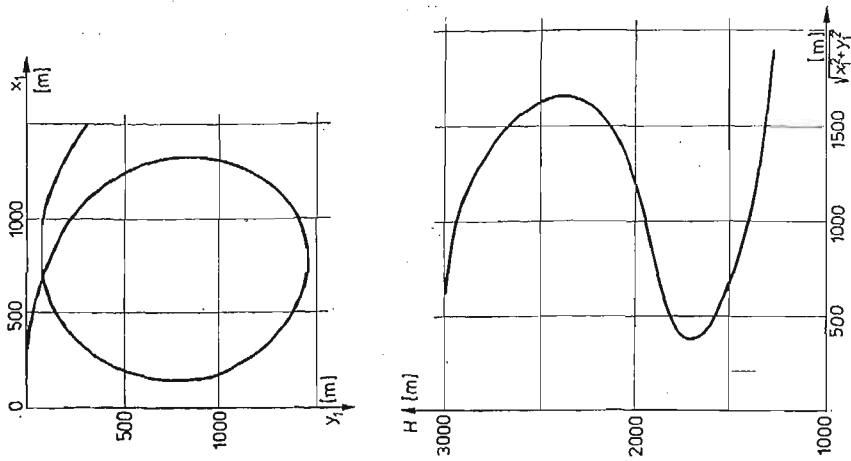
Autopilot w powyższym przypadku jest programem numerycznym, który na podstawie bieżącego śledzenia parametrów lotu w oparciu o pewne kryteria wyznacza wartości wychyleń powierzchni sterowych w danej chwili.

#### 4. Przykład obliczeniowy

Obliczenia przykładowe przeprowadzone zostały dla poddźwiękowego samolotu odrzutowego TS-11 „Iskra”.



Rys. 3. Zmiany parametrów lotu i sterowania podczas wykonywania spirali



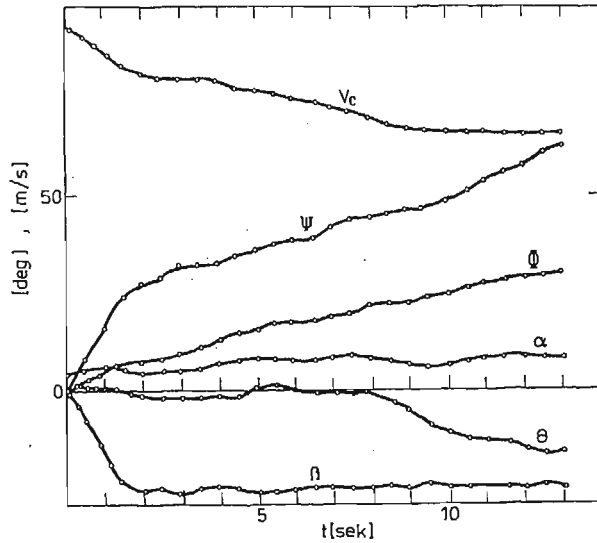
Rys. 4. Trajektoria lotu samolotu dla przeprowadzonej symulacji ruchu w spirali

Przyjęto, że samolot po redukcji ciągu rozpoczyna akrobację z wysokości  $H = 3000$ , [m] z lotu prostoliniowego ustalonego. Po wykonaniu pełnej zvitki następuje faza wprowadzenia do lotu prostoliniowego.

Na wykresach zmian parametrów lotu i sterowania rys. 3 oraz trajektorii lotu rys. 4 zaznaczono zakończenie fazy wprowadzenia „1” i lotu po linii śrubowej „2”. Podano też wartości chwilowych przyspieszeń  $\dot{z}$  w tych punktach (mogą one stanowić pewne kryterium oceny poprawności wykonania figury).

Przeprowadzono obliczenia dla kilku wariantów fazy wprowadzenia, przy czym różnica dotyczy warunków początkowych lotu i modelu sterowania lotkami, rys.: 5, 6, 7.

Uzyskane wyniki są zgodne z próbami w locie. Symulacja cyfrowa lotu wykazała, że duży wpływ na poprawność i postać figury ma faza lotu ustalonego tuż przed rozpoczęciem akrobacji. Uzyskane przebiegi czasowe wychyleń powierzchni sterowych są w praktyce do przyjęcia zwłaszcza, gdy dopuści się pewien zakres zmian parametrów lotu. Mała efektywność powierzchni sterowych wynika z przyjętych założeń upraszczających przy wyznaczaniu sił i momentów sił aerodynamicznych.



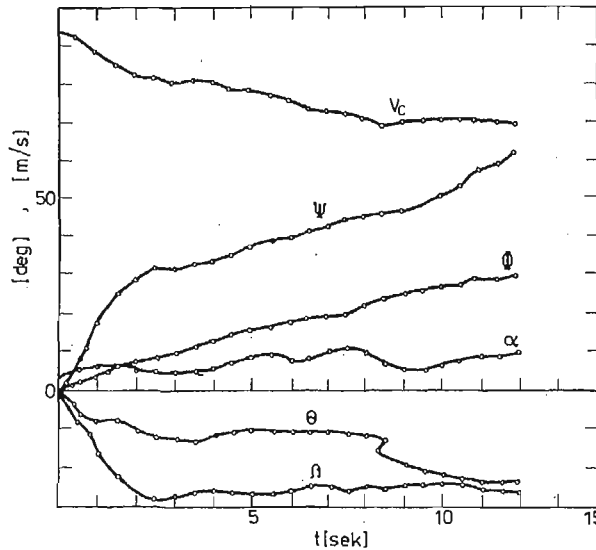
Rys. 5. Zmiany parametrów ruchu w fazie wprowadzenia dla danych początkowych  $\alpha = 4$ . [deg],  $\theta = 0$ . [deg]  $V_c = 93$ .  $\left[\frac{m}{s}\right]$

Dla  $t_1 = 13$  [sek] czasu rozpoczynającego fazę lotu po linii śrubowej otrzymano:

$$\dot{U} = -0,183 \left[\frac{m}{s^2}\right], \quad \dot{V} = 0,612 \left[\frac{m}{s^2}\right], \quad \dot{W} = -0,018 \left[\frac{m}{s^2}\right],$$

$$\dot{P} = 0,092 \left[\frac{rd}{s^2}\right], \quad \dot{Q} = 0,022 \left[\frac{rd}{s^2}\right], \quad \dot{R} = 0,028 \left[\frac{rd}{s^2}\right],$$

$$\dot{\phi} = 0,041 \left[\frac{rd}{s}\right], \quad \dot{\theta} = -0,050 \left[\frac{rd}{s}\right], \quad \dot{\psi} = 0,077 \left[\frac{rd}{s}\right].$$



Rys. 6. Zmiany parametrów ruchu w fazie wprowadzenia dla danych początkowych  $\alpha = 4$  [deg],  $\theta =$

$$= -10 \text{ [deg]}, V_c = 92.5 \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

Dla  $t_1 = 12$  [sek] otrzymano:

$$\begin{aligned} \dot{U} &= -0,152 \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right], & \dot{V} &= 0,576 \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right], & \dot{W} &= -0,449 \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right], \\ \dot{P} &= 0,082 \left[ \frac{\text{rd}}{\text{s}^2} \right], & \dot{Q} &= 0,007 \left[ \frac{\text{rd}}{\text{s}^2} \right], & \dot{R} &= 0,021 \left[ \frac{\text{rd}}{\text{s}^2} \right], \\ \dot{\Phi} &= 0,033 \left[ \frac{\text{rd}}{\text{s}} \right], & \dot{\Theta} &= -0,042 \left[ \frac{\text{rd}}{\text{s}} \right], & \dot{\Psi} &= 0,084 \left[ \frac{\text{rd}}{\text{s}} \right] \end{aligned}$$

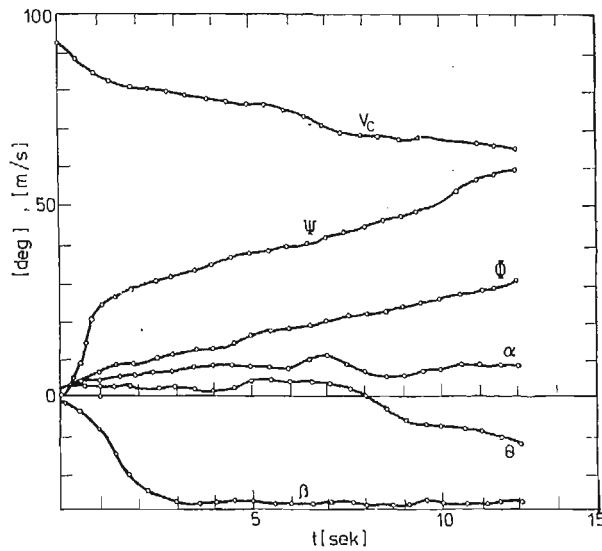
## 5. Wnioski

Przedstawiona metoda symulacji numerycznej lotu samolotu w sterowanym ruchu spiralnym dostarcza wiele cennych informacji poznawczych o zjawisku, które niemożliwe są do osiągnięcia innymi znanymi metodami. Istnieje możliwość przebadania wszystkich niebezpiecznych warunków lotu bez ujemnych konsekwencji jak to ma miejsce podczas prób w locie.

Metoda ta może być zaadaptowana do innych złożonych faz lotu. Zastosowany aparat matematyczny umożliwia łatwe uwzględnienie dodatkowych stopni swobody przy bardziej szczegółowej analizie zjawiska.

Uzyskane wyniki liczbowe świadczą, że przyjęte na tym etapie badań założenia upraszczające nie wpływają na ogólną poprawną analizę zagadnienia.





Rys. 7. Zmiany parametrów ruchu w fazie wprowadzenia dla danych początkowych  $\alpha = 4$ . [deg],  $\Theta =$

$$= 4 \text{ [deg]}, V_c = 93 \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

Dla  $t_1 = 12$  [sek] otrzymano:

$$\begin{aligned} \dot{U} &= -0,209 \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right], & \dot{V} &= 0,800 \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right], & \dot{W} &= -0,080 \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right], \\ \dot{P} &= 0,058 \left[ \frac{\text{rd}}{\text{s}^2} \right], & \dot{Q} &= 0,022 \left[ \frac{\text{rd}}{\text{s}^2} \right], & \dot{R} &= 0,027 \left[ \frac{\text{rd}}{\text{s}^2} \right], \\ \dot{\Phi} &= 0,045 \left[ \frac{\text{rd}}{\text{s}} \right], & \dot{\Theta} &= -0,053 \left[ \frac{\text{rd}}{\text{s}} \right], & \dot{\Psi} &= 0,072 \left[ \frac{\text{rd}}{\text{s}} \right] \end{aligned}$$

#### Literatura

1. A. ABLAMOWICZ, *Akrobacja lotnicza*, MON Warszawa 1954.
2. W. FISZDON, *Mechanika lotu, Część I i II*, PWN Łódź—Warszawa 1961.
3. J. LEGRAS, *Praktyczne metody analizy numerycznej*, WNT Warszawa 1974.
4. J. MARYNIAK, *Dynamiczna teoria obiektów ruchomych*, Prace naukowe Politechniki Warszawskiej. Mechanika Nr 32 WPW Warszawa 1976.
5. J. TRAJER, *Modelowanie i badanie własności dynamicznych poddźwiękowego samolotu odrzutowego w sterowanym ruchu spiralnym*, Praca doktorska, Politechnika Warszawska Warszawa 1983 r.

#### Резюме

#### ЧИСЛЕННАЯ СИМУЛЯЦИЯ УПРАВЛЯЕМОГО САМОЛЁТА В СПИРАЛЬНОМ ДВИЖЕНИИ

В статье представлено численный метод симуляций полёта самолёта с влиянием управления. Уравнения движения интегрировано численным методом Эйлера с одновременным применением управления самолётом.

В результате численных вычислений получено временные пробеги кинематических параметров движения, траекторию центра массы самолёта и программу управления. Все вычисления сделано для самолёта класса TS-11 „Iskra”.

#### S u m m a r y

#### NUMERICAL SIMULATION OF CONTROLLED AIRPLANE PERFORMING A SPIRAL MOTION

In the paper a numerical method of simulation of airplane motion is discussed with control process taken into account. The differential equations are integrated numerically by Euler method with simultaneous numerical modelling of control process. In the result time histories of all kinematic parameters and data concerning control, trajectories and other flight conditions are obtained.

*Praca wpłynęła do Redakcji dnia 26 września 1985 roku*