

METODA ANALIZY CIEPLNEJ TRÓJSTRUMIENIOWYCH  
KRZYŻOWOPRĄDOWYCH KONWEKCYJNYCH WYMIENNIKÓW CIEPŁA  
PRZY WYMIESZANIU CZYNNIKA ZEWNĘTRZNEGO

JAN SKŁADZIENÍ  
MACIEJ PRUS

Politechnika Śląska, Gliwice

Oznaczenia

$a, a_1, a_2, a'$  — pomocnicze stałe, wynikające z warunków brzegowych,

$b, b_1, b_2, b'$  — pomocnicze stałe, wynikające z warunków brzegowych,

$B_1, B_2, C$  — pomocnicze stałe, wynikające z całkowania,

$g, h, k_i, k'_i$  — pomocnicze stałe:  $k_i = \sum_{\substack{l=j,k \\ l \neq i}} K_{i-l}, i, j, k = 1, 2, 3, k'_i = k_i + K_{i-0},$

$k_{i-j}$  — współczynnik przenikania ciepła pomiędzy strumieniami  $i$  oraz  $j$ , odniesiony do modelowej powierzchni prostokątnej  $x_0 y_0 (k_{i-j} = k_{j-i}), \frac{W}{m^2 K},$

$K_{i-j}$  — bezwymiarowa powierzchnia wymiany ciepła:

$$K_{i-j} = \frac{k_{i-j} x_0 y_0}{W_i},$$

$m_1, m_2, M$  — pomocnicze stałe, wynikające z całkowania i warunków brzegowych,

$\dot{Q}$  — strumień ciepła,  $W,$

$T, t$  — rzeczywista i bezwymiarowa temperatura,  $K, -,$

$W$  — pojemność cieplna strumienia (dodatnia, gdy przepływ ma miejsce w kierunku zgodnym z kierunkiem osi układu współrzędnych),  $W/K,$

$X, Y, x, y, z$  — rzeczywiste i bezwymiarowe współrzędne:

$$x = \frac{X}{x_0}, \quad y = \frac{Y}{y_0}, \quad z = x \quad \text{lub} \quad z = y, \quad m,$$

( $\bar{\quad}$ ) — wartość średnia,

) $_i$  — dotyczy strumienia  $i,$

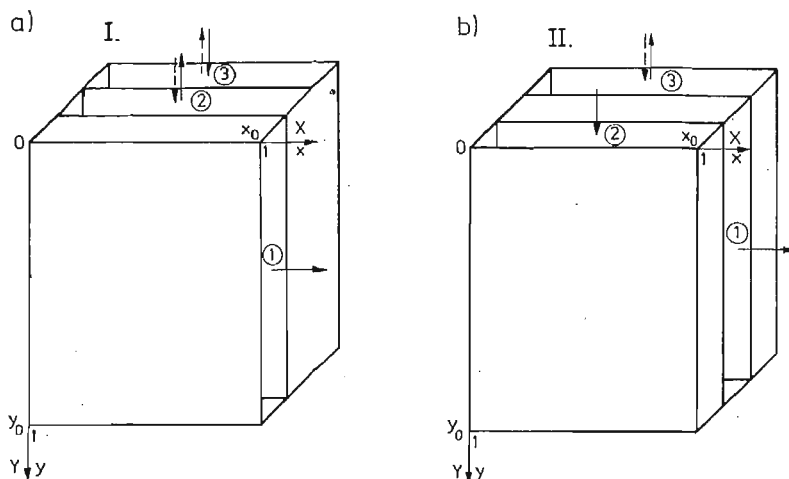
) $_d$  — przy dopływie,

) $_o$  — dotyczy otoczenia,

) $_w$  — przy wypływie.

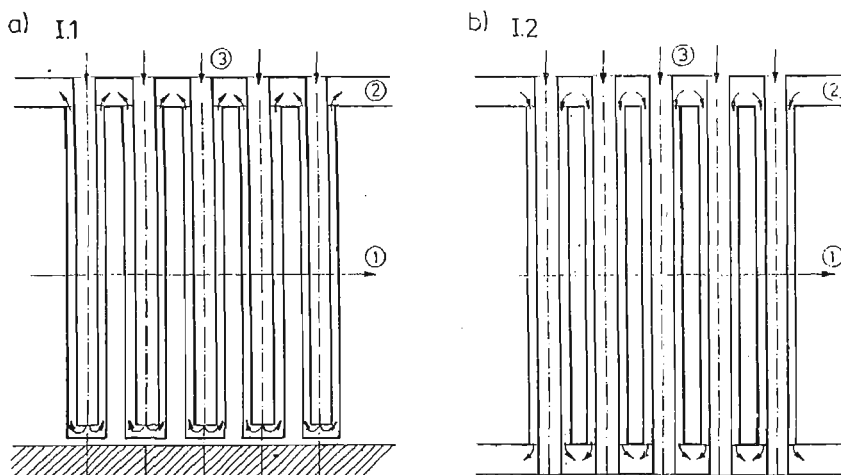
## 1. Wstęp

Dwa warianty modeli trójstrumieniowych krzyżowoprądowych wymienników ciepła przedstawiono na rys. 1. Modele te składają się z czterech równoległych prostokątnych płyt o wymiarach  $x_0, y_0$ . Płyty środkowe reprezentują powierzchnie wymiany ciepła, podczas gdy płyty zewnętrzne w przypadku wymienników bez strat są adiabatyczne.



1. Model trójstrumieniowego krzyżowoprądowego wymiennika ciepła; a) wariant I, b) wariant II

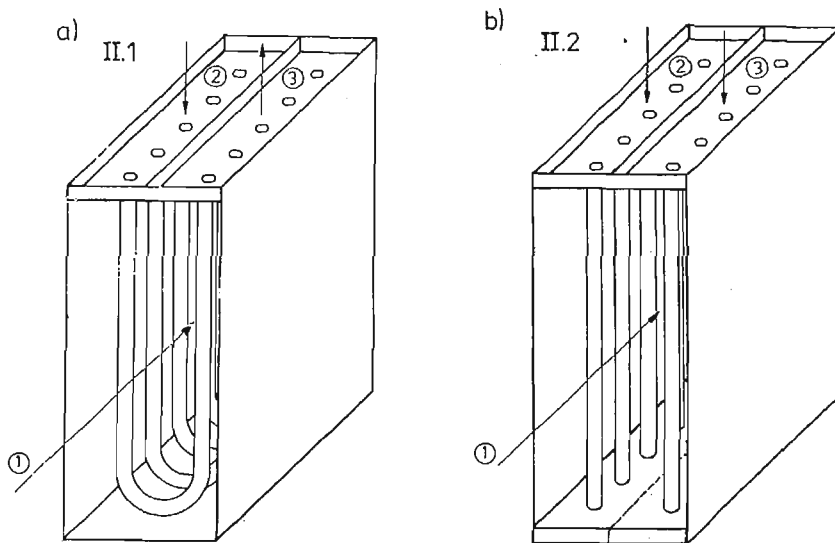
Media robocze przepływają przez szczeliny, przy czym strumień 2 i 3 są prostopadłe do strumienia czynnika 1. Czynniki te wymienia ciepło tylko z jednym z dwóch strumieni równoległych (wariant I) lub z obydwooma strumieniami równoległymi (wariant II). Nie ma wówczas wymiany ciepła pomiędzy strumieniami 2 i 3. Strumienie równoległe mogą poruszać się współprądowo lub przeciwnieprądowo. Strumienie te mogą ponadto być zwią-



2. Przykłady zastosowania wariantu I; a) normalny krzyżowoprądowy wymiennik Fielda (I. 1.n), b) trójczynnikowy krzyżowoprądowy wymiennik ciepła z przepływem współprądowym strumieni równoległych (I.2.w)

zane z tym samym czynnikiem i wymiennik ma wtedy charakter dwuczynnikowy (wersja 1). Gdy strumienie 2 i 3 odnoszą się do różnych mediów, to wymiennik staje się trójczynnikowy (wersja 2).

Przykłady rzeczywistych trójstrumieniowych krzyżowoprądowych wymienników ciepła pokazano na rys. 2 i 3. Wariant I może być realizowany w wersji 1, tzn. dwuczynnikowej, w postaci normalnego wymiennika Fielda I. 1.  $n$  (rys. 2a). Strumienie 2 i 3 mogą również płynąć w kierunkach przeciwnych, tzn. czynnik związany z tymi strumieniami doprowadzany jest do przestrzeni międzyrurowej, co daje odwrócony wymiennik Fielda I.1.o. Wariant I w wersji trójczynnikowej występuje w postaci współprądowej I.2.w, jak na rys. 2b, lub w przeciwproudowej I.2.p, gdy czynnik 3 porusza się w kierunku przeciwnym do zaznaczonego. Wariant II zrealizowany w wersji dwuczynnikowej przybiera postać wymiennika pętlicowego II.1 (rys. 3a). Wersja trójczynnikowa wariantu II pokazana jest na rys. 3b dla przypadku współprądowego II.2.w. Przypadek przeciwproudowy II.2.p. dotyczy odwrotność niż na rysunku kierunku przepływu czynnika 3.



3. Przykłady zastosowania wariantu II; a) krzyżowoprądowy wymiennik pętlicowy (II.1), b) trójczynnikowy krzyżowoprądowy wymiennik ciepła z przepływem współprądowym strumieni równoległych (II.2.w)

Ogólne rozwiązanie równań bilansu energii dla klasycznych konwekcyjnych trójstrumieniowych krzyżowoprądowych wymienników ciepła podano w pracy [8]. Przykłady szczególne rozpatrzono w pozycjach [2], [4], [5] i [6]. Wymienione publikacje dotyczą wymiennika klasycznego tzn. takiego, w którym wszystkie strumienie są złożone z odizolowanych strug. Pomiedzy tymi strugami nie występuje ani wymiana ciepła ani wymiana masy. Założenie powyższe jest na ogół uzasadnione w odniesieniu do strumieni 2 i 3. Czynnik 1 ulega natomiast częściowemu wymieszaniu. Sytuacja, gdy występuje całkowite wymieszanie czynnika 1, była analizowana dla wybranych przypadków w [3] i [7].

Jak wynika z pracy [1] przypadek całkowitego wymieszania czynnika 1 w przekrojach poprzecznych do kierunku przepływu jest zwykle bardziej oddalony od rzeczywistości niż założenie przepływu czynnika 1 adiabatycznymi strugami. Rozpatrzenie przypadku całkowitego wymieszania czynnika 1 ma jednak uzasadnienie praktyczne. Przypadek ten bowiem, jak wykazały liczne przykłady obliczeniowe, daje wyniki liczbowe różniące się w znikomy sposób od rezultatów uzyskanych dla przepływu czynnika 1 całkowicie bez wymieszania. Z drugiej strony wzory określające temperatury końcowe czynników dla przypadku całkowitego wymieszania czynnika 1 są znacznie prostsze. Za stosowaniem tych wzorów przemawia ponadto fakt, że o błędzie obliczeń decyduje zwykle błąd z jakim są wyznaczone współczynniki przenikania ciepła.

## 2. Założenia

W pracy przyjęto założenia ogólnie stosowane w klasycznej teorii wymienników ciepła. Wyjątek stanowi postulat dotyczący wymieszania czynnika 1. Ponadto w ostatnim punkcie zrezygnowano z założenia o niewystępowaniu strat ciepła do otoczenia. W rezultacie przy analizie równań bilansu energii, z wyjątkiem p. 6, w którym uwzględniono wymianę ciepła z otoczeniem, przyjęto następujące uproszczenia:

- W wymienniku panuje stan ustalony.
- Przepływ czynników jest jednowymiarowy i równomierny.
- Czynnik 1 ulega całkowitemu wymieszaniu w przekrojach poprzecznych do kierunku przepływu.
- Strumienie 2 i 3 są złożone z adiabatycznych strug, pomiędzy którymi nie ma ani wymiany ciepła ani wymiany masy.
- Przepływ ciepła jest jednowymiarowy we wszystkich elementach wymiennika.
- W wymienniku nie pojawiają się źródła ciepła.
- Pojemności cieplne poszczególnych strumieni oraz współczynniki przenikania ciepła są stałe.
- Nie występuje przepływ ciepła przez promieniowanie.
- Przepływ ciepła przy końcach elementów (wersja 1) ma znikomy wpływ.
- Straty ciepła do otoczenia nie występują.

Trzecie i czwarte założenie powoduje w konsekwencji istnienie zależności:

$$T_1 = T_1(X), \quad T_2 = T_2(X, Y), \quad T_3 = T_3(X, Y). \quad (1)$$

## 3. Równania bilansu energii

Równania różniczkowe bilansu energii dla strumienia 2 i 3 są identyczne jak w przypadku klasycznego przepływu krzyżowoprądowego bez wymieszania czynnika 1. Równania te otrzymuje się po rozpatrzeniu fragmentu strumienia znajdującego się w elemencie o wymiarach  $dX dY$  [8] i mają one postać:

$$-\frac{W_i}{x_0 y_0} \frac{\partial T_i}{\partial y} = \sum_{l=j,k} k_{l-i} (T_l - T_i), \quad (2)$$

gdzie:  $i = 2, 3, j, k = 1, 2, 3, j, k \neq i$ .

Równanie bilansu energii dla czynnika 1 można otrzymać dwiema drogami. Po sporządzeniu bilansu w elemencie  $dX dY$  równanie całkuje się obustronnie względem zmiennej  $y$  w granicach  $0 \div 1$ . Można również bezpośrednio dokonać bilansu energii dla elementu  $y_0 dX$ . W rezultacie otrzymuje się:

$$-\frac{W_1}{x_0 y_0} \frac{dT_1}{dx} = \sum_{l=2,3} k_{1-l} \left( T_1 - \int_0^1 T_l dy \right). \quad (3)$$

Wygodnie jest operować bezwymiarowymi temperaturami:

$$t_l = \frac{T_l - T_{1d}}{T_{1d} - T_{1a}}. \quad (4)$$

Indeks  $l$  przybiera wartość  $l = 2$  z wyjątkiem przypadku I.1.n oraz wymienników trójczynnиковych w których zachodzi:

$$|T_{1a} - T_{3d}| > |T_{1d} - T_{2d}|. \quad (5)$$

W tych sytuacjach  $l = 3$ . Tak zdefiniowane temperatury  $t_l$  przybierają wartości:

$$0 \leq t_l \leq 1 \quad \text{dla} \quad \text{I.1 i II.1}, \quad (6)$$

$$0 \leq t_l \leq 2 \quad \text{dla} \quad \text{I.2 i II.2}. \quad (7)$$

Równania 2 i 3 można zatem po wprowadzeniu pomocniczych stałych  $k_l$  zapisać w postaci bezwymiarowej:

$$t_1 + \frac{1}{k_1} \frac{dt_1}{dx} = \frac{1}{k_1} \sum_{l=2,3} K_{1-l} \int_0^1 t_l dy, \quad (8a)$$

$$t_2 + \frac{1}{k_2} \frac{\partial t_2}{\partial y} = \frac{1}{k_2} \sum_{l=1,3} K_{2-l} t_l, \quad (8b)$$

$$t_3 + \frac{1}{k_3} \frac{\partial t_3}{\partial y} = \frac{1}{k_3} \sum_{l=1,2} K_{3-l} t_l. \quad (8c)$$

Warunek brzegowy dla czynnika 1 ma postać:

$$t_1|_{x=0} = t_{1d} = 1, \quad (9)$$

podczas gdy warunki brzegowe dla strumieni 2 i 3 zależą od rozpatrywanego przypadku. Warunki te są następujące:

I.1.n

$$t_3|_{y=0} = 0, \quad t_2|_{y=1} = t_3|_{y=1} \quad \text{lub} \quad \frac{\partial t_3}{\partial y}|_{y=1} = 0, \quad (10)$$

I.1.o

$$t_2|_{y=0} = 0, \quad t_2|_{y=1} = t_3|_{y=1} \quad \text{lub} \quad \frac{\partial t_3}{\partial y}|_{y=1} = 0, \quad (11)$$

I.2.w i II.2.w

$$t_2|_{y=0} = t_{2d}, \quad t_3|_{y=0} = t_{3d}, \quad (12)$$

I.2.p i II.2.p

$$t_2|_{y=0} = t_{2d}, \quad t_3|_{y=1} = t_{3d}, \quad (13)$$

II.1

$$t_2|_{y=0} = 0, \quad t_2|_{y=1} = t_3|_{y=1}. \quad (14)$$

#### 4. Rozwiązanie zagadnienia

W celu wyznaczenia rozkładu temperatur należy rozpatrzyć układ równań (8) z warunkami (9)÷(14). Układ (8) jest stosunkowo łatwy do rozwiązania z uwagi na zależność temperatury  $t_1$  tylko od jednej zmiennej. Fakt ten umożliwia oddzielne rozwiązywanie równań (8b) i (8c) względem temperatur  $t_2$  i  $t_3$ . Równania (8b) i (8c) rozpatruje się dla stałej wartości  $x$ , a zatem temperaturę  $t_1$  można uważać na tym etapie za wielkość niezmienną.

Dla wariantu I obowiązuje  $K_{1-3} = K_{3-1} = 0$ , a zatem temperatura  $t_1$  w równaniu (8c) nie występuje. Równania (8b) i (8c) trzeba natomiast rozwiązywać łącznie, najprościej przez eliminację jednej ze zmiennych.

Wariant II dotyczy przypadku  $K_{2-3} = K_{3-2} = 0$ . Temperatura  $t_1$  pojawia się zarówno w równaniu (8b) jak i (8c), równania te jednak zawierają jedynie po jednej niewiadomej i tym samym mogą być rozwiązywane oddzielnie.

Po rozwiązaniu równań (8b) i (8c), osobno dla wariantu I i II, otrzymuje się wyrażenia określające temperaturę  $t_2$  i  $t_3$  w funkcji zmiennej  $y$  oraz temperatury  $t_1$ . Temperatura ta z kolei jest funkcją zmiennej  $x$ . Po wykorzystaniu warunków brzegowych (10)÷(14) rozpatruje się równanie (8a) wraz z warunkiem (9). W rezultacie dostaje się końcowy wzór na temperaturę  $t_1$ .

Postępowanie według przedstawionego schematu prowadzi do następujących zależności:

$$t_1 = \left(1 + \frac{a}{b}\right) e^{bx} - \frac{a}{b}, \quad (15)$$

wariant I:

$$t_2 = t_1 + B_1 e^{m_1 y} + B_2 e^{m_2 y}, \quad (16)$$

$$t_3 = t_1 + \frac{B_1}{K_{2-3}} (k_2 + m_1) e^{m_1 y} + \frac{B_2}{K_{2-3}} (k_2 + m_2) e^{m_2 y}, \quad (17)$$

$$m_{1,2} = -\frac{1}{2} \left[ k_2 + k_3 \pm \sqrt{(k_2 + k_3)^2 - 4K_{3-2}K_{2-1}} \right], \quad (18)$$

$$a = K_{1-2} \sum_{i=1,2} a_i \frac{e^{m_i} - 1}{m_i}, \quad (19)$$

$$b = K_{1-2} \sum_{i=1,2} b_i \frac{e^{m_i} - 1}{m_i},$$

$$B_i = a_i + b_i t_1, \quad (20)$$

a następnie po wprowadzeniu  $j = 1$  gdy  $i = 2$  oraz  $j = 2$  gdy  $i = 1$   
I.1.n

$$a_i = 0, \quad b_i = (-1)^i \frac{1}{M} m_j e^{m_j} \left( 1 + \frac{m_i}{K_{3-2}} \right), \quad (21)$$

$$M = m_2 e^{m_2} - m_1 e^{m_1},$$

I.1.o

$$a_i = 0, \quad b_i = (-1)^i \frac{1}{M} (k_2 + m_j) m_j e^{m_j}, \quad (22)$$

$$M = (k_2 + m_2) m_2 e^{m_2} - (k_2 + m_1) m_1 e^{m_1},$$

I.2.w

$$a_i = (-1)^i \frac{1}{M} [-t_{2d}(k_2 + m_j) + t_{3d}K_{2-3}], \quad (23)$$

$$b_i = (-1)^i \frac{1}{M} (k_2 + m_j - K_{2-3}), \quad M = m_2 - m_1,$$

I.2.p

$$a_i = (-1)^i \frac{1}{M} [-t_{2d}(k_2 + m_j) e^{m_j} + t_{3d}K_{2-3}],$$

$$b_i = (-1)^i \frac{1}{M} [(k_2 + m_j) e^{m_j} - K_{2-3}], \quad (24)$$

$$M = (k_2 + m_2) e^{m_2} - (k_2 + m_1) e^{m_1},$$

wariant II

$$t_2 = t_1 + (t_{2d} - t_1) e^{-K_{2-1}y}, \quad (25)$$

$$t_3 = t_1 + C e^{-K_{3-1}y}, \quad (26)$$

$$g = \frac{K_{1-2}}{K_{2-1}} (1 - e^{-K_{2-1}}), \quad h = \frac{K_{1-3}}{K_{3-1}} (1 - e^{-K_{3-1}}), \quad (27)$$

II.1

$$a = 0, \quad b = -g - hc^{K_{3-1} - K_{2-1}}, \quad C = -t_1 e^{K_{3-1} - K_{2-1}}, \quad (28)$$

II.2.w

$$a = gt_{2d} + ht_{3d}, \quad b = -g - h, \quad C = t_{3d} - t_1, \quad (29)$$

## II.2.p

$$\begin{aligned} a &= gt_{2d} + ht_{3d}e^{K_3-1}, & b &= -g - he^{K_3-1}, \\ C &= (t_{3d} - t_1)e^{K_3-1}. \end{aligned} \quad (30)$$

Wyznaczenie rozkładu temperatur  $t_1$ ,  $t_2$  i  $t_3$  jest równoznaczne z matematycznym rozwiązaniem zagadnienia. Z punktu widzenia technicznego istotne są strumienie przekazywanego ciepła, a tym samym średnie temperatury przy wypływie poszczególnych czynników. Temperatura medium I przy wypływie wynosi:

$$t_{1w} = t_1|_{x=1} = \left(1 + \frac{a}{b}\right)e^b - \frac{a}{b}. \quad (31)$$

Średnia temperatura przy wypływie czynników przepływających wewnątrz rur jest funkcją średniej temperatury płynu I, równej

$$\bar{t}_1 = \left(1 + \frac{a}{b}\right)\frac{e^b - 1}{b} - \frac{a}{b}. \quad (32)$$

Średnie temperatury przy wypływie mediów związanych ze strumieniami 2 i 3 określają wzory:

$$t_{2w} = \bar{t}_2|_{y=0} = \bar{t}_1 + \bar{B}_1 + \bar{B}_2 \quad \text{dla I.1.n,} \quad (33)$$

$$t_{3w} = \bar{t}_3|_{y=0} = \bar{t}_1 + \frac{\bar{B}_1}{K_{2-3}}(k_2 + m_1) + \frac{\bar{B}_2}{K_{2-3}}(k_2 + m_2) \quad (34)$$

dla I.1.o i I.2.p,

$$t_{2w} = t_2|_{y=1} = \bar{t}_1 + \bar{B}_1 e^{m_1} + \bar{B}_2 e^{m_2} \quad \text{dla I.2,} \quad (35)$$

$$t_{3w} = \bar{t}_3|_{y=1} = \bar{t}_1 + \frac{\bar{B}_1}{K_{2-3}}(k_2 + m_1)e^{m_1} + \frac{\bar{B}_2}{K_{2-3}}(k_2 + m_2)e^{m_2} \quad (36)$$

dla I.2.w,

gdzie:

$$\bar{B}_i = a_i + b_i \bar{t}_1, \quad (37)$$

$$t_{3w} = \bar{t}_3|_{y=0} = (1 - e^{K_3-1-K_2-1})\bar{t}_1 \quad \text{dla II.1,} \quad (38)$$

$$t_{2w} = \bar{t}_2|_{y=1} = t_{2d}e^{-K_2-1} + (1 - e^{-K_2-1})\bar{t}_1 \quad \text{dla II.2,} \quad (39)$$

$$t_{3w} = \bar{t}_3|_{y=1} = t_{3d}e^{-K_3-1} + (1 - e^{-K_3-1})\bar{t}_1 \quad \text{dla II.2.w,} \quad (40)$$

$$t_{3w} = \bar{t}_3|_{y=0} = t_{3d}e^{K_3-1} + (1 - e^{K_3-1})\bar{t}_1 \quad \text{dla II.2.p.} \quad (41)$$

Dla wymienników dwuczynnikowych istotna może być również średnia temperatura przy nawrocie. Temperatura ta wynosi:

I.1

$$\bar{t}_2|_{y=1} = \bar{t}_3|_{y=1} = \bar{t}_1 + \bar{B}_1 e^{m_1} + \bar{B}_2 e^{m_2}, \quad (42)$$



## II.1

$$\bar{t}_2|_{y=1} = \bar{t}_3|_{y=1} = \bar{t}_1(1 - e^{-K_2 \cdot 1}). \quad (43)$$

Dodatni lub ujemny strumień ciepła pochłoniętego przez  $i$ -ty strumień płynu ma wartość:

$$\dot{Q}_i = W_i(\bar{t}_i|_{z_i=1} - \bar{t}_i|_{z_i=0})(T_{1d} - T_{ld}), \quad (44)$$

gdzie  $z_1 = x$ ,  $z_2 = y$ ,  $z_3 = y$ ,  $l$  zaś wynosi 2 lub 3. W zależnościach (44) należy wykozystać warunki brzegowe, w tym  $\bar{t}_1|_{x=0} = t_{1d} = 1$ . Relacje te dla wymiennika bez strat ciepła spełniają oczywisty warunek

$$\dot{Q}_1 + \dot{Q}_2 + \dot{Q}_3 = 0. \quad (45)$$

W przypadku wersji trójczynnikowej strumienie  $\dot{Q}_i$  są równocześnie strumieniami ciepła pobieranego lub oddawanego przez poszczególne czynniki. Dla wersji dwuczynnikowej strumień ciepła pobieranego przez czynnik płynący wewnątrz rur jest równy sumie  $\dot{Q}_2 + \dot{Q}_3$ .

## 5. Przykłady liczbowe

W celu zorientowania się w wartości różnicy pomiędzy wynikami otrzymywanymi dla czystego przepływu krzyżowoprądowego i dla przepływu z całkowitym wymieszaniem czynnika 1 wykonano przykładowe obliczenia liczbowe. Dla przypadku całkowitego wymieszania czynnika 1 (przypadek a) wykorzystano wzory podane w p. 4. Obliczenia dla klasycznych wymienników krzyżowoprądowych (przypadek b) zrealizowano w oparciu o zależności zamieszczone w pracach [8]. Rozważania dotyczą wielkości bezwymiarowych i określano średnią bezwymiarową temperaturę przy wypływie czynnika lub czynników poruszających się wewnątrz rur.

Poniżej zamieszczono zestawienie danych przyjętych do obliczeń oraz otrzymane rezultaty.

I.1.n:

$$K_{1-2} = K_{3-2} = 1, \quad K_{2-1} = K_{2-3} = -1, \\ \text{a) } \bar{t}_2|_{y=0} = 0.4116, \quad \text{b) } \bar{t}_2|_{y=0} = 0.4149,$$

I.1.o:

$$K_{1-2} = K_{2-1} = K_{2-3} = 1, \quad K_{3-2} = -1, \\ \text{a) } \bar{t}_3|_{y=0} = 0.4116, \quad \text{b) } \bar{t}_3|_{y=0} = 0.4149,$$

I.2.w:

$$K_{1-2} = K_{2-1} = K_{2-3} = K_{3-2} = 1, \quad t_{2d} = 0.2, \quad t_{3d} = 0.0, \\ \text{a) } \bar{t}_2|_{y=1} = 0.4168, \quad \bar{t}_3|_{y=1} = 0.2163, \quad \text{b) } \bar{t}_2|_{y=1} = 0.4215, \quad \bar{t}_3|_{y=1} = 0.2145,$$

I.2.p:

$$K_{1-2} = K_{2-1} = K_{2-3} = 1, \quad K_{3-2} = -1, \quad t_{2d} = 0.2, \quad t_{3d} = 0.0, \\ \text{a) } \bar{t}_2|_{y=1} = 0.4045, \quad \bar{t}_3|_{y=0} = 0.2121, \quad \text{b) } \bar{t}_2|_{y=1} = 0.4091, \quad \bar{t}_3|_{y=0} = 0.2097,$$

II.1:

$$K_{1-2} = K_{1-3} = K_{2-1} = 1, \quad K_{3-1} = -1,$$

$$\text{a) } \bar{t}_3|_{y=0} = 0.5788, \quad \text{b) } \bar{t}_3|_{y=0} = 0.5766,$$

II.2.w:

$$K_{1-2} = K_{1-3} = K_{2-1} = K_{3-1} = 1, \quad t_{2d} = t_{3d} = 0.0,$$

$$\text{a) } \bar{t}_2|_{y=1} = \bar{t}_3|_{y=1} = 0.3588, \quad \text{b) } \bar{t}_2|_{y=1} = \bar{t}_3|_{y=1} = 0.3663,$$

II.2.p:

$$K_{1-2} = K_{1-3} = K_{2-1} = 1, \quad K_{3-1} = -1, \quad t_{2d} = t_{3d} = 0.0,$$

$$\text{a) } \bar{t}_2|_{y=1} = \bar{t}_3|_{y=0} = 0.3588, \quad \text{b) } \bar{t}_2|_{y=1} = \bar{t}_3|_{y=0} = 0.3587.$$

Jak widać z przedstawionych wyników, mimo stosunkowo dużych wartości bezwzględnych bezwymiarowych powierzchni przepływu ciepła, różnice pomiędzy zmianami temperatur czynników są niewielkie. Przyjęcie założenia o idealnym wymieszaniu czynnika 1 w przekrojach poprzecznych do kierunku przepływu powoduje nieznaczną różnicę w wynikach w stosunku do klasycznego przepływu krzyżowoprądowego. Różnica ta w rozpatrywanych przypadkach co najwyżej dochodziła do ok. 2%, w przypadku wymienników trójczynnikowych, nie przekraczała natomiast 1% dla wersji dwuczynnikowej.

## 6. Wymienniki ze stratami ciepła do otoczenia

W poprzednich punktach skorzystano z założenia upraszczającego, zgodnie z którym nie ma wymiany ciepła z otoczeniem. W rzeczywistości wymiana taka istnieje i można ją uwzględnić przez modyfikację równania bilansu energii dla czynnika 1. Równanie to przyjmuje wtedy postać

$$-\frac{W_1}{x_0 y_0} \frac{dT_1}{dx} = \sum_{l=2,3} k_{1-l} \left( T_1 - \int_0^1 T_l dy \right) + k_{1-o} (T_1 - T_o), \quad (46)$$

lub

$$t_1 + \frac{1}{k'_1} \frac{dt_1}{dx} = \frac{1}{k'_1} \left[ \sum_{l=2,3} K_{1-l} \int_0^1 t_l dy + K_{1-o} t_o \right]. \quad (47)$$

Zależność powyższa pozostaje w pewnej sprzeczności z modelem przedstawionym na rys. 1b, jest jednak uzasadniona również dla wariantu II z uwagi na sposób jego realizacji, uwidoczniony na rys. 3.

Układ złożony z równań (47), (8b) i (8c) rozwiązuje się podobną metodą jak dla wymienników bez strat. Wynik końcowy w postaci funkcji określających rozkłady temperatur poszczególnych strumieni jest identyczny jak w p. 4, jedynie zamiast stałych  $a$  i  $b$  należy wszędzie wstawić skorygowane stałe:

$$a' = a + K_{1-o} t_o, \quad b' = b - K_{1-o}. \quad (48)$$

Stałe te występują również w zależnościach określających temperatury przy wypływie.

## 7. Wnioski

Równania bilansu energii dla trójstrumieniowych konwekcyjnych krzyżowoprądowych wymienników ciepła dają się w prosty sposób rozwiązać po przyjęciu założenia o całkowitym wymieszaniu w przekrojach poprzecznych do kierunku przepływu czynnika omywającego rury z zewnątrz. Otrzymane wzory mogą być wykorzystywane w obliczeniach technicznych bez użycia szeregów, w przeciwieństwie do zależności obowiązujących dla wymienników z klasycznym przepływem krzyżowym.

Przykładowe obliczenia liczbowe wykazały, że wyniki otrzymane po przyjęciu rozpatrywanego modelu różnią się nieznacznie od rezultatów słusznych dla klasycznego niemieszanego przepływu krzyżowoprądowego.

Uwzględnienie strat ciepła do otoczenia tylko nieznacznie komplikuje rozwiązanie i nie powoduje wydłużenia obliczeń cyfrowych.

## Literatura

1. R. A. BOWMAN, A. C. MUELLER, W. M. NAGLE, *Mean Temperature Difference in Design*, Trans. ASME, 5 (1940), 283 - 294.
2. G. D. RABINOVICH, *On a Particular Case of Stationary Heat Transfer with Crossflow of Heat Agents*, Int. Journal of Heat and Mass Transfer, 5 (1962), 409 - 412.
3. J. SKŁADZIEŃ, *Rozkład temperatur w rekuperatorze Fielda przy krzyżowym przepływie czynników*, Zesz. Nauk. Pol. Śl., Energetyka, 39 (1971), 77 - 94.
4. J. SKŁADZIEŃ, *Analiza rekuperatora Fielda przy krzyżowym przepływie czynników bez wymieszania*, Zesz. Nauk. Pol. Śl., Energetyka, 45 (1973), 81 - 100.
5. J. SKŁADZIEŃ, *Analiza konwekcyjnego rekuperatora płecicowego z krzyżowym przepływem czynników*, Mech. Teoret. i Stos., 1 (1975), 57 - 67.
6. J. SKŁADZIEŃ, *Bestimmung der Vorwärmtemperatur im Fields-Konvektionsrekuperator und im Schlaufenrekuperator mit kreuzweisem Durchfluß der Arbeitsflüssigkeit*, Brennstoff-Wärme-Kraft, 11 (1976) 439 - 442.
7. J. SKŁADZIEŃ, *Analiza krzyżowoprądowego konwekcyjnego rekuperatora Fielda oraz płecicowego ze stratami ciepła do otoczenia*, Mech. Teoret. i Stos., 2 (1977), 265 - 274.
8. J. SKŁADZIEŃ, *Convection Three-Stream Crossflow Heat Exchangers Thermal Analysis*, I i II, Biuletyn PAN, 5 - 6 (1982), 1 - 14.

## Резюме

### МЕТОД ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОГО АНАЛИЗА КОНВЕКЦИОННЫХ ТРЁХПОТОЧНЫХ ПЕРЕКРЕСТНЫХ ТЕПЛООБМЕННИКОВ ИЗ СМЕШИВАНИЕМ ВНЕШНЕГО ПОТОКА

В статье приведен теплообмен в конвекционных трёхпоточных перекрестных теплообменниках с полным смешиванием внешнего потока в поперечном разрезе. При анализе используются общепринятые предположения для конвекционных рекуператоров. Приведенные рассуждения проиллюстрированы числовым примером. В работе рассмотрены также теплообменники с потерями тепла.

## S u m m a r y

THERMODYNAMICAL ANALYSIS METHOD OF THE CONVECTION THREE-STREAM  
CROSSFLOW HEAT EXCHANGERS WITH MIXED FLOW OF THE OUTER AGENT

Convection three-stream cross-flow heat exchangers have been analysed in the paper in the case when the outflowing agent is entirely mixed along the cross-section normal to the flow. The usual assumptions of the theory of the convection heat exchangers have been used. The considerations have been illustrated by a numerical example. The solution for heat exchangers with heat losses has been also presented.

*Praca wpłynęła do Redakcji dnia 19 maja 1986 roku.*

---