

OBSZARY DOPUSZCZALNYCH PARAMETRÓW WŁĄCZENIA UKŁADU STEROWANIA

MACIEJ MRÓZ

Wojskowa Akademia Techniczna, Warszawa

Wymagania techniczne stawiane obiektom narzucają ograniczenia na rzeczywiste parametry stanu procesu sterowanego. Parametry te nie mogą przekroczyć określonych wartości dopuszczalnych, których granice ustalają zarówno możliwości organów sterowania jak i wytrzymałość konstrukcji obiektu. Ponadto dla obiektów sterowanych zdalnie dochodzą ograniczenia wynikające z kierunkowości charakterystyk promieniowania sygnałów sterujących oraz mocy tych sygnałów [3]. W ogólnym ujęciu można zatem sprecyzować ograniczenia w odniesieniu do przemieszczeń, sterowań, energii oraz sił działających na obiekt. Ograniczenia te mogą dotyczyć wszystkich lub tylko wybranych parametrów obiektu.

Jeśli równania ruchu obiektu:

$$\ddot{\mathbf{x}} = F(\dot{\mathbf{x}}, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{u}}, \mathbf{u}, t), \quad (1)$$

gdzie: \mathbf{x} — wektor stanu,
 \mathbf{u} — wektor sterowań,
 t — czas,

spełniają warunki globalnej asymptotycznej stabilności [1], to ograniczenia na przemieszczenia można sprowadzić w przestrzeni do obszaru:

$$-x_{id} \leq x_i \leq x_{id}, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (2)$$

natomiast w przestrzeni sterowań do obszaru:

$$-u_{jd} \leq u_j \leq u_{jd}, \quad j = 1, 2, \dots, k, \quad (3)$$

gdzie: x_{id} , u_{jd} - oznaczają odpowiednio dopuszczalne wartości współrzędnych wektora stanu i wektora sterowań.

Ograniczenia energetyczne dla obiektu można opisać zależnością:

$$E_d(\dot{\mathbf{x}}, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{u}}, \mathbf{u}) \leq \sum_{i=1}^n (C_{i1} \dot{x}_i^2 + C_{i2} x_i^2) + \sum_{j=1}^k (C_{j1} \dot{u}_j^2 + C_{j2} u_j^2), \quad (4)$$

w której $E_d(\dot{x}, x, \dot{u}, u)$ — jest dopuszczalną wartością energii obiektu wraz z układem sterowania, C_i — funkcje charakteryzujące obiekt, C_j — funkcje charakteryzujące układ sterowania.

Zależność powyższa wraz z (2) i (3) stanowi jednocześnie ograniczenia na \dot{x} i \dot{u} , wyznaczając w przestrzeni stanu wewnątrz hiperelipsoidy o promieniu $\|E_d\|$ [1].

W przypadku, gdy obiekt charakteryzują C_{i1} i C_{i2} o stałych wartościach, to ograniczenia w przestrzeni stanu można realizować poprzez narzucenie ograniczeń tylko na sterowania, co w znacznej mierze upraszcza proces badawczy.

Dla wielu obiektów, a w szczególności dla obiektów latających występują duże zmiany C_{i1} i C_{i2} . Zmiany te wywołane są głównie niestałością charakterystyk aerodynamicznych wraz z wysokością i prędkością lotu. Bezpośrednie wykorzystanie wówczas zależności (4) dla wyznaczenia ograniczeń jest mało przydatnym.

W przypadku ruchu niezakłóconego w każdym sterowanym układzie dynamicznym istnieje określona jednoznacznie relacja pomiędzy parametrami stanu obiektu a sterowaniami zwana związkami sprzęgającymi, o postaci:

$$f(\dot{x}, x, t) = h(\dot{u}, u, t). \quad (5)$$

Taki związek umożliwia sprowadzenie ograniczeń tylko do parametrów charakteryzujących stan obiektu.

Fakt ten wykorzystuje się dla oceny efektów dynamicznych oddziaływujących na obiekt w procesie sterowania jego ruchem. Koncentruje się wówczas uwagę tylko na tych parametrach, które mają wpływ na wielkość sił działających na obiekt. Wprowadzają one bowiem ograniczenia na cały proces sterowania nie pozwalając na przekroczenie obciążeń dopuszczalnych stanowiących granicę, której przekroczenie grozi uszkodzeniem obiektu. Powyższe parametry przyjmuje się za podstawę określenia takich warunków początkowych włączenia układu sterowania, aby w procesie sterowania zapewnione zostało bezpieczne dotarcie obiektu dożądanego stanu, zwanego obszarem realizacji zadania — ω [2].

Jeżeli dopuszczalne obciążenie charakteryzowane jest przez wartość przeciążenia:

$$n_d = \frac{a_d}{g}, \quad (6)$$

gdzie: a_d — dopuszczalne przyspieszenie,

g — przyspieszenie Ziemskie,

to określenie bezpiecznych warunków początkowych włączenia układu sterowania doprowadzających układ dożądanego stanu można wyznaczyć analitycznie metodami przedstawionymi w [2] uzyskując tzw. obszar osiągalności Ω_p .

Jakkolwiek powyższe metody bardzo precyzyjnie i jednoznacznie określają te warunki, będąc bardzo wdzięcznym i łatwym narzędziem analizy dla układów

niższych rzędów — przykładami [2, 3, 4, 5], to dla układów wyższych rzędów wyznaczenie Ω_p w wielowymiarowej przestrzeni stanu stanowi złożone zadanie nawet przy zastosowaniu komputera.

Ilustracja graficzna obszaru Ω_p w ujęciu ogólnym nie jest możliwa, gdyż zależy ona zarówno od stopnia złożoności modelu matematycznego rozpatrywanego obiektu (wymiar hiperprzestrzeni) jak i od charakteru nieliniowości związków sprzęgających.

Z tego też względu interpretację graficzną obszaru osiągalności Ω_p oraz analizę przebiegu trajektorii ruchu obiektu proponuje się sprowadzić do wybranych płaszczyzn fazowych $\{\dot{x}_i; x_i\}$ na których hiperpowierzchnia ograniczająca obszar Ω_p odwzorowywana będzie w postaci powierzchni Ω_i^* .

Takie podejście jest tym bardziej zasadnym wówczas, gdy pomiar parametrów stanu obiektu, na podstawie których formowany jest sygnał sterujący odbywa się jedynie dla ograniczonej ich ilości. W tej sytuacji dla wyznaczenia dopuszczalnych parametrów włączenia układu sterowania nie jest koniecznym wyznaczenie całego obszaru Ω_p lecz jedynie wybranych powierzchni Ω_i^* , co znacznie upraszcza proces badawczy.

Dla wyznaczenia granic obszarów Ω_i^* proponuje się zastosowanie symulacji komputerowej prowadzącej do bezpośredniego wyznaczenia takich warunków początkowych $\{\dot{x}_0; x_0\}$, z których w procesie sterowania obiekt nie przekroczy obciążeń dopuszczalnych:

$$\|\ddot{x}(t)\|^2 \leq \sum_{i=1}^n (n_{di}g)^2. \quad (7)$$

Idea określenia granic obszaru Ω_i^* metodą symulacji komputerowej sprowadza się do poszukiwania warunków początkowych dla włączenia układu sterowania, czyli takich \dot{x}_{01} i \dot{x}_{02} dla każdego x_0 z przedziału (2) przy założeniu wystarczająco małego kroku jego zmienności, aby na trajektorii ruchu obiekt osiągnął dopuszczalną wartość przyspieszenia (odpowiednio $+n_{di}g$ lub $-n_{di}g$) w dowolnej chwili czasu z przedziału:

$$t_w \leq t \leq t_z, \quad (8)$$

gdzie: t_w — czas włączenia układu sterowania,

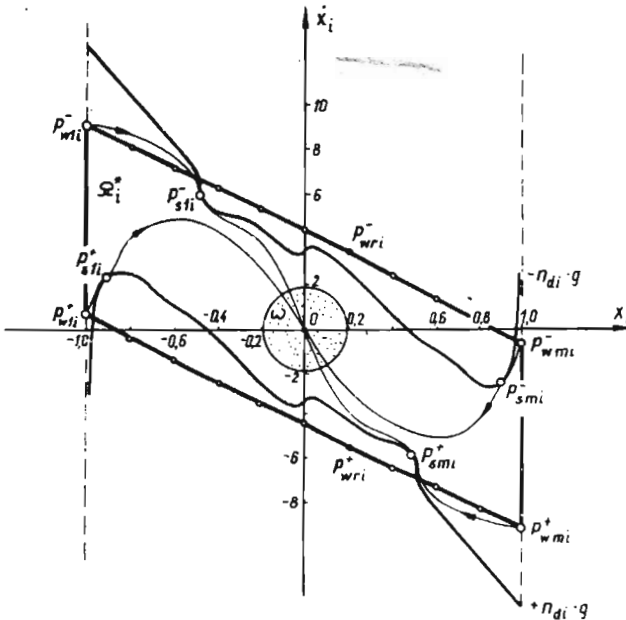
t_z — czas realizacji zadania.

Gwarantuje to, że dla wszystkich:

$$\dot{x}_{01} < \dot{x}_0 < \dot{x}_{02} \quad (9)$$

przy x_0 z przedziału (2), na trajektorii ruchu spełniona będzie nierówność:

$$\|\ddot{x}(t)\|^2 < \sum_{i=1}^n (n_{di}g)^2. \quad (10)$$



Rys. 1.

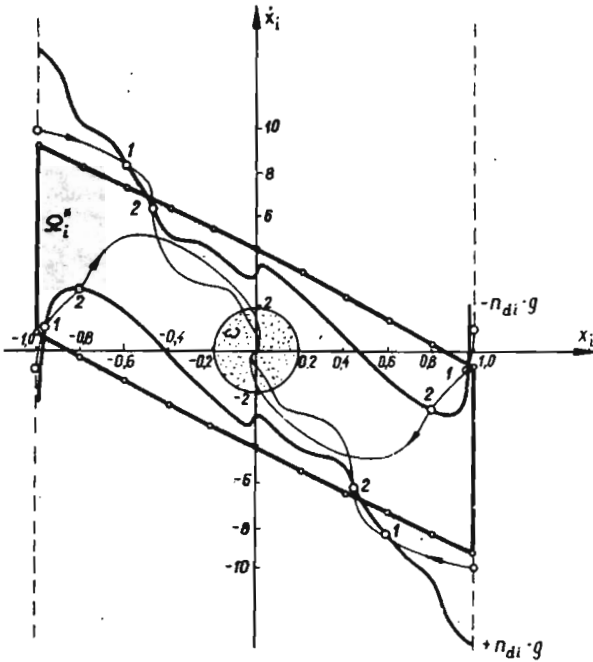
Jako przykład może tu posłużyć rakietą z odkształcalnym układem napędu wychyłanego skrzydła naprowadzana zdalnie na cel. Układy śledzące ruch rakiety określają jedynie wartości przemieszczeń środka masy rakiety i prędkości tych przemieszczeń względem położenia programowego, stanowiąc podstawę do formowania sygnałów sterujących, natomiast poza sferą pomiaru pozostają inne parametry stanu rakiety, które dotyczą np. wychyłanego skrzydła, czy też jej przemieszczeń kątowych względem środka masy.

Konstrukcję powierzchni Ω_i^* zilustrowano na rys.1 dla płaskiego ruchu małej rakiety z odkształcalnym układem napędu wychyłanego skrzydła [6].

W zakresie dopuszczalnych przemieszczeń x_i określonym zależnością (2), a oznaczonym na rysunkach pionowymi przerywanymi liniami dla $x_i = \pm 1$ m wyznacza się warunki początkowe:

$$P_{wji}^+(\dot{x}_{ioj}; x_{ioj}), \quad P_{wji}^-(\dot{x}_{ioj}; x_{ioj}), \quad (11)$$

$j = 1, 2, 3, \dots, m$, m — ilość dyskretnych wartości zmienionej stanu x_i w rozpatrywanym przedziale ± 1 m wynikająca z przyjętego kroku obliczeniowego, z któ-



Rys. 2.

rych rakieta na trajektorii lotu sterowanego zmierzając do obszaru ω w czasie (8), osiągnie dopuszczalną wartość przyspieszenia (odpowiednio $+n_{di}g$ lub $-n_{di}g$ oznaczone na rys. 1 i rys. 2 liniami ciągłymi) w dowolnej chwili z tego przedziału czasu, pod warunkiem, że w pozostałych chwilach spełniona będzie nierówność (10).

Linie łączące warunki początkowe P_{wji}^+ dla $j = 1, 2, \dots, m$, wraz z odcinkami linii pionowych łączących warunki P_{wji}^+ z P_{wji}^- dla $j = 1$ i $j = m$ wyznaczają obszar, którego wnętrze stanowi poszukiwaną powierzchnię Ω_i^* dopuszczalnych warunków początkowych włączenia układu sterowania.

Na rys. 1 pokazano tylko warunki początkowe P_{w1i}^+ i P_{w1i}^- oraz $P_{wm_i}^+$ i $P_{wm_i}^-$, z których trajektorie lotu sterowanego rakiety posiadają odpowiednio punkty styczności P_{s1i}^+ i P_{s1i}^- oraz $P_{sm_i}^+$ i $P_{sm_i}^-$ z liniami reprezentującymi graniczne przyspieszenia $\pm n_{di}g$. Analogicznie wyznacza się pozostałe P_{wji}^+ i P_{wji}^- dla $j = 2, 3, \dots, m - 1$.

Dla każdego innego warunku początkowego:

$$P_{wj}(\dot{x}_{io,jk}; x_{io,j}), \quad k = 3, 4, \dots, s, \quad j = 1, 2, \dots, m$$

włączenia układu sterowania, w którym spełniona jest relacja:

$$\dot{x}_{io,j1} < \dot{x}_{io,jk} < \dot{x}_{io,j2} \tag{12}$$

rakieta na trajektorii lotu sterowanego mieć będzie przeciążenia mniejsze od dopuszczalnych. W interpretacji graficznej odpowiada to sytuacji braku punktu styczności trajektorii lotu sterowanego rakiety z liniami wyznaczającymi dopuszczalną wartość przyspieszenia.

Przyjęcie natomiast warunków włączenia układu sterowania poza obszarem Ω_i^* prowadzi do przekroczenia dopuszczalnych przeciążeń i w konsekwencji do zniszczenia układu. Ilustruje to rys.2.

Na odcinkach trajektorii zaznaczonych punktami 1-2 rakieta "leciałaby" z przeciążeniami większymi od dopuszczalnych.

Określenie zatem obszarów Ω_i^* dla wszystkich parametrów stanu na podstawie, których odbywa się formowanie sygnału sterującego stanowi wstępny etap procesu syntezy układu dla określenia bezpiecznych warunków jego eksploatacji.

Literatura

1. D.M. AUSLANDER, M.J. RABIS, Y. TAKAHASHI, *Sterowanie i systemy dynamiczne*, WNT Warszawa, 1976
2. S.DUBIEL, *Więzy uogólnione i ich zastosowanie do badania sterowalności obiektów latających*, dodatek do Biul.WAT nr 12, Warszawa, 1972
3. S. DUBIEL, *Obszary stateczności a obszary sterowalności przy nieliniowych związkach sprzęgających rakiety sterowanej wiązką* biul.WAT nr 11, Warszawa, 1982
4. S. DUBIEL, M.MRÓZ, *Optymalizacja procesu wejścia przy nieliniowej charakterystyce promieniowania wiązki*, Mater. III Konf. Inst. Wydz.El-mech. WAT, Warszawa, 1973
5. Z.MASŁOWSKI, M.MRÓZ, *Obszary sterowalności przy zmiennej prędkości lotu*, Mater. IV Konf.Inst.Wydz.El-mech. WAT, Warszawa, 1976
6. M.MRÓZ, *Obszary sterowalności dla pocisku rakietowego z dynamicznym układem wychylania sterów*, Biul.WAT nr 7, Warszawa, 1979

Summary

We have presented the methods of defining the regions of permissible parameters of switching on a new system of controls for dynamic objects described by vectorial equations.

The problem is of special importance for flying objects controlled by the guiding beam. Therefore the previous studies were extended taking into consideration the dynamics of the carrying-out system.

Резюме

В настоящей разработке представлены методы определения областей допустимых параметров включения системы управления для динамических объектов описанных векторными уравнениями. Эта проблема является особенно-важной для дистанционного управления летательными объектами и поэтому прежние исследования расширено, при учете динамики исполняющей системы.

Praca wpłynęła do Redakcji dnia 21 września 1988 roku