

MODELOWANIE SERWOMECHANIZMU HYDRAULICZNEGO NA MASZYNE CYFROWEJ

WŁADYSŁAW JAROMINEK

Polska Akademia Nauk, Warszawa

TADEUSZ STEFAŃSKI

Politechnika Świętokrzyska, Kielce

1. Wprowadzenie

Urządzeniom wykonawczym układów sterowania obiektami latającymi narzuca się wysokie wymagania. Dotyczy to zarówno charakterystyk statycznych jak i dynamicznych. Charakterystyki statyczne winny cechować się: małym statycznym uchybem położenia, małym błędem histerezy i minimalnym progiem czułości; natomiast charakterystyki dynamiczne winny charakteryzować się: szerokim pasmem przenoszenia (szczególnie duża prędkość działania wymagana jest dla amplitud osiągających wartość do 40% wartości maksymalnej amplitudy sygnału sterującego, gdyż na ogół w takim zakresie pracuje auto-pilot — dla większych wartości amplitud prędkość działania winna być mniejsza), małą wartością maksymalnego przeregulowania, dużym tłumieniem itd. Biorąc pod uwagę wymienione wymagania najbardziej odpowiednimi okazały się serwomechanizmy hydrauliczne. Zastosowanie to uzasadnione jest szczególnie tam, gdzie wymagana jest duża moc wyjściowa, duża szybkość działania, małe gabaryty, duża niezawodność itp. Szerokie zastosowanie powoduje konieczność opracowywania nowych konstrukcji, które powinny charakteryzować się poprawnymi własnościami statycznymi i dynamicznymi, niskim kosztem wytwarzania i eksploatacji. Właściwa konstrukcja musi być poparta nowoczesną technologią wytwarzania, zapewniającą głównie wysoką niezawodność i długi okres eksploatacji.

Opracowywanie nowych lub modyfikacja istniejących konstrukcji musi bazować na pewnych i tanich metodach. Z pewnością nie mogą to być metody opierające się tylko na pracochłonnych i kosztownych badaniach eksperymentalnych lecz także metody wykorzystujące analizę modeli matematycznych.

Stosowanie do projektowania serwomechanizmów znanych z literatury liniowych lub uproszczonych nieliniowych modeli matematycznych nie jest w stanie sprostać wysokim wymaganiom stawianym tym urządzeniom. W większym stopniu w tym celu należy wykorzystywać modele matematyczne do symulacji serwomechanizmu, tym bardziej, że obecnie

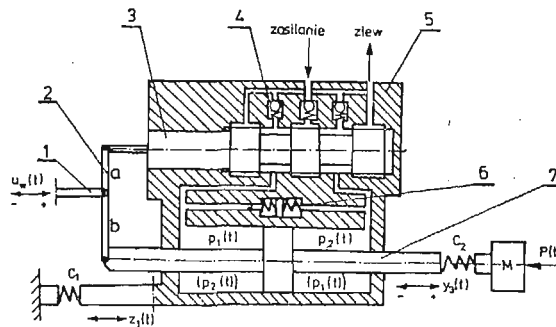
projektant ma na ogół łatwy dostęp do środków obliczeniowych. Modele te pozwalają uwzględnić takie czynniki, jak: efekt dławienia natężenia przepływu oleju przez suwak sterujący, spowodowany obciążeniem tłoka, tarcie suche i ograniczenia przemieszczeń elementów ruchomych, charakterystyki instalacji hydraulicznej, sprężystość zamocowania i połączenia z obciążeniem, które mają niezmiernie istotny wpływ na dynamikę serwo-mechanizmu.

Poniżej przedstawiono model matematyczny do symulacji serwo-mechanizmu hydraulicznego, zaproponowano także zastosowanie tego modelu i funkcji wrażliwości trajektorii do jego projektowania. Taki sposób projektowania winien pozwolić na dokładną analizę procesów zachodzących w serwo-mechanizmie, a także na właściwy kierunek zmian wartości parametrów konstrukcyjnych.

2. Dyskretny model matematyczny serwo-mechanizmu

Uproszczony schemat ideowy jednostopniowego serwo-mechanizmu hydraulicznego przedstawiono na rys. 1.

Podstawowymi elementami tego serwo-mechanizmu są: popychacz sterujący (1), dźwignia sprzężenia zwrotnego (2), suwak sterujący (3), zawór antykawitacyjny (4), korpus (5), tłumik siłownika wykonawczego (6) i siłownik wykonawczy (7).



Rys. 1. Uproszczony schemat serwo-mechanizmu hydraulicznego.

Podczas budowy modelu matematycznego zwrócono szczególną uwagę na jego adekwatność w stosunku do rzeczywistych procesów zachodzących w serwo-mechanizmie. Uwzględniono więc wszystkie istotne z technicznego punktu widzenia czynniki wpływające na charakterystyki statyczne i dynamiczne serwo-mechanizmu, które uprzednio wymieniono, a także m.in. wpływ sił hydrodynamicznych, zmienność objętości komór roboczych siłownika, obciążenie zewnętrzne itd.

Sumaryczny spadek ciśnienia $p_s(k)$ w części tłocznej serwo-mechanizmu określono związkiem

$$p_s(k) = f_1[Q(k)] + f_2[Q(k)] + f_3[Q(k)], \quad (1)$$

gdzie: $Q(k)$ — natężenie przepływu; f_1, f_2 i f_3 — nieliniowe operatory funkcyjne aproksymujące charakterystyki statyczne przewodów i kanałów zasilających, filtru i zaworów

zwrotnych; k — dyskretny operator czasu. Jeżeli instalacja hydrauliczna wyposażona jest w źródło zasilania o nieszytywnej charakterystyce, to fakt ten należy uwzględnić w równaniu (1).

Ciśnienie zasilania $p(k)$ na suwaku sterującym ma wartość:

$$p(k) = p_z(k) - p_s(k), \quad (2)$$

przy czym $p_z(k)$ jest ciśnieniem na wejściu instalacji hydraulicznej.

Przemieszczenie korpusu serwomechanizmu $z_1(k)$, spowodowane sprężystym zamocowaniem, wyznaczono z równania

$$z(k) = A_k^* z(k-1) + B_k^* [p_1(k-1) - p_2(k-1)] \text{sign } x_1(k), \quad (3)$$

gdzie:

$$z(k) = [z_1(k), z_2(k)]_s^T = \left[z_1(k), \frac{dz_1(t)}{dt} \Big|_{t=k} \right]^T;$$

$p_1(k-1)$ i $p_2(k-1)$ — ciśnienia odpowiednio w komorze tłocznej i zlewowej siłownika; $x_1(x)$ — przemieszczenie suwaka.

Macierz A_k^* i B_k^* określono z zależności:

$$\begin{aligned} A_k^* &= \exp(A_k T), \\ B_k^* &= A_k^{-1} [\exp(A_k T) - I] B_k, \end{aligned} \quad (4)$$

przy czym:

$$A_k = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{C_1}{m_k} & 0 \end{bmatrix}, \quad B_k = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{F_k}{m_k} \end{bmatrix},$$

T — okres dyskretyzacji; C_1 — współczynnik sprężystości zamocowania korpusu; m_k — masa korpusu; F_k — powierzchnia czynna komór siłownika.

Rozwiązując numerycznie równania (4) najwygodniej jest rozwinąć macierz $\exp(A_k T)$ w szereg potęgowy.

Przemieszczenie tłoka $y_3(k)$ siłownika wykonawczego wyznaczono z równania

$$y(k) = A_t^* y(k-1) + B_t^* u(k-1), \quad (5)$$

przy czym:

$$\begin{aligned} y(k) &= [y_1(k), y_2(k), y_3(k)]^T, \quad u(k-1) = [u_1(k-1), u_2(k-1)]^T, \\ u_1(k-1) &= F_t [p_1(k-1) - p_2(k-1)] \text{sign } x_1(k-1) - |T_t| \text{sign } y_p(k-1), \end{aligned}$$

$u_2(k-1) = P(k-1)$ — obciążenie zewnętrzne tłoka; $p_1(k-1)$ i $p_2(k-1)$ — ciśnienia odpowiednio w komorze tłocznej i zlewowej siłownika; F_t — powierzchnia czynna tłoka; T_t — siła tarcia suchego; $y_p(k-1)$ — prędkość przemieszczenia tłoka.

Macierze ciągłego modelu ruchu tłoka określone są następująco:

$$A_t = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -\frac{C_2}{M} \\ 0 & 1 & -\frac{C_2}{B_t} \end{bmatrix}, \quad B_t = \begin{bmatrix} \frac{C_2}{MB_t} & -\frac{C_2}{MB_t} \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{B_t} & 0 \end{bmatrix},$$

gdzie: C_2 — współczynnik sprężystości połączenia tłoka z masą obciążenia M ; B_t — współczynnik tarcia wiskotycznego.

Wybór zmiennych stanu został tak dokonany, że przemieszczenie tłoka określone jest przez $y_3(k)$, a prędkość przemieszczenia $y_p(k)$ wyznaczono z równania:

$$y_p(k) = y_2(k) - \frac{C_2}{B_t} y_3(k) + \frac{1}{B_t} u_1(k). \quad (6)$$

Również przemieszczenie tłoka jest ograniczone i wynosi

$$|y_3(k)| \leq y_M - z_1(k), \quad (7)$$

gdzie y_M jest maksymalnym skokiem tłoka.

Otwarcie okna suwaka wynosi:

$$x_1(k) = \frac{a+b}{a} u_w(k) - \frac{b}{a} y_3(k) + z_1(k), \quad (8)$$

przy warunku $|x_1(k)| \leq x_{1M}$, przy czym: a, b — długość ramion dźwigni sprzężenia zwrotnego; u_w — przemieszczenie suwaka; x_{1M} — maksymalne otwarcie okna suwaka. Jeśli $|x_1(k)| \geq x_{1M}$, to $x_1(k) = x_{1M} \text{sign } x_1(k)$.

Równanie bilansu natężeń przepływu dla zespołu suwak—siłownik wykonawczy dla części tłocznej ma postać:

$$\begin{aligned} \mu\pi d \sqrt{\frac{2g}{\gamma} [p(k) - p_1(k)]} |x_1(k)| &= F_t |y_p(k)| + \\ &+ K_1 [p_1(k) - p_2(k)] + K_2 [p_1(k) - p_0(k)] + Q_t(k), \end{aligned} \quad (9)$$

oraz dla części zlewowej:

$$\mu\pi d \sqrt{\frac{2g}{\gamma} [p_2(k) - p_0(k)]} |x_1(k)| = F_t |y_p(k)| + K_1 [p_1(k) - p_2(k)] + Q_t(k), \quad (10)$$

gdzie: μ — współczynnik natężenia przepływu przez suwak; d — średnica suwaka; K_1 i K_2 — współczynniki przecieków przez tłok i suwak; $Q_t(k)$ — chłonność układu tłumienia tłoka wykonawczego; $p_0(k)$ — ciśnienie na linii zlewu.

Równania (9) i (10) rozwiązano odpowiednio względem ciśnienia w komorze tłocznej $p_1(k)$ i w komorze zlewowej $p_2(k)$ siłownika. Jeśli $x_1(k) = 0$, to $p_2(k) = p_0(k)$ a $p_1(k) = \frac{P(k)}{F_t}$, gdy natomiast $\text{sign } x_1(k) \neq \text{sign } y_p(k)$, to $p_1(k) = p(k)$ i $p_2(k) = p_0(k)$, a natężenie przepływu zarówno w części tłocznej jak i zlewowej należy przyjąć równe zeru.

Chłonność całkowitą $Q(k)$ serwomechanizmu określono z zależności

$$Q(k) = \mu\pi d \sqrt{\frac{2g}{\gamma} [p(k) - p_1(k)]} |x_1(k)| \quad (11)$$

a następnie w oparciu o wartość $Q(k)$ wyznaczono ciśnienie na linii zlewu $p_0(k)$. Jeśli obliczona wartość ciśnienia $p_0(k)$ różni się istotnie od przewidywanej, to w miejsce przewidywanej wartości należy wstawić wartość obliczoną i procedurę obliczeń powtarzać dotąd, aż uzyska się zgodność wyników z założoną dokładnością.

4. Ocena wpływu parametrów konstrukcyjnych na dynamikę serwomechanizmu

Określenie ilościowego oraz jakościowego wpływu parametrów konstrukcyjnych na charakterystyki serwomechanizmu pozwala wybrać właściwy kierunek zmian konstrukcyjnych, w celu otrzymania żądanych jego własności. Najbardziej odpowiednimi, a jednocześnie dającymi pełny obraz zmian własności serwomechanizmu pod wpływem wariacji wartości parametrów, są funkcje wrażliwości trajektorii ruchu jego elementów. Należy tu jednak uwzględnić, że funkcje te mogą często mieć charakter lokalny i ewentualnie błędną ocenę wpływu wartości parametrów na dynamikę, spowodowaną nieliniowością modelu matematycznego, można wyeliminować poprzez określenie funkcji wrażliwości trajektorii dla kilku przedziałów wartości tych parametrów.

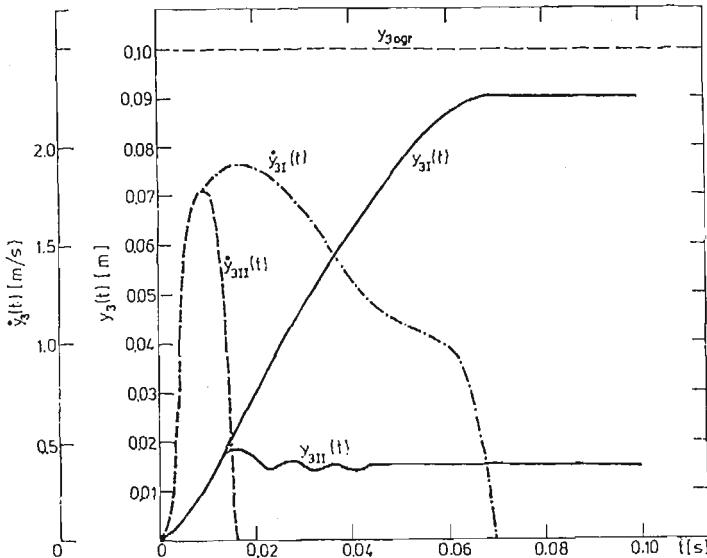
Funkcje wrażliwości $\eta(k)$ trajektorii $y(k)$ dla przyrostu wartości parametrów $\Delta\alpha$ określone są następująco:

$$\eta(k) = \left. \frac{\partial y(t, \alpha)}{\partial \alpha} \right|_{t=k} = \lim_{\Delta\alpha \rightarrow 0} \frac{y(k, \alpha) - y(k, \alpha + \Delta\alpha)}{\Delta\alpha} \quad (12)$$

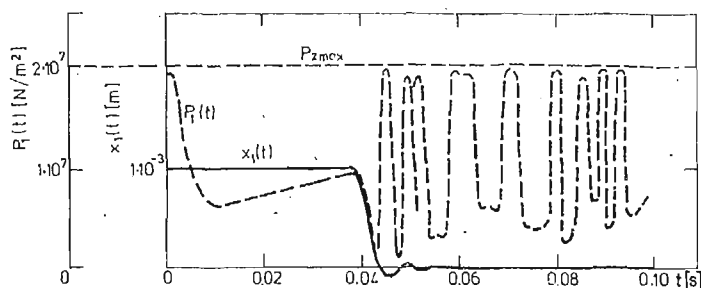
Jako trajektorie $y(k)$ można przyjąć: ciśnienia w komorach siłownika, natężenia przepływu, przemieszczenie suwaka i tłoka silnika, błąd położenia tłoka itd. Przyrost wartości parametrów konstrukcyjnych przyjmuje się zwykle 5 ÷ 10% ich wartości nominalnych.

Analizując otrzymane odpowiednie funkcje wrażliwości trajektorii można wyodrębnić parametry konstrukcyjne, które nie wpływają, wpływają pozytywnie lub negatywnie na trajektorie $y(k)$. Można więc wybrać właściwy kierunek zmian oraz właściwe proporcje wartości parametrów konstrukcyjnych, zapewniających poprawną współpracę poszczególnych podzespołów i żądane charakterystyki serwomechanizmu.

Możliwość dokonania ilościowej oceny wpływu wartości parametrów na własności serwomechanizmu pozwala wytypować te parametry, których wpływ ten jest bardzo duży



Rys. 2. Odpowiedź skokowa serwomechanizmu dla różnych amplitud sygnału wejściowego.



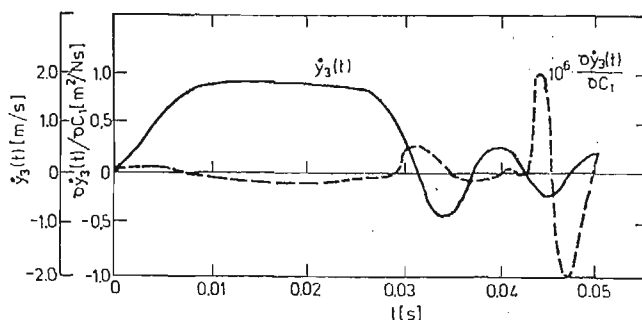
Rys. 3. Odpowiedź skokowa przemieszczenia suwaka $x_1(t)$ oraz ciśnienia $p_1(t)$ w komorze tłocznej serwomechanizmu

i te — których jest znikomym. Wówczas wartości parametrów należących do pierwszej z wymienionych grup dobiera się w oparciu o analizę funkcji wrażliwości trajektorii i dynamiki serwomechanizmu, natomiast wartości parametrów należących do drugiej grupy określa się na podstawie innych kryteriów i przesłanek. W przypadku, gdy funkcje wrażliwości odpowiednich trajektorii są mało czytelne, należy wyznaczyć je dla trajektorii prędkości, np. dla trajektorii prędkości przemieszczenia, prędkości zmian ciśnienia itd.

Na dynamikę serwomechanizmu zasadniczo mają wpływ takie parametry, jak: wzmocnienie w torze sprzężenia zwrotnego (stosunek $\frac{b}{a}$), średnica suwaka d i ograniczenie przemieszczenia suwaka x_{1M} . Na rys. 2 przedstawiono proces przejściowy przemieszczenia tłoka dla różnych amplitud sygnału wejściowego. Widoczna zależność charakteru procesu przejściowego od amplitudy sygnału wejściowego wskazuje na nieliniowość modelu matematycznego. Natomiast na rys. 3 przedstawiony został proces przejściowy przemieszczenia suwaka sterującego względem korpusu $x_1(t)$ oraz ciśnienia w komorze tłocznej siłownika $p_1(t)$.

Proces $x_1(t)$ zanika, z tym, że nie przyjmuje szybko zerowej wartości ustalonej, lecz oscyluje z bardzo małą amplitudą wokół tej wartości. Z tych też względów pojawiają się oscylacje ciśnienia $p_1(t)$ o znacznej amplitudzie.

Na rys. 4 jako przykład zamieszczono prędkość odpowiedzi serwomechanizmu $y_3(t)$



Rys. 4. Funkcja wrażliwości trajektorii prędkości tłoka dla wariacji współczynnika sztywności δC_1 zamocowania serwomechanizmu

i funkcję wrażliwości trajektorii przemieszczenia tłoka dla przyrostu współczynnika sztywności zamocowania C_1 . Zwiększenie wartości współczynnika C_1 wpływa stabilizująco na proces $y_3(t)$ a także zmniejsza statyczny uchyb regulacji, gdy na serwomechanizm działa znaczne obciążenie $P(t)$. W przypadku małego obciążenia serwomechanizmu lub mniejszej od jedności wartości współczynnika wzmocnienia w układzie zamkniętym, zmniejszenie wartości C_1 wpływa stabilizująco.

4. Zakończenie

W pracy zbudowano dyskretny model matematyczny do symulacji serwomechanizmu hydraulicznego. Do jakościowej oraz ilościowej oceny wpływu struktury i wartości parametrów konstrukcyjnych na charakterystyki serwomechanizmu zastosowano funkcje wrażliwości trajektorii przemieszczenia tłoka i suwaka, ciśnień w komorach siłownika, błędu położenia, natężeń przepływu — dla przyrostu wartości tych parametrów.

Zrezygnowanie z klasycznych metod syntezy i analizy serwomechanizmów na korzyść symulacji cyfrowej zasadniczo zwiększa efektywność projektowania, gdyż umożliwia w szerszym zakresie właściwy wybór jego struktury i parametrów, a także pozwala analizować współpracę z instalacją hydrauliczną. Taki sposób projektowania winien znacznie obniżyć koszty badań eksperymentalnych i gwarantować poprawność konstrukcji.

Literatura

1. J. CRUZ, *Układy ze sprzężeniem zwrotnym*. PWN, Warszawa 1977.
2. M. GUILLON, *Teoria i obliczanie układów hydraulicznych*. WNT, Warszawa 1967.
3. M. GUILLON, *L'asservissement hydraulique electrohydraulique*. Dunod, Paris 1972.

Резюме

ЦИФРОВЫЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГИДРОПРИВОДА

В работе предложено дискретную математическую модель для исследования гидропривода на ЭВМ. Для качественной и количественной оценки влияния структуры и значений конструктивных параметров на характеристики сервопривода использовано функции чувствительности траектории перемещения поршня, определённые для приращения значений этих параметров. Использование для проектирования гидропривода предложенной математической модели и функции чувствительности траектории даст возможность проведения точного анализа процессов происходящих в гидроприводе, а также соответствующее направление изменений значений конструктивных параметров.

Summary

MODELLING OF HYDRAULIC SERVO-MECHANISM ON A DIGITAL COMPUTER

The discrete mathematical model used for the purpose of simulation of servo-mechanism on a digital computer is presented. The sensitivity function of trajectory of the piston shift determined for the increment of values of the structural parameters is applied with the object of evaluating the qualitative and quanti-

tative effects of their structure and value upon servo-mechanism characteristics. It is pointed out that the application of the suggested mathematical model and the sensitivity function of trajectory in designing of hydraulic servo-mechanism enables both precise analysis of the processes taking place in servo-mechanism and proper changes of values of structural parameters.

Praca wpłynęła do Redakcji dnia 19 marca 1986 roku.