

ANALIZA REZONANSOWA DRGAŃ STERÓW I ICH WPŁYWU NA DYNAMIKĘ RUCHU SAMOŁOTU

ADAM KRZYŻANOWSKI

Wojskowa Akademia Techniczna, Warszawa

1. Wstęp

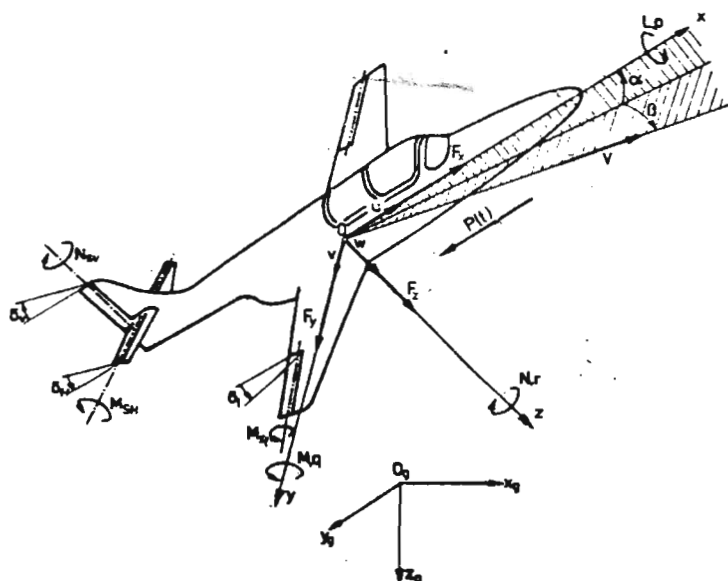
Podczas lotów ćwiczebnych i bojowych samolot narażony jest na działanie różnego rodzaju zaburzeń zewnętrznych zmiennych w czasie. Zaburzenia te mogą spowodować zmianę parametrów charakteryzujących ruch samolotu i jego położenie w przestrzeni. W szczególnych przypadkach, gdy częstotliwości wymuszeń będą zbliżone do częstotliwości drgań własnych elementów samolotu, może doprowadzić to do powstania niebezpiecznych drgań elementów konstrukcji i w efekcie do utraty stateczności ruchu samolotu.

Niniejsza praca jest rozwinięciem [5], dotyczącej analizy numerycznej wpływu zewnętrznych wymuszeń oraz wpływu sztywności i tłumienia w układach sterowania na dynamikę przestrzennego ruchu samolotu. W pracy tej przyjęto, że ustalony lot został zaburzony serią impulsów pochodzących od odrzutu strzelającego działka pokładowego zamontowanego na samolocie. Zbadano wpływ częstotliwości wymuszenia zewnętrznego przy ustalonej wielkości impulsu na oscylacje sterów i dynamikę przestrzennego ruchu samolotu z odkształcalnymi układami sterowania.

2. Sformułowanie problemu

Rozpatrzmy przestrzenny ruch samolotu o napędzie odrzutowym. Przyjęto, że niezaburzony lot odbywa się ze stałą prędkością postępową w pionowej płaszczyźnie, która pokrywa się z płaszczyzną symetrii samolotu. Równania ruchu zapisano posługując się układem osi centralnych związanych z samolotem $Oxyz$ (rys. 1).

Założono, że samolot jest sztywną bryłą, ale układy sterowania lotkami, sterem wysokości i sterem kierunku są odkształcalne. W związku z tym w czasie lotu,



Rys. 1.

lotki, ster wysokości i ster kierunku mogą się wychylać pod wpływem sił aerodynamicznych i sił bezwładności. Dodatkowo zwroty sił i momentów działających na samolot, prędkości kątownych obrotu samolotu względem poszczególnych osi oraz momentów zawiasowych sterów i kątów ich obrotu przyjęto tak, jak pokazano na rys. 1. Schematy odkształcalnych układów sterowania lotkami, sterem wysokości i sterem-kierunku przedstawiono w pracy [4]. Przyjęto, że ustalony ruch jest zaburzony siłą zewnętrzną $P = P(t)$ działającą na samolot.

Bezwymiarowe równania przestrzennego ruchu samolotu z odkształcalnymi układami sterowania i ruchomymi ważkami sterami mają postać :

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{u}}{d\bar{t}} &= \mu(\bar{v}r^* - \bar{w}q^*) + (C_T + C_x \bar{V}^2 - C_1 \sin \theta)/2 - C_D(\bar{t})/2, \\ \frac{d\bar{v}}{d\bar{t}} &= \mu(\bar{w}p^* - \bar{u}r^*) + (C_y \bar{V}^2 + C_1 \cos \theta \sin \Phi)/2, \\ \frac{d\bar{w}}{d\bar{t}} &= \mu(\bar{u}q^* - \bar{v}p^*) + (C_x \bar{V}^2 + C_1 \cos \theta \cos \Phi)/2, \\ \frac{dp^*}{d\bar{t}} &= \frac{1}{\bar{r}_x^2 \bar{r}_y^2 - \bar{r}_{xz}^4} \{ \bar{r}_{xx}^2 (\bar{r}_x^2 - \bar{r}_y^2 + \bar{r}_z^2) \mu p^* q^* + (\bar{r}_x^2 \bar{r}_y^2 - \bar{r}_x^4 - \bar{r}_{xz}^4) \mu q^* r^* + \\ &+ \bar{r}_{xx}^2 \bar{r}_T^2 \bar{m}_T \omega^* \mu q^* + \bar{r}_{xx}^2 C_D(\bar{t}) \bar{y}_D + [\bar{r}_x^2 (C_{l0} + C_l^\beta \beta + C_l^{\delta l} \delta_l + C_l^{\delta v} \delta_v) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \bar{r}_{zx}^2 (C_{n0} + C_n^\beta \beta + C_n^{\delta l} \delta_l + C_n^{\delta v} \delta_v)] \bar{V}^2 + \\
& + [\bar{r}_x^2 (C_l^p p^* + C_l^r r^* + \frac{1}{\mu} C_l^{\delta l} \frac{d\delta_l}{dt} + \frac{1}{\mu} C_l^{\delta v} \frac{d\delta_v}{dt}) + \\
& + \bar{r}_{zx}^2 (C_n^p p^* + C_n^r r^* + \frac{1}{\mu} C_n^{\delta l} \frac{d\delta_l}{dt} + \frac{1}{\mu} C_n^{\delta v} \frac{d\delta_v}{dt})] \bar{V} + \\
& + \frac{\bar{r}_{zx}^2 (\bar{u}^2 + \bar{w}^2) \frac{d\bar{v}}{dt} - \bar{v} (u \frac{d\bar{u}}{dt} + w \frac{d\bar{w}}{dt})}{\mu \bar{V} \sqrt{\bar{u}^2 + \bar{w}^2}} C_n^{\delta \beta} \}, \\
\frac{dq^*}{dt} & = \frac{1}{\bar{r}_z^2} \{ \mu [(\bar{r}_z^2 - \bar{r}_x^2) p^* r^* + \bar{r}_{zx}^2 (r^{*2} - p^{*2}) + \bar{r}_T^2 \bar{m}_T \omega_T^* r^*] + \bar{z}_S C_T - \bar{z}_D C_D(\bar{t}) + \\
& + (C_{mat} + C_m^{\delta H} \delta_H) \frac{l_a}{l} \bar{V}^2 + \\
& + [C_m^{\bar{q}} q^* + \frac{1}{\mu} C_m^{\bar{\alpha}} \frac{1}{\bar{u}^2 + \bar{w}^2} (\bar{u} \frac{d\bar{w}}{dt} - \bar{w} \frac{d\bar{u}}{dt}) + \frac{1}{\mu} C_m^{\delta H} \frac{d\delta_H}{dt}] \frac{2l_a^2}{l^2} \bar{V} \}, \\
\frac{dr^*}{dt} & = \frac{1}{\bar{r}_z^2} \{ \mu (\bar{r}_x^2 - \bar{r}_y^2) p^* q^* + \bar{r}_{zx}^2 (\frac{dp^*}{dt} - \mu q^* r^*) + \mu \bar{r}_T^2 \bar{m}_T \omega_T^* q^* + C_D(\bar{t}) \bar{y}_d + \\
& + (C_{n0} + C_n^\beta \beta + C_n^{\delta v} \delta_v + C_n^{\delta l} \delta_l) \bar{V}^2 + \\
& + (C_n^p p^* + C_n^r r^* + \frac{1}{\mu} C_n^{\delta l} \frac{d\delta_l}{dt}) + \frac{1}{\mu} C_n^{\delta v} \frac{d\delta_v}{dt} \} \bar{V} + \\
& + \frac{1}{\mu \bar{V}} \frac{(\bar{u}^2 + \bar{w}^2) \frac{d\bar{v}}{dt} - \bar{v} (u \frac{d\bar{u}}{dt} + w \frac{d\bar{w}}{dt})}{\sqrt{\bar{u}^2 + \bar{w}^2}} C_n^{\delta \beta} \},
\end{aligned}$$

$$\frac{d\Phi}{dt} = \mu [p^* + (q^* \sin \Phi + r^* \cos \Phi) \operatorname{tg} \Theta],$$

$$\frac{d\Theta}{dt} = \mu (q^* \cos \Phi - r^* \sin \Phi),$$

$$\frac{d\Psi}{dt} = \mu (q^* \sin \Phi + r^* \cos \Phi) \frac{1}{\cos \Theta},$$

$$\begin{aligned}
\frac{d\bar{x}_g}{dt} & = \bar{u} \cos \Theta \cos \Psi + \bar{v} (\sin \Phi \sin \Theta \cos \Psi - \cos \Phi \sin \Psi) + \\
& + \bar{w} (\cos \Phi \sin \Theta \cos \Psi + \sin \Phi \sin \Psi),
\end{aligned}$$

(2.1)

$$\begin{aligned}
\frac{d\bar{y}_g}{dt} & = \bar{u} \cos \Theta \sin \Psi + \bar{v} (\sin \Phi \sin \Theta \sin \Psi + \cos \Phi \cos \Psi) + \\
& + \bar{w} (\cos \Phi \sin \Theta \sin \Psi - \sin \Phi \cos \Psi),
\end{aligned}$$

$$\frac{d\bar{z}_g}{dt} = \bar{u} \sin \Theta - \bar{v} \sin \Phi \cos \Theta - \bar{w} \cos \Phi \cos \Theta,$$

$$\frac{d\delta_l}{dt} = \mu \epsilon_l^*,$$

$$\begin{aligned} \frac{d\epsilon_l^*}{dt} = & -\frac{\bar{e}_l}{\bar{r}_l^2} \left[\frac{d\bar{u}}{dt} + \mu(\bar{w}q^* - \bar{v}r^*) \right] \sin \delta_l + \frac{\mu}{2} \sin 2\delta_l p^{*2} - \frac{\mu}{\bar{r}_l^2} \bar{e}_l \bar{s}_l \sin \delta_l q^{*2} + \\ & - \mu \left(\frac{1}{2} \sin 2\delta_l + \frac{\bar{e}_l \bar{s}_l}{\bar{r}_l^2} \sin \delta_l \right) r^{*2} + \frac{\bar{e}_l \bar{y}_l}{\bar{r}_l^2} \left(\frac{dp^*}{dt} + r^* q^* \right) \cos \delta_l + \\ & + \frac{a_l}{\bar{r}_l^2} \{ (\bar{V} C_{sl0} + C_{sl}^{\beta} p^* + C_{sl}^{\gamma} r^*) \bar{V} + C_{slz}(\bar{t}) + (\bar{V}^2 C_{sl}^{\delta} - \bar{\kappa}_l) \delta_l + 2 \left(\frac{\bar{V}}{2} C_{sl}^{\delta} - \bar{c}_l \right) \epsilon_l^* \}, \end{aligned}$$

$$\frac{d\delta_H}{dt} = \mu \epsilon_H^*,$$

$$\begin{aligned} \frac{d\epsilon_H^*}{dt} = & -\frac{\bar{e}_H}{\bar{r}_{sH}^2} \left[\left(\frac{d\bar{u}}{dt} + \mu(\bar{w}q^* - \bar{v}r^*) \right) \sin \delta_H + \left(\frac{d\bar{w}}{dt} + \mu(\bar{v}p^* - \bar{u}q^*) \right) \cos \delta_H + \right. \\ & - \left[1 - \frac{\bar{e}_H}{\bar{r}_{sH}^2} (\bar{s}_H \cos \delta_H + \bar{z}_H \sin \delta_H) \right] \frac{dq^*}{dt} - \mu \frac{\bar{e}_H}{\bar{r}_{sH}^2} (\bar{s}_H \sin \delta_H - \bar{z}_H \cos \delta_H) q^{*2} + \\ & - \mu \left(\frac{1}{2} \sin 2\delta_H + \frac{\bar{e}_H \bar{s}_H}{\bar{r}_{sH}^2} \sin \delta_H \right) r^{*2} + \mu \left(\frac{1}{2} \sin 2\delta_H + \frac{\bar{e}_H \bar{z}_H}{\bar{r}_{sH}^2} \cos \delta_H \right) p^{*2} + \\ & + \mu \left[\cos 2\delta_H + \frac{\bar{e}_H}{\bar{r}_{sH}^2} (\bar{s}_H \cos \delta_H - \bar{z}_H \sin \delta_H) \right] p^* r^* + \frac{a_H}{\bar{r}_{sH}^2} \{ [\bar{V} C_{sHst} + (C_{sH}^{\beta} q^* + \\ & + \frac{1}{\mu} C_{sH}^{\alpha} \frac{1}{\bar{u}^2 + \bar{w}^2} (\bar{u} \frac{d\bar{w}}{dt} - \bar{w} \frac{d\bar{u}}{dt})) \frac{2l_a}{l} \bar{V} + (C_{sH}^{\delta} \bar{V} - \bar{\kappa}_H) \delta_H + C_{sH}^{\delta} \bar{V} - \bar{c}_H \frac{2l_a}{l} \epsilon_H^* \} + \\ & + \frac{a_H}{\bar{r}_{sH}^2} C_{sHz}(\bar{t}) + \frac{\bar{e}_H}{\bar{r}_{sH}^2} \frac{g\Gamma}{V_0} \cos(\Theta + \delta_H) \cos \Phi, \end{aligned}$$

$$\frac{d\delta_v}{dt} = \mu \epsilon_v^*,$$

$$\begin{aligned} \frac{d\epsilon_v^*}{dt} = & -\frac{\bar{e}_v}{\bar{r}_{sv}^2} \left[\left(\frac{d\bar{u}}{dt} + \mu(\bar{w}q^* - \bar{v}r^*) \right) \sin \delta_v - \left(\frac{d\bar{v}}{dt} + \mu(\bar{u}r^* - \bar{w}p^*) \right) \cos \delta_v \right] + \\ & - \left(1 + \frac{\bar{e}_v \bar{s}_v}{\bar{r}_{sv}^2} \cos \delta_v \right) \frac{dr^*}{dt} - \frac{\mu}{\bar{r}_{sv}^2} \bar{e}_v \bar{s}_v \sin \delta_v (r^{*2} + q^{*2}) + \\ & - \frac{\bar{e}_v \bar{z}_v}{\bar{r}_{sv}^2} \left(\frac{dp^*}{dt} \cos \delta_v + \frac{dq^*}{dt} \sin \delta_v \right) - \frac{\mu}{\bar{r}_{sv}^2} \bar{e}_v \bar{z}_v (p^* \sin \delta_v - q^* \cos \delta_v) r^* + \\ & + \frac{1}{2} \mu \sin 2\delta_v (p^{*2} - q^{*2}) + \mu (\cos 2\delta_v - \frac{\bar{e}_v \bar{s}_v}{\bar{r}_{sv}^2} \cos \delta_v) p^* q^* + \\ & + \frac{a_v}{\bar{r}_{sv}^2} \{ [\bar{V} (C_{sv0} + C_{sv}^{\beta} \beta) + C_{sv}^{\beta} p^* + C_{sv}^{\gamma} r^*] \bar{V} + C_{svz}(\bar{t}) + (\bar{V}^2 C_{sv}^{\delta} - \bar{\kappa}_v) \delta_v + \\ & + 2 \left(\frac{\bar{V}}{2} C_{sv}^{\delta} - \bar{c}_v \right) \epsilon_v^* \} + \frac{\bar{e}_v}{\bar{r}_{sv}^2} \frac{g\Gamma}{V_0} \cos \delta_v \cos \Theta \sin \Phi. \end{aligned}$$

Równania (2.1a) opisują ruch samolotu, (2.1b) są związkami kinematycznymi opisującymi zależności pomiędzy pochodnymi kątów przechylenia, pochylenia i odchylenia samolotu a rzutami prędkości kątowej oraz zależności między parametrami kinematycznymi ruchu samolotu i współrzędnymi toru lotu, zaś (2.1c) są równaniami ruchu lotek, steru wysokości i steru kierunku.

Bezwymiarowe wartości poszczególnych parametrów występujących w równaniach (2.1) mają postać:

$$\begin{aligned}
 \bar{V} &= \frac{V}{V_0}, \quad \bar{u} = \frac{u}{V_0}, \quad \bar{v} = \frac{v}{V_0}, \quad \bar{w} = \frac{w}{V_0}, \\
 \bar{p} &= \frac{pl}{2V}, \quad \bar{q} = \frac{ql_a}{V}, \quad \bar{r} = \frac{rl}{2V}, \quad \bar{\omega}_T = \frac{\omega_T l}{2V_0}, \\
 p^* &= \frac{pl}{2V_0}, \quad q^* = \frac{ql_a}{2V_0}, \quad r^* = \frac{rl}{2V_0}, \\
 \bar{x} &= \frac{x}{rV_0}, \quad \bar{y} = \frac{y}{rV_0}, \quad \bar{z} = \frac{z}{rV_0}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \bar{r}_x^2 &= \frac{4I_x}{ml^2}, \quad \bar{r}_y^2 = \frac{4I_y}{ml^2}, \quad \bar{r}_z^2 = \frac{4I_z}{ml^2}, \quad \bar{r}_{xz}^2 = \frac{4I_{xz}}{ml^2}, \quad \bar{r}_T^2 = \frac{4I_T}{ml^2}, \\
 \bar{t} &= \frac{t}{\tau}, \quad \tau = \frac{m}{\rho_0 S V_0}, \quad \mu = \frac{2m}{\rho_0 S l}, \quad \bar{m}_T = \frac{m_T}{m}, \quad \bar{z}_s = \frac{z_s}{l}, \\
 C_T &= \frac{2T}{\rho_0 V_0 S}, \quad C_1 = \frac{2Q}{\rho_0 V_0 S}, \quad \bar{\alpha} = \frac{d\alpha}{dt} \frac{l_a}{V}, \quad \bar{\beta} = \frac{d\beta}{dt} \frac{l}{2V}, \\
 \bar{r}_l^2 &= \frac{4I_l}{m_l l^2}, \quad \bar{r}_{sH}^2 = \frac{4I_{sH}}{m_{sH} l^2}, \quad \bar{r}_{sV}^2 = \frac{4I_{sV}}{m_{sV} l^2}, \\
 \bar{\delta}_l &= \frac{d\delta_l}{dt} \frac{l}{2V}, \quad \bar{\delta}_H = \frac{d\delta_H}{dt} \frac{l}{V}, \quad \bar{\delta}_V = \frac{d\delta_V}{dt} \frac{l}{2V}, \\
 \bar{e}_l &= \frac{2e_l}{l}, \quad \bar{e}_H = \frac{2e_H}{l}, \quad \bar{e}_V = \frac{2e_V}{l}, \quad \bar{s}_l = \frac{2s_l}{l}, \quad \bar{s}_H = \frac{2s_H}{l}, \quad \bar{s}_V = \frac{2s_V}{l}, \\
 \bar{y}_l &= \frac{2y_l}{l}, \quad \bar{z}_H = \frac{2z_H}{l}, \quad \bar{z}_V = \frac{2z_V}{l}, \quad \bar{l}_l = \frac{l_l}{l}, \quad \bar{l}_{sH} = \frac{l_{sH}}{l}, \quad \bar{l}_{sV} = \frac{l_{sV}}{l}, \\
 \bar{S}_l &= \frac{S_l}{S}, \quad \bar{S}_{sH} = \frac{S_{sH}}{S}, \quad \bar{S}_{sV} = \frac{S_{sV}}{S}, \quad \bar{m}_l = \frac{m_l}{m}, \quad \bar{m}_{sH} = \frac{m_{sH}}{m}, \quad \bar{m}_{sV} = \frac{m_{sV}}{m}, \\
 a_l &= \frac{\bar{S}_l \bar{l}_l}{2\bar{m}_l}, \quad a_H = \frac{\bar{S}_{sH} \bar{l}_{sH}}{2\bar{m}_{sH}}, \quad a_V = \frac{\bar{S}_{sV} \bar{l}_{sV}}{2\bar{m}_{sV}}, \\
 \bar{\kappa}_l &= \frac{2\kappa_l}{\rho_0 V_0^2 S_l l_l}, \quad \bar{\kappa}_H = \frac{2\kappa_H}{\rho_0 V_0^2 S_{sH} l_{sH} k_H}, \quad \bar{\kappa}_V = \frac{2\kappa_V}{\rho_0 V_0^2 S_{sV} l_{sV} k_V}, \\
 \bar{c}_l &= \frac{2c_l}{\rho_0 V_0 S_l l_l}, \quad \bar{c}_H = \frac{2c_H}{\rho_0 V_0 S_{sH} l_{sH} k_H}, \quad \bar{c}_V = \frac{2c_V}{\rho_0 V_0 S_{sV} l_{sV} k_V}, \\
 \bar{\epsilon}_l^* &= \frac{d\delta_l}{dt} \frac{l}{2V_0}, \quad \bar{\epsilon}_H^* = \frac{d\delta_H}{dt} \frac{l}{2V_0}, \quad \bar{\epsilon}_V^* = \frac{d\delta_V}{dt} \frac{l}{2V_0}.
 \end{aligned} \tag{2.2}$$

Oznaczenia użyte w równaniach (2.1) i (2.2) mają następujący sens:

- m – masa samolotu,
 Q – siła ciężkości samolotu,
 I_x, I_y, I_z, I_{xz} – momenty bezwładności i dewiacji samolotu względem odpowiednich osi układu $Oxyz$,
 u, v, w – składowe prędkości ruchu samolotu V w kierunku osi układu Ox, Oy, Oz ,
 p, q, r – prędkości kątowe wokół osi Ox, Oy, Oz ,
 ϕ, Θ, Φ – kąty przechylenia, pochylenia i odchylenia samolotu względem nieruchomego układu osi Ox_g, Oy_g, Oz_g ,
 α, β – kąty natarcia i ślizgu,
 I_T, ω_T – moment bezwładności i prędkość kątowa wirnika silnika,
 m_l, m_{sH}, m_{sV} – masa lotki, steru wysokości i steru kierunku,
 Q_l, Q_{sH}, Q_{sV} – siła ciężkości lotki, steru wysokości i steru kierunku,
 I_l, I_{sH}, I_{sV} – moment bezwładności lotki, steru wysokości i steru kierunku względem osi obrotu,
 e_l, e_H, e_V – odległość osi obrotu lotek, steru wysokości i steru kierunku od ich środka masy, przy czym $e_l, e_H, e_V > 0$, jeżeli oś obrotu znajduje się przed środkiem masy,
 s_l, s_H, s_V – współrzędne wzdłuż osi x , określające położenie osi obrotu lotki, steru wysokości i steru kierunku względem środka masy samolotu,
 y_l, z_H, z_V – współrzędne wzdłuż osi y i z określające położenie osi obrotu lotki, steru wysokości i steru kierunku względem środka masy samolotu,
 $\kappa_l, \kappa_H, \kappa_V$ – współczynniki sztywności układu sterowania lotkami, sterem wysokości i sterem kierunku,
 c_l, c_H, c_V – współczynniki tłumienia w układach sterowania lotkami, sterem wysokości i sterem kierunku,
 $\delta_l, \delta_H, \delta_V$ – współrzędne uogólnione (kąty wychylenia lotek, steru wysokości i steru kierunku);
 S i l – powierzchnia i rozpiętość skrzydła,
 ρ – gęstość powietrza,
 C_x, C_y, C_z, C_T – bezwymiarowe współczynniki sił aerodynamicznych i ciągu silnika w układzie osi samolotu $Oxyz$,
 $C_{x_a}, C_{y_a}, C_{z_a}$ – bezwymiarowe współczynniki sił aerodynamicznych w układzie osi przepływu Ox_a, y_a, z_a ,
 C_l, C_m, C_n – bezwymiarowe współczynniki momentów aerodynamicznych,

- S_l, S_{sH}, S_{sV} - powierzchnie lotek, steru wysokości i steru kierunku,
 l_l, l_{sH}, l_{sV} - cięciwy lotek, steru wysokości i steru kierunku,
 k_H, k_V - współczynniki hamowania prędkości w obszarze usterzenia wysokości i kierunku,
 C_{sl}, C_{sH}, C_{sV} - bezwymiarowe współczynniki momentów zawiasowych lotek, steru wysokości i steru kierunku,
 y_d, x_d, x_p - przemieszczenie dźwigni sterowania (d - drążka, p - orczyka) w kierunku osi x i y ,
 w_{sl}, w_{sH}, w_{sV} - współczynniki przełożenia między wychyleniami dźwigni sterowania i sterów przy nieskończonej sztywności układach sterowania,
 $C_{slz}, C_{sHz}, C_{sVz}$ - bezwymiarowe współczynniki sterującego momentu zawiasowego lotek, steru wysokości i kierunku,

$$C_D(\bar{t}) = \frac{2P(t)}{\rho_0 V_0^2 S}, \quad (2.3)$$

$P(t)$ - zewnętrzna siła wymuszająca zmienna w czasie,

$\bar{y}_D = \frac{y_D}{l}$ - ramię działania siły $P(t)$ w kierunku osi y ,

$\bar{z}_D = \frac{z_D}{l}$ - ramię działania siły $P(t)$ w kierunku osi z .

Wartości aerodynamicznych współczynników i ich pochodnych względem odpowiednich parametrów dla danych warunków lotu wyznaczono z aerodynamicznych charakterystyk samolotu. Wartości współczynników C_T, C_1 , kąty wychylenia sterów $\delta_l, \delta_H, \delta_V$, a także wartości wychylenia drążka sterowego x_d, y_d i orczyka x_p oraz współczynniki sterującego momentu zawiasowego $C_{slz}, C_{sHz}, C_{sVz}$ określono z warunków ustalonego lotu. Wielkości te spełniają warunki równowagi i wyznaczamy je ze wzorów:

$$C_T = \frac{C_{xa} \cos \gamma_a + C_{za} \sin \gamma_a}{\cos \theta}, \quad C_1 = \frac{C_{za} \cos \alpha + C_{xa} \sin \alpha}{\cos \theta},$$

$$\delta_{lr} = \frac{(C_l^{\delta_v} C_n^\beta / C_n^{\delta_v} - C_l^\beta) \beta}{C_l^{\delta_l} - C_l^{\delta_v} C_n^{\delta_l} / C_n^{\delta_v}}, \quad \delta_{Hr} = -\frac{C_{mst} \frac{l_a}{l} + \bar{z}_s C_T}{C_m^{\delta_H} \frac{l_a}{l}},$$

$$\delta_{Vr} = -\frac{C_n^\beta \beta + C_n \delta_l}{C_n^{\delta_v}}, \quad C_{slz} = -[C_{sl0} + (C_{sl}^{\delta_l} - \bar{\kappa}_l) \delta_l], \quad (2.4)$$

$$C_{sHz} = -[C_{sHst} + (C_{sH}^{\delta_H} - \bar{\kappa}_H \frac{l}{l_\alpha}) \delta_H - a_H \bar{e}_H \frac{l}{l_\alpha} \frac{g\tau}{V_0} \cos(\theta + \delta_H) \cos \Phi],$$

$$C_{sVz} = -[C_{sV0} + C_{sV}^\beta \beta + (C_{sV}^{\delta_v} - \bar{\kappa}_V) \delta - a_V \bar{e}_V \frac{g\tau}{V_0} \cos \delta_V \cos \theta \sin \Phi],$$

$$y_d = \frac{C_{slz}}{w_{sl} \bar{\kappa}_l}, \quad x_d = \frac{C_{sHz}}{w_{sH} \bar{\kappa}_H}, \quad x_p = \frac{C_{sVz}}{w_{sV} \bar{\kappa}_V},$$

gdzie: γ_a - kąt pochylenia toru lotu określony wzorem:

$$\gamma_a = \arcsin(\cos \alpha \cos \beta \sin \Theta - \sin \beta \sin \Phi \cos \Theta - \sin \alpha \cos \beta \cos \Phi \cos \Theta).$$

Wszystkie współczynniki i parametry ruchu w prawych stronach tych wzorów przybierają wartości początkowe. W niesterowanym ruchu wszystkie wielkości wyrażone wzorami (2.4) oprócz kątów wychylenia sterów pozostają stałe. Kąty $\delta_I, \delta_H, \delta_V$ mogą się zmieniać na skutek odkształcalności układów sterowania.

Równania (2.1) stanowią układ nieautonomicznych nieliniowych równań przestrzennego ruchu samolotu z odkształcalnymi układami sterowania lotkami, sterem wysokości i sterem kierunku. Umożliwiają one przeprowadzenie analizy dynamiki ruchu samolotu przy wymuszeniu zewnętrznym zmiennym w czasie z uwzględnieniem odkształcalności układów sterowania, niewyważenia sterów i szeregu innych parametrów.

3. Numeryczna analiza

Numeryczną analizę dynamiki nieautonomicznego przestrzennego ruchu samolotu z odkształcalnymi układami sterowania i ruchomymi ważkimi sterami przeprowadzono na przykładzie szkolno-treningowego samolotu odrzutowego TS-11 "Iskra". Dane geometryczne, masowe i bezwładnościowe samolotu przyjęto takie same jak w [4] i [5], zaś aerodynamiczne charakterystyki otrzymane w wyniku badań tunelowych oraz obliczeń teoretycznych aproksymowano wielomianami algebraicznymi o postaci podanej w [4].

Do numerycznej analizy wpływu częstotliwości wymuszeń zewnętrznych na oscylacje sterów i dynamikę przestrzennego ruchu samolotu przyjęto przykładowo wartości impulsu odrzutu działka pokładowego oraz jego szybkostrzelność, przy założeniu, że działko zamontowane jest niesymetrycznie w prawej części kadłuba.

Przyjęto przebieg siły odrzutu w czasie o postaci:

$$P(t) = P_0 |\sin \omega t|, \quad (3.1)$$

gdzie: P_0 - maksymalna siła odrzutu, $\omega = \frac{\pi}{T}$ - częstota kołowa, T - okres.

Założono, że niezaburzony ruch samolotu jest ustalony, prostoliniowy i odbywa się z następującymi parametrami:

$$V(u, v, w) = V_0(u_0, v_0, w_0), \quad \alpha = (\alpha)_0, \quad \beta = \beta_0 = 0,$$

$$\Phi = \Phi_0 = 0, \quad \theta = \theta_0, \quad \Psi = \Psi_0 = 0, \quad (3.2)$$

$$\delta_l = \delta_{lr} = 0, \quad \delta_H = \delta_{Hr}, \quad \delta_V = \delta_{Vr} = 0.$$

Analizę wpływu wymuszenia zewnętrznego (3.1) na dynamikę przestrzennego ruchu samolotu przy ustalonych współczynnikach sztywności i tłumienia w układach sterowania oraz wpływu sztywności i tłumienia w układach sterowania przy określonym wymuszeniu zewnętrznym przedstawiono w [5].

Rezonansowe badania drgań sterów i ich wpływ na dynamikę przestrzennego ruchu samolotu przeprowadzono dla warunków lotu (3.2).

Przykładowe wyniki obliczeń przedstawiono w formie wykresów, na których wartości kątowe podano w radianach. Dotyczą one przypadku lotu poziomego z prędkością odpowiadającą liczbie Macha $Ma=0,4$, na wysokości $H = 0m$ i kącie natarcia $(\alpha)_0 = 3^\circ$. Ustalony ruch samolotu zaburzono serią $n = 10$ impulsów. Badanie polegało na zmianie częstości wymuszenia w zakresie obejmującym częstości drgań własnych sterów przy zachowaniu stałej wartości impulsu. W tym celu zmieniano częstość ω_0 i maksymalną siłę wymuszającą P_0 tak, aby impuls pochodzący od wymuszenia był równy impulsowi odpowiadającemu $P_0=15000N$ i $t_{imp} = 0,112s$, przy przebiegu siły wymuszającej $P_0(t) = P_0|\sin \omega t|$.

$$I_0 = \int_0^{t_0} P_0(t)dt = I_1 = \int_0^{t_1} P_1(t)dt, \quad (3.3)$$

gdzie:

$$P_0(t) = P_0|\sin \omega_0 t|, \quad t_0 = \pi/\omega_0,$$

$$P_1(t) = P_1|\sin \omega_1 t|, \quad t_1 = \pi/\omega_1.$$

Po scałkowaniu (3.3) otrzymano zależność między czasem trwania impulsu i wielkością siły wymuszającej o postaci:

$$P_0 t_0 = P_1 t_1, \quad P_1 = P_0 t_0 / t_1, \quad (3.4)$$

z której wyznaczono wielkość siły odrzutu przy różnych czasach trwania impulsu t_{imp} , przy których impuls

$$I_1 = \int_0^{t_{imp}} P(t)dt = I_0 = const. \quad (3.5)$$

Obliczenia wykonano dla serii $n=10$ impulsów, przy sztywności i tłumieniu w układach sterowania $\bar{\kappa}_l = \bar{\kappa}_H = \bar{\kappa}_V = 0,1$ i $\bar{c}_l = \bar{c}_H = \bar{c}_V = 0$ oraz dla określonych wartości współczynników aerodynamicznego tłumienia wahań sterów

$$\bar{C}_{\delta_l}^{\delta_l} < 0, \quad \bar{C}_{\delta_H}^{\delta_H} < 0, \quad \bar{C}_{\delta_V}^{\delta_V} < 0.$$

Tablica 1.

Lp	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
t_{imp} [s]	0,06	0,07	0,08	0,09	0,10	0,11	0,12	0,13	0,14	0,15
P_1 [N]	28000	24000	21000	18677	16800	15272	14000	12923	12000	11200

Wyniki obliczeń przedstawiono na rys.2-5¹, które pokazują zmiany kątów wychylenia lotek, steru wysokości i steru kierunku oraz kątów: natarcia, ślizgu, przechylenia, pochylenia i odchylenia samolotu dla $t_{imp} = 0,06-0,15s$ co $0,01s$ i odpowiadających im wartości P_1 :

Maksymalne amplitudy zaburzeń wymienionych parametrów maleją ze zwiększeniem czasu trwania impulsu t_{imp} i zmniejszeniem maksymalnej siły odrzutu P_1 , jednak oscylacje pochodzące od wymuszenia rosną w miarę zbliżania się z częstością wymuszenia do częstości drgań własnych sterów. Dla wszystkich badanych przypadków po zakończeniu działania wymuszenia, z powodu aerodynamicznego tłumienia, oscylacje sterów zanikają i parametry ruchu dążą do wartości w stanie równowagi.

W rezultacie obliczeń określono częstości wymuszenia, przy których oscylacje sterów są największe. Maksymalne amplitudy oscylacji sterów przy określonej sztywności układów sterowania i aerodynamicznym tłumieniu występują przy częstości równej częstości drgań własnych sterów. Ta rezonansowa częstość dla steru wysokości jest równa $\nu_{imp} = 8,33imp/s$ ($t_{imp} = 0,12s$), a dla lotek i steru kierunku $\nu_{imp} = 7,143imp/s$ ($t_{imp} = 0,14s$).

Dla rezonansowej częstości przy pominięciu aerodynamicznego tłumienia $\bar{C}_{sl}^{\delta l}$, $\bar{C}_{sH}^{\delta H}$, $\bar{C}_{sV}^{\delta V} = 0$ (rys. 6) amplitudy wahań sterów rosną wraz ze zwiększeniem liczby impulsów, osiągając maksymalne wartości dla ostatniego impulsu w serii ($n = 10$), a następnie oscylacje odbywają się ze stałą amplitudą i stałym okresem wokół parametrów odpowiadających ruchom własnym sterów. Nie obserwuje się jednak wpływu ustalonych drgań sterów na zmianę parametrów ruchu samolotu to jest kątów natarcia i ślizgu oraz przechylenia, pochylenia i odchylenia samolotu (rys.7 i 8). Wynika to z faktu, że ustalone drgania sterów po zakończeniu działania wymuszenia mają małą amplitudę wahań i tak :

dla lotek $\Delta\delta_{lmax} \cong 0,00007rad$ ($0,004^\circ$),

dla steru wysokości $\Delta\delta_{Hmax} \cong 0,005rad$ ($0,3^\circ$),

dla steru kierunku $\Delta\delta_{Vmax} \cong 0,011rad$ ($0,65^\circ$).

Powodują one jednak szybkozmiennne wibracje dzwigni sterowania, odczuwalne przez pilota i utrudniające pilotowanie. Zbadano również wpływ niewyważenia sterów na dynamikę ruchu przestrzennego samolotu w czasie działania wymuszenia z rezonansową częstością. Nieznaczne dodatnie niewyważenie sterów (środek masy sterów za ich osią obrotów) $\bar{e}_l > 0$, $\bar{e}_H > 0$, $\bar{e}_V > 0$ powodują pobudzenie

¹Rysunki na końcu pracy

drgań sterów, doprowadzając do znacznego wzrostu amplitudy drgań i w konsekwencji prowadzi do utraty stateczności ruchu samolotu. Na rys.9-11 przykładowo przedstawiono wykresy obrazujące wpływ niewyważenia lotek $\bar{e}_l = 0,01$ oraz jednoczesnego niewyważenia lotek i steru wysokości $\bar{e}_l = \bar{e}_H = 0,01$ na zmianę kątów natarcia i ślizgu oraz przechylenia, pochylenia i odchylenia samolotu przy:

$$C_{sl}^{\delta l}, C_{sH}^{\delta H}, C_{sV}^{\delta V} = 0.$$

Rezonansowe drgania lotek doprowadzają do utraty stateczności ruchu samolotu. Przebiegi wymienionych parametrów mają charakter ruchów złożonych z własnych ruchów samolotu i oscylacji sterów. W wyniku sprzężenia rezonans lotek prowadzi do utraty stateczności nie tylko przechylenia lecz także pochylenia i odchylenia samolotu. Dodatkowe niewyważenie steru wysokości powoduje zwiększenie amplitudy drgań całego samolotu.

Z przeprowadzonej rezonansowej analizy drgań sterów wynikają wnioski konstrukcyjne i eksploatacyjne.

W procesie projektowania samolotu należy określić częstotliwości własne samolotu oraz sterów i częstotliwości zewnętrznych wymuszeń dobierać tak, aby nie były one zbliżone do częstotliwości drgań własnych. Mimo, że ustalone oscylacje wyważonych statycznie sterów nie powodują utraty stateczności ruchu samolotu, to przy pewnych niesprzyjających okolicznościach np. zmiana wyważenia sterów na skutek przestrzelenia lub wzmocnienia w procesie remontu może doprowadzić do rezonansu sterów i w następstwie do utraty stateczności ruchu samolotu.

Literatura

1. Z. DŻYGADŁO, A. KRZYŻANOWSKI, *Dynamika podłużnego ruchu samolotu z odkształcalnym układem sterowania*, Biul. WAT XXXI, 5, 1982.
2. Z. DŻYGADŁO, A. KRZYŻANOWSKI, *Dynamika nieautonomicznego podłużnego ruchu samolotu z odkształcalnym układem sterowania*, Biul. WAT, XXXI, 10, 1982.
3. Z. DŻYGADŁO, A. KRZYŻANOWSKI, *Dynamika nieautonomicznego przestrzennego ruchu samolotu z nieruchomymi układami sterowania*, Biul. WAT, XXXI, 12, 1982.
4. Z. DŻYGADŁO, A. KRZYŻANOWSKI, *Dynamika przestrzennego ruchu samolotu z odkształcalnymi układami sterowania*, Biul. WAT, XXXII, 5, 1983.
5. Z. DŻYGADŁO, A. KRZYŻANOWSKI, *Dynamika nieautonomicznego przestrzennego ruchu samolotu z odkształcalnymi układami sterowania*, *Mechanika Teoretyczna i Stosowana* 1/2, 24(1986).

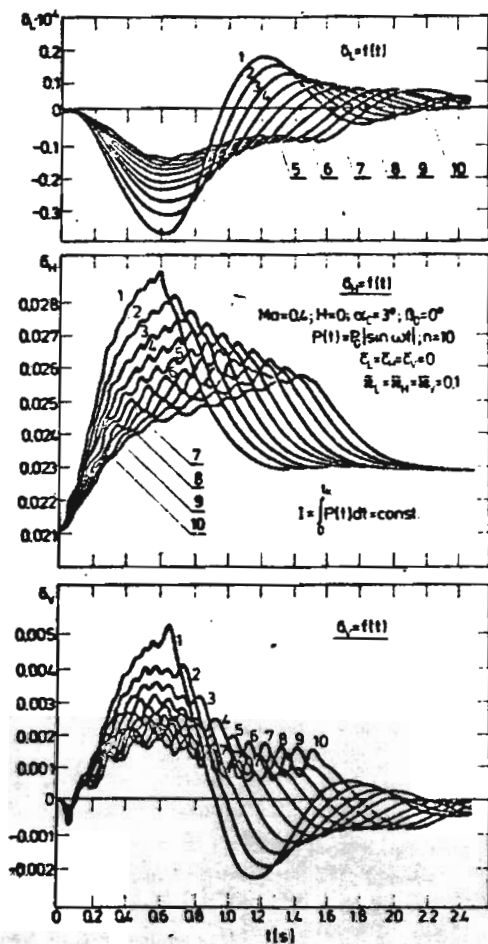
Summary

Spatial-motion dynamics was studied of aeroplane with deformable controls and ponderable control (ailerons, elevator and rudder) in the case of external force in the form of pulses acting upon the aeroplane in a finite time interval. A full nonlinear set of equations of the aeroplane spatial motion was employed along with the equations of motion of the ailerons, the elevator and the rudder on consideration of external actions explicitly time-dependent. A program was prepared for numerical integration of the equations by the Runge-Kutt-Gillmethod. Motion dynamics of an aeroplane was studied in the case of an external periodic force acting on the aeroplane. The effect of the external excitation on controls vibration and parameters of the aeroplane motion was considered as well as the effect of aerodynamic damping and controls unbalance on the motion dynamics depending on the excitation frequency.

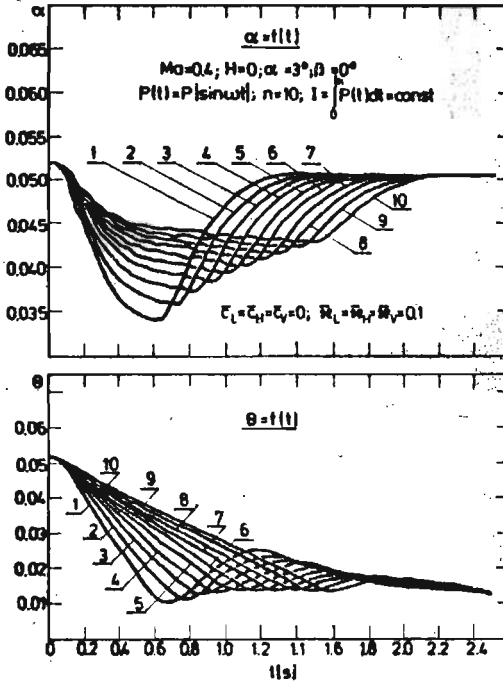
Резюме

Рассмотрена динамика пространственного движения самолёта с деформируемыми системами управления и подвижными вескими поверхностями управления (алероны, руль высоты и руль направления) в случае внешнего вынуждения в виде серии импульсов действующих на самолёт в конечном интервале времени. Применена полная нелинейная система уравнений пространственного движения самолёта совместно с уравнениями движения алеронов, руля высоты и руля направления с учётом внешних воздействий явно зависящих от времени. Разработана программа для численного интегрирования уравнений методом Рунге-Кутты-Гилла. Исследовано влияние частоты наружных вынуждений на колебания рулей и параметры движения самолёта, а также влияние аэродинамического демпфирования и неуравновешенности рулей при резонансной частоте на динамику движения самолёта.

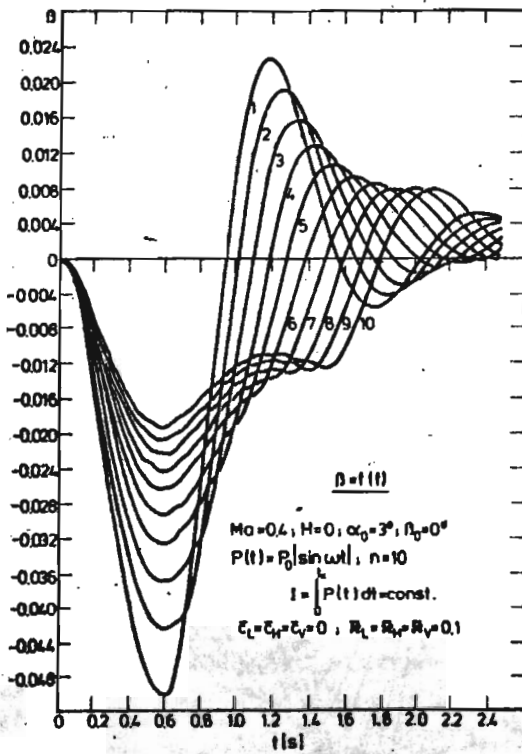
Praca wpłynęła do Redakcji dnia 12 października 1988 roku



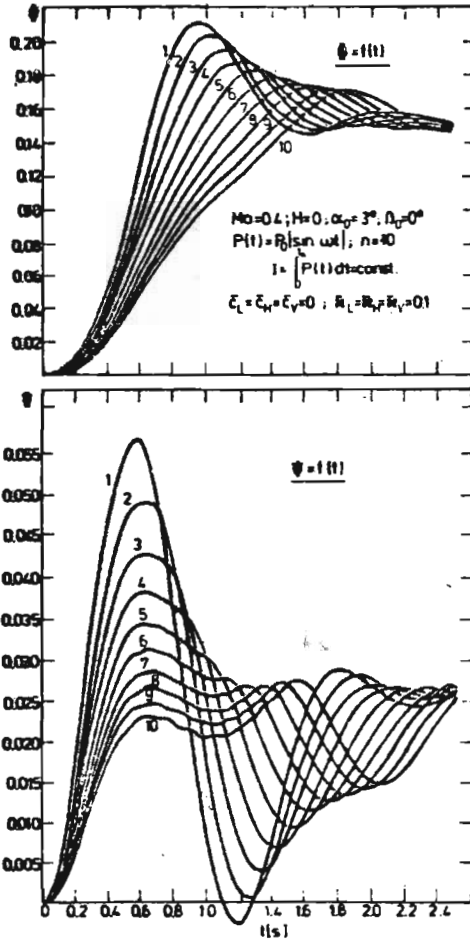
Rys. 2.



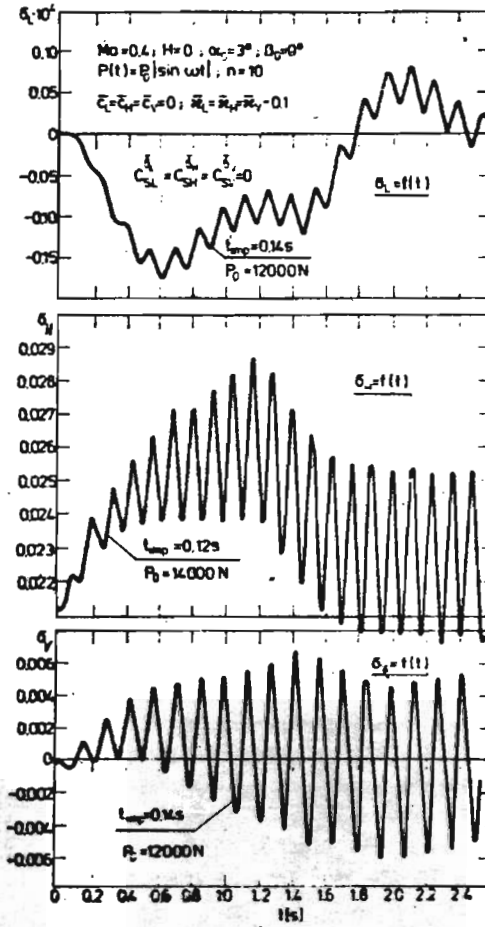
Rys. 3.



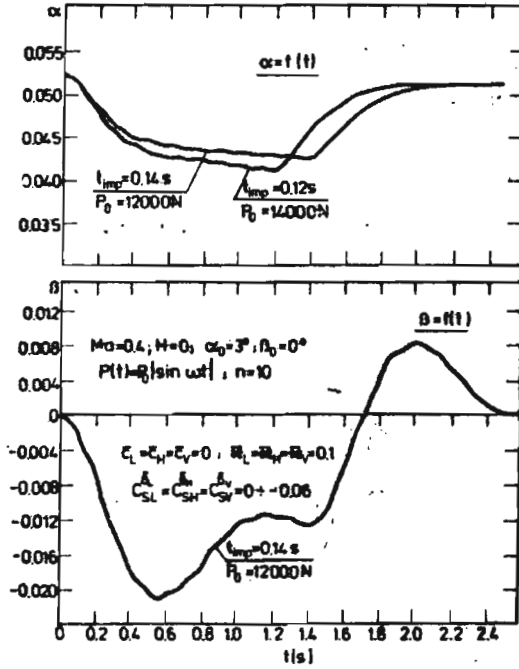
Rys. 4.



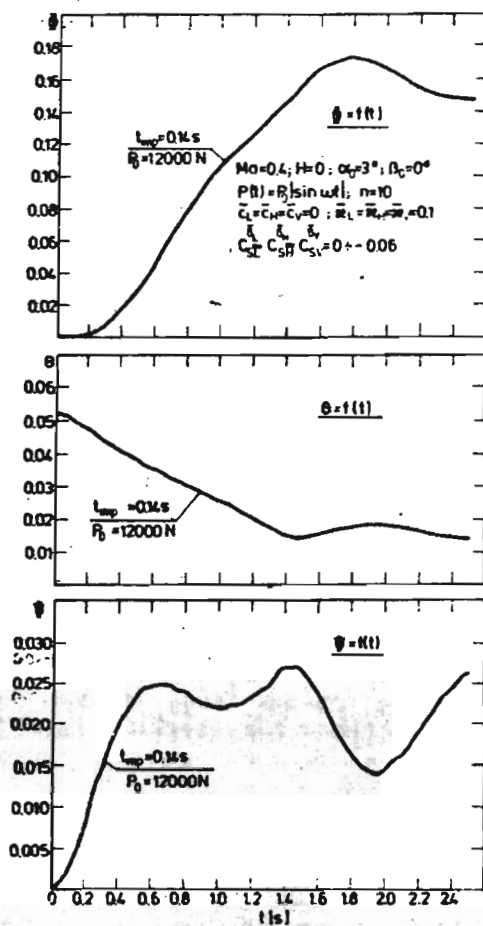
Rys. 5.



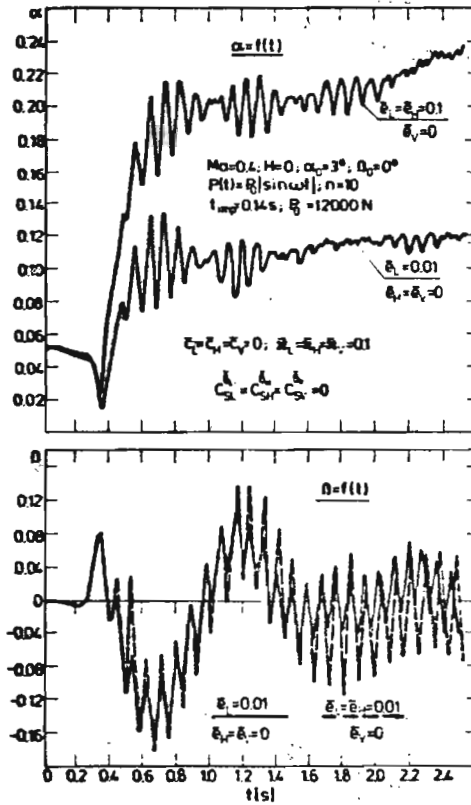
Rys. 6.



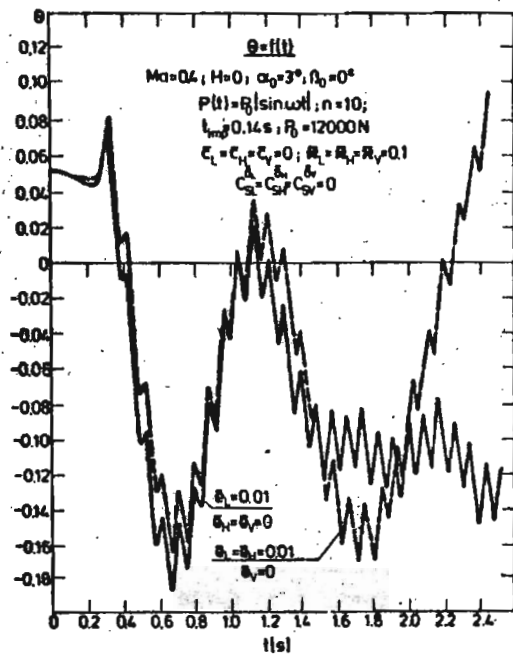
Rys. 7.



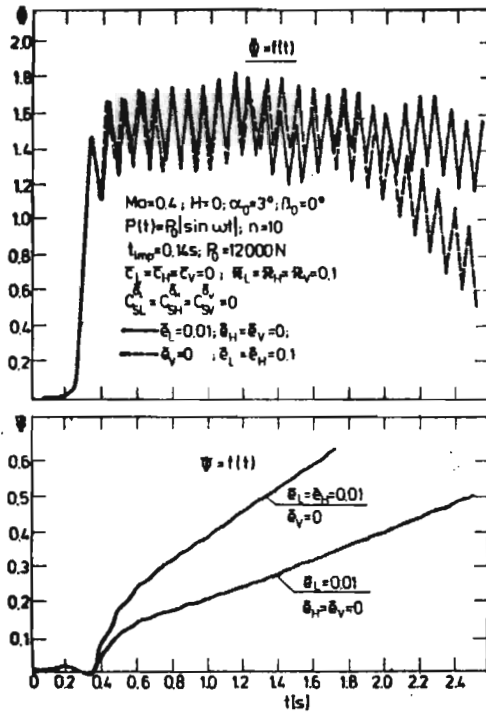
Fys. 8.



Rys. 9.



Rys. 10.



Rys. 11.