

## NUMERYCZNA SYMULACJA PROGRAMOWEJ REALIZACJI FIGUR AKROBACJI LOTNICZEJ

WOJCIECH BLAJER

*Wyższa Szkoła Inżynierska, Radom*

Przedstawiono przykłady numerycznej symulacji wybranych figur akrobacji lotniczej, które modelowano za pomocą postulowanej trajektorii lotu, więzów nakładanych na zmiany orientacji kątowej samolotu w przestrzeni, oraz ewentualnie, programu zmian prędkości lotu. Otrzymywano przebiegi czasowe zmian parametrów stanu postulowanego ruchu programowego oraz przebiegi czasowe zmian parametrów sterowania samolotem wymagane dla realizacji tego ruchu. Położono nacisk na zagadnienie efektywnego formułowania równań postulowanej trajektorii lotu.

### 1. Wstęp

Niniejsza praca jest praktycznym rozwinięciem pracy [6], gdzie zawarto model matematyczny dla numerycznej symulacji figur akrobacji lotniczej i innych manewrów przestrzennych samolotu dających się zamodelować za pomocą postulowanej trajektorii lotu, więzów nakładanych na zmiany położenia kątowego płatowca w przestrzeni, oraz ewentualnie, programu zmian prędkości lotu. Przy ograniczeniu do warunku lotu symetrycznego (więzy nakładane na położenia kątoowe samolotu równoważne były warunkowi zerowego kąta ślizgu), analogiczne modele przedstawiono również w [5,7]. W niniejszej pracy zrezygnowano całkowicie z przytaczania wykorzystywanego modelu matematycznego, skupiając się jedynie na prezentacji uzyskanych wyników analizy numerycznej. Praca skomponowana została przy tym tak, by mogła być czytana niezależnie. Dla pełniejszego zrozumienia zagadnień poruszanych w pracy, czytelnik winien jednak zapoznać się uprzednio z jedną z cytowanych powyżej prac.

Wyniki analizy numerycznej programowego lotu samolotu zawężone do symulacji kołowej pętli pionowej prezentowane już były w pracach [3,4], a z ograniczeniem do manewrów w locie płaskim (lot w płaszczyźnie pionowej względem ziemi), w pracy [2]. W pracach tych wykorzystywano tym samym odpowiednio uproszczone modele matematyczne dla analizy ruchu programowego. Niniejsza praca stanowi

uzupełnienie prac poprzednich oraz jest przykładem wykorzystania modelu najogólniejszego przedstawionego w [6].

Część pracy poświęcono zagadnieniu efektywnego formułowania równań postulowanej trajektorii lotu. Zaproponowano, by trajektoria "szkicowana" była wstępnie kolejnymi punktami w przestrzeni, a następnie interpolowana/aproksymowana funkcjami sklejanymi (splajnami) odpowiedniej gładkości. Ponieważ w dostępnej literaturze zagadnienie to jest skąpo traktowane w odniesieniu do dynamiki lotu, a wymagana forma finalnych równań projektowanej trajektorii nie jest typowa dla aplikacji funkcji sklepanych, sposób rozwiązania tego zadania został w pracy potraktowany dość szczegółowo.

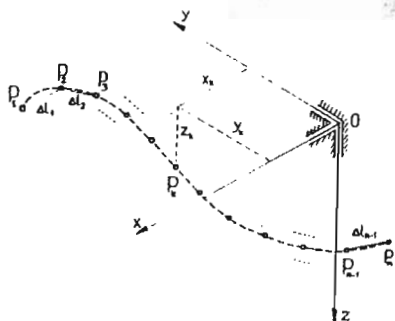
Jako przykłady numerycznej symulacji programowego ruchu samolotu po założonym torze lotu zaprezentowano manewry zwrotu bojowego, pętli ukośnej, beczki sterowanej i pętli nożowej.

## 2. Formułowanie równań postulowanej trajektorii lotu

Numeryczna symulacja programowego lotu samolotu z wykorzystaniem modeli matematycznych zawartych w [5,6,7] wymaga uprzedniego analitycznego sformułowania równań postulowanej trajektorii w następującej formie parametrycznej:

$$\mathbf{r}(s) = [x(s), y(s), z(s)]^T, \quad (2.1)$$

gdzie  $\mathbf{r}$  jest wektorem wodzącym środka masy lotu w inercyjnym układzie odniesienia  $Oxyz$  (w mechanice lotu układ ten oznaczany jest zwykle  $0_1x_1y_1z_1$ ), natomiast  $s$  jest parametrem naturalnym krzywej (długością po łuku). Jak pokazano w [6],  $\mathbf{r}(s)$  winno być co najmniej klasy  $C^2$ .



Rys. 1. Zadawana punktami i intrerpolowana trajektoria lotu

Zaproponowano następujący sposób rozwiązania postawionego zadania. W pierwszym kroku trajektoria "szkicowana" jest jako ciąg kolejnych punktów w przestrzeni,  $P_1, \dots, P_n$  (patrz rys.1). W drugim kroku przez punkty te prowadzona jest krzywa interpolująca lub aproksymująca. Dla realizacji tego ostatniego zadania zdecydowano się na użycie wielomianowych funkcji sklepanych (splajnów) trzeciego stopnia [1,9,11].

Podstawowym argumentem przemawiającym za użyciem funkcji sklepanych do konstruowania postulowanej trajektorii lotu było użycie możliwie dużej ilości punktów węzłowych do jej "szkicowania". Jak wykazano w [9], proces interpolacji innymi technikami (na przykład wielomianem  $n$ -tego rzędu), oprócz trudności natury technicznej, charakteryzować się może w takim przypadku niestabilnością, co drastycznie odbija się na gładkości wynikowej krzywej interpolującej (krzywa "faluje"). Nie bez znaczenia jest też dostępność do standardowego oprogramowania zagadnienia interpolowania/aproksymowania funkcjami sklepanymi. Algorytm zastosowany w pracy, wzięty z [10], pozwalał ponadto na elastyczne przechodzenie od zadania interpolacji do aproksymacji w odniesieniu do poszczególnych punktów węzłowych. Umożliwia to narzucany przez użytkownika wektor wartości wagowych dla poszczególnych punktów. Przyjęcie wszystkich wartości wagowych równych zero jest równoznaczne rozwiązaniu zadania interpolacji, natomiast niezerowych – aproksymacji. Wzrost wartości wagowych wpływa przy tym generalnie na podwyższenie gładkości krzywej wynikowej. Możliwe jest też rozwiązanie zadania mieszanego, to znaczy założyć można przechodzenie projektowanej krzywej dokładnie przez wybrane punkty węzłowe (odpowiadające im wartości wagowe są równe zero) przy aproksymującym charakterze krzywej względem pozostałych punktów (zachowana jest duża gładkość krzywej). Na koniec, wielomianowe funkcje sklepane trzeciego rzędu czynią zadość wymaganiom stawianym funkcji (2.1). Z założenia zapewniona jest ciągłość drugich pochodnych.

Wyjaśnienia wymaga jeszcze sposób wyrażenia funkcji sklepanych w zależności od parametru  $s$ , co nie jest zadaniem typowym w teorii splajnów. Problem ten rozwiązano niebezpośrednio, odpowiednie funkcje sklepane wyrażają w funkcji długości łamanej rozpiętej na punktach węzłowych, a następnie na podstawie zależności matematycznych jak poniżej określano wymagane modelem matematycznym  $r(s)$ ,  $r'(s) = dr/ds$  oraz  $r''(s) = d^2r/ds^2$ .

Zgodnie z teorią splajnów [1,9,11], równanie linii pomiędzy punktami  $P_k$  i  $P_{k+1}$  można zapisać w funkcji długości łamanej rozpiętej na punktach węzłowych  $P_j$ ,  $j = 1, \dots, n$ , w następującej postaci wektorowej:

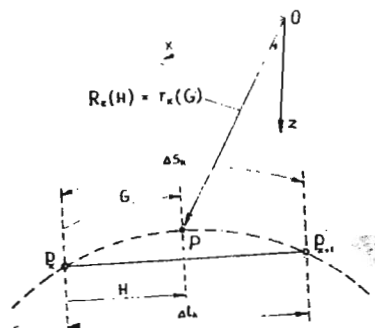
$$R_k(H) = \begin{bmatrix} X_k(H) \\ Y_k(H) \\ Z_k(H) \end{bmatrix} = A_k H^3 + B_k H^2 + C_k H + D_k, \quad (2.2)$$

gdzie:

$$k = 1, \dots, n-1, \quad H = l - l_k, \quad l_1 = 0, \quad l_{k+1} = l_k + \Delta l_k,$$

$$\Delta l_k = \sqrt{(x_{k+1} - x_k)^2 + (y_{k+1} - y_k)^2 + (z_{k+1} - z_k)^2},$$

natomiast  $A_k$ ,  $B_k$ ,  $C_k$  oraz  $D_k$  oznaczają trójelementowe kolumnowe macierze współczynników splajnu parametrycznego (2.2) odnoszące się do poszczególnych współrzędnych.



Rys. 2. Interpretacja zmiennych  $H$  i  $G$

Ponieważ z podstawowych zależności matematycznych wynika, że:

$$dG = \sqrt{(X'_k)^2 + (Y'_k)^2 + (Z'_k)^2} dH, \quad (2.3)$$

gdzie  $G$  jest lokalną współrzędną po łuku (patrz rys.2), natomiast:

$$\begin{bmatrix} X'_k \\ Y'_k \\ Z'_k \end{bmatrix} = R'(H) = 3A_k H^2 + 2B_k H + C_k, \quad (2.4)$$

węzłowe wartości parametru  $s$  liczone mogą być jako:  $s_1 = 0$ ,  $s_{k+1} = s_k + \Delta s_k$ ,  $k = 1, \dots, n-1$ , przy czym:

$$\Delta s_k = \int_0^{l_k} \sqrt{(X'_k)^2 + (Y'_k)^2 + (Z'_k)^2} dH. \quad (2.5)$$

Dla aktualnej wartości parametru naturalnego krzywej  $s$ , po ustaleniu  $k$  takiego, że  $s_k \leq s < s_{k+1}$ , odpowiadająca wartość  $H$  liczona może być jako:

$$G = s - s_k = \int_0^H \sqrt{[X'_k(\xi)]^2 + [Y'_k(\xi)]^2 + [Z'_k(\xi)]^2} d\xi. \quad (2.6)$$

W ten sposób, aktualne wartości  $r(s)$  wyznaczane mogą być jako  $R_k[H(G)]$  z równania (2.2).

Wymagane wartości  $r'$  oraz  $r''$  mogą być natomiast znajdowane jako:

$$r'(s) = \frac{dr}{ds} = \frac{dR_k}{dH} \left( \frac{dH}{dG} \right)_k = R'_k \left( \frac{dH}{dG} \right)_k, \quad (2.7)$$

$$\begin{aligned} r''(s) &= \frac{d^2 r}{ds^2} = \frac{d^2 R_k}{dH^2} \left( \frac{dH}{dG} \right)_k^2 + \frac{dR_k}{dH} \left( \frac{d^2 H}{dG^2} \right)_k = \\ &= R''_k \left( \frac{dH}{dG} \right)_k^2 + R'_k \left( \frac{d^2 H}{dG^2} \right)_k, \end{aligned} \quad (2.8)$$

gdzie  $(dH/dG)_k = (dG/dH)_k^{-1}$  wynika ze wzoru (2.3), natomiast:

$$\left( \frac{d^2 H}{dG^2} \right)_k = - \left( \frac{d^2 G}{dH^2} \right)_k \left( \frac{dG}{dH} \right)_k^{-3} = - \frac{(X'_k X''_k + Y'_k Y''_k + Z'_k Z''_k)}{[(H'_k)^2 + (Y'_k)^2 + (Z'_k)^2]^2},$$

$$\begin{bmatrix} X''_k \\ Y''_k \\ Z''_k \end{bmatrix} = R''_k = 6A_k H + 2B_k.$$

Należy zauważyć, że powyższe operacje matematyczne dają się łatwo sformalizować numerycznie.

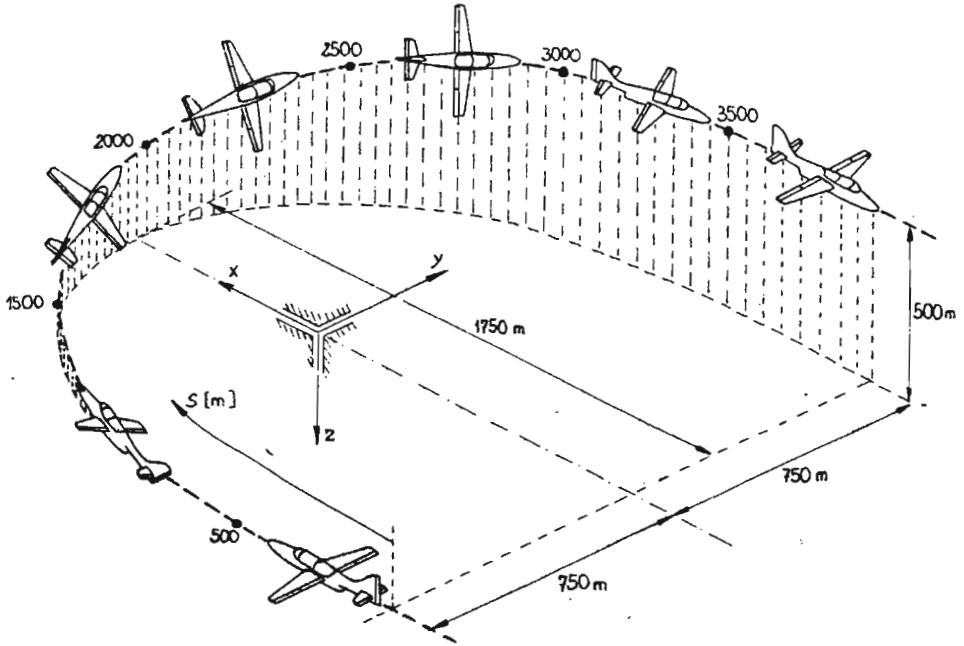
### 3. Symulacja wybranych figur akrobacji lotniczej

Poniżej przedstawiono wyniki numerycznej symulacji czterech figur akrobacji lotniczej. W pierwszych dwóch przypadkach (zakręt na wznoszeniu, pętla ukośna) zakładano lot symetryczny, czyli więzy nakładane na położenia kątowe samolotu miały postać  $\beta = 0$ . W dwu pozostałych przypadkach (beczka, pętla nożowa) więzy te zastępowano odpowiednim warunkiem na zmiany kąta  $\Phi^*$ , odzwierciedlającym obrót samolotu wokół kierunku lotu.

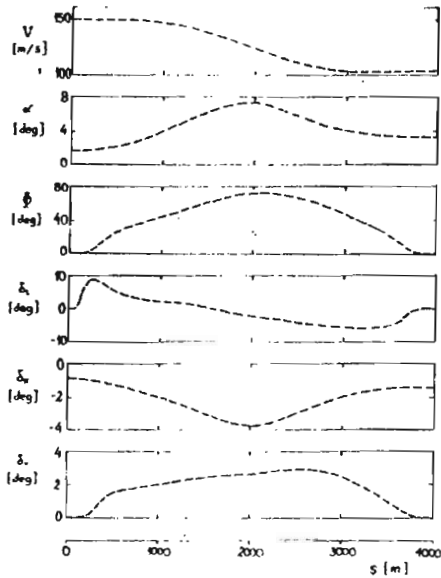
Do obliczeń przyjęto dane samolotu TS-11 "Iskra" według pracy [8]. Dane aerodynamiczne ograniczały się do zakresu kąta natarcia  $\alpha < \alpha_{kr}$  i z tego też względu modelowane figury akrobacji ograniczały się do przypadków nie zakładających przekraczania krytycznych wartości kąta natarcia. Ze względu na przybliżony model aerodynamiczny przyjęty do obliczeń, otrzymane wyniki traktować należy jako jakościowe.

#### 3.1. Zakręt na wznoszeniu (zwrot bojowy)

Idea symulowanego manewru polega na wykonaniu szybkiego zakrętu o  $180^\circ$  połączonego z nabieraniem wysokości kosztem zmniejszania prędkości lotu.



Rys. 3. Model zwrotu bojowego



Rys. 4. Symulacja numeryczna zwrotu bojowego

Zakładano lot symetryczny,  $\beta = 0$ , a trajektorię ruchu zamodelowano jak na rys.3. Manewr rozpoczynał się z poziomego prostoliniowego lotu ustalonego z prędkością  $V_0 = 150$  m/s na wysokości  $h_0 = 1000$  m. Siła ciągu silnika podczas całego manewru zadawana była jako stała, równa wartości niezbędnej w warunkach lotu początkowego,  $T \cong 3100$  N.

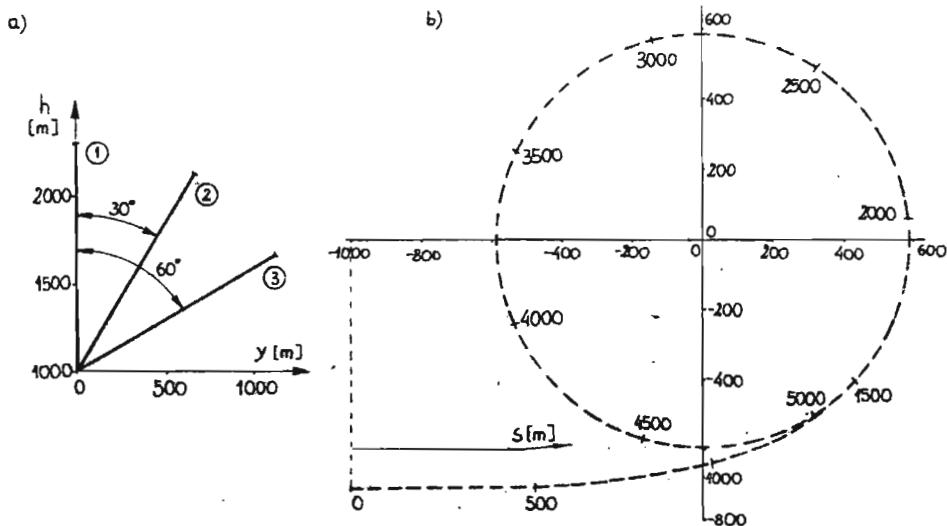
Wyniki symulacji cyfrowej modelowanego manewru przedstawione są na rys.4. Prędkość lotu maleje z oczywistego powodu wytracania energii w wyniku zawracania i nabierania wysokości. Notowany wzrost wartości kąta natarcia  $\alpha$  (sily nośnej) wywołany jest spadkiem wartości  $V$  oraz wymaganym przechyleniem samolotu  $\Phi$  takim, by odpowiednie składowe sily nośnej równoważyły sily bezwładności samolotu w locie krzywoliniowym i sily ciężkości. Sterowanie samolotem wymaga odpowiednich wychyleń wszystkich powierzchni sterowych. Silne wychylenie lotek w początkowej fazie manewru niezbędne jest dla uzyskania przechylenia samolotu wymaganego w zakręcie, natomiast odwrotne wychylenie lotek w fazie końcowej, dla wyrównania do lotu płaskiego. Wychylenia sterów wysokości  $\delta_H$  i kierunku  $\delta_V$  są wzajemnie skorelowane, a ich charakter zmian jest typowy dla manewru zakrętu. Pamiętać należy przy tym o częściowej zamianie roli tych sterów przy dużych kątach przechylenia samolotu. W rozważanym przypadku kąt  $\Phi$  osiąga wartość do  $75^\circ$ .

### 3.2. Pętla ukośna

Rozważono trzy warianty symulowanej pętli, dla trzech różnych wartości przechylenia płaszczyzny ruchu względem pionu,  $\lambda = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$  (patrz rys.5a). Tor lotu w płaszczyźnie ruchu zadawany był przy tym tak jak na rys.5b. W każdym przypadku zakładano lot prawidłowy,  $\beta = 0$ , a manewr rozpoczynał się od poziomego prostoliniowego lotu ustalonego na wysokości  $h_0 = 1000$  m oraz z prędkością  $V_0 = 180$  m/s. Ciąg silnika przyjmowano jako stały i równy wartości niezbędnej w warunkach lotu początkowego,  $T \cong 4500$  N.

Jak pokazano na rys.6, charakter zmian parametrów stanu lotu i parametrów sterowania dla wariantu 1 (pętla pionowa) jest typowy dla tego manewru. W okolicy wierzchołka pętli notowane jest charakterystyczne zmniejszenie prędkości lotu i kąta natarcia, a nawet chwilowe przejście do lotu plecowego ( $\alpha$  ujemne). Sterowanie realizowane jest tylko poprzez wychylenia steru wysokości. Otrzymany przebieg zmian tego sterowania jest typowy dla manewru pętli pionowej, z charakterystycznym "oddaniem drążka" w drugiej i trzeciej ćwiartce pętli.

Realizacja pętli ukośnej dla  $\lambda = 30^\circ$  i  $\lambda = 60^\circ$  (warianty 2 i 3, odpowiednio) wymaga odpowiednich wychyleń wszystkich powierzchni sterowych. W odróżnieniu od pętli pionowej, lot w pętli ukośnej ma bowiem charakter lotu przestrzennego i niezbędne jest odpowiednie dopasowywanie konfiguracji katowej sa-



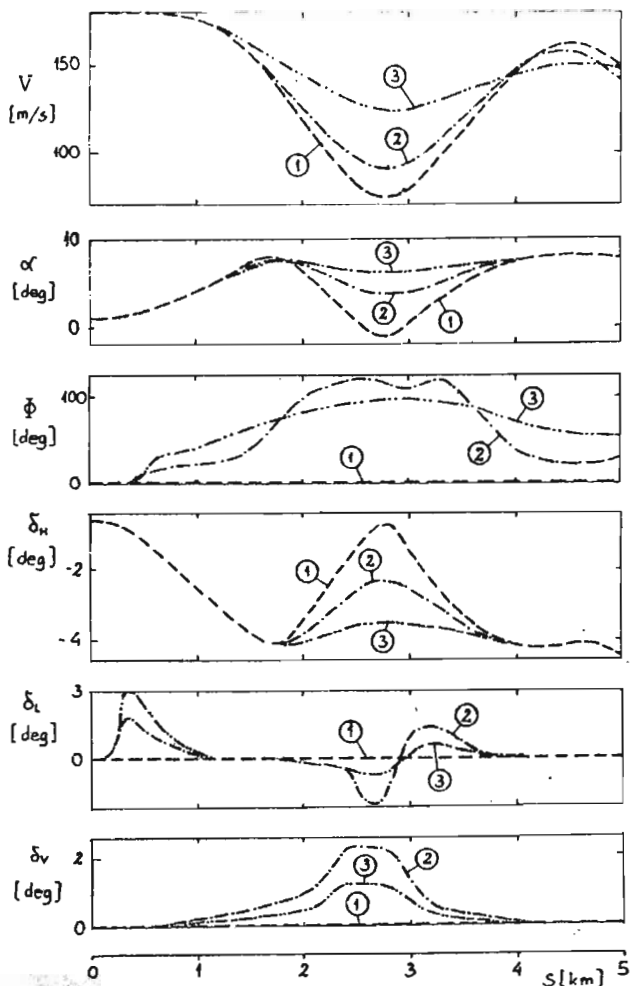
Rys. 5. Pętla ukośna: a) pochylenie płaszczyzny ruchu względem pionu, b) zadany tor lotu w płaszczyźnie ruchu

molotu tak, by realizowany był warunek równoważenia się sił czynnych i masowych na kierunkach prostopadłych do postulowanego toru, patrz przebiegi zmian kąta  $\Phi$ . Z oczywistych względów, spadki wartości  $V$  i  $\alpha$  są złagodzone w porównaniu z wariantem 1.

### 3.3. Beczka sterowana

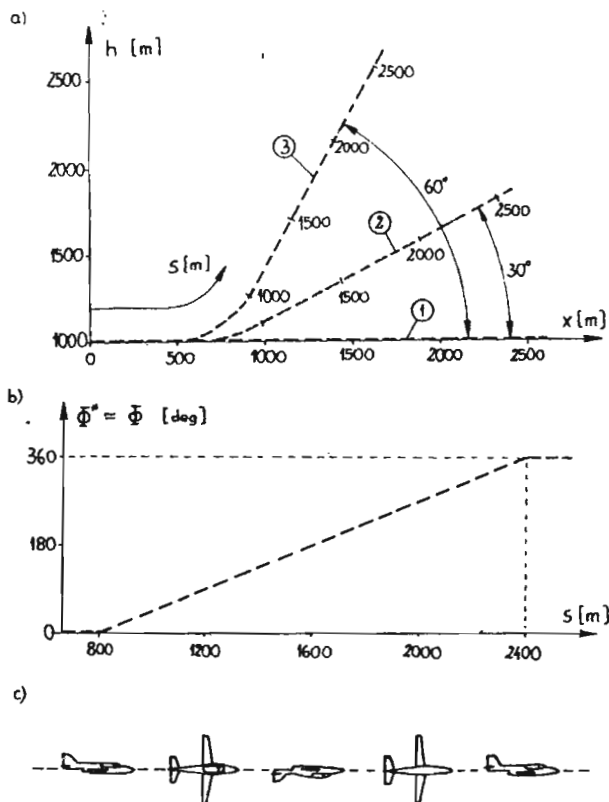
Podobnie jak poprzednio, rozważono trzy warianty modelowanej beczki sterowanej. Wariant 1 odpowiada beczce poziomej, natomiast warianty 2 i 3 odpowiadają manewrom, w których obrót wykonywany jest na wznoszeniu przy pochyleniu toru lotu odpowiednio  $\lambda = 30^\circ$  lub  $60^\circ$  (rys.7a). Z racji charakteru modelowanej figury akrobacji, warunek lotu prawidłowego postulowany w poprzednich przykładach zastąpiony został warunkiem nakładanym na zmiany kąta  $\Phi^*$ , odpowiadającym w danym przypadku w przybliżeniu kątowi  $\Phi$  (nie musi tak być w ogólnym przypadku). Założony przebieg zmian kąta  $\Phi^*$  pokazany jest na rys.7b. W każdym z przypadków manewr rozpoczyna się z prostoliniowego poziomego lotu ustalonego na wysokości  $h_0 = 1000$  m oraz z prędkością  $V_0 = 120, 150$  i  $180$  m/s, odpowiednio. Ciąg silnika przyjmowano jako stały, niezbędny do lotu w warunkach początkowych. Odpowiednio dla wariantów 1, 2 i 3 wynosił on  $T \cong 2300, 3100$  i  $4500$  N.





Rys. 6. Wyniki numerycznej symulacji pętli ukośnej

Przebiegi zmian parametrów stanu lotu oraz parametrów sterowania pokazane są na rys.8. Charakterystycznym jest wymuszenie lotu niesymetrycznego, patrz zmiany wartości kąta  $\beta$ . W położeniu nożowym płatowca, dla  $\Phi^*$  około  $90^\circ$  lub  $270^\circ$ , siłą równoważącą ciężar samolotu jest bowiem aerodynamiczna siła boczna, zależna głównie od kąta ślizgu  $\beta$ . Sterowanie samolotem wymaga odpowiednich wychyleń wszystkich powierzchni sterowych, tzn.  $\delta_L$ ,  $\delta_H$  i  $\delta_V$ . Wychylenia  $\delta_L$  odpowiedzialne są przy tym za realizację postulowanych zmian kąta  $\Phi^*$ , natomiast skorelowane ze sobą wychylenia  $\delta_H$  i  $\delta_V$  dopasowują wymaganą konfigurację



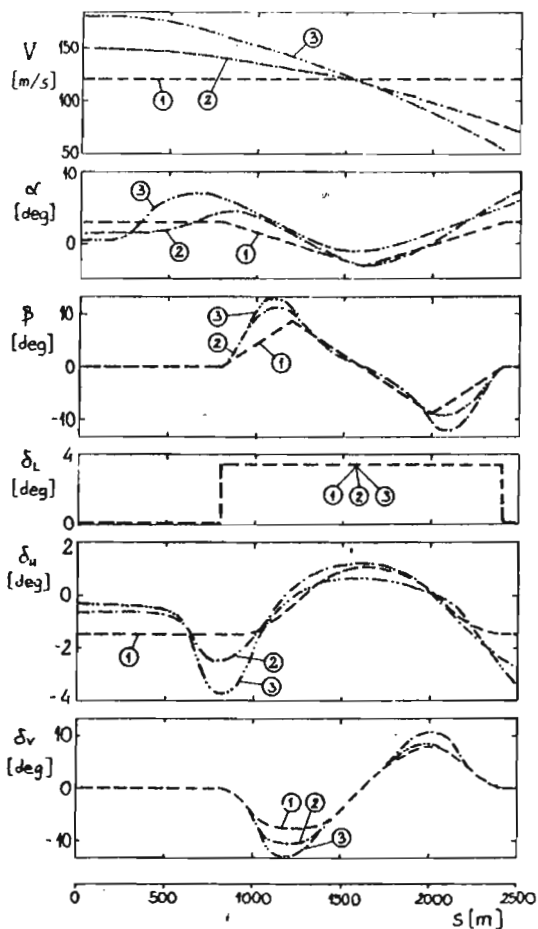
Rys. 7. Beczka sterowana: a) warianty torów lotu, b) postulowany więz nakładany na  $\Phi^*$ , c) ideowy model fizyczny manewru

kątową płatowca.

Otrzymane nieciągłości pochodnych praktycznie liniowych przebiegów  $\alpha$  oraz  $\beta$  dla wariantu 1 oraz  $\delta_L$  dla wszystkich wariantów spowodowane są założonym liniowym przebiegiem zmian  $\Phi^*$ . Założenie ciągłości pochodnych tego przebiegu wygładziłoby otrzymywane przebiegi powyższych parametrów.

### 3.4. Pętla nożowa

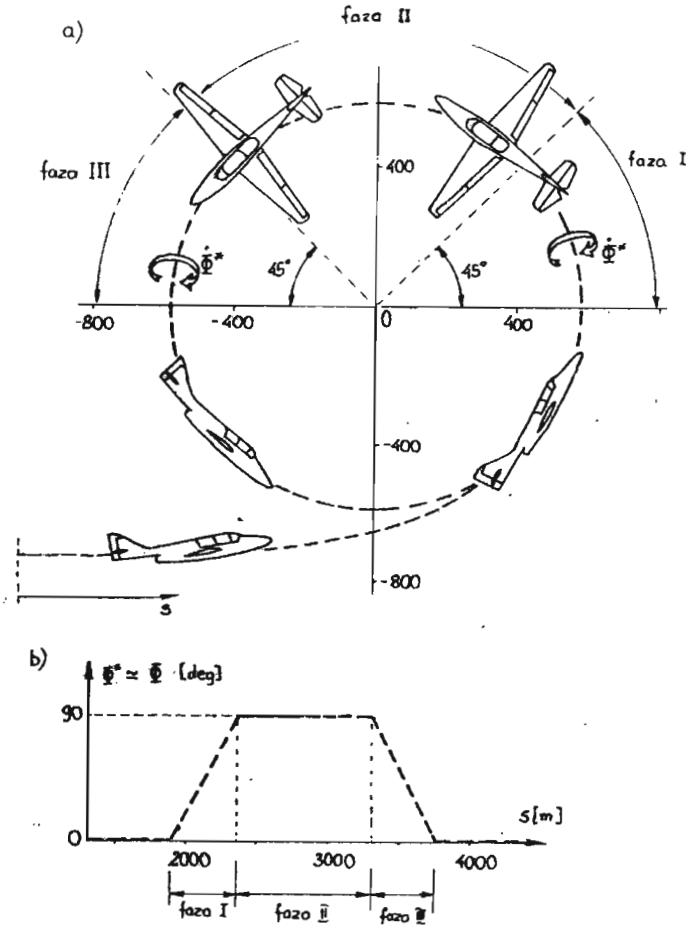
Pętla nożowa jest przykładem łączenia elementów figur akrobacji. Wprowadzenie do manewru (patrz rys.9a) następuje jak do pionowej pętli normalnej, potem następuje ćwierć beczki (faza I) i lot nożowy w okolicy wierzchołka pętli (faza



Rys. 8. Wyniki numerycznej symulacji wariantów beczki sterowanej

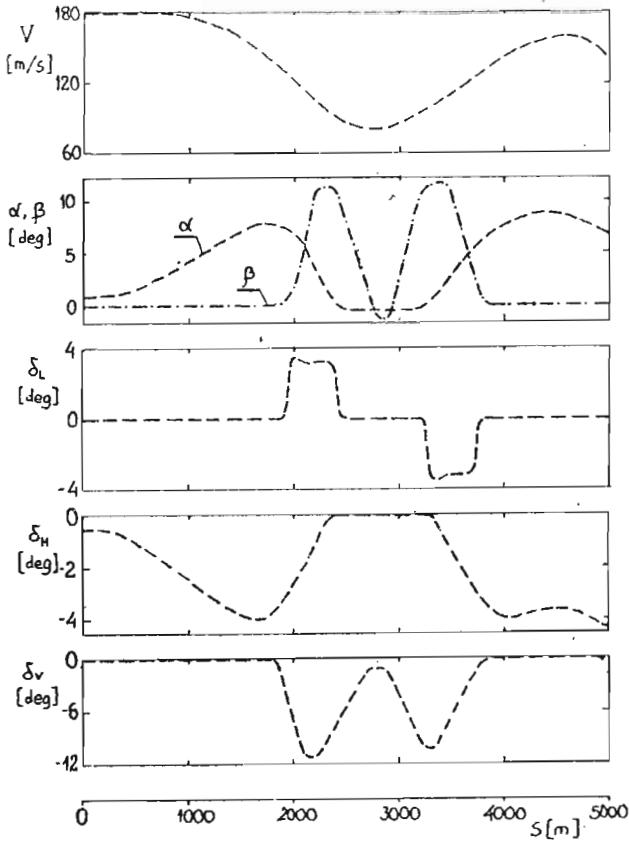
II). Po wykonaniu odwrotnej ćwierć beczki (faza III) manewr kończy się czwartą ćwiartką pionowej pętli normalnej. Tor zamodelowanego manewru w płaszczyźnie pionowej względem ziemi przyjęto identycznie jak na rys.5b, natomiast postulowane zmiany  $\Phi^*$  przyjęto jak na rys.9b. Podobnie jak w przypadku pętli ukośnej w rozdziale 3.2, manewr rozpoczyna się z prostoliniowego poziomego lotu ustalonego na wysokości  $h_0 = 1000$  m oraz z prędkością  $V_0 = 180$  m/s, a ciąg silnika jest stały,  $T \cong 4500$  N.

Przebiegi zmian parametrów stanu lotu i parametrów sterowania w zamodelowanym manewrze pokazano na rys.10. Początek i koniec manewru jest typowy jak dla pętli pionowej (porównaj z przebiegami na rys.6 dla wariantu 1). W fazie lotu



Rys. 9. Model pętli nożowej: a) kolejne fazy manewru, b) postulowany więz nakładany na  $\Phi^*$

nożowego, rolę siły dopełniającej bilansu sił na kierunku promieniowym okręgu pętli przejmuje aerodynamiczna siła boczna (patrz przebieg zmian kąta  $\beta$ ), natomiast siła nośna jest redukowana do zera ( $\alpha \cong 0$ ). Pokazane przebiegi parametrów sterowania zapewniają dopasowywanie wymaganej konfiguracji kątowej płotowca w zamodelowanym manewrze.



Rys. 10. Wyniki symulacji numerycznej pętli nożowej

#### 4. Uwagi końcowe

Zaprezentowane przykłady numerycznej symulacji wybranych figur akrobacji lotniczej prezentują możliwości modelu matematycznego programowego ruchu samolotu wzdłuż postulowanej trajektorii lotu [5,6,7]. Analiza ruchu programowego w prezentowanym ujęciu ma przede wszystkim walory poznawcze. Pozwala na śledzenie zarówno przebiegów zmian parametrów stanu symulowanego ruchu programowego jak i wymaganego dla jego realizacji sterowania. Może mieć to istotne znaczenie przy poznawaniu charakteru ruchu i wymaganego sterowania podczas wykonywania złożonych manewrów przestrzennych samolotu, figur akrobacji lotniczej lub stanów lotu wykraczających poza zakres normalnej eksploatacji samolotu.

Do pomyslenia jest zastosowanie zmodyfikowanej wersji modelu również do sterowania bezpośredniego samolotem mającym zrealizować założony manewr. Wy-

magaloby to oczywiście sprzęgnięcia sterowania, realizowanego zgodnie z wyliczonym modelem sterowania programowego, z odpowiednim układem stabilizującym, korygującym odchylenie samolotu od więzów programowych. W locie rzeczywistym odchylenie od więzów pojawiać się będzie chociażby na skutek przybliżeń obliczeń modelowych, ograniczeń nakładanych przez ścisłość realizacji wyliczanego sterowania lub zaburzeń zewnętrznych. Zagadnienie to wykracza poza zakres niniejszej pracy.

### Literatura

1. AHLBERG J.H, NILSON E.N., WALSH J.L., *The Theory of Splines and their Applications*, Academic Press, New York - London, 1967 (przekład rosyjski, Mir, Moskwa, 1972)
2. BLAJER W., *Aircraft Program Motion Along a Predetermined Trajectory. Part II: Numerical Simulation with Application of Spline Functions to Trajectory Definitions*, The Aeronautical Journal, Vol. 94, str. 53-58, 1990
3. BLAJER W., *Modelling of Aircraft Program Motion with Application to Circular Loop Simulation*, The Aeronautical Journal, Vol. 92, str. 289-296, 1988
4. BLAJER W., *Numeryczna symulacja programowego ruchu samolotu w pętli pionowej*, Mechanika Teoretyczna i Stosowana, T.25, Z.4, str. 621-633, 1987
5. BLAJER W., PARCZEWSKI J., *Aircraft Program Motion Along a Predetermined Trajectory. Part. I: Mathematical Modelling*, The Aeronautical Journal, Vol.94, str. 17-23, 1990
6. BLAJER W., PARCZEWSKI J., *Modelowanie matematyczne figur akrobacji lotniczej jako programowego lotu samolotu*, Mechanika Teoretyczna i Stosowana, w druku
7. BLAJER W., PARCZEWSKI J., *Równania programowego lotu samolotu po zadanej trajektorii przestrzennej*, Zb.ref. XXVI Symp. Modelowanie w Mechanice, Gliwice-Kudowa, str. 55-62, 1987
8. GORAJ Z., *Obliczanie sterowności, równowagi i stateczności samolotu w zakresie poddźwiękowym*, Wyd. Politechniki Warszawskiej, Warszawa, 1984
9. KOSMA Z., *Wstęp do metod funkcji sklepanych*, Wyd. WSI w Radomiu, Radom, 1986
10. REINSCH C.H., *Smoothing by Spline Functions*, Numerische Mathematic, Vol.10, str.177-183, 1967
11. SPATH H., *Spline-Algorithmen zur Konstruktion glatter Kurven und Flächen*, Oldenbourg, Munchen-Wien, 1983

### Summary

Examples of numerical simulation of some aerobatic manoeuvres are presented. The program flights are modelled using some constraints imposed on an aircraft trajectory, a aircraft angular orientation in the space and a speed history. Histories of the state parameter variations and the demanded control are obtained. An emphasis is laid on the trajectory path description by means of a succession-of-points. A spline function smoothing is applied for interpolation and approximation formulas.

*Praca wpłynęła do Redakcji dnia 29 sierpnia 1988 roku*