

DYNAMIKA PRZESTRZENNEGO RUCHU ŁADUNKU Z WAŻKIM (BEZWŁADNYM) SPADOCHRONEM

KAZIMIERZ MICHALEWICZ

Instytut Techniczny Wojsk Lotniczych, Warszawa

Wykaz ważniejszych oznaczeń

$C_{x_B}, C_{x_H}, C_{y_B}, C_{y_H}, C_{z_B}, C_{z_H}$	— bezwymiarowe współczynniki aerodynamiczne oporu, siły bocznej i siły nośnej ładunku i spadochronu,
$C_{m_B}, C_{m_H}, C_{n_B}, C_{n_H}$	— bezwymiarowe współczynniki aerodynamiczne momentu pochylającego i odchylającego ładunku i spadochronu,
g	— przyspieszenie ziemskie,
I_{y_1}, I_{z_1}	— osiowe momenty bezwładności ładunku,
I_{y_H}, I_{z_H}	— „ „ „ spadochronu,
$I_{IH}, I_{IH_x}, I_{IH_y}, I_{IH_z}$	— momenty bezwładności spadochronu,
$I_{xy_2}, I_{yz_2}, I_{zx_2}$	— momenty dewiacyjne spadochronu,
l_s	— odległość między SM ładunku a węzłem mocowania spadochronu,
l_H	— odległość między SM spadochronu a węzłem,
m_c	— masa całkowita ładunku i spadochronu,
m_1	— masa ładunku,
m_2	— masa spadochronu,
M_B, M_H, N_B, N_H	— aerodynamiczne momenty pochylające i odchylające ładunku i spadochronu,
M_q, M_{qH}	— pochodne aerodynamiczne momentu pochylającego względem zmian prędkości kątowych ładunku i spadochronu,
P, Q, R	— prędkość kątowa przechylenia, pochylenia i odchylenia ładunku,
S	— powierzchnia przekroju poprzecznego ładunku,
S_b, S_{bH}	— powierzchnia boczna ładunku i spadochronu,
$S_{IH} = m_2 \cdot l_H,$	

Sx_2, Sy_2, Sz_2	— momenty statyczne spadochronu,
U, V, W, U_H, V_H, W_H	— prędkości SM ładunku i spadochronu,
V_c, V_{cH}	— prędkości całkowite ładunku i spadochronu,
x_1, y_1, z_1	— współrzędne nieruchomego układu grawitacyjnego $Ox_1y_1z_1$,
X_B, X_H	— opór ładunku i spadochronu w układzie $Oxyz$,
X_q, X_{qH}, X_r, X_{rH}	— pochodne aerodynamiczne oporu względem zmian prędkości kątowych ładunku i spadochronu,
Y_B, Y_H	— aerodynamiczna siła boczna ładunku i spadochronu w układzie $Oxyz$,
Y_q, Y_{qH}, Y_r, Y_{rH}	— pochodne aerodynamiczne siły bocznej względem zmian prędkości kątowych ładunku i spadochronu,
Z_B, Z_H	— aerodynamiczne siły nośne ładunku i spadochronu w układzie $Oxyz$,
α	— kąt natarcia ładunku,
α_H	— kąt pochylenia spadochronu względem ładunku,
α_v	— kąt natarcia spadochronu,
β	— kąt ślizgu ładunku,
β_H	— kąt odchylenia spadochronu względem ładunku,
β_v	— kąt ślizgu spadochronu,
Φ, Θ, Ψ	— kąty przechylenia, pochylenia i odchylenia ładunku,
ρ	— gęstość powietrza.

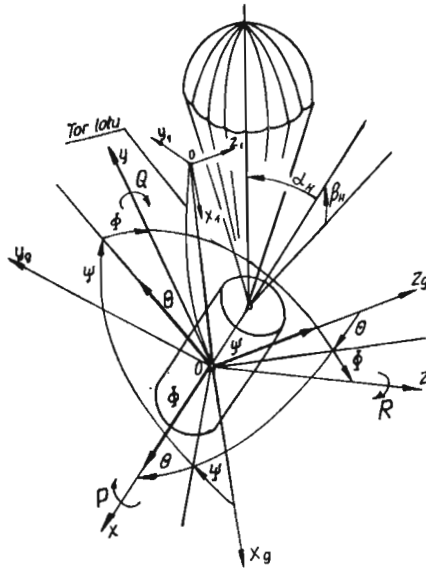
1. Wstęp

W dotychczasowej literaturze nieliniowe problemy dynamiki płaskiego i przestrzennego ruchu ładunku zrzuconego na spadochronie były przedmiotem badań szeregu prac, np. [1, 4, 9, 10]. W pracy [4] analizowano ruch ładunku w płaszczyźnie pionowej Oxz uwzględniając oddziaływanie spadochronu poprzez siły aerodynamiczne. W pracach [1, 9] rozpatrzono ruch przestrzenny uwzględniając oddziaływanie spadochronu jako opór układający się zgodnie z wektorem prędkości.

Celem niniejszego artykułu jest analiza wpływu spadochronu hamującego na parametry lotu ładunku zrzuconego z nosiciela (rys. 1). Ładunek traktowano jako układ mechaniczny sztywny [2, 3, 5, 6, 8, 12] z ruchomym (odchylanym) spadochronem hamującym o określonej masie [10, 11].

Badając dynamikę obiektu rozpatrzono ruchy podłużne, poprzeczne i boczne (U, V, W, Θ, Ψ) ładunku oraz ruchy względne spadochronu (α_H, β_H), zakładając jednocześnie, że kąt obrotu własnego spadochronu $\Phi_H = 0$ [9].

Równania ruchu w układzie współrzędnych związanych z ładunkiem wyprowadzono w quasi — współrzędnych stosując równania Boltzmanna-Hamela [7, 8, 10] dla układów mechanicznych o więzach holonomicznych. Zastosowanie równań Boltzmanna-Hamela [9, 10] umożliwiło uwzględnienie dodatkowych stopni swobody spadochronu hamującego względem ładunku.



Rys. 1 — Rozpatrywany obiekt oraz przyjęte układy odniesienia

Stosowane w pracy układy odniesienia i związki kinematyczne przyjęto zgodnie z [5, 8]. Przeprowadzono przykładowe obliczenia, których wyniki pokazują charakter zmian parametrów ruchu ładunku po zrzucie z samolotu oraz wpływ spadochronu na wielkość tych zmian.

2. Przyjęte układy współrzędnych

Opisując dynamikę obiektu swobodnego niezbędne są cztery układy odniesienia (zgodnie z PN-83 L-01010.01):

- układ $Oxyz$ sztywno związany z poruszającym się ładunkiem (rys. 1),
- układ prędkościowy $Ox_a y_a z_a$ związany z kierunkiem przepływu ośrodka,
- układ grawitacyjny $Ox_g y_g z_g$ związany z poruszającym się obiektem, równoległy do układu $Ox_1 y_1 z_1$ (rys. 1),
- nieruchomy układ grawitacyjny $Ox_1 y_1 z_1$ związany z ziemią (rys. 1).

Ruch ładunku został opisany w centralnym układzie współrzędnych $Oxyz$ sztywno związanych z obiektem (rys. 1). Chwilowe położenie ładunku jako ciała sztywnego wyznaczono przez:

- położenie środka masy $r_1(x_1, y_1, z_1)$ mierzone względem nieruchomego układu współrzędnych $Ox_1 y_1 z_1$,
- quasi-eulerowskimi kątami obrotu ładunku Φ, Θ, Ψ określającymi położenie układu związanego z bryłą $Oxyz$ względem grawitacyjnego układu związanego ze środkiem masy poruszającego się obiektu $Ox_g y_g z_g$.

Kierunek opływu ośrodka z prędkością V_c określono względem układu związanego $Oxyz$ kątami natarcia α i ślizgu β [5, 6, 8]. Kąty natarcia α_v i ślizgu β_v spadochronu określono jako:

$$\alpha_v = \alpha + \alpha_H, \quad (2.1)$$

$$\beta_v = \beta + \beta_H. \quad (2.2)$$

3. Model fizyczny obiektu

Analizowanym obiektem jest cylindryczny ładunek zrzucany z nosiciela, hamowany przy pomocy spadochronu.

Ładunek traktowano jako układ mechaniczny sztywny osiowosymetryczny.

Spadochron przeznaczony jest do wyhamowania prędkości lotu ładunku oraz do stabilizacji układu. Rozwinięty z napelnianą czaszą spadochron traktowano również jako układ mechaniczny sztywny o określonej masie wychylany w stosunku do ładunku o kąty α_H i β_H . Charakterystyki aerodynamiczne, geometryczne i masowe uzyskano na drodze pomiarów [1, 4, 11].

W węźle łączącym ładunek ze spadochronem działają dodatkowo siły tłumienia i sprężystości. Czas rozwinięcia spadochronu $t = 0$.

4. Dynamiczne równania ruchu obiektu

Równania ruchu obiektu otrzymano z równań Boltzmanna-Hamela:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T^*}{\partial \omega_\mu} \right) - \frac{\partial T^*}{\partial \pi_\mu} + \sum_{r=1}^K \sum_{\alpha=1}^K \gamma_{\alpha\mu}^r \frac{\partial T^*}{\partial \omega_r} \omega_\alpha = Q_\mu^*, \quad (4.1)$$

gdzie: $\mu = 1, 2, \dots, k$ — ilość stopni swobody,

ω_μ — quasi-prędkości,

π_μ — quasi-współrzędne,

T^* — energia kinetyczna w quasi-prędkościach,

Q_μ^* — siły uogólnione,

$\gamma_{\alpha\mu}^r$ — trójwskaźnikowe mnożniki Boltzmanna.

Równania ruchu dla przyjętego modelu mają postać podaną w pracach 8, 10, 11, do których dołączono równania opisujące wychylenia elementów konstrukcji:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T^*}{\partial \dot{\Phi}_H} \right) - \frac{\partial T^*}{\partial \Phi_H} &= Q_{\Phi_H}^*, \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T^*}{\partial \dot{\alpha}_H} \right) - \frac{\partial T^*}{\partial \alpha_H} &= Q_{\alpha_H}^*, \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T^*}{\partial \dot{\beta}_H} \right) - \frac{\partial T^*}{\partial \beta_H} &= Q_{\beta_H}^*. \end{aligned} \quad (4.2)$$

Energię kinetyczną ładunku wraz ze spadochronem wyznaczono z ogólnej zależności:

$$T = \frac{1}{2} \int_D V V dm = \frac{1}{2} \left(\int_{D_1} V V dm + \int_{D_2} V V dm \right). \quad (4.3)$$

Zakładając, że masy poszczególnych obszarów są stałe i $P = \Phi = L = 0$ energia kinetyczna ma postać:

$$\begin{aligned} T = \frac{1}{2} [(m_1 + m_2) (U^2 + V^2 + W^2) + Q^2 (I_{y_1} + I_{y_2}) + R^2 (I_{z_1} + I_{z_2})] + \\ - QR (I_{zy_1} + I_{zy_2}) + (VR - WQ) (Sx_1 + Sx_2) - UR (Sy_1 + Sy_2) + \\ + UQ (Sz_1 + Sz_2) + I_{IH} (A_1^2 + A_2^2 + A_3^2) + I_{IHx} (RA_2 - QA_3) + \\ - I_{IH_y} RA_1 + I_{IH_z} QA_1 + S_{IH} (UA_1 + VA_2 + WA_3), \end{aligned} \quad (4.4)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} A_1 &= \dot{\alpha}_H \sin \alpha_H \cos \beta_H + \dot{\beta}_H \cos \alpha_H \sin \beta_H, \\ A_2 &= \dot{\beta}_H \cos \beta_H, \\ A_3 &= \dot{\alpha}_H \cos \alpha_H. \end{aligned} \quad (4.5)$$

Pochodne energii kinetycznej wyznaczono z zależności:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial \pi_i} &= \int_D V \frac{\partial V}{\partial \pi_i} dm, \\ \frac{\partial T}{\partial \omega_i} &= \int_D V \frac{\partial V}{\partial \omega_i} dm, \end{aligned} \quad (4.6)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} \pi &= \text{col}[\pi_u, \pi_v, \pi_w, \pi_Q, \pi_R, \alpha_H, \beta_H], \\ \Omega &= \text{col}[U, V, W, Q, R, \dot{\alpha}_H, \dot{\beta}_H]. \end{aligned} \quad (4.7)$$

Pełne postacie pochodnych energii kinetycznej przedstawiono w [10, 11].

Prawe strony równań ruchu obiektu stanowią siły uogólnione Q_i^* . Pochodzą one od sił aerodynamicznych, grawitacyjnych oraz sprężystości i tłumienia.

Przyjmując założenie, że $P = \Phi = L = 0$ przedstawiają się one następująco (rys. 3):

$$\begin{aligned} Q_u^* &= -m_c g \sin \Theta + X_B + X_H + X_q Q + X_r R + X_{qH} (Q + \dot{\alpha}_H) + X_{rH} (R + \dot{\beta}_H), \\ Q_v^* &= Y_B + Y_H + R Y_r + Y_{rH} (R + \dot{\beta}_H), \end{aligned} \quad (4.8)$$

$$\begin{aligned} Q_w^* &= m_c g \cos \Theta + Z_B + Z_H + Q (Z_{qH} + Z_q) + Z_{qH} (Q + \dot{\alpha}_H), \\ Q_Q^* &= g S_{IH} \cos \alpha_H \cos \Theta + M_B + M_{HB} + M_{\alpha_H} + Q M_q, \\ Q_R^* &= N_B + N_{HB} + R \cdot N_r, \end{aligned} \quad (4.9)$$

$$\begin{aligned} Q_{\alpha_H}^* &= -g S_{IH} (Q \sin \alpha_H \cos \Theta + \alpha_H \cos \alpha_H \sin \Theta) + M_H + M_{BH} + M_{qH} (Q + \dot{\alpha}_H), \\ Q_{\beta_H}^* &= -N_H + N_{BH} + N_{rH} (R + \dot{\beta}_H). \end{aligned} \quad (4.10)$$

Siły i momenty aerodynamiczne, pomierzone w układzie prędkościowym $Ox_a y_a z_a$ transformowane są do układu związanego $Oxyz$ i mają postać:

siły od ładunku:

$$\begin{aligned} X_B &= \frac{1}{2} \rho S V_c^2 [-C_{X_B}(\alpha, \beta) \cos \alpha \cos \beta + C_{Y_B}(\beta) \sin \beta \cos \alpha + C_{Z_B}(\alpha) \sin \alpha], \\ Y_B &= \frac{1}{2} \rho S V_c^2 [-C_{X_B}(\alpha, \beta) \sin \beta - C_{Y_B}(\beta) \cos \beta], \\ Z_B &= \frac{1}{2} \rho S V_c^2 [-C_{X_B}(\alpha, \beta) \cos \beta \sin \alpha + C_{Y_B}(\beta) \sin \beta \sin \alpha - C_{Z_B}(\alpha) \cos \alpha], \end{aligned} \quad (4.11)$$

siły od spadochronu:

$$\begin{aligned} X_H &= \frac{1}{2} \rho S V_c^2 [-C_{X_H}(\alpha_v, \beta_v) \cos \alpha \cos \beta + C_{Y_H}(\beta_v) \sin \beta \cos \alpha + C_{Z_H}(\alpha_v) \sin \alpha], \\ Y_H &= \frac{1}{2} \rho S V_c^2 [-C_{X_H}(\alpha_v, \beta_v) \sin \beta - C_{Y_H}(\beta_v) \cos \beta], \\ Z_H &= \frac{1}{2} \rho S V_c^2 [-C_{X_H}(\alpha_v, \beta_v) \cos \beta \sin \alpha + C_{Y_H}(\beta_v) \sin \beta \sin \alpha - C_{Z_H}(\alpha_v) \cos \alpha], \end{aligned} \quad (4.12)$$

momenty od ładunku:

$$\begin{aligned} M_B &= \frac{1}{2} \rho S L_H V_c^2 C m_B(\alpha) \cos \beta, \\ N_B &= \frac{1}{2} \rho S L_H V_c^2 [-C m_B(\alpha) \sin \beta \sin \alpha + C n_B(\beta_v) \cos \alpha], \end{aligned} \quad (4.13)$$

momenty od spadochronu:

$$\begin{aligned} M_H &= \frac{1}{2} \rho S L_H V_c^2 C m_H(\alpha_v) \cos \beta, \\ N_H &= \frac{1}{2} \rho S L_H V_c^2 [-C m_H(\alpha_v) \sin \beta \sin \alpha + C n_B(\beta_v) \cos \alpha]. \end{aligned} \quad (4.14)$$

Momenty powstałe na skutek oddziaływania spadochronu na ładunek:

$$\begin{aligned} M_{HB} &= (Z_H + Z_B) l_S, \\ N_{HB} &= -(Y_H + Y_B) l_S. \end{aligned} \quad (4.15)$$

Momenty powstałe na skutek oddziaływania ładunku na spadochron:

$$\begin{aligned} M_{BH} &= -(Z_B + Z_H) l_H + (X_H - X_B) l_H \sin \alpha_H, \\ N_{BH} &= (Y_B + Y_H) l_H - (X_H - X_B) l_H \sin \beta_H. \end{aligned} \quad (4.16)$$

Pochodne aerodynamiczne ładunku wyznaczono z następujących zależności [5, 6, 8, 10, 11]:

$$X_a = \frac{1}{2} \rho \frac{S}{S_b} \frac{V_c^2}{U} \frac{\partial C_{X_B}}{\partial \alpha} C_{1_B},$$

$$\begin{aligned}
 X_r &= \frac{1}{2} \varrho \frac{S}{S_b} \frac{V_c^2}{U} \frac{\partial C_{X_B}}{\partial \beta} C_{1_B}, \\
 Y_r &= -\frac{1}{2} \varrho \frac{S}{S_b} \frac{V_c^2}{U} \frac{\partial C_{Y_B}}{\partial \beta} C_{1_B}, \\
 Z_q &= \frac{1}{2} \varrho \frac{S}{S_b} \frac{V_c^2}{U} \frac{\partial C_{Z_B}}{\partial \alpha} C_{1_B}, \\
 M_q &= -\frac{1}{2} \varrho \frac{S}{S_b} L_H \frac{V_c^2}{U} \frac{\partial C_{M_B}}{\partial \alpha} C_{1_B}, \\
 N_r &= \frac{1}{2} \varrho \frac{S}{S_b} L_H \frac{V_c^2}{U} \frac{\partial C_{N_B}}{\partial \beta} C_{1_B},
 \end{aligned}$$

przy czym:

$$\begin{aligned}
 C_{1_B} &= \int_{x_2}^{x_1} C_B(x) x dx, \\
 \varrho &= \varrho_0 \left(1 + \frac{z_1}{44\,300} \right)^{4,256}.
 \end{aligned}$$

Pochodne aerodynamiczne (X_{q_H} , X_{r_H} , Y_{r_H} , Z_{q_H} , M_{q_H} , N_{r_H}) spadochronu wyznaczono z podobnych zależności [8, 9, 10, 11].

Po wyznaczeniu pochodnych energii kinetycznej całego obiektu, tj. ładunku i spadochronu oraz sił uogólnionych, równania ruchu dla przyjętego modelu przedstawiają się następująco:

równanie sił na oś Ox :

$$\begin{aligned}
 \frac{dU}{dt} &= -WQ + VR + \frac{1}{m_c} \{ -S_{z_2} \dot{Q} + S_{y_2} \dot{R} + S_{x_2} (Q^2 + R^2) + \\
 &\quad - S_{IH} \{ \cos \dot{\beta}_H [R\dot{\beta}_H + \ddot{\alpha}_H \sin \alpha_H + (\dot{\alpha}_H^2 + \dot{\beta}_H^2) \cos \alpha_H] + \\
 &\quad + \cos \alpha_H (\ddot{\beta}_H \sin \beta_H + Q \dot{\alpha}_H) - 2 \dot{\alpha}_H \dot{\beta}_H \sin \alpha_H \sin \beta_H \} + Q_u^* \},
 \end{aligned} \quad (4.17)$$

równanie sił na oś Oy :

$$\begin{aligned}
 \frac{dV}{dt} &= -UR + \frac{1}{m_c} \{ -S_{x_2} \dot{R} + S_{y_2} R^2 - S_{z_2} QR - S_{IH} [R(\dot{\alpha}_H \sin \alpha_H \cos \beta_H + \\
 &\quad + \dot{\beta}_H \cos \alpha_H \sin \beta_H) - \ddot{\beta}_H \cos \beta_H + \dot{\beta}_H^2 \sin \beta_H] + Q_v^* \},
 \end{aligned} \quad (4.18)$$

równanie sił na oś Oz :

$$\begin{aligned}
 \frac{dW}{dt} &= UQ + \frac{1}{m_c} \{ S_{x_2} \dot{Q} + S_{z_2} Q^2 - S_{y_2} QR + S_{IH} [\dot{\alpha}_H \cos \alpha_H + \\
 &\quad - \dot{\alpha}_H^2 \sin \alpha_H + Q(\dot{\alpha}_H \sin \alpha_H \cos \beta_H + \dot{\beta}_H \cos \alpha_H \sin \beta_H)] + Q_w^* \},
 \end{aligned} \quad (4.19)$$

równanie momentów pochylających ładunku:

$$\begin{aligned} \frac{dQ}{dt} = \frac{1}{I_{y_1} + I_{y_2}} \{ & -S_{z_2}(\dot{U} + QW) - S_{x_2}(QU - \dot{W}) + S_{y_2}RW + I_{yz_2}\dot{R} + \\ & -I_{IH_x}\{\cos\beta_H(\ddot{\alpha}_H \sin\alpha_H + \dot{\alpha}_H^2 \cos\alpha_H) + \sin\beta_H[(\ddot{\beta}_H + \dot{\beta}_H^2)\cos\alpha_H + \\ & -2\dot{\alpha}_H\dot{\beta}_H \sin\alpha_H]\} - I_{IH_x}(\ddot{\alpha}_H \cos\alpha_H - \dot{\alpha}_H^2 \sin\alpha_H) + \\ & -S_{IH}[W(\dot{\alpha}_H \sin\alpha_H \cos\beta_H + \dot{\beta}_H \cos\alpha_H \sin\beta_H) + U\dot{\alpha}_H \cos\alpha_H] + Q_Q^* \}, \end{aligned} \quad (4.20)$$

równanie momentów odchyłających ładunku:

$$\begin{aligned} \frac{dR}{dt} = \frac{1}{I_{z_1} + I_{z_2}} \{ & -S_{x_2}(\dot{V} + RU) - S_{y_2}(RV - \dot{U}) + S_{z_2}QV + \\ & + I_{yz_2}\dot{Q} + I_{IH_x}(\ddot{\beta}_H \cos\beta_H - \dot{\beta}_H^2 \sin\beta_H) + I_{IH_x}\{\cos\beta_H[\ddot{\alpha}_H \sin\alpha_H + (\dot{\alpha}_H^2 + \dot{\beta}_H^2)\cos\alpha_H] + \\ & + \sin\beta_H(\ddot{\beta}_H \cos\alpha_H - 2\dot{\alpha}_H\dot{\beta}_H \sin\alpha_H)\} + \\ & + S_{IH}[V(\dot{\alpha}_H \sin\alpha_H \cos\beta_H + \dot{\beta}_H \cos\alpha_H \sin\beta_H) + U\dot{\beta}_H \cos\beta_H] + Q_R^* \}, \end{aligned} \quad (4.21)$$

równanie momentów pochylających spadochronu:

$$\begin{aligned} \frac{d\dot{\alpha}_H}{dt} = \frac{1}{I_{IH}(\sin^2\alpha_H \cos^2\beta_H + \cos^2\alpha_H)} \{ & \sin\alpha_H \cos\beta_H(I_{IH}\dot{R} - I_{IH_x}\dot{Q} + \\ & -S_{IH}\dot{U}) + \cos\alpha_H(S_{IH}\dot{W} - I_{IH_x}\dot{Q}) - I_{IH}\left\{\sin 2\alpha_H\left[\dot{\alpha}_H^2\left(\frac{1}{2}\cos^2\beta_H - 1\right) + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{1}{4}\ddot{\beta}_H \sin 2\beta_H + \frac{1}{2}\dot{\beta}_H^2 \cos^2\beta_H\right] - \dot{\alpha}_H \beta_H \sin^2\alpha_H \sin 2\beta_H\right\} + Q_{\alpha_H}^* \}, \end{aligned} \quad (4.22)$$

równanie momentów odchyłających spadochronu:

$$\begin{aligned} \frac{d\dot{\beta}_H}{dt} = \frac{1}{I_{IH}(\cos^2\alpha_H \sin^2\beta_H + \cos^2\beta_H)} \{ & \cos\alpha_H \sin\beta_H(I_{IH}\dot{R} - I_{IH_x}\dot{Q} - S_{IH}\dot{U}) + \\ & + \cos\beta_H(S_{IH}\dot{V} - I_{IH_x}\dot{R}) + 2I_{IH_x}R\dot{\beta}_H \sin\beta_H - I_{IH}\left\{\sin 2\beta_H\left[\frac{1}{4}\ddot{\alpha}_H \sin 2\alpha_H + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{1}{2}\dot{\alpha}_H^2 \cos^2\alpha_H + \dot{\beta}_H^2(1 + \cos^2\alpha_H)\right] - \dot{\alpha}_H \dot{\beta}_H \sin 2\alpha_H \sin^2\beta_H\right\} + Q_{\beta_H}^* \}. \end{aligned} \quad (4.23)$$

Powyższy układ równań uzupełniono równaniami związków kinematycznych [5, 6, 8, 10, 11].

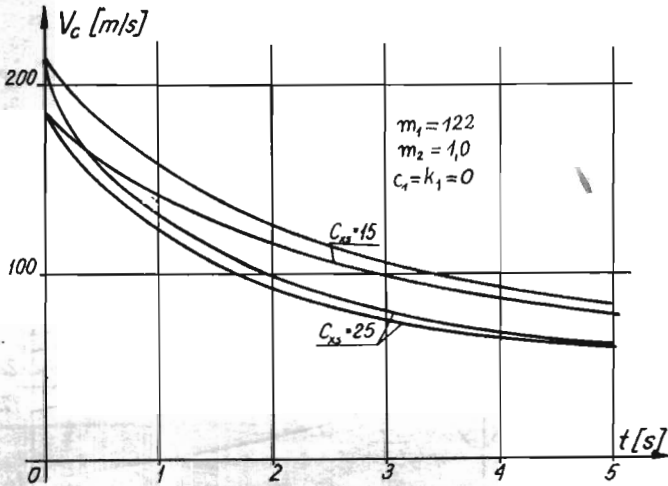
5. Własności dynamiczne obiektu w ruchu

Równania opisujące ruch ładunku ze spadochronem zrzuconego z nosiciela są silnie nieliniowymi równaniami różniczkowymi, zwyczajnymi drugiego rzędu [2, 7, 12]. Rozwiązanie równań wykonano na komputerze IBM XT, wykorzystując zmodyfikowaną metodę Mersona [10, 11].

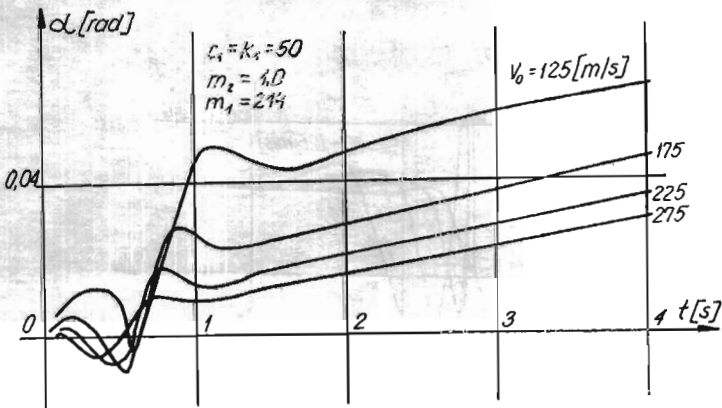
Opracowany program ma na celu zbadanie wpływu parametrów lotu nosiciela i parametrów konstrukcyjnych obiektu na tor ładunku $f(x_1, z_1)$ i inne wielkości charakteryzujące ruch obiektu na torze. Charakterystyczne wyniki analizy numerycznej badanego modelu ładunku przedstawiono w formie wykresów na rys. 2÷10. Z analizy uzyskanych rezultatów obliczeń numerycznych wynika, że profil toru lotu środka masy ładunku $z_1 = z_1(x_1)$ w istotny sposób zależy od parametrów nosiciela w momencie zrzutu i efektywności hamowania spadochronu.

Zmiana prędkości całkowitej V_c uzależniona jest od prędkości zrzutu V_0 oraz od efektywności hamowania spadochronu.

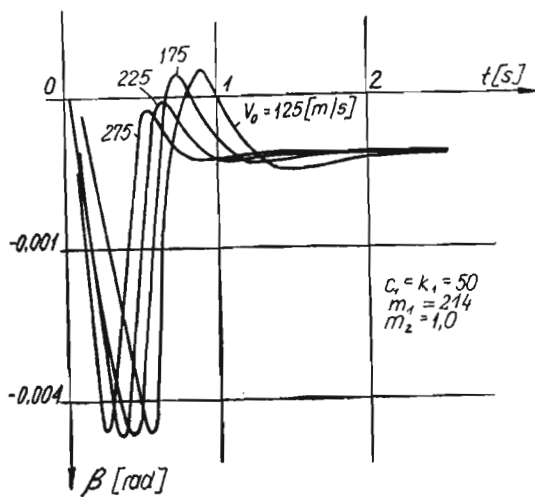
Prędkość końcowa V_k ładunku zrzuconego z różnymi prędkościami V_0 jest zbliżona, co świadczy o osiągnięciu przez układ granicznej prędkości opadania (rys. 2).



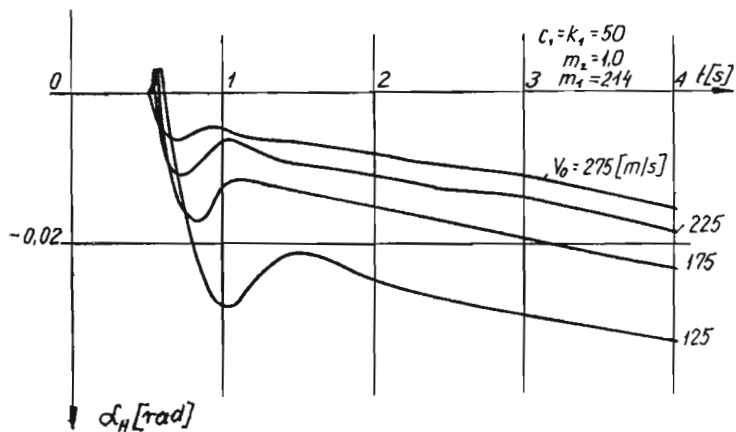
Rys. 2. Zmiany prędkości całkowitej V_c ładunku dla różnych prędkości zrzutu V_0 i różnych intensywności hamowania spadochronu



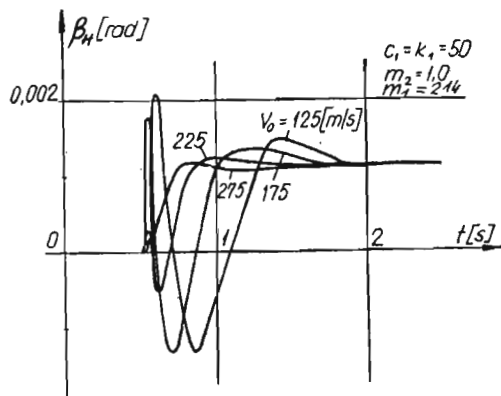
Rys. 3. Zmiany kąta natarcia α ładunku



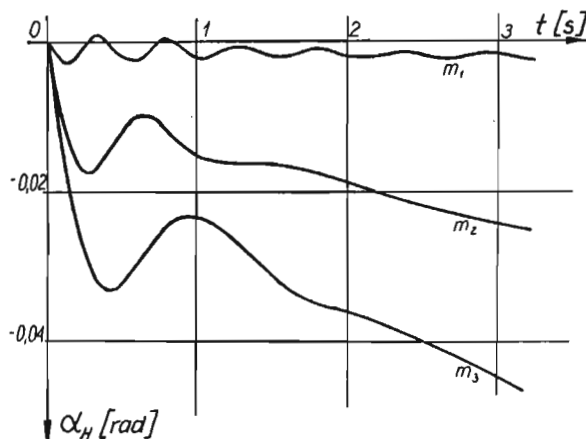
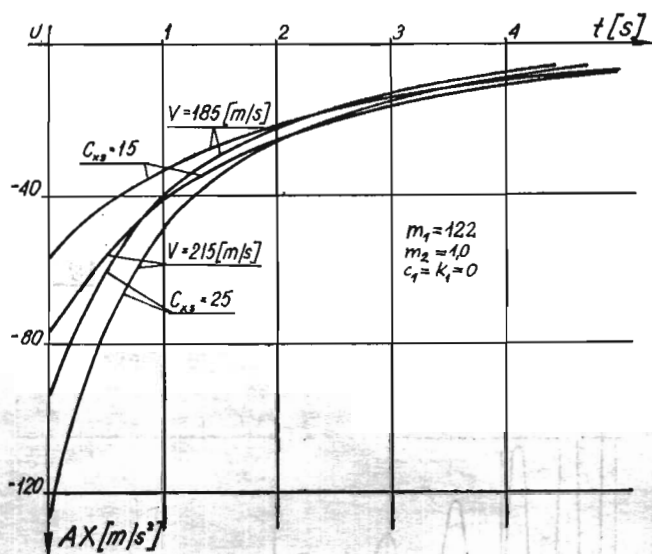
Rys. 4. Zmiany kąta ślizgu β ładunku



Rys. 5. Przebiegi kąta pochylenia α_H spadochronu względem ładunku



Rys. 6. Przebiegi kąta odchylenia β_H spadochronu względem ładunku

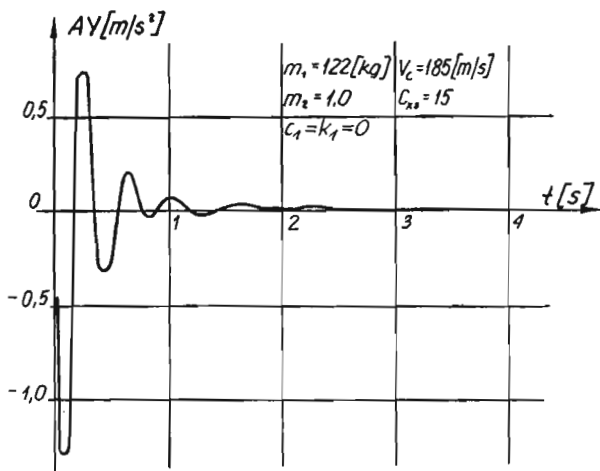
Rys. 7. Zmiany kąta pochylenia α_H spadochronu dla różnych jego masRys. 8. Przebiegi przyspieszenia Ax środka masy ładunku wzdłuż osi Ox

Oscylacje kąta natarcia α ładunku (rys. 3) występują w początkowej fazie lotu a jego amplituda uzależniona jest od prędkości zrzutu.

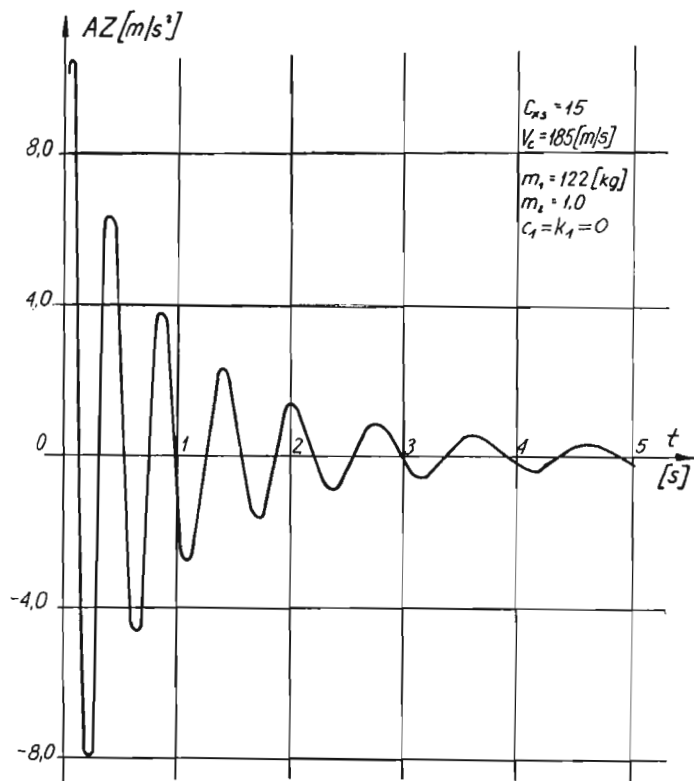
Zmiany kąta ślizgu β ładunku (rys. 4) występują w czasie 1,5 ÷ 2,0 (s) o zbliżonej amplitudzie przesuniętej w czasie w zależności od prędkości lotu.

Charakter zmian kąta pochylenia α_H (rys. 5) i kąta odchylenia β_H (rys. 6) spadochronu jest zbliżony do zmian kąta natarcia α (rys. 3) i ślizgu β (rys. 4).

Zmiany kąta pochylenia α_H spadochronu dla różnych jego mas przedstawiono na rys. 7. Zmiany przyspieszeń środka masy ładunku wzdłuż osi Ox pokazano na rys. 8, wzdłuż osi Oy przedstawiono na rys. 9 oraz wzdłuż osi Oz na rys. 10.



Rys. 9. Oscylacje przyspieszenia A_y środka masy ładunku wzdłuż osi Oy



Rys. 10. Oscylacje przyspieszenia A_z środka masy ładunku wzdłuż osi Oz

Wyniki te uzyskano dla przypadku, gdy w węźle łączącym spadochron z ładunkiem $c_1 = k_1 = 0$, a otwarcie spadochronu następowało bezpośrednio po zrzucie z nosiciela. Oscylacje $Ay = Ay(t)$ zanikają po czasie około 2,5 s, natomiast $Az = Az(t)$ trwają o wiele dłużej. Spowodowane to jest działaniem w płaszczyźnie rzutu siły ciężkości. Ładunek i spadochron w czasie lotu wykonują względny ruch kulisty, którego charakter uzależniony jest od prędkości zrzutu i intensywności hamowania spadochronu.

6. Uwagi końcowe

Podjęty w pracy problem analizy nieliniowych zagadnień dynamiki ruchu ładunku zrzuconego z samolotu hamowanego spadochronem, stanowi rozwinięcie poprzednich prac [1, 4, 9, 10].

Przedstawiona metoda badania własności dynamicznych obiektu umożliwia analizę ruchu układu o dowolnym schemacie konstrukcyjnym, dając przy tym ciągłą informację o zmianie parametrów lotu na torze.

W niniejszej pracy zbadano, jakie występują zaburzenia parametrów ruchu ładunku po zrzucie z samolotu i otwarciu spadochronu. Wykazano również, że przy zastosowaniu równań Boltzmanna-Hamela można odtworzyć ruch „sztywnego” spadochronu względem ładunku. Wyniki analizy numerycznej zostały potwierdzone podczas badań modeli rzeczywistych w locie w trakcie których dokonano pomiarów ich parametrów kinematycznych.

Wyżej przedstawiona metoda badawcza oraz uzyskane rezultaty uzasadniają tezę, że badanie poprawnego i zweryfikowanego modelu obiektu powinno być stosowane już w fazie wstępnego projektowania.

Literatura

1. R. M. AYRES, *The aerodynamic behaviour of fully inflated parachutes*, Aeronautical Journal, January 1978.
2. R. H. CANNON jr, *Dynamika układów fizycznych*, WNT, Warszawa 1973.
3. S. DUBIEL, *Konstrukcja rakiet, Cz. I, Przeciężenia*, WAT, Warszawa 1980.
4. Z. DŻYGADŁO, A. KRZYŻANOWSKI, E. PIOTROWSKI, *Dynamika lotu osiowosymetrycznego ciała z wiotkim urządzeniem hamującym zrzuconego z samolotu*, Biuletyn WAT nr 1 (257), Warszawa 1974.
5. B. ETKIN, *Dynamics of Atmospheric Flight*, John Wiley, New York 1972.
6. W. FISZDON, *Mechanika lotu, Cz I i II*, PWN, Łódź—Warszawa 1961.
7. R. GUTOWSKI, W. A. ŚWIETLIKI, *Dynamika i drgania układów mechanicznych*, PWN, Warszawa 1986.
8. J. MARYNIAK, *Dynamiczna teoria obiektów ruchomych*, Prace naukowe PW, Mechanika nr 32, WPW, Warszawa 1975.
9. J. MARYNIAK, K. MICHAŁEWICZ, Z. WINCZURA, *Wpływ spadochronu na ruch zasobnika osiowosymetrycznego zrzuconego z samolotu*, Mechanika Teoretyczna i Stosowana, zeszyt 1, PWN, Warszawa 1978.
10. K. MICHAŁEWICZ, *Dynamika lotu zasobnika lotniczego z połączonym przegubowo hamulcem aerodynamicznym zrzuconego z samolotu*, MTiS 2, 17, Warszawa 1979.
11. K. MICHAŁEWICZ, *Dynamika ruchu spadochronu względem ładunku w locie przestrzennym*, Opracowanie ITWL BT nr 8608/I, Warszawa 1987.
12. S. ZIEMBA, *Analiza drgań, tom I i II*, PWN, Warszawa 1957.

Резюме

ДИНАМИКА ПРОСТРАНСТВЕННОГО ДВИЖЕНИЯ ЗАРЯДА С ВЕСОМЫМ (ИНЕРТНЫМ) ПАРАШЮТОМ

В статье рассматривается влияние тормозного парашюта на параметры полёта груза, сброшенного из носителя.

Груз рассматривается в качестве механической жёсткой системы с подвижным (отклоняемым) парашютом с определённой массой.

Исследуя динамику объекта, рассматриваются продольное, поперечное и боковое движения (U, V, W, Θ, Ψ) груза, а также относительное движение парашюта (α_H, β_H) .

Уравнение движения в системе координат, связанных с грузом, выведено в квазикоординатах, используя уравнения Больцмана-Хомела для механических систем с голономными связями.

Summary

THREE-DIMENSIONAL MOTION DYNAMICS OF A LOAD DROPPED BY A PONDERABLE (INERT) PARACHUTE

The influence of a brake parachute on flight characteristics of a load dropped from a carrier has been considered.

The load has been assumed to constitute an invariable (material) system with a flexible (i.e. being deflected) parachute of a defined mass. While analysing the object dynamics, longitudinal, radial and lateral load motions (U, V, W, Σ, Ψ) have been considered as well as parachute relative motion (α_H, β_H) .

Equations of motion for a load coordinate system have been derived in the form of quasi-coordinates using Boltzmann-Hamel equations for material systems with holonomic constraints.

Praca wpłynęła do Redakcji dnia 29 października 1987 roku.
