

WYTRZYMAŁOŚĆ ZMĘCZENIOWA W WARUNKACH ZŁOŻONEGO STANU NAPRĘŻENIA – METODA PŁASZCZYZNY KRYTYCZNEJ

JANUSZ SEMPRUCH

Akademia Techniczna Rolnicza, Bydgoszcz

W pracy przedstawiono propozycję kryterium uszkodzenia zmęczeniowego w warunkach złożonego stanu naprężenia. Kryterium bazuje na koncepcji płaszczyzny krytycznej. Zakłada się, że o powstaniu pęknięcia zmęczeniowego decydują głównie składowe stanu naprężenia działające w płaszczyźnie pęknięcia. Jako krytyczna definiowana jest płaszczyzna, dla której różnica pomiędzy wartością graniczną amplitudy cyklu zmęczeniowego (wynikającą z wykresu Haigh'a) i rzeczywiście w tej płaszczyźnie występującą amplitudą naprężenia, jest równa zero. Kryterium zweryfikowano w oparciu o dane eksperymentalne dotyczące próbek wykonanych ze stali 25CrMo4 i 34Cr4 uzyskując zadawalające wyniki.

1. Wprowadzenie

Zadaniem konstruktora wymiarującego element konstrukcyjny poddany działaniu złożonego stanu naprężeń statycznych jest dokonanie doboru odpowiedniej hipotezy wyteżeniowej, z pomocą której złożony stan naprężenia zostanie zastąpiony równoważnym (pod względem wyteżenia materiału) jednoosiowym stanem naprężenia. Dla poprawnej realizacji tego zadania dane są w literaturze liczne, zadawalająco dokładne zalecenia. Cechą wspólną wszystkich znanych hipotez tej grupy jest, że definiowana w nich wielkość zastępcza jest wielkością skalarną.

Z praktyki konstruktora znanych jest szereg sytuacji, kiedy wybrane lub wszystkie składowe tensora opisującego stan naprężenia w słabym ogniwie elementu konstrukcyjnego są zależne od czasu. Jak pokazano w [1,2] na przykładzie naprężeń głównych niezmienniki tensora naprężenia stają się wówczas funkcjami czasu, a określone w oparciu o nie wielkości zastępcze są wektorami. Fakt ten stanowi pierwszą z istotnych przeszkód uniemożliwiających praktycznie przenoszenie metod opracowanych dla naprężeń statycznych i wynikających z ich stosowania doświadczeń, na przypadek naprężeń zmiennych [3]. Drugą z istotnych przeszkód tu

występujących jest odmienność budowy przelomu statycznego i zmęczeniowego [4]. W przypadku naprężeń statycznych cechy złomu wykorzystywane są do formułowania zaleceń o stosowności poszczególnych hipotez wyężeniowych.

Z literatury znane są próby modyfikacji hipotez "statycznych" celem ich wykorzystania dla określenia trwałości zmęczeniowej – prace [5÷7] stanowią przykłady prac przeglądowych tego zagadnienia. Próba ich klasyfikacji [8] wskazuje jednak na bardzo wąskie zakresy zastosowań poszczególnych metod. Brak jest także jak dotąd zadawalającej weryfikacji eksperymentalnej, która pozwoliłaby na sformułowanie zaleceń dotyczących poszczególnych metod nawet w określonych, wąskich zakresach zastosowań [9,10]. Metody będące wynikiem modyfikacji hipotez "statycznych" mają ponadto ograniczenia formalne dotyczące głównie braku możliwości uwzględnienia średnich wartości cykli zmęczeniowych (dotyczy to pewnej liczby propozycji) i braku możliwości uwzględnienia przesunięć fazowych występujących pomiędzy poszczególnymi składowymi stanu naprężenia (dotyczy to wszystkich propozycji tej grupy).

W ostatnich latach przedstawione zostały propozycje kryterium uszkodzenia zmęczeniowego nie mające wyżej wymienionych ograniczeń [11÷13]. Metody te nie nawiązują do koncepcji "naprężenia zastępczego", a stanowią zapis pewnego algorytmu postępowania opartego na znajomości przebiegu procesu zmęczenia w stanie jednoosiowym i analiz formalnych dotyczących złożonego stanu naprężenia. Uzyskane i w zadawalający sposób udokumentowane wyniki weryfikacji eksperymentalnej [14÷16] potwierdzają słuszność tej drogi poszukiwań.

Celem niniejszej pracy jest przedstawienie własnej propozycji kryterium uszkodzenia zmęczeniowego w warunkach złożonego stanu naprężenia, opartego na doświadczeniach zebranych w trakcie realizacji obserwacji mikro- i makrofraktograficznych pęknięć zmęczeniowych jak i analizie danych literaturowych, szczególnie prac [14,16].

2. Formalne podstawy metody

Złożony stan naprężenia może być wywołany i określony poprzez:

- cechy geometryczne elementu: nieciągłość przekroju powoduje w obrębie karbu zaburzenie pola odkształceń – działanie jednoosiowego obciążenia zmiennego powoduje powstanie przestrzennego (wewnątrz elementu) lub płaskiego (na jego powierzchni) stanu naprężenia,
- cechy dynamiczne obciążenia: element obciążony zostaje poprzez wzajemnie niezależne siły zewnętrzne, z których przynajmniej jedna jest zmienna w czasie,

- cechy dynamiczne układu maszynowego: siła lub układ sił zewnętrznych powodują daleko zróżnicowane stany obciążenia (i w konsekwencji naprężenia) w różnych punktach układu [17].

Biorąc pod uwagę powyższe wskazania praktyczne oraz zakładając że:

- o przebiegu procesu zmęczenia decyduje płaski stan naprężenia na powierzchni swobodnej elementu konstrukcyjnego,
- składowe o charakterze zmęczeniowym zmieniają się w sposób sinusoidalny,
- poszczególne składowe stanu naprężenia zmieniają się ze stałą częstotliwością,

można zapisać:

$$\sigma_i(t) = \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & \sigma_y \end{vmatrix}_{(t)} = \sigma_{im} + \sigma_{ia} \sin(\omega t + \alpha_i). \quad (2.1)$$

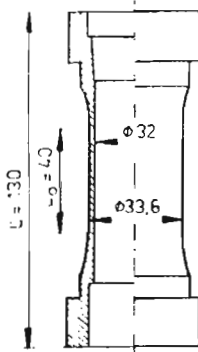
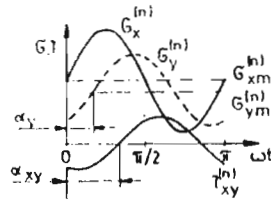
3. Eksperymentalne podstawy metody

Badania prowadzono stosując próbki pokazane na Rys.1a.

W pracy [1,2,18] przedstawiono wyniki fraktograficznej analizy złomów zmęczeniowych powstałych w warunkach złożonego stanu naprężenia wywołanego działaniem trzech niezależnych składowych stanu obciążenia: rozciąganie – ściskanie (składowa $\sigma_x(t)$ – zgodnie z równaniem (2.1)), ciśnienie wewnętrzne (odpowiednio składowa $\sigma_y(t)$) i skręcanie (składowa $\tau_{xy}(t)$). Na Rys.1b zestawiono kierunki rozwoju pęknięć (w obszarze związanym z inicjacją pęknięcia) w zależności od występujących przesunięć fazowych pomiędzy składowymi $\sigma_i(t)$. Przedstawione wyniki wskazują na silną zależność położenia makropęknięcia od występujących przesunięć fazowych. Uzyskane pęknięcia poddano obserwacjom na mikroskopie skaningowym oraz zestawiono kierunki pęknięć z wynikami analizy kierunków głównych tensora naprężenia. Stwierdzono, że w zależności od warunków badań (występujących przesunięć fazowych) rozwój pęknięć stymulowany był w dominujący sposób przez składową normalną (np. dla $\alpha_y = \alpha_{xy} = 0.0^\circ$) bądź przez składową styczną (np. $\alpha_y = \alpha_{xy} = 180.0^\circ$).

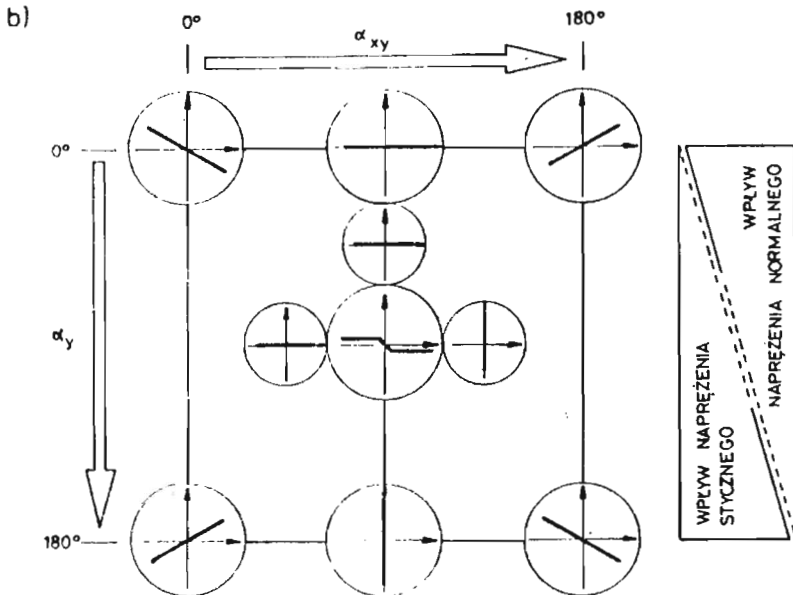
4. Kryterium uszkodzenia

Przedstawiony poniżej tok rozumowania oparty został na przyjętej koncepcji realizacji opisu kryterium uszkodzenia zmęczeniowego, znajomości zależności

a) PróbkaStosowane obciążenia

$$\begin{aligned} G_{xa}^{(n)} &= 10 & \frac{G_{xm}^{(n)}}{Z_{rc}^{(n)}} &= 0,75 \\ \frac{G_{ya}^{(n)}}{G_{xa}^{(n)}} &= 0,75 & \frac{G_{ym}^{(n)}}{Z_{rc}^{(n)}} &= 0,62 \\ \frac{\tau_{xya}^{(n)}}{G_{xa}^{(n)}} &= 0,5 & \frac{\tau_{xym}^{(n)}}{Z_{rc}^{(n)}} &= 0 \end{aligned}$$

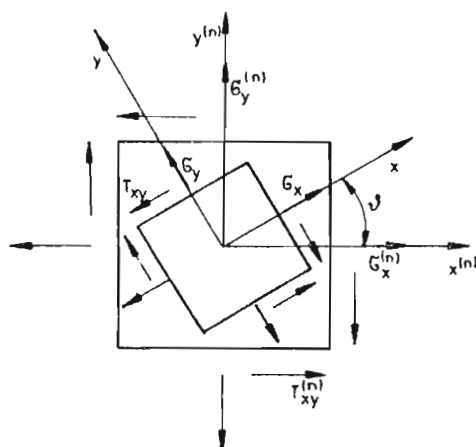
Materiał: 25 Cr Mo 4
Walcowane pręty, ulepszone cieplnie.



Rys. 1. Położenie makropęknięcia zmęczeniowego przy zmiennym przesunięciu fazowym pomiędzy składowymi stanu naprężenia [1,2]

dotyczących stanu jednoosiowego oraz wnioskach wynikających z obserwacji fraktograficznych złomów zmęczeniowych. Wyróżnione punkty A – D powinny uczynić prezentowany opis bardziej przejrzystym.

A. Wspólnym dla znanych naprężeniowych kryteriów uszkodzenia w warunkach złożonego stanu naprężenia jest założenie, że o złomie zmęczeniowym decydują jedynie te składowe stanu naprężenia, które działają w płaszczyźnie zaistniałego złomu zmęczeniowego [19]. Wiedząc, że położenie płaszczyzny złomu zmęczeniowego jest zmienne i zależy od parametrów opisujących stan naprężenia przyjęto, że konieczna jest identyfikacja stanu naprężenia dla każdego potencjalnie możliwego położenia płaszczyzny złomu.



Rys. 2. Schemat wyjściowy do analizy stanu naprężenia wszystkich potencjalnych płaszczyzn pęknięcia zmęczeniowego

Na Rys.2 oznaczono $x^{(n)}, y^{(n)}$ układ współrzędnych związany z działającym obciążeniem i $\sigma_i^{(n)}(t)$ oznacza naprężenia nominalne wynikające z działania obciążeń. Zgodnie z równaniem (2.1) naprężenia nominalne będą dane równaniem:

$$\begin{aligned}\sigma_x^{(n)}(t) &= \sigma_{xm}^{(n)} + \sigma_{xa}^{(n)} \sin \omega t, \\ \sigma_y^{(n)}(t) &= \sigma_{ym}^{(n)} + \sigma_{ya}^{(n)} \sin(\omega t + \alpha_y), \\ \tau_{xy}^{(n)}(t) &= \tau_{xym}^{(n)} + \tau_{xya}^{(n)} \sin(\omega t + \alpha_{xy}).\end{aligned}\quad (4.1)$$

Układ współrzędnych x, y i związane z nim naprężenia σ_x, σ_y i τ_{xy} odnoszą się do sytuacji po transformacji przez obrót o kąt ϑ . W nowym układzie x, y średnie naprężenia cykli dane są zależnością:

$$\sigma_{xm}(\vartheta) = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\vartheta)\sigma_{xm}^{(n)} + \frac{1}{2}(1 - \cos 2\vartheta)\sigma_{ym}^{(n)} + \tau_{xym}^{(n)} \sin 2\vartheta,$$

$$\begin{aligned}\sigma_{ym}(\vartheta) &= \frac{1}{2}(1 - \cos 2\vartheta)\sigma_{xm}^{(n)} + \frac{1}{2}(1 + \cos 2\vartheta)\sigma_{ym}^{(n)} - \tau_{xym}^{(n)} \sin 2\vartheta, \\ \tau_{xym}(\vartheta) &= \frac{1}{2} \sin 2\vartheta(\sigma_{ym}^{(n)} - \sigma_{xm}^{(n)}) + \tau_{xym}^{(n)} \cos 2\vartheta,\end{aligned}\quad (4.2)$$

natomiast składowe amplitudowe określone być mogą przy pomocy następujących wielkości:

$$\begin{aligned}a_x &= \frac{1}{2} \sin \alpha_y (1 - \cos 2\vartheta)\sigma_{ya}^{(n)} + \tau_{xya}^{(n)} \sin \alpha_{xy} \sin 2\vartheta, \\ b_x &= \frac{1}{2}(1 + \cos 2\vartheta)\sigma_{xa}^{(n)} + \frac{1}{2} \cos \alpha_y (1 - \cos 2\vartheta)\sigma_{ya}^{(n)} + \tau_{xya}^{(n)} \cos \alpha_{xy} \sin 2\vartheta, \\ a_y &= \frac{1}{2} \sin \alpha_y (1 + \cos 2\vartheta)\sigma_{ya}^{(n)} - \tau_{xya}^{(n)} \sin \alpha_{xy} \sin 2\vartheta, \\ b_y &= \frac{1}{2}(1 - \cos 2\vartheta)\sigma_{xa}^{(n)} + \frac{1}{2} \cos \alpha_y (1 + \cos 2\vartheta)\sigma_{ya}^{(n)} - \tau_{xya}^{(n)} \cos \alpha_{xy} \sin 2\vartheta, \\ a_{xy} &= \frac{1}{2}\sigma_{ya}^{(n)} \sin \alpha_y \sin 2\vartheta + \tau_{xya}^{(n)} \sin \alpha_{xy} \cos 2\vartheta, \\ b_{xy} &= \frac{1}{2}\sigma_{xa}^{(n)} \sin 2\vartheta + \frac{1}{2}\sigma_{ya}^{(n)} \cos \alpha_y \sin 2\vartheta + \tau_{xya}^{(n)} \cos \alpha_{xy} \cos 2\vartheta,\end{aligned}\quad (4.3)$$

gdzie:

$$\begin{aligned}\sigma_{xa}(\vartheta) &= a_x \cos \omega t + b_x \sin \omega t, \\ \sigma_{ya}(\vartheta) &= a_y \cos \omega t + b_y \sin \omega t, \\ \tau_{xya}(\vartheta) &= a_{xy} \cos \omega t + b_{xy} \sin \omega t.\end{aligned}\quad (4.4)$$

B. Średnie naprężenie cyklu wywiera istotny wpływ na warstość granicy zmęczenia. Dla stanu jednoosiowego znanych jest szereg wykresów zmęczeniowych [20] i z nich wynikających równań opisujących zależność pomiędzy wartością średnią cyklu zmęczeniowego, a graniczną amplitudą cyklu σ_A [20÷22].

Wykorzystując uproszczony wykres Haigh'a, można zapisać równanie linii granicznych amplitud naprężenia jako:

$$\begin{aligned}\sigma_A &= Z_{rc} - \psi_\sigma \sigma_m, \\ \tau_A &= Z_{so} - \psi_\tau \tau_m,\end{aligned}\quad (4.5)$$

gdzie ψ jest współczynnikiem wrażliwości materiału na asymetrię cyklu. Współczynnik ψ_τ dla naprężeń stycznych jest istotnie mniejszy od współczynnika ψ_σ dla naprężeń normalnych [20]. W zależności (4.5) graniczną amplitudę cyklu oznaczono indeksem A dla odróżnienia od amplitudy cyklu działającego σ_a określonej równaniem (4.4).

C. Przedstawione rozważania dotyczą ośrodka izotropowego. Średnie naprężenia cykli zmęczeniowych nie powodują uszkodzenia analizowanego elementu (ich wartości są mniejsze od wartości granicy plastyczności). Powodują jednak, że związane z nimi, stałe w czasie kierunki działania stanowią kierunki uprzywilejowane, w tych bowiem kierunkach materiał ulega silniejszemu statycznemu obciążeniu niż w kierunkach pozostałych. Efekt ten określony został w [23] mianem "anizotropii naprężeniowej" (Spannungsanisotropie).

Rozpisując zależność (4.5) na składowe $\sigma_{im}(\vartheta)$ uzyskamy:

$$\begin{aligned}\sigma_{xA}(\vartheta) &= Z_{rc} - \psi_x \sigma_{xm}(\vartheta), \\ \sigma_{yA}(\vartheta) &= Z_{rc} - \psi_y \sigma_{ym}(\vartheta), \\ \tau_{xyA}(\vartheta) &= Z_{so} - \psi_{xy} \tau_{xym}(\vartheta),\end{aligned}\quad (4.6)$$

oraz wprowadzając równanie (4.2) do powyższego zapisu uzyskamy:

$$\begin{aligned}\sigma_{xA}(\vartheta) &= Z_{rc} - \psi_x \left[\frac{1}{2}(1 + \cos 2\vartheta) \sigma_{xm}^{(n)} + \frac{1}{2}(1 - \cos 2\vartheta) \sigma_{ym}^{(n)} + \tau_{xym}^{(n)} \sin 2\vartheta \right], \\ \sigma_{yA}(\vartheta) &= Z_{rc} - \psi_y \left[\frac{1}{2}(1 - \cos 2\vartheta) \sigma_{xm}^{(n)} + \frac{1}{2}(1 + \cos 2\vartheta) \sigma_{ym}^{(n)} - \tau_{xym}^{(n)} \sin 2\vartheta \right], \\ \tau_{xyA}(\vartheta) &= Z_{so} - \psi_{xy} \left[\frac{1}{2} \sin 2\vartheta (\sigma_{ym}^{(n)} - \sigma_{xm}^{(n)}) + \tau_{xym}^{(n)} \cos 2\vartheta \right].\end{aligned}\quad (4.7)$$

D. Uszkodzenie nastąpi wówczas, gdy różnica pomiędzy wartością amplitudy naprężenia wynikającą z równania (4.4) a wartością graniczną określoną równaniem (4.7) będzie równa zero. W zapisie ogólnym kryterium uszkodzenia przyjmie postać:

$$\sigma_{iA}(\vartheta) - \sigma_{ia}(\vartheta) = 0, \quad (4.8)$$

lub

$$1 - \frac{\sigma_{ia}(\vartheta)}{\sigma_{iA}(\vartheta)} = 0.$$

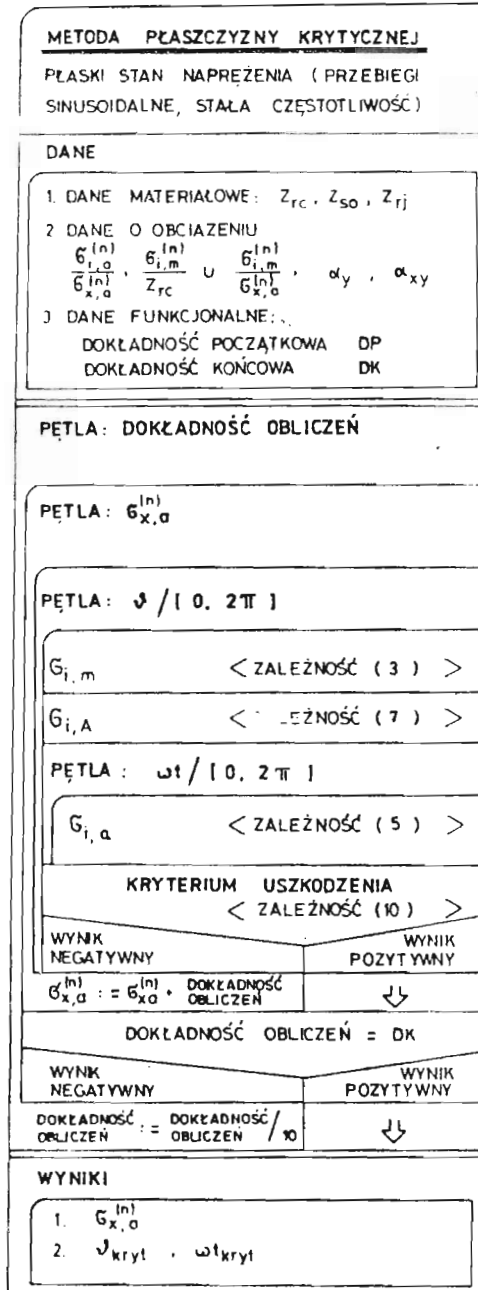
Wykorzystując informację o alternatywności oddziaływań poszczególnych składowych tensora naprężenia można zapisać:

$$\sqrt{[\sigma_{xA}(\vartheta) - \sigma_{xa}(\vartheta)][\sigma_{yA}(\vartheta) - \sigma_{ya}(\vartheta)][\tau_{xyA}(\vartheta) - \tau_{xya}(\vartheta)]} = 0, \quad (4.9)$$

lub

$$\sqrt{\left[1 - \frac{\sigma_{xa}(\vartheta)}{\sigma_{xA}(\vartheta)}\right] \left[1 - \frac{\sigma_{ya}(\vartheta)}{\sigma_{yA}(\vartheta)}\right] \left[1 - \frac{\tau_{xya}(\vartheta)}{\tau_{xyA}(\vartheta)}\right]} = 0.$$

Rozwiązanie zależności (4.9) następuje sposobem iteracyjnym. Strukturę programu realizującego obliczenia celem znalezienia wartości spełniających równanie (4.9) przedstawiono na Rys.3.



Rys. 3. Schemat blokowy programu realizującego obliczenia wg proponowanego kryterium uszkodzenia zmęczeniowego

5. Wyniki weryfikacji eksperymentalnej

Weryfikację wyników obliczeń wg proponowanego kryterium przeprowadzono na podstawie wyników badań próbek wykonanych z dwóch gatunków stali do ulepszania cieplnego: 25CrMo4 i 34Cr4. Przy wyborze tych danych eksperymentalnych kierowano się następującymi względami: dobra dokumentacja w dostępnej literaturze odnośnie badań na próbkach ze stali 34Cr4 [10,12,16] oraz współdziałanie autora niniejszej pracy w realizacji badań na próbkach wykonanych ze stali 25CrMo4. Poza wymienionymi względami badania te były prowadzone w zadawalająco zróżnicowanych warunkach odnośnie stosowanych obciążeń (dwie i trzy składowe stanu obciążenia) jak i postaci próbki (próbki walcowe pełne i cylindryczne).

Wyniki obliczeń wraz z wynikami uzyskanymi w eksperymencie zestawiono w tablicach 1 ÷ 3. W tablicach wielkości $\frac{\sigma_{ya}^{(n)}}{\sigma_{sa}^{(n)}}$, $\frac{\tau_{xya}^{(n)}}{\sigma_{sa}^{(n)}}$, $\frac{\sigma_{xm}^{(n)}}{Z_{rc}}$, $\frac{\sigma_{ym}^{(n)}}{Z_{rc}}$, $\frac{\tau_{xym}^{(n)}}{Z_{rc}}$, $\frac{\sigma_{xm}^{(n)}}{\sigma_{sa}^{(n)}}$, $\frac{\sigma_{ym}^{(n)}}{\sigma_{sa}^{(n)}}$, $\frac{\tau_{xym}^{(n)}}{\sigma_{sa}^{(n)}}$ są stosowanymi obciążeniami, α_y , α_{xy} oznaczają przesunięcia fazowe, wielkość X jest stosunkiem wartości eksperymentalnej do wartości uzyskanej z obliczeń:

$$X = \frac{\sigma_{xaexp.}}{\sigma_{xaobl}}. \quad (5.1)$$

Tabela 1. Wyniki eksperymentalne: Troost i współpracownicy [14], materiał: 25CrMo4, próbka cylindryczna; dane materiałowe (wartości średnie w MPa): $R_m = 801$, $R_{e02} = 672$, $Z_{rc} = 340$, $Z_{rj} = 600$, $Z_{s0} = 228$

| seria bad. | $\frac{\sigma_{ya}^{(n)}}{\sigma_{sa}^{(n)}}$ | $\frac{\tau_{xya}^{(n)}}{\sigma_{sa}^{(n)}}$ | $\frac{\sigma_{xm}^{(n)}}{Z_{rc}}$ | $\frac{\sigma_{ym}^{(n)}}{Z_{rc}}$ | $\frac{\tau_{xym}^{(n)}}{Z_{rc}}$ | α_y [°] | α_{xy} [°] | σ_{xaexp} MPa | σ_{xaobl} MPa | X | |
|-------------------|---|--|------------------------------------|------------------------------------|-----------------------------------|-------------------|----------------------|-------------------------|-------------------------|-------|----|
| 1/1 | 1.00 | 0.50 | 1.00 | 0.65 | 0.00 | 60 | 90 | 205.0 | 202 | 1.015 | x |
| 1/2 | | | | | | 180 | 90 | 185.0 | 219 | 0.845 | xy |
| 2/3 | 0.75 | 0.50 | 0.75 | 0.62 | 0.00 | 0 | 90 | 207.5 | 248 | 0.837 | y |
| 2/4 | | | | | | 0 | 180 | 212.1 | 222 | 0.955 | y |
| 2/5 | | | | | | 60 | 90 | 225.0 | 233 | 0.966 | x |
| 2/6 | | | | | | 90 | 45 | 222.1 | 229 | 0.966 | x |
| 2/7 | | | | | | 90 | 90 | 205.0 | 246 | 0.833 | xy |
| 2/8 | | | | | | 90 | 135 | 215.0 | 226 | 0.951 | xy |
| 2/9 | | | | | | 180 | 0 | 187.9 | 225 | 0.835 | xy |
| 2/10 | | | | | | 180 | 90 | 223.6 | 252 | 0.887 | xy |
| 3/11 | 0.75 | 0.50 | 0.75 | 0.62 | 0.26 | 90 | 135 | 215.0 | 229 | 0.939 | xy |
| $\bar{x} = 0.912$ | | $s_x = 0.063$ | | | | | | | | | |

Wielkość X jest miarą dokładności obliczeń. W tablicach 1 ÷ 3 podano także wartości średnie i odchylenie standardowe wielkości X dla poszczególnych warunków badań. Każdorazowo w ostatniej kolumnie tablicy podano informację o tym,

który człon warunku (4.9) spowodował przerwanie pętli iteracyjnych i zakończenie obliczeń.

Tabela 2. Wyniki eksperymentalne: Zenner i współpracownicy [10], materiał: 34Cr4, próbka walcowa pełna; dane materiałowe (wartości średnie w MPa): $R_m = 795$, $R_{e02} = 657$, $Z_{rc} = 410$, $Z_{rj} = 640$, $Z_{s0} = 256$

| seria bad. | $\frac{\sigma_{ya}^{(n)}}{\sigma_{xa}^{(n)}}$ | $\frac{\tau_{zya}^{(n)}}{\sigma_{xa}^{(n)}}$ | $\frac{\sigma_{xm}^{(n)}}{\sigma_{xa}^{(n)}}$ | $\frac{\sigma_{ym}^{(n)}}{\sigma_{xa}^{(n)}}$ | $\frac{\tau_{xym}^{(n)}}{\sigma_{xa}^{(n)}}$ | α_y [°] | α_{xy} [°] | σ_{xaexp} MPa | σ_{xaobl} MPa | X | |
|-------------------|---|--|---|---|--|-------------------|----------------------|-------------------------|-------------------------|-------|----|
| 17 | - | 0.50 | 0.00 | - | 0.00 | - | 0 | 314.0 | 285 | 1.102 | x |
| 18 | - | - | - | - | - | - | 60 | 315.0 | 287 | 1.098 | xy |
| 19 | - | - | - | - | - | - | 90 | 316.0 | 318 | 0.994 | xy |
| 20 | - | - | - | - | - | - | 120 | 315.0 | 269 | 1.171 | xy |
| 21 | - | 1.00 | 0.00 | - | 0.00 | - | 90 | 224.0 | 196 | 1.143 | xy |
| 22 | - | 0.25 | 0.00 | - | 0.00 | - | 90 | 380.0 | 341 | 1.114 | y |
| 23 | - | 0.50 | 0.00 | - | 0.50 | - | 0 | 316.0 | 262 | 1.206 | x |
| 24 | - | - | - | - | - | - | 60 | 314.0 | 264 | 1.189 | xy |
| 25 | - | - | - | - | - | - | 90 | 315.0 | 304 | 1.036 | xy |
| 26 | - | 0.50 | 1.00 | - | 0.00 | - | 0 | 279.0 | 235 | 1.187 | x |
| 27 | - | - | - | - | - | - | 90 | 284.0 | 258 | 1.101 | y |
| 28 | - | 0.25 | 0.00 | - | 0.50 | - | 0 | 355.0 | 302 | 1.175 | x |
| 29 | - | 1.00 | 1.00 | - | 0.00 | - | 90 | 212.0 | 192 | 1.104 | xy |
| $\bar{x} = 1.125$ | | $s_x = 0.060$ | | | | | | | | | |

Tabela 3. Wyniki eksperymentalne: Zenner i współpracownicy [10], materiał: 34Cr4, próbka cylindryczna; dane materiałowe (wartości średnie w MPa): $R_m = 710$, $R_{e02} = 550$, $Z_{rc} = 343$, $Z_{rj} = 530$, $Z_{s0} = 204$

| seria bad. | $\frac{\sigma_{ya}^{(n)}}{\sigma_{xa}^{(n)}}$ | $\frac{\tau_{zya}^{(n)}}{\sigma_{xa}^{(n)}}$ | $\frac{\sigma_{xm}^{(n)}}{\sigma_{xa}^{(n)}}$ | $\frac{\sigma_{ym}^{(n)}}{\sigma_{xa}^{(n)}}$ | $\frac{\tau_{xym}^{(n)}}{\sigma_{xa}^{(n)}}$ | α_y [°] | α_{xy} [°] | σ_{xaexp} MPa | σ_{xaobl} MPa | X | |
|-------------------|---|--|---|---|--|-------------------|----------------------|-------------------------|-------------------------|-------|----|
| 01 | 1.00 | 0.47 | 1.22 | 1.22 | 0.00 | 0 | 0 | 205.0 | 198 | 1.035 | x |
| 02 | - | - | - | - | - | 180 | 0 | 175.0 | 186 | 0.941 | xy |
| 03 | 1.00 | 0.47 | 1.22 | 1.22 | 0.47 | 0 | 0 | 181.0 | 176 | 1.028 | x |
| 04 | - | - | - | - | - | 0 | 90 | 195.0 | 199 | 0.980 | x |
| 05 | - | - | - | - | - | 60 | 90 | 192.0 | 174 | 1.103 | x |
| 06 | - | - | - | - | - | 180 | 90 | 180.0 | 203 | 0.887 | xy |
| $\bar{x} = 0.996$ | | $s_x = 0.070$ | | | | | | | | | |

W tabelicy 4 zestawiono wartości parametrów statystycznych dotyczących siedemnastu serii badań spośród przedstawionych (wyniki dotyczące badań z trzema składowymi obciążeniami - wyniki podane w tablicach 1 i 3). Tablica ta daje możliwość porównania uzyskiwanej dokładności obliczeń z dokładnością uzyskaną wg innych znanych z literatury kryteriów uszkodzenia zmęczeniowego. Są to QVH

(Quadratischen Versagenshypothese) [13] i SIH (Schubspannungsintensitätshypothese) [12]. Wartości zestawione w tabeli 4, a dotyczące QVH i SIH zaczerpnięto z pracy [14]. W ostatniej kolumnie tablicy 4 podano dane dotyczące wszystkich przedstawionych w niniejszej pracy wyników obliczeń.

Tabela 4

| Kryterium | QVH [14] | SIH [14] | płaszczyzny krytycznej | |
|----------------------------------|-------------|-------------|---------------------------|-------|
| Liczba serii badań | 17 | 17 | 17 | 30 |
| Wartość średnia (\bar{x}) | 1.010 | 1.063 | 0.941 | 1.021 |
| Odchylenie standardowe (s_x) | 0.059 | 0.141 | 0.077 | 0.115 |
| Rozrzut wyników (%) | 21.3 | 49.6 | 27.0 | 37.3 |
| Największe odchylenie (%) | 13.6 | 29.0 | 16.7 | 20.6 |

6. Podsumowanie

Weryfikacja wyników obliczeń wg proponowanego kryterium uszkodzenia przeprowadzona została dla zróżnicowanych warunków badań tzn. dla dwóch i trzech składowych obciążenia, dla próbek cylindrycznych i pełnych walcowych, przy zachowaniu stałości wartości średnich cykli zmęczeniowych (badania na próbkach wykonanych ze stali 25CrMo4) oraz przy zmiennych w trakcie badań wartościach średnich cykli zmęczeniowych.

Proponowana metoda obliczeń wykazała wrażliwość na zmianę mechanizmu zniszczenia w zależności od warunków obciążenia. Porównanie danych zestawionych na Rys.1b z danymi zestawionymi w ostatniej kolumnie tabeli 1 pozwala stwierdzić zgodność wyniku obserwacji fraktograficznych i odpowiedzi programu obliczeniowego odnośnie dominacji naprężeń statycznych (np. $\alpha_y = \alpha_{xy} = 180^\circ$) lub normalnych (np. $\alpha_y = \alpha_{xy} = 0^\circ$).

Dane zestawione w tabeli 2 dotyczą badań, w których wystąpiły duże różnice pomiędzy wynikami eksperymentalnymi $\sigma_{x_{aexp}}^{(n)}$ dla poszczególnych serii badań. Wyniki obliczeń "nadażają" za tę zmiennością i uzyskana wartość odchylenia standardowego jest tu podobna jak dla pozostałych dwóch zestawów danych (tabele 1 i 3).

Uzyskane wartości średniego błędu obliczeń oraz jego odchylenia standardowego dla zróżnicowanych warunków badań można uznać za zadawalające. Dla wszystkich warunków badań uzyskano porównywalne wartości odchylenia standardowego s_x . Wartość średnia \bar{x} wykazuje natomiast pewną zależność od warunków badań. Wartości parametrów statystycznych zestawionych w tablicy 4 są porównywalne z odpowiednimi wartościami uzyskanymi przez autorów pracy [14] dla metody QVH i mogą być uznane jako lepsze od wyników uzyskanych wg metody SIH.

Literatura

1. SEMPRUCH J., *Obserwacje pęknięć zmęczeniowych powstałych w warunkach złożonego stanu naprężenia*, XIII Sympozjum Mechaniki Doświadczalnej Ciała Stałego, Warszawa, 1988
2. SEMPRUCH J., *Das Bruchverhalten bei zweiachsigen Spannungszuständen mit drei synchron und phasenverschoben schwingenden Lastspannungen*, Materiały konferencyjne 10th International Colloquium on Mechanical Fatigue of Metals, Drezno, 1989
3. BUXBAUM O., *Betriebsfestigkeit – Sichere und wirtschaftliche Bemessung schwingbruchgefährdeter Bauteile*, Verlag Stahleisen mbH, Düsseldorf, 1986
4. OLEJNIK N.W., *Nesuszczaja sposobnost elementov konstrukcji pri cikliczeskom nagrażenii*, Naukova Dumka, Kiev, 1985
5. BROWN M.W., MILLER K.J., *A Theory for Fatigue under Multiaxial Stress-Strain Conditions*, Proceedings of the Institution of Mech. Eng. 187, 1973, nr 65, s.745-755 i D229-D244
6. ROTVEL F., *Biaxial Fatigue Tests with Zero Mean Stresses using Tubular Specimens*, Intern. J. of Mech. Sciences 12, nr7, 1970, s.597-613
7. KOCANĀDA S., KOCANĀDA A., *Niskocyklowa wytrzymałość zmęczeniowa metali*, PWN, 1989
8. SZALA J., SEMPRUCH J., *Zmęczeniowe hipotezy wyężeniowe – przegląd i próba systematyzacji*, praca złożona do druku w redakcji Bydgoskiego Towarzystwa Naukowego
9. ZENNER H., HEIDENREICH R., RICHTER I., *Bewertung von Festigkeitshypothesen für statische und schwingende sowie synchron schwingende Beanspruchung*, Z. Werkstofftechnik 14, 1983, s.391-406
10. ZENNER H., HEIDENREICH R., RICHTER I., *Dauerschwingfestigkeit bei nichtsynchrone mehrachsiger Beanspruchung*, Z. Werkstofftechnik 16, 1985, s.101-112
11. SIMBÜRGER A., *Festigkeitsverhalten zäher Werkstoffe bei einer mehrachsigen, phasenverschobenen Schwingbeanspruchung mit körperfesten und veränderlichen Hauptspannungsrichtungen*, LBF-Bericht FB-121, Darmstadt, 1975
12. HEIDENREICH R., SCHUTZ W., RICHTER I., ZENNER H., *Schubspannungsintensitätshypothese--Dauerschwingfestigkeit bei mehrachsiger Beanspruchung – Abschlussbericht*, IABG-Vorhaben Nr 59, Forschungshilfe Forschungskuratorium Maschinenbau, H. 105, 1983
13. TROOST A., *Ermittlung der Versagensgrenzen zweiachsig schwingender Spannungszustände mit drei zeitabhängigen phasenverschobenen Spannungskoordinaten*, DFG-Abschlussbericht TR 73/27 - 1, Aachen, 1986
14. TROOST A., AKIN O., KLUBBERG F., *Dauerfestigkeitsverhalten metallischer Werkstoffe bei zweiachsiger Beanspruchung durch drei phasenverschoben schwingende Lastspannungen*, Konstruktion 39, nr 12, 1987, s.479-488
15. TROOST A., AKIN O., KLUBBERG F., *Zur Dauerfestigkeit metallischer Werkstoffe bei zweiachsig synchron und phasenverschoben schwingender Beanspruchung*, Mat.-wiss. u. Werkstofftech 19, 1988, s. 406-407
16. ZENNER H., HEIDENREICH R., *Schubspannungsintensitätshypothese – Erweiterung und experimentelle Abstützung einer neuer Festigkeitshypothese für schwingende Beanspruchung*, Forschungshefte Forschungskuratorium Maschinenbau e.V., H.77, 1979

17. NEUGEBAUER J., *Zum Schwingfestigkeitsverhalten von Gusswerkstoffen unter mehrachsiger, frequenzverschiedener Beanspruchung*, praca doktorska TH Darmstadt, 1986
18. SZALA J., SEMPRUCH J., *Ermüdungsfestigkeitsvorhersage nach der Konzept der kritischer Anstrengungsebene*, Materiały konferencyjne 10th International Colloquium on Mechanical Fatigue of Metals, Drezno, 1989
19. MACHA E., *Modele matematyczne trwałości materiałów w warunkach losowego złożonego stanu naprężenia*, Prace Naukowe Inst. Materiałoznawstwa i Mech. Techn. Pol. Wrocławskiej 41, Seria Monografie 13, 1979
20. KOCANĀ S., SZALA J., *Podstawy obliczeń zmęczeniowych*, PWN Warszawa, 1985
21. MACHA E., *Wybrane algorytmy wytrzymałości zmęczeniowej przy obciążeniach losowych - etap II*, Raport nr 18/83, WSI Opole
22. TROOST A., EL-MAGD E., *Allgemeine Formulierung der Schwingfestigkeitsamplitude in Haigscher Darstellung*, Materialprüfung 17, nr 2, 1975, s.47-49
23. TROOST A., EL-MAGD E., *Anisotropes Ermüdungsverhalten isotroper metallischer Werkstoffe*, Metall 28, nr 1, 1974, s.49-55
24. TROOST A., EL-MAGD E., *Anisotropes Verhalten schwingend beanspruchter isotroper Werkstoffe*, Mechanische Anisotropie, Hrsg. H.P. Stüwe, Springer-Verlag, Wien/New York, 1974

Summary

Fatigue strength estimation method in two-dimensional stress is proposed. Formulation of the method is based on the assumption of critical plain depending on direction of mean stress. This fact enabled assumption of strength dependence on direction using relationship between mean value of stress cycle and fatigue strength. The proposed relationship was successfully approved by experimental results.

Praca wpłynęła do Redakcji dnia 12 grudnia 1989 roku