

METODYKA OBLICZANIA PARAMETRÓW LOTU USTALONEGO DLA ŚMIGŁOWCA JEDNOWIRNIKOWEGO

GRZEGORZ KOWALECZKO

Wojskowa Akademia Techniczna, Warszawa

1. Wstęp

Jednym z istotnych problemów w analizie dynamiki ruchu śmigłowca jest właściwe określenie parametrów lotu ustalonego. Jedynie znajomość ich dokładnych wartości pozwala prawidłowo ocenić odpowiedź śmigłowca na różne czynniki zaburzające jego ruch. Dostępna literatura zawiera jedynie przybliżone zależności na te parametry ([1],[2]). W pracy [3] przedstawiono natomiast metodę obliczania parametrów lotu ustalonego dla śmigłowca poprzez rozwiązanie układu równań algebraicznych. Układ ten otrzymuje się z równań ruchu, w których parametry opisujące ruch łopatek wirnika nośnego i śmigła ogonowego rozłożono w szeregi Fouriera. Można zatem stwierdzić, że w oparciu o [1] i [2] parametry lotu oblicza się w sposób przybliżony, natomiast metoda proponowana w [3] narzuca konieczność stosowania rozwinięcia w szeregi Fouriera niektórych parametrów. Przedstawiona poniżej metoda pozwala obliczyć parametry lotu ustalonego niezależnie od przyjętego modelu śmigłowca.

2. Opis metody

Równania ruchu śmigłowca w inercjalnym układzie odniesienia mają postać:

$$ma = F, \quad (2.1)$$

$$\frac{dD}{dt} = M, \quad (2.2)$$

gdzie:

m — masa śmigłowca,

\mathbf{a} — wektor przyspieszeń liniowych,

\mathbf{F} — wektor sił zewnętrznych działających na śmigłowiec,

D — kręt śmigłowca,

\mathbf{M} — moment sił zewnętrznych.

Warunkiem lotu ustalonego z prędkością V jest brak przyspieszeń liniowych i kątowych oraz niewystępowanie prędkości kątowych, co można zapisać:

$$\mathbf{a} = 0, \quad (2.3)$$

$$D = 0, \quad (2.4)$$

$$\frac{dD}{dt} = 0. \quad (2.5)$$

Jak wynika z (2.1) i (2.2) jest to spełnione, gdy wszystkie wypadkowe siły i momenty działające na śmigłowiec są równe zeru czyli gdy:

$$\mathbf{F} = 0, \quad (2.6)$$

$$\mathbf{M} = 0. \quad (2.7)$$

Oznaczmy przez \mathbf{T} 6-elementowy wektor sił i momentów zewnętrznych działających na śmigłowiec tzn.

$$\mathbf{T} = (\mathbf{F}, \mathbf{M}) = (F_x, F_y, F_z, M_x, M_y, M_z). \quad (2.8)$$

Wektor \mathbf{T} zależy jest od parametrów lotu i równy jest sumie sił i momentów aerodynamicznych oraz grawitacyjnych.

Idea metody polega na doborze takiego zestawu parametrów opisujących ruch śmigłowca, aby wypadkowe siły i momenty były równe zeru. W praktyce zakłada się, że muszą one być mniejsze od "dopuszczalnego niezrównoważenia" co symbolicznie można zapisać jako warunek:

$$T_i < \delta_i. \quad (2.9)$$

Należy zaznaczyć, że elementy wektora \mathbf{T} można obliczać w różny sposób w zależności od przyjętego aerodynamicznego i mechanicznego modelu śmigłowca. Otrzymane wartości parametrów lotu określają w 6-wymiarowej przestrzeni parametrów punkt:

$$\mathbf{x} = (\alpha_w, \gamma_k \text{ (lub } \beta_k), \theta_0, \theta_1, \theta_2, T_{so}), \quad (2.10)$$

gdzie:

- α_w — kąt natarcia wirnika nośnego,
- γ_k — kąt przechylenia kadłuba (lot bez ślizgu),
- β_k — kąt ślizgu (lot bez przechylenia),
- $\theta_0, \theta_1, \theta_2$ — kąty określające położenie tarczy sterującej,
- T_{so} — ciąg śmigła ogonowego.

Punkt ten jest odległy od punktu x_0 , w którym zachodzi $T = 0$ o $|\delta x|$. Wektor δx określa z jaką dokładnością wyznaczone zostały parametry lotu ustalonego. Wielkość składowych tego wektora obliczyć można wykorzystując uogólniony wzór Taylora. Ponieważ dla x_0 jest $T(x_0) = 0$ to:

$$\delta x = T^{-1} * T, \quad (2.11)$$

gdzie:

- T — macierz o wymiarach $6*6$ i elementach $\frac{\partial T_i}{\partial x_j}$,
- $T = T(x)$ — siły i momenty w punkcie x .

3. Przyjęty fizyczny model śmigłowca

Omówioną powyżej metodę obliczania parametrów lotu ustalonego zastosowano do śmigłowca jednowirnikowego przyjmując następujące założenia:

1. Rozkład prędkości indukowanej v w płaszczyźnie wirnika nośnego jest stały.
2. Lopata jest sztywna, ma stałą ciężkość i skrócenie geometryczne zmieniające się wzdłuż łopaty według zależności:

$$\Delta\phi = \begin{cases} A & \text{dla } r \leq r_0 \\ A - B(r - r_0) & \text{dla } r > r_0 \end{cases} \quad (3.1)$$

3. Przegub poziomy położony jest w odległości l_p od osi wirnika nośnego.
4. Wahania pionowe łopat opisane są szeregiem:

$$\beta = a_0 - a_1 \cos \psi - b_1 \sin \psi. \quad (3.2)$$

5. Kąt ustawienia łopat określony jest wzorem:

$$\phi(r) = \theta_0 - \theta_1 \sin \psi - \theta_2 \cos \psi + \Delta\phi + \kappa\beta, \quad (3.3)$$

gdzie:

ψ — azymut łopaty,

κ — współczynnik kompensacji wahań.

W oparciu o powyższe założenia określono wyrażenia na siły i momenty wytwarzane przez wirnik nośny (rys.1.):

$$T = \Delta \left[(\varphi_0 + A) \left(\frac{1}{3} + \frac{\mu^2}{2} \right) - \frac{\mu}{2} \varphi_1 + B \bar{r}_0 \left(\frac{1}{3} (1 - \bar{r}_0^3) + \frac{\mu^2}{2} (1 - \bar{r}_0) \right) + \right. \\ \left. - B \left(\frac{1}{4} (1 - \bar{r}_0^4) + \frac{\mu^2}{4} (1 - \bar{r}_0^2) \right) + \frac{\lambda}{2} \right], \quad (3.4)$$

$$H = \Delta \left[\frac{c_{xp} \mu}{2 c_y^2} + (\varphi_0 + A) \left(\frac{a_1}{3} - \frac{\mu \lambda}{2} \right) + \frac{3}{4} \lambda a_1 + \mu \left(\frac{a_0^2}{4} + \frac{a_1^2}{4} \right) + \right. \\ \left. - \frac{a_0 b_1}{6} + \varphi_1 \frac{\lambda - \mu a_1}{4} + \varphi_2 \frac{a_0}{6} + B \bar{r}_0 \left(\frac{a_1}{6} (1 - \bar{r}_0^3) - \lambda \mu \frac{1 - \bar{x}_0}{2} + \right. \right. \\ \left. \left. - \mu^2 a_1 \frac{1 - \bar{r}_0}{8} \right) - B \left(\frac{1 - \bar{x}_0^4}{8} a_1 - \frac{1 - \bar{r}_0^2}{2} \mu \lambda - \frac{1 - \bar{r}_0^2}{16} \mu^2 a_1 \right) \right], \quad (3.5)$$

$$S = \Delta \left[(\varphi_0 + A) \left(\frac{3}{4} \mu a_0 - \frac{b_1}{3} - \mu^2 \frac{b_1}{2} \right) + \mu \lambda + \mu^2 a_0 a_1 - \frac{a_0 a_1}{6} + \right. \\ \left. - \frac{3}{4} \lambda b_1 - \mu \frac{a_0 b_1}{4} + \varphi_1 \left(\mu \frac{b_1}{2} - \mu^2 \frac{a_0}{2} - \frac{a_0}{6} \right) + \varphi_2 \frac{\lambda + \mu a_1}{4} + \right. \\ \left. + B \bar{r}_0 \left(\frac{1 - \bar{r}_0^2}{4} \mu a_0 - \frac{1 - \bar{r}_0^3}{6} b_1 - \frac{1 - \bar{r}_0}{8} \mu^2 b_1 \right) + \right. \\ \left. - B \left(\frac{1 - \bar{r}_0^3}{6} \mu a_0 - \frac{1 - \bar{r}_0^4}{8} b_1 - \frac{1 - \bar{r}_0^2}{16} \mu^2 b_1 \right) \right], \quad (3.6)$$

$$M_{op} = \Delta' \left[\frac{c_{xp}}{4 c_y^2} \left(\mu^2 + 1 \right) - (\varphi_0 + A) \frac{\lambda}{3} + \frac{\varphi_1}{4} \left(\mu \lambda + \frac{1}{4} \mu^2 a_1 - \frac{a_1}{2} \right) + \right. \\ \left. + \frac{\varphi_2}{4} \left(\frac{b_1}{4} + \frac{1}{8} \mu^2 b_1 - \frac{\mu a_0}{3} \right) - \frac{\lambda^2}{2} - \mu \lambda \frac{a_1}{2} - \mu^2 \left(\frac{a_0^2}{4} + \frac{3 a_1^2}{16} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{b_1^2}{8} \right) + \frac{1}{3} \mu a_0 b_1 - \frac{1}{8} (a_1^2 - b_1^2) - B \bar{r}_0 \frac{1 - \bar{r}_0^3}{3} \lambda + B \frac{1 - \bar{r}_0^4}{4} \lambda \right], \quad (3.7)$$

$$M_{xw} = l_p \Delta \left[(\varphi_0 + A) \frac{\mu}{2} - \varphi_1 \left(\frac{1}{6} + \frac{3}{8} \mu^2 \right) + B \bar{r}_0 \frac{1 - \bar{r}_0^2}{2} \mu - B \frac{1 - \bar{r}_0^3}{3} \mu + \frac{\mu \lambda}{2} + \right. \\ \left. + \frac{\mu^2 a_1}{8} - \frac{a_1}{6} \right] - k S_I \omega^2 l_p, \quad (3.8)$$

$$M_{yw} = l_p \Delta \left[\varphi_2 \left(\frac{1}{6} + \frac{\mu^2}{8} \right) + \frac{b_1}{6} + \frac{\mu^2 b_1}{8} - \frac{1}{4} \mu a_0 \right] + k S_I \omega^2 \frac{a_1}{2} l_p,$$

gdzie:

$$\Delta = \frac{\rho b_{07}}{2} k c_y^\alpha \omega^2 R^3,$$

$$\Delta' = \Delta R,$$

$$\bar{r}_0 = \frac{r_0}{R},$$

$$\varphi_0 = \theta_0 + \kappa a_0,$$

$$\varphi_1 = \theta_1 + \kappa b_1,$$

$$\varphi_2 = \theta_2 + \kappa a_1,$$

R — promień wirnika nośnego,

k — ilość łopat,

b_{07} — cięciwa łopaty na promieniu $r = 0.7R$,

S_1 — moment statyczny łopaty,

ω — prędkość obrotowa wirnika,

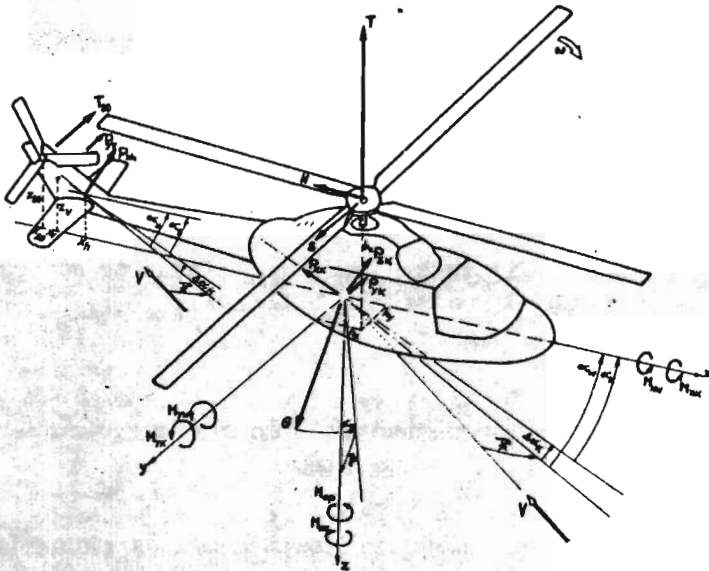
c_{xp} — współczynnik siły oporu profilu łopaty,

$c_y^\alpha = \frac{\partial c_y}{\partial \alpha}$ — pochodna współczynnika siły nośnej profilu łopaty względem jego kąta natarcia,

$\mu = \frac{V \cos \alpha_k}{\omega R}$ — współczynnik prędkości lotu,

$\lambda = \frac{V \sin \alpha_k + v}{\omega R}$ — współczynnik przepływu,

ρ — gęstość powietrza.



Rys. 1.

Na rysunku 1 pokazano wszystkie siły i momenty działające na śmigłowiec, które uwzględniono w rozważaniach. Za bazę przyjęto układ współrzędnych $Oxyz$

związany z kadłubem śmigłowca. Założono jednocześnie, że oś Oz tego układu jest równoległa do osi wału wirnika.

W układzie $Oxyz$ obliczono wypadkowe siły i momenty:

$$F_x = -H - G \sin \alpha_w - P_{zk} \cos \alpha_k + P_{zk} \sin \alpha_k + P_{zh} \sin \alpha_h, \quad (3.9)$$

$$F_y = S + G \cos \alpha_w \sin \gamma_k - T_{so} - P_{yk} - P_{yv}, \quad (3.10)$$

$$F_z = -T + G \cos \alpha_w \cos \gamma_k - P_{zk} \sin \alpha_k - P_{zk} \cos \alpha_k - P_{zh} \cos \alpha_h, \quad (3.11)$$

$$M_x = M_{xw} + M_{xk} - Sh_x - Th_y - T_{so}z_{so} - P_{yv}z_v, \quad (3.12)$$

$$M_y = M_{yw} + M_{yk} + Th_x - Hh_z - P_{zh}x_h \cos \alpha_h, \quad (3.13)$$

$$M_z = -M_{op} + M_{zk} + P_{yv}x_v + T_{so}x_{so}, \quad (3.14)$$

gdzie:

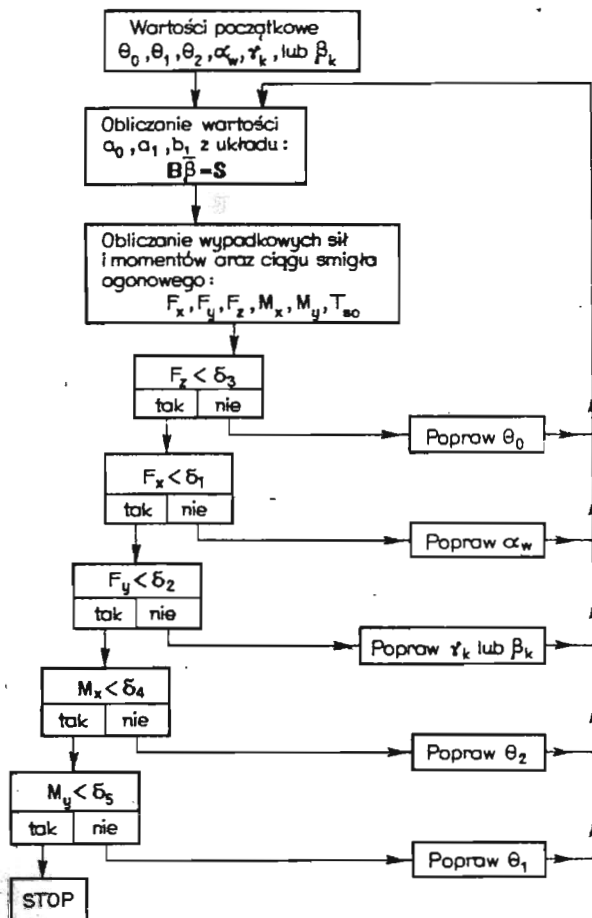
- G — ciężar śmigłowca,
 P_{zk} — siła oporu kadłuba,
 P_{zk} — siła nośna kadłuba,
 P_{zh} — siła nośna statecznika poziomego,
 α_h — kąt natarcia statecznika poziomego,
 P_{yk} — siła boczna działająca na kadłub (tylko przy ślizgu),
 P_{yv} — siła działająca na statecznik pionowy,
 h_x, h_y, h_z — współrzędne środka piasty w układzie $Oxyz$,
na rys.1 $h_x > 0, h_y > 0, h_z < 0$,
 x_h, x_v, x_{so} — położenie statecznika poziomego, statecznika
pionowego i śmigła ogonowego wzdłuż osi Ox , na rys.1
 $x_h > 0, x_v > 0, x_{so} > 0$,
 z_v, z_{so} — położenie statecznika pionowego i śmigła ogonowego
wzdłuż osi Oz , na rys.1 $z_v > 0, z_{so} > 0$.

4. Omawiana metoda w zastosowaniu do przyjętego modelu śmigłowca

Korzystając z przedstawionego modelu śmigłowca za parametry lotu ustalonego (dla określonej prędkości) przyjmuje się:

- w locie bez ślizgu ($\beta_k = 0$): $\theta_0, \theta_1, \theta_2, \alpha_k, \gamma_k, T_{so}$,
- w locie bez przechylenia ($\gamma_k = 0$): $\theta_0, \theta_1, \theta_2, \alpha_k, \beta, T_{so}$.

Oblicza się je według schematu pokazanego na rysunku nr.2.



Rys. 2.

Dla ustalonej prędkości lotu zakłada się wartości początkowe poszukiwanych parametrów. W oparciu o nie oblicza się wartości kątów a_0 , a_1 , b_1 opisujących stożek wirnika nośnego. Wykorzystuje się w tym celu układ trzech równań otrzymany z równania ruchu łopaty względem przegubu poziomego. Układ ten ma następującą postać:

$$B\beta = A, \quad (4.1)$$

gdzie:

$$\beta = (a_0, a_1, b_1),$$

B — tablica o elementach określonych wzorami (4.2):

$$\begin{aligned} B_{11} &= 1 - \epsilon - \frac{\gamma\kappa}{4}(1 + \mu^2), & B_{12} &= 0, \\ B_{13} &= \frac{\gamma\kappa\mu}{3}, & B_{21} &= -\frac{2}{3}\gamma\kappa\mu, \\ B_{22} &= \frac{\gamma}{4}\left(1 - \frac{\mu^2}{2}\right), & B_{23} &= \frac{\gamma\kappa}{4}\left(1 + \frac{3}{2}\mu^2\right) + \epsilon, \end{aligned} \quad (4.2)$$

$$\begin{aligned} B_{31} &= \frac{\gamma\mu}{3}, & B_{32} &= \frac{\gamma\kappa}{4}\left(1 + \frac{\mu^2}{2}\right) + \epsilon, \\ B_{33} &= -\frac{\gamma}{4}\left(1 + \frac{\mu^2}{2}\right), \end{aligned} \quad (4.3)$$

A — wektor o elementach:

$$\begin{aligned} A_1 &= \gamma \left\{ \frac{\theta_0 + A}{4}(1 + \mu^2) + \frac{\lambda}{3} - \frac{1}{3}\theta_1\mu + \frac{B\bar{r}_0}{4} \left[(1 - \bar{r}_0^4) + (1 - \bar{r}_0^2)\mu^2 \right] + \right. \\ &\quad \left. - BR \left[\frac{1}{5}(1 - \bar{r}_0^5) + \frac{1}{6}(1 - \bar{r}_0^3) \right] \right\} \frac{gS_l}{\omega^2 I_l}, \end{aligned} \quad (4.4)$$

$$\begin{aligned} A_2 &= \gamma \left[\frac{2}{3}(\theta_0 + A)\mu - \frac{\theta_1}{4}\left(1 + \frac{3}{2}\mu^2\right) + \frac{\mu\lambda}{2} + \frac{2}{3}B\bar{r}_0 + \right. \\ &\quad \left. - \frac{BR}{2}(1 - \bar{r}_0^4)\mu \right], \end{aligned} \quad (4.5)$$

$$A_3 = -\gamma \left(1 + \frac{\mu^2}{2}\right) \frac{\theta_2}{4}, \quad (4.6)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} \epsilon &= \frac{l_p S_l}{I_l}, \\ \gamma &= \frac{c_y^\alpha \rho b \sigma R^4}{2I_l}, \end{aligned}$$

I_l — moment bezwładności łopaty.

Dalej oblicza się wypadkowe siły i momenty działające na śmigłowiec według zależności (3.9)÷(3.14). Ponieważ żadna z sił aerodynamicznych i grawitacyjnych oraz żaden z momentów występujących po prawej stronie wyrażeń (3.9)÷(3.14) nie zależy od ciągu śmigła ogonowego T_{so} , to przyjmując, że $M_x = 0$ można z (3.14) otrzymać wzór na T_{so} .

Dalszy tok obliczeń polega na sprawdzeniu, czy każda z wypadkowych sił i czy każdy z wypadkowych momentów jest mniejszy od "dopuszczalnego niezrównoważenia" δ_i . Jeśli któraś z tych wielkości nie spełnia warunku to dobiera się nową wartość tego z parametrów lotu, od którego sprawdzana wielkość zależy naj- silniej:

$$\begin{array}{ll} F_x - \alpha_w, & M_x - \theta_2, \\ F_y - \gamma_k \text{ lub } \beta_k, & M_y - \theta_1, \\ F_z - \theta_0. & \end{array}$$

Po dobraniu nowej wartości któregokolwiek z parametrów lotu powraca się do początku obliczeń tzn. do określenia wartości kątów a_0, a_1, b_1 opisujących położenie stożka wirnika. Jeżeli wszystkie warunki zostaną spełnione obliczenia zostają zakończone. Można stwierdzić, że dla otrzymanych parametrów lotu wszystkie siły i momenty działające na śmigłowca (obliczone w oparciu o przyjęty model) równoważą się z dokładnością do δ_i .

5. Wyniki obliczeń

Przedstawione teraz zostaną wyniki obliczeń przeprowadzonych omówioną metodą w oparciu o przyjęty model śmigłowca. Obliczenia wykonano dla przypadku lotu bez ślizgu w zakresie prędkości lotu 40-240 km/h, przyjmując następujące dane śmigłowca:

masa $m = 6000\text{kg}$,

położenie piasty wirnika $h_x = 0\text{m}, h_y = 0\text{m}, h_z = 2\text{m}$,

prędkość obrotowa wirnika $\omega = 26.75\text{rad/s}$,

położenie śmigła ogonowego $x_{so} = 9.5\text{m}, z_{so} = 1.8\text{m}$,

położenie statecznika poziomego $x_h = 7.85\text{m}, z_h = 1.6\text{m}$,

powierzchnia statecznika poziomego $S_h = 1.02\text{m}^2$,

promień wirnika nośnego $R = 7.85\text{m}$,

ilość łopat $k = 4$,

ciężka łopaty na promieniu $b_{07} = 0.44\text{m}$,

moment statyczny łopaty $S_l = 177\text{kgm}$,

moment bezwładności łopaty $I_l = 852.5\text{kgm}^2$,

współczynniki aerodynamiczne profilu łopaty: $c_{xp} = 0.009, c_y^a = 5.56$.

Przyjęto dwa warianty położenia przegubu poziomego:

1. $l_p = 0$ — przegub położony na osi wału wirnika nośnego,

2. $l_p = 0.5$ — przegub wysunięty w stosunku do osi wału wirnika,

oraz dwa warianty kompensacji wahań łopat:

1. $\kappa = 0$ — bez kompensacji,

2. $\kappa = -0.42$ — z kompensacją.

Rysunki 3÷11¹ przedstawiają przebiegi poszczególnych parametrów lotu.

Charakter przedstawionych przebiegów jest zgodny z analogicznymi przebiegami dostępnymi w literaturze.

6. Uwagi końcowe

Przedstawiony sposób obliczania parametrów lotu ustalonego jest szczególnie dogodny do obliczeń komputerowych. Pozwala on na uwzględnienie wpływu każdego z parametrów lotu na wszystkie siły i momenty co było niemożliwe przy stosowaniu metod opisanych w pracach [1] i [2] ze względu na przyjęte tam założenia upraszczające. Należy podkreślić, że w omówionej metodzie można stosować różne modele aerodynamiczne i mechaniczne śmigłowca. W tym opracowaniu wykorzystano model stosunkowo prosty. Przeprowadzane są obecnie obliczenia, w których siły i momenty powstające na łopatach oblicza się całkując je numerycznie wzdłuż rozpiętości łopaty na określonych azymutach i uśredniając tak obliczone wartości.

Literatura

1. A.R.BRAMWELL, *Helicopter dynamics*, London 1976
2. PRICE, *Rotor dynamics and helicopter stability*, Aircraft Engineering 1963÷1964
3. K.JANKOWSKI, *Metodyka wyznaczania parametrów ruchu ustalonego śmigłowca na przykładzie lotu pozłomego i zamisu*, *Mechanika Teoretyczna i Stosowana* t.23, zesz.3-4(1985)
4. P.R.PAYNE, *Helicopter dynamics and aerodynamics*, The Pitman Press, 1959

Summary

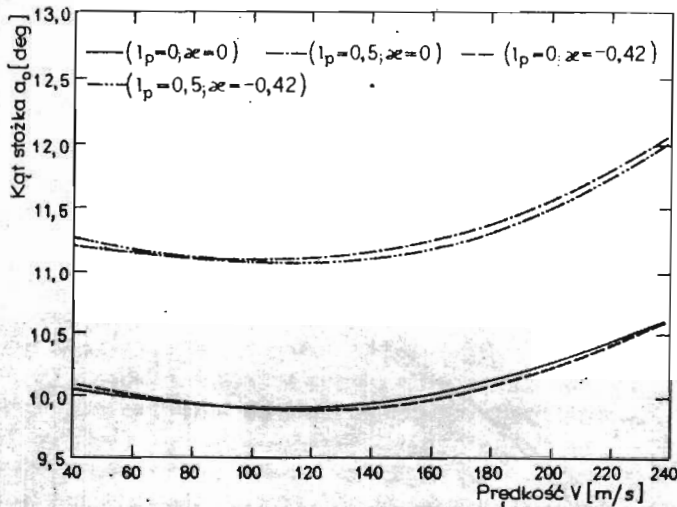
In this paper the method of determining parameters of steady flight for a single-rotor helicopter is presented. This method enables to determine the equilibrium curves for various erodynamic and mechanic models of helicopter. The results of calculations, in which this method is employed, are presented.

¹Rysunki na końcu pracy

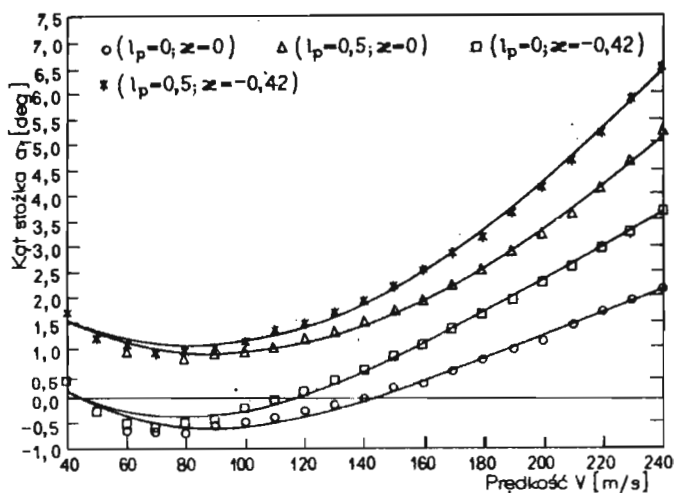
Резюме

В работе представлено методику бычисления параметров установившегося полета для одновинтового вертолета. Эта методика позволяет построить баланси-робочные кривые при использовании различных авродинамических и механиче-ских моделей вертолета. Показано результаты вычисления, в которых предста-влена методика была использована.

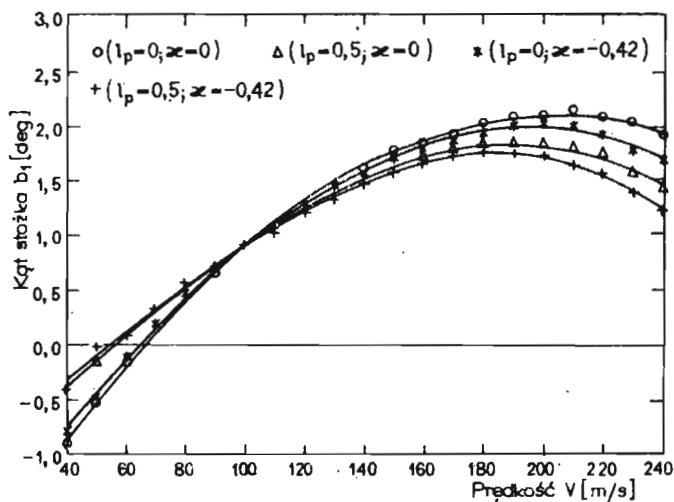
Praca wpłynęła do Redakcji dnia 12 października 1988 roku



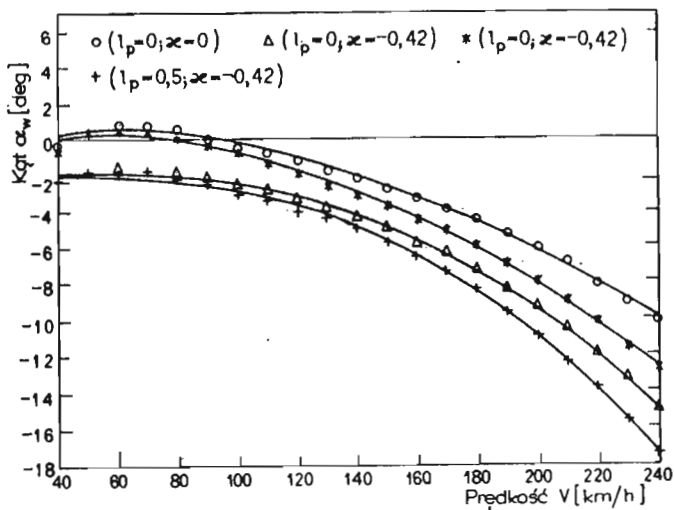
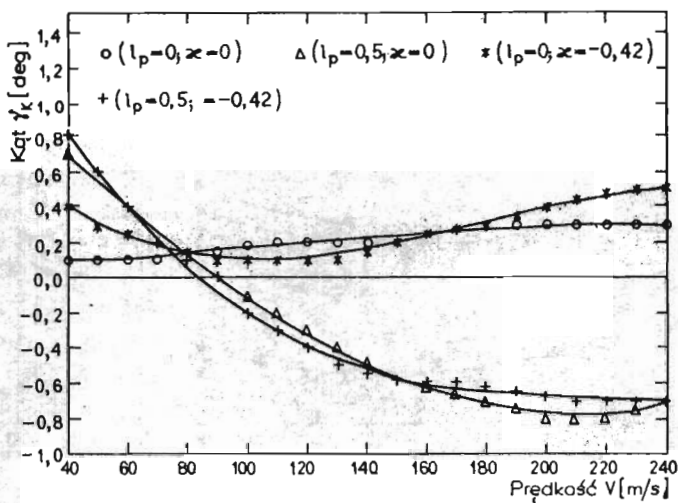
Rys. 3. Kąty α_0 , α_1 , β_1 opisujące stożek wirnika nośnego

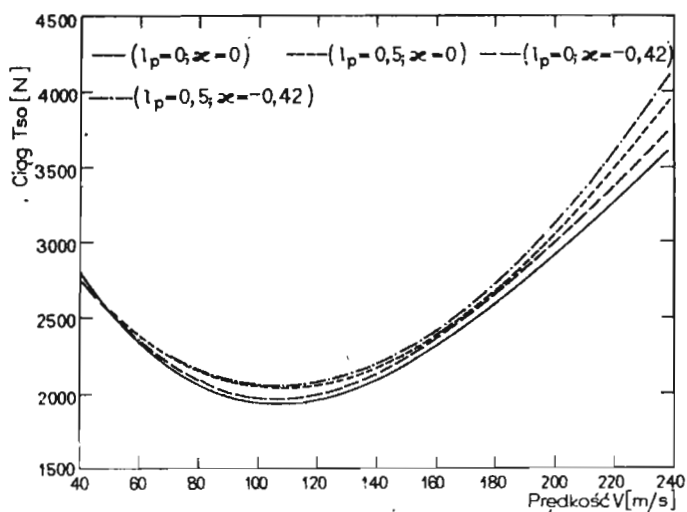
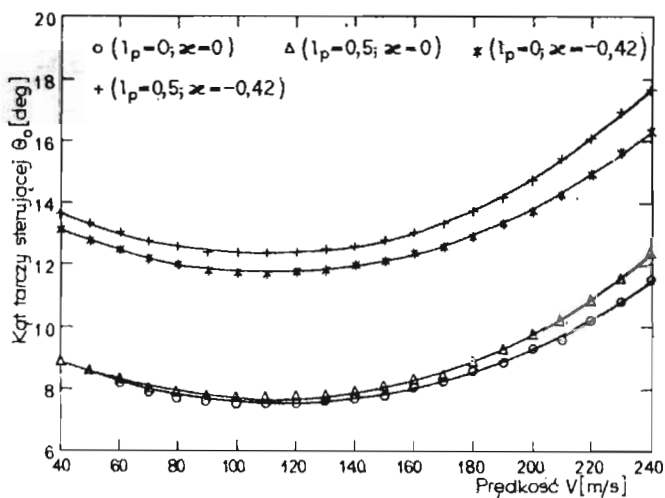


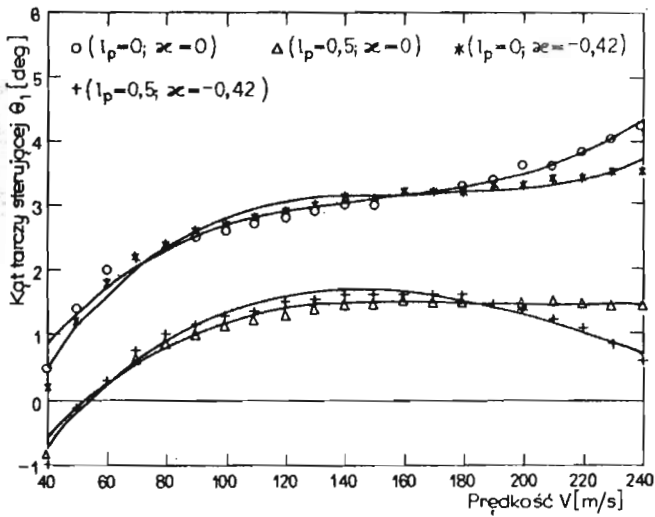
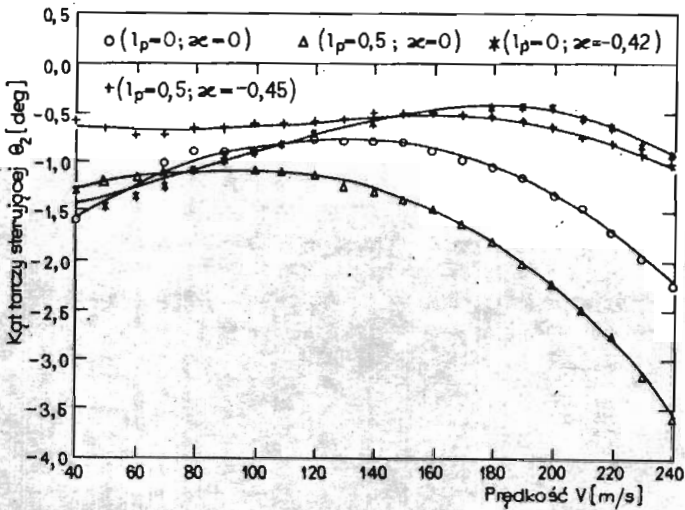
Rys. 4. Kąty α_0, α_1, b_1 opisujące stożek wirnika nośnego



Rys. 5. Kąty α_0, α_1, b_1 opisujące stożek wirnika nośnego

Rys. 6. Kąt natarcia wirnika nośnego α_w Rys. 7. Kąt przechylenia kadłuba γ_w

Rys. 8. Ciąg śmigła ogonowego T_{so} Rys. 9. Kąty $\theta_0, \theta_1, \theta_2$ określające położenie tarczy sterującej

Rys. 10. Kąty $\theta_0, \theta_1, \theta_2$ określające położenie tarczy sterującejRys. 11. Kąty $\theta_0, \theta_1, \theta_2$ określające położenie tarczy sterującej