

Modelamiento, modelo, simulación e identificación

Los conceptos modelamiento, modelo y simulación están muy relacionados con el concepto de identificación.

Modelamiento y simulación son actividades que nos conducen a la determinación del Modelo de objeto real observado o a la conformación del Modelo de algún objeto hipotético. Es decir, son actividades orientadas hacia un fin igual al problema de la identificación. Estas actividades-proceso tienen, sin embargo, sus características propias y emplean también distintas técnicas.

JOSE ANTONIO BARBOSA D.*
Facultad de Ingeniería
Universidad Nacional

Ing. José Antonio Barbosa D., MSc., MAr.
Universidad Técnica Checoslovaca
Profesor Asistente U.N. — Fac. de Ingeniería

MODELAMIENTO

Por modelamiento entendemos el proceso de conocimiento de:

- la estructura
- los principios de activación
- las propiedades de comportamiento

de algún objeto específico, con la ayuda de la representación del objeto por otros medios capaces de semejar algunas de sus propiedades, las cuales son importantes desde el punto de vista de la utilidad para su conocimiento.

SEMEJANZA FISICA Y ANALOGIA

Las semejanzas física y la analogía tienen un importante papel para efectuar el modelamiento.

Analogía: Por analogía entendemos la similitud de propiedades o relaciones sin existencia de identidad.

Es necesario sin embargo tener en cuenta que toda analogía es siempre restringida, aproximada; se halla dentro de un cierto marco y en éste tiene un gran valor para el desarrollo del conocimiento a menos que esta analogía sea errada; mas ello no sucedería si los rasgos que se emplean para establecer la comparación de los fenómenos no sean meros aspectos accidentales sino aspectos esenciales, esto es, aquellos que brotan de los vínculos internos de los fenómenos comparados; luego así entendida la analogía es de uso más que necesario en todos los fenómenos de la naturaleza que aunque siendo *diversa* es una *materia única*, ya que una gran mayoría de procesos materiales diferentes cualitativamente son gobernados por leyes cuantitativas análogas.

Es decir, que podríamos tener como un primer paso del modelamiento la búsqueda de analogías entre diferentes fenómenos para la conformación posterior del Modelo.

Posteriormente el Modelo será objeto de investigación y ello como la etapa siguiente del Modelamiento; el Modelo lo analizamos teóricamente, luego efectuamos las pruebas de laboratorio de

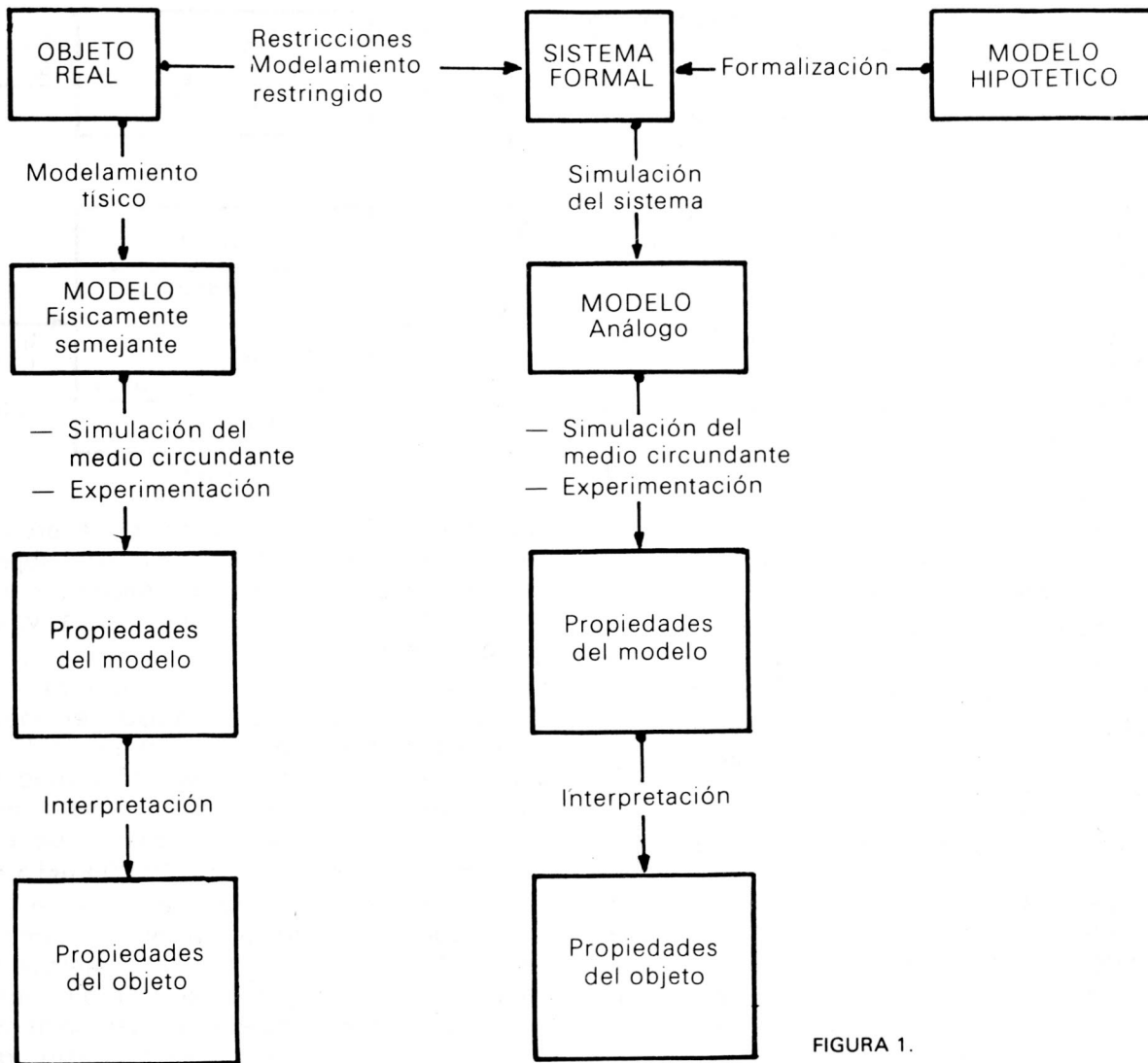


FIGURA 1.

rigor elaborando a la par las observaciones correspondientes.

Debido a que el fundamento del Modelo puede ser, lo cual ocurre muy a menudo, diferente del fundamento del objeto modelado, podemos usar para su investigación métodos e instrumentos que no podrían ser usados para investigar el objeto original.

Se trata principalmente de diferentes escalas de tiempos, posibilidad de repetición de varios fenómenos, probabilidades de experimentación y similares.

Modelo: entendemos que se trata de un ente material (dispositivo), el cual físicamente representa las semejanzas del objeto investigado (modelo físicamente semejante) o que realmente representa (realiza) el sistema definido con base en el objeto investigado o en el objeto hipotético (modelo análogo).

El fundamento de la creación del modelo físicamente semejante, se basa en el hecho de que para el original dado se elabora el modelo en el cual tienen lugar los mismos cambios físicos que ocurren en el original dado; se emplean acá las

semejanzas entre dos fenómenos de igual fundamento físico. La representación en este caso o, mejor, la relación entre las magnitudes del objeto modelado y el modelo está dada por las leyes de la semejanza.

Otro es el camino para la creación de los modelos análogos, ya que estos presuponen un ente físico en el cual tienen lugar fenómenos que son descritos por iguales sistemas matemáticos, como los fenómenos que tienen lugar en el objeto modelado o sistema y no interesa en absoluto en qué espacio dimensional se efectúan. Se trata, en realidad, de modelos materiales que representan modelos abstractos obtenidos de objetos materiales o hipotéticos. En la actualidad han adquirido su mayor significado como medio para la creación de los "modelos análogos", los ordenadores (mal llamados computadores) universales, análogos, numéricos e híbridos.

Simulación: La simulación la entendemos como el modelamiento de elementos y procesos mediante sistemas abstractos de signos, números, símbolos, expresiones y similares, con el fin de facilitar su investigación por el camino de la experimentación

con estos modelos así creados, especialmente mediante el empleo de ordenadores.

El porqué de recurrir, ante todo, primeramente a la simulación antes que a la experimentación con el objeto estudiado, podríamos someramente expresarlo así:

— En general la simulación hace posible investigar más variables que las que permitiría el objeto investigado.

— Los costos para la simulación son definitivamente más bajos que los que exige la experimentación con el objeto estudiado.

— El tiempo necesario para estudiar diferentes situaciones del sistema por medio de la simulación puede ser varias veces menor que el tiempo que la misma situación requeriría para su investigación directamente con el objeto estudiado.

— La simulación permite experimentar en condiciones que en la realidad en el momento no existen.

— La Simulación en última instancia permite efectuar un adecuado estimativo económico de costos así como también de mercadeo.

Esquemáticamente la relación entre los conceptos enunciados: modelamiento, modelo, objeto y simulación podemos esbozarla, (ver Figura 1).

IDENTIFICACION

Aspectos generales: En sentido amplio podríamos entender por identificación, el proceso de correspondencia de nuestros conocimientos acerca del objeto investigado con la realidad, en especial por medio de la vía experimental².

Luego el concepto de "identificación del objeto" podemos tentativamente definirlo como una actividad experimental y evaluadora dirigida a definir el sistema (modelo) o a precisar un modelo ya definido de un objeto investigado cuando la experimentación se efectúa directamente en el objeto investigado³.

De lo anterior podemos colegir que la identificación es una actividad cognoscitiva, ya que en la esencia gnoseológica de la conciencia se origina la correspondencia del conocimiento y la conciencia, teniendo en cuenta que la característica primordial de ésta es el reflejo de la realidad⁴.

Debido al nexo existente entre la conciencia y la actividad podemos decir que la actividad cognoscitiva es un proceso de logro de información, esto es, el reflejo del objeto en el sujeto a través de los órganos sensoriales de este último y de la elaboración de esta información y posterior comparación de la situación actual con otra pretérita (en la memoria) y la continua realimentación (retorno) para profundizar y precisar el conocimiento.

En este primario esquema de la identificación y su algoritmo podemos observar que la información recibida por el sujeto, disminuye el posible exceso de información sobre el objeto y, dada la relativa

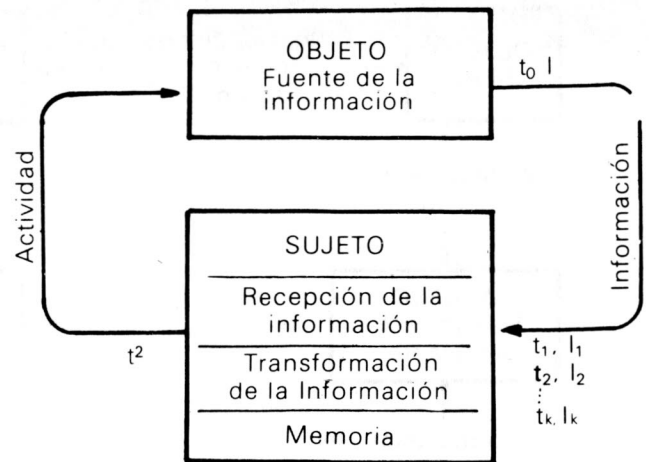


FIGURA 2.

limitación del sujeto, será posible acercarse a un mínimo del exceso de información del objeto y a un máximo de comprensión del mismo, siendo este acercamiento asintótico respecto a valores no posibles de lograr.

La mencionada relativa limitación de parte del sujeto conforma un determinada entropía de la información, que disminuye al aumentar la información, aunque ésta no pueda tener todo su valor inmediato, ya que existe un intervalo de tiempo entre la emisión y su comprensión, dependiendo éste de las calidades de la memoria del sujeto.

Para el transcurso de la identificación podemos decir que el objeto envía en el tiempo t_0 un contenido de información I que el sujeto es capaz de recibir en el tiempo t_1 con contenido I_1 ; después de su elaboración en el sujeto y actuación nuevamente sobre el objeto en el tiempo t_2 y emisión de nueva información por parte del objeto, esto nos indica que en el tiempo t_3 el sujeto recibe el contenido I_2 y el sujeto ya "comprende" o "conoce" mejor las propiedades del objeto, pues a I_1 se agrega I_2 . El proceso se repite hasta el tiempo t_k cuando el sujeto recibe el contenido informativo I , que el objeto ya emitió en el tiempo t_0 y el que ya no cambia, lo cual indica que la relativa limitación del proceso cognoscitivo del sujeto nació gracias al crecimiento de la información en su memoria. Si tenemos en cuenta que el proceso cognoscitivo está supeditado a las leyes del desarrollo social e indisolublemente unido con la praxis, entonces es fácil comprender que la capacidad cognoscitiva humana y, por ende, la identificación están constreñidas al grado de desarrollo alcanzado por diferentes ciencias especializadas como son en primera instancia:

- desarrollo del aparato matemático;
- profundidad del conocimiento de las leyes físicas, químicas, biológicas y otras;
- nivel de la instrumentación;
- etc.

Al campo de la teoría de la identificación pertenecen:

- las fuentes

- las formas
- los métodos de conocimiento
- así como la problemática del criterio de verdad.

En general, el problema de la correspondencia biunívoca entre actitud y acto, ocupa gran parte de la actividad humana, pero en cuanto a la identificación atañe, el criterio de identidad entre lo lógico y lo ontológico, esto es el grado de correspondencia entre el modelo y el proceso, para una gran mayoría de casos es la desviación media cuadrática mínima σ de las señales de salida del modelo y el proceso, para iguales señales de entrada.

Técnicamente esto significa definir el sistema; ello es encontrar el modelo abstracto del proceso o la creación de éste o en su defecto precisar un modelo ya determinado.

En principio es posible emplear dos formas para definir el sistema a saber:

- i.- Análisis físico-matemático del objeto.
- ii.- Información experimental obtenida directamente del proceso.

Acerca de la primera forma podemos decir que para el análisis de los procesos reales, partimos de las conocidas leyes físicas y químicas, siendo este método válido para la obtención del modelo matemático aunque es necesario imponer una serie de restricciones al proceso considerado, si deseamos emplear las técnicas generales para sistemas lineales o susceptibles de ser linearizados, o bien emplear alguno de los pocos métodos desarrollados hasta el momento para procesos no lineales.

Según lo último enunciado, la forma experimental adquiere notoria importancia, a pesar de que para su aplicación se encuentran también grandes dificultades las cuales suponen poseer cierto conocimiento del proceso investigado; es decir, las formas analítica y experimental se combinan y complementan.

Considerando estas circunstancias el concepto de "identificación del objeto", será entonces una combinación de las actividades: analítica, experimental y evaluativa, orientadas a definir el sistema (modelo) o a precisar uno ya definido⁴.

Siendo la identificación un proceso experimental, ésta tiene que evocar las cuestiones:

- 1.- de metodología.
- 2.- de instrumentación.

Las cuestiones metodológicas abarcan problemas como:

- a.- Clasificación:
 - de los objetos (procesos) desde el punto de vista de la identificación.
 - de los métodos de identificación desde el punto de vista de su empleo
- b.- Creación de métodos de identificación:
 - determinación de propiedades del objeto para su clasificación.

- especificación de sistemas ya definidos (modelos) de diferentes objetos

c.- Planeación experimental:

- elección y generación de señales de prueba
- determinación del muestreo de señales.
- selección del número óptimo de niveles y puntos de experimentación
- determinación de los límites del espacio experimental así como la validez del modelo
- elaboración del plan de experimentos

d.- Métodos primarios y operativos de elaboración de la información:

- filtros de datos
- corrección de datos
- síntesis de datos.

Las cuestiones de instrumentación tienen que ver con:

- a.- Elección de los instrumentos adecuados para la:
 - recolección
 - transmisión
 - almacenamiento
 - registro
 - y elaboración de la información.
- b.- Sensibilidad, precisión y fiabilidad de los instrumentos.

REPRESENTACION MATEMATICA

La podemos efectuar con la ayuda de diferentes medios; si dejamos de lado los medios físicos que nos llevan al modelo físico, entonces podemos emplear para la representación de un sistema:

- 1.- Descripción verbal: la más ambigua, inadecuada y meramente cualitativa.
- 2.- Descripción gráfica:
 - esquemas simbólicos
 - esquemas funcionales
 - diagramas de señales
 - gráficos de estado
 - gráficos de comportamiento
 - otros.

Es ilustrativa y conveniente para el análisis, desdoblamiento y simplificación de los sistemas, en especial de los sistemas técnicos.

3.- Descripción formal: es la representación matemática de los sistemas mediante:

- ecuaciones algebraicas
- ecuaciones diferenciales
- ecuaciones integrales
- ecuaciones íntegro-diferenciales
- ecuaciones de diferencias.

Unívocamente expresa las propiedades cualitativas y cuantitativas del sistema considerado y permite cubrir a una relativamente amplia clase de sistemas

reales. Quizá su mayor ventaja es que permite en "forma deductiva" determinar las propiedades del sistema.

A pesar de ser esta última la más destacada no podemos aseverar que sea la óptima, ya que sólo es aplicable a una clase limitada de sistemas. El método llamado por algunos autores **clásico** que emplea la transformada de Laplace, Fourier o Zeta, nos capacita para estudiar solamente Sistemas Lineales Estacionarios Dinámicos, ya que existen aún protuberantes dificultades del aparato matemático para ampliar la transformación integral a Sistemas Dinámicos No-lineales No-estacionarios.

El método llamado **moderno** de descripción formal de un sistema empleando las ecuaciones de estado en el dominio del tiempo, ha encontrado su resurgimiento gracias al desarrollo de los ordenadores análogos, numéricos e híbridos, ya sea para tareas de identificación como también de optimización de sistemas lineales en coordenadas de estado.

Para los sistemas no lineales se ha elaborado la Teoría de los Espacios Funcionales, la cual permite cubrir una gama de sistemas no lineales más o menos amplia. En la segunda parte de nuestra sinopsis mostraremos, en breve, la representación matemática de sistemas lineales ya que:

La mayoría de los objetos (procesos) reales se puede describir con los métodos elaborados para sistemas lineales y/o aproximar a ellos de manera bastante aceptable.

— La teoría de los sistemas lineales se ha logrado elaborar en detalle.

DEFINICION DE SISTEMA DE UN MODELO

Desde el punto de vista de la identificación de un objeto o proceso, la moderna teoría de sistemas crea o define un sistema (esto es, sus relaciones matemáticas), el cual representará o modela el fenómeno real considerado, si antes de ello se han cumplido las siguientes exigencias:

i.- Efectuar la elección de los atributos del fenómeno para su observación

$$A_1, A_2, \dots, A_n$$

ii.- mediante la experimentación o en su defecto con los presupuestos adecuados, determinar el valor de los atributos, esto es, lograr el conjunto de valores de los atributos.

$$X_1, \dots, X_n$$

iii.- designar la combinación de valores de los atributos observados en cada experimento.

iv.- reunir las combinaciones de todos los experimentos efectuados, para que sea posible ser representado como sistema el fenómeno estudiado.

Después de elaborada la conveniente abstracción matemática con el material de los hechos reunidos, es posible detectar que:

— el sistema S es una relación definida en los conjuntos,

$$X_1, \dots, X_n$$

esto es que,

— el sistema S es el subconjunto del producto cartesiano de los conjuntos,

$$X_1, \dots, X_n$$

y entonces,

$$S \subset X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n$$

Vemos pues que el sistema es propiamente el grupo de los n-ésimos ordenamientos de elementos de los conjuntos,

$$X_1, \dots, X_n.$$

La utilidad del sistema creado está supeditada a su posterior especificación detallada, siendo la especificación más frecuentemente empleada la forma de variables exógenas y endógenas o, lo que es lo mismo, aquella forma que modela el comportamiento del sistema; otras formas de frecuente utilidad son:

- las ecuaciones numéricas
- el estado del sistema

Uno de los más importantes conceptos, para el análisis y síntesis en la solución de sistemas, es el "estado del sistema". Este concepto es susceptible de ser usado para describir tanto sistemas lineales como alineales; además se puede usar en una amplia gama de sistemas y no está constreñido a sistemas modelados mediante ecuaciones diferenciales o ecuaciones de diferencias.

En general el estado de un sistema en el tiempo t es aquel conjunto mínimo de variables necesarias en el tiempo t tales, que dadas las variables exógenas para el sistema en el tiempo $\tau > t$ entonces se puede exactamente especificar el futuro comportamiento del sistema para el tiempo $\tau > t$

Si tenemos en cuenta la definición de sistema dada como la relación:

$$S \subset X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n$$

Comúnmente ésta es posible representarla mediante las dos componentes de objeto, la entrada U y la salida Y.

Ya que la relación S es general, sería posible dar a cada entrada en general más de una salida, lo cual sería infringir el principio de causalidad. Pero al introducir el concepto de estado del sistema, esta infracción se evita; entonces la "tarea" del estado del sistema es la transformación de la relación S en la función S_z :

$$Z \times U \rightarrow Y$$

tal que para cada "z" y "u" si:

$$S_z(z, u) = y$$

entonces (u, y) son parejas de valores de $S.(*)$

— Estructura del Sistema

Para este fin partimos de la descripción del sistema mediante algún conjunto de relaciones:

$$R = \{R_1, \dots, R_n\}$$

Es evidente que la relación R que describe el sistema se determina con la ayuda del método inductivo; podemos decir, valga el caso, que se elige el enunciado de alguna relación general, con los valores concretos de sus componentes no determinadas, esto es que:

$$R = 9F, \xi$$

donde:

F - es la estructura del sistema

ξ - es el conjunto de las componentes no determinadas de la relación elegida:

Entonces encontramos que la estructura del sistema formal la obtenemos generalizando la relación, que describe el sistema, es decir, allí cuando las componentes de esta relación se pueden considerar como no determinadas.

Se puede aclarar el concepto de estructura del sistema tomando como medio de ilustración un sistema lineal dinámico con una única entrada $u(t)$ y una salida $y(t)$; este sistema es posible expresarlo así:

$$e \text{ o brevemente } y(t) = \int k(\tau) \cdot u(t - \tau) d\tau$$

y Ru

La relación R para el sistema considerado se puede expresar de dos formas:

i.- La función del tiempo $k(\tau)$ será la componente ξ y luego la relación R se escribirá:

$$R = [J, k(\tau)]$$

donde:

J - es una transformación algebraica de la clase de integrales de convolución.

Luego, la estructura del sistema tomará la forma, *

$$F = J$$

ii.- Si como componentes no determinadas se pueden considerar parámetros numéricos, los cuales determinan $k(\tau)$, la estructura del sistema será obviamente de otra calidad. Sea, por ejemplo, un sistema lineal de primer orden, en ese caso tendremos que:

$$R = \{p^{-1}, +, \dots, T_1, K\}$$

donde:

p^{-1} - inverso de la variable compleja para la transformación de un integral

+ - operaciones de adición

· - productos

T_1 - constante de tiempo del sistema

K - amplificación del sistema

La estructura del sistema será entonces

$$F = \{p^{-1}, \dots, +\}$$

y la componente

$$\xi = \{T_1, K\}$$

Para la identificación del sistema, la estructura de este tiene importancia principal, en particular su elección; a menudo la labor de la determinación de la estructura del sistema se cambia o se une a la tarea de la determinación de la relación que describe el sistema.

Se trata, en realidad, de dos tareas y dos etapas de la identificación del sistema:

- i.- la elección de la estructura F del sistema;
- ii.- la comparación del comportamiento con las relaciones pertenecientes al conjunto F, lo cual posibilita el hallazgo de los valores óptimos de las componentes de las relaciones ξ .

La culminación de la primera etapa es una condición, sine qua non, para posibilitar la ejecución sistemática* de la segunda etapa; sin embargo, la primera etapa, es decir, la elección de la estructura en el momento no se puede ejecutar sino heurísticamente. Debemos recordar acá, aun con el temor de faltar por omisión, que la heurística pretende sumergirse en el desconocido mundo de la creación ejecutada por el hombre y entender las peculiaridades de la tecnología del proceso creativo humano para establecer sus leyes. Como ya se conocen las leyes del pensamiento, es atavismo imaginar que el hombre crea por intuición o inspiración.

En el momento los ordenadores (análogos, numéricos e híbridos) permiten estudiar la actividad heurística mediante modelos para investigar las formas creadoras del trabajo del cerebro desde posiciones cibernéticas.

En fin, citando a V. Pékelis se puede decir que "la heurística es la ciencia que investiga las leyes de la actividad creadora..." y que "la programación heurística permitirá pasar de la automatización de sectores aislados del trabajo intelectual a una automatización total..."

— Comportamiento del sistema

Se ha empleado el concepto de comportamiento del sistema y ahora se agrega que esta es otra importantísima y fundamental característica, aparte de la estructura del sistema; con ella se designa la manera como el sistema reacciona al ser estimulado.

La reacción del sistema a los estímulos depende de las propiedades de éste, o lo que es lo mismo, a la forma de transición del sistema de un estado al siguiente y a la forma de la representación del estado del sistema a la salida de éste.

Algunas veces se dice también que el comportamiento del sistema produce el "operador de transformación del sistema", según el cual será posible comprender el conjunto de reglas que se emplea para asignar a cada entrada y estado del sistema la respectiva salida.

(*) Se recomienda ver el artículo: Enfoque sistemático o analítico, del profesor Daniel Vidart, Revista Delta, marzo 1981, en sus conclusiones de la página 9.

SISTEMA DINAMICO

Se indicó anteriormente, cómo entender el concepto de sistema; de ello es fácil observar el carácter general y sencillo de las acotaciones, a la par que muestran su validez para todos los sistemas. Sin embargo, para los fines de la identificación, ante todo, son destacables los sistemas dinámicos y por ello partiendo de los trabajos de Gabriel Hulko, CSc., y Lubomír Šutek, CSc., en este acápite intentaremos especificar el concepto de sistema dinámico.

DEFINICION FORMAL

Se trabajará con sistemas que pueden poseer influencia externa o variables exógenas y éstos responden al medio externo mediante las variables endógenas, es decir, sistemas relativamente cerrados. En el sistema actúa la entrada $u(t)$ siendo su respuesta $y(t)$ y esto para cada instante t del conjunto de los instantes de tiempo considerados T . Además, se debe tener en cuenta que los valores, tanto de las entradas como de las salidas solamente pueden tomar valores de los conjuntos U e Y respectivamente. Los segmentos de las entradas del sistema (o intervalos de ejecución de las funciones de entrada), no pueden ser una función cualquiera sino que pertenecen a determinada clase limitada de funciones Ω .

$$\omega: (t_1, t_2] \rightarrow U$$

Esta clase de funciones permisibles Ω en general determina la naturaleza física del sistema o algún otro propósito. De manera semejante la clase de funciones permisibles de salida se pueden denominar Γ y el respectivo segmento de salida.

$$\gamma: (t_2, t_3] \rightarrow Y$$

Es saludable hacer notar entre otras cosas acá, que para cualquier tiempo t_c después del tiempo de creación t_c , se pueden agrupar los segmentos de entrada en el intervalo

$$[t_c, t_0)$$

según clases, lográndose así que dos entradas correspondientes a una misma clase, a partir de t_0 actúen igualmente sobre la salida; para tiempos posteriores a un instante dado t_0 al ser estimulado el sistema con alguna cierta entrada, la salida será reconocible meramente con la información de la clase a la cual pertenece el estímulo de entrada.

La literatura especializada comúnmente denomina sistemas dinámicos a los sistemas casuales y determinísticos; en general un sistema dinámico es una inercia, esto es una acumulación de energía o masa que se puede escribir:

$$\frac{dz}{dt} = \sum_{i=1}^n Q_i$$

donde:

Q_i - aflujo de energía o masa; el eflujo será con signo menos.

Z - acumulación de energía o masa.

Si la acumulación Z se puede expresar como el producto de una magnitud U y la correspondiente capacitancia C , y si esta última se considera constante entonces

$$C \frac{dU}{dt} = \sum_{i=1}^n Q_i$$

Admitiendo que el sistema dinámico es una inercia, entonces una consecuencia de ello será que el valor absoluto de la salida del sistema será dependiente no solo del valor instantáneo de la entrada sino también de los valores de las entradas anteriores o, dicho de otra manera, la salida del sistema será dependiente del estado instantáneo del sistema $x(t)$.

La representación de un sistema mediante las variables de estado no solamente se refiere a las propiedades de entrada-salida del sistema sino que también tiene que ver con su "completo comportamiento interno", siendo esta característica la que distingue el método de representación con variables de estado, del método de representación de entrada-salida. Dicho en otras palabras, el estado de un sistema expresa la cantidad mínima de información acerca del sistema para un tiempo t_0 y la cual es necesaria para que el futuro comportamiento del sistema pueda ser determinado sin que sea necesario conocer la entrada antes del tiempo t_0 . En resumen, el estado de un sistema, se puede considerar algo así como una memoria, en la cual se hallan gravadas las actuaciones pasadas; es necesario entonces conocer el suficiente conjunto de estados del sistema para delinear el historial del mismo y, por ende, para elaborar prognosis científica acerca de éste. Como propiedad fundamental del sistema dinámico se puede entonces ahora considerar el hecho siguiente: si se desea especificar en el tiempo t_2 el estado del sistema, también el estado $x(t_1)$ se debe conocer junto con el segmento de entrada

$$\omega = (t_1, t_2] \text{ en } t_2$$

Luego el estado del sistema será:

$$x(t_2) = \varphi [t_2; t_1, x(t_1), \omega], \text{ con } t_1 \leq t_2$$

De lo anterior se concluye que el conjunto de instantes de tiempo debe ser un conjunto ordenado que muestre en sí el avance del tiempo.

Seguidamente, y si tomamos en consideración las condiciones o requisitos ya esquematizados, un sistema dinámico se puede formalmente definir así:

i.- se llamará S al sistema dinámico representado por la relación funcional.

$$S = (T, X, U, \Omega, Y, \Gamma, \varphi, \eta)$$

ii.- donde, $T = \{t_1, \dots, t_n\}$

,conjunto ordenado de instantes de tiempo

$X = \{x_1, \dots, x_n\}$, conjunto de estados del sistema

$U = \{u_1, \dots, u_n\}$, conjunto de valores de entrada

$Y = \{y_1, \dots, y_n\}$ conjunto de valores de salida

$\Omega = \{\omega: T \rightarrow U\}$ conjunto no vacío de funciones permisibles

$\Gamma = \{\gamma: T \rightarrow Y\}$ conjunto de funciones de salida

$\varphi: T \times T \times X \times \Omega \rightarrow X$, representación interna que determina la función temporal de los estados del sistema, esto es:

$$x(t) = \varphi(t; \tau, x, \omega) \in X$$

el cual alcanza en el tiempo $t \in T$ del estado inicial:

$$x = x(\tau) \in X, \text{ para } \tau \in T$$

con la acción de:

$$\omega \in \Omega$$

$\eta: T \times X \rightarrow Y$, representación que define la salida del sistema:

$$y(t) = \eta[t, \tau, x(t)]$$

La función temporal de estados posee las propiedades siguientes:

i.- está definida para todo $t \geq \tau$

(pero no debe ser definida para $t < \tau$) pero es válido que:

$$\varphi(t; \tau, x, \omega) = x \forall t \in T, \forall x \in X, \forall \omega \in \Omega$$

ii.- tiene propiedades de semigrupo, es decir, que para cualquier:

$$t_1 < t_2 < t_3$$

se tendrá:

$$\varphi(t_3; t_1, x, \omega) = \varphi[t_3; t_2, \varphi(t_2; t_1, x, \omega), \omega]$$

para todo $x \in X$ y para todo $\omega \in \Omega$

iii.- se cumple, además, que si:

$$\omega' \in \Omega$$

$$\omega(\tau, t] = \omega'(\tau, t]$$

entonces:

$$\varphi(t; \tau, x, \omega) = \varphi(t; \tau, x, \omega')$$

Como lema de lo anterior se debe tener en mente que el conjunto:

$$T \times X$$

se denomina muy a menudo espacio de fases del sistema, lo cual implica que la pareja:

$$(\tau, x), \text{ con } \tau \in T \text{ y } x \in X$$

lleve el nombre de fase del sistema. Para la función temporal de estados φ se emplea el mote de trayectoria o movimiento o curva-solución y otras denominaciones dependiendo si las disciplinas son de las ciencias naturales o la tecnología; pero esta función es simple y llanamente aquella que poseyendo el estado x , al sufrir el estímulo de entrada u , se transforma al estado

$$\varphi(t; \tau, x, \omega)$$

En esta forma, los autores mencionados y cuyos trabajos, investigaciones y enseñanzas nos han servido como sillar para la confirmación de estas acotaciones, presentan en la forma más general la

definición formal de un sistema dinámico.

La definición de sistema dinámico se debe complementar con algunas estructuras convenientes, las cuales constriñen el análisis efectuado y las consideraciones a una clase específica de sistemas dinámicos, después que se somete la definición dada a posterior análisis matemático; es decir, que como corolario se deducen algunas conclusiones que, desde el punto de vista útil y práctico, obligan a efectuar la citada complementación.

La definición presentada sirve para mostrar y precisar algunos conceptos generales y la posterior definición limitada se aplica, entonces, a una clase específica de sistemas, siendo éstos, según dichas condiciones adicionales denominados:

1.- "Invariantes en el tiempo o estacionarios", es decir, que la estructura del sistema en el tiempo no cambia, si T es un grupo aditivo, en el sentido de la aditividad para los números reales.

2.- "Continuos en el tiempo", si T es un conjunto de números reales o "discretos en el tiempo", si T es un conjunto de números enteros.

3.- "Finitos", si y solo si el sistema es estacionario, discreto y además si X, U, Y son conjuntos finitos; es decir, si el número de clases de equivalencias de segmentos es finito en cuyo caso se dice de ellos que son autómatas finitos; este concepto no incluye a los sistemas dinámicos cuyos estados es necesario hallarlos estadísticamente o aquellos donde es importante toda la historia del sistema para su determinación, ello significa que es necesario conocer todos los estados y entradas en todos los segmentos precedentes.

4.- "Lineales", si y solo si x, U, Ω, Y, Γ son en un polo dado cualquiera K , espacios vectoriales; éstos adquieren especial significación desde el punto de vista de la investigación de los sistemas reales.

5.- Relativamente cerrados, es decir, que se distingue en ellos la relación de causalidad; en este caso el sistema lo conforma una colección de datos obtenidos experimentalmente, los cuales es necesario marcar individualmente al comenzar el ensayo, así como también diferenciar dos ensayos, que elaborados en condiciones iguales, presenten, sin embargo, resultados diferentes.

Si un sistema que se estudia es simple o compuesto, depende casi fundamentalmente del objeto de la investigación, pues para un mismo problema se pueden plantear otras alternativas en la investigación que impliquen formular un modelo del sistema que vaya más allá aún de los métodos conocidos y las técnicas de cálculo con ordenadores.

La complejidad del estudio de un sistema depende también del propósito del trabajo emprendido, ya que muchas veces se deben aceptar soluciones incompletas de la investigación de un sistema porque no ha sido posible definirlo adecuadamente. Todo este "discurrir" es para enfatizar la íntima relación que existe entre la "formulación" y el "propósito o fin" de la investigación. Así, por

ejemplo, se pueden describir las relaciones globales, aun a ser determinadas de un sistema también en la forma:

$$F(Y, X, U, V, \Gamma, A, t) = 0$$

donde:

F - relación matricial

Y - vector medido de salida

X - vector de estado o descripción de la variable interna del sistema

U - vector de la variable de referencia

V - vector de la perturbación o interferencia

Γ - parámetros del sistema

A - índice de operación

t - variable independiente tiempo.

Para un sistema de primer orden y de una sola variable los vectores serán escalares. En esta forma de expresión del sistema dinámico es obviamente posible estudiar propiedades tales como función de transferencia, controlabilidad, observabilidad, etc. y constituye una forma restringida de una clase específica de sistemas dinámicos obtenida de la definición más general enunciada al comienzo de este acápite.

IDENTIFICACION, MODELO Y SISTEMA DE DIRECCION

Debido a la rica fecundidad de clases de sistemas sería atrevido si no ingenuo, hablar de un método universal para representar matemáticamente los sistemas y ello es igualmente válido y aún más dramático en el campo de los métodos de identificación; por ello en el empeño de lograr la conexión de consideraciones e ideas acerca de la problemática de la identificación, es necesario limitar nuestro interés sólo en una clase de sistemas, así como también fijar un punto de vista para su investigación.

Las restricciones aplicadas a objetos de investigación concretos facilita y precisa la exposición de los problemas y métodos de identificación y las más de las veces sin detrimento de la generalidad, mas, por el contrario, nos topamos que procedimientos de semejanza unas veces, ya de analogías en otras; o el mismo procedimiento en éstas, es posible utilizarlo aun cuando se tomen otros puntos de vista para la investigación de otros sistemas.

Si la función objetivo de las lucubraciones son solo formaciones reales no vivientes, en las cuales tienen lugar procesos que se desean dirigir o gobernar, con ello se fija y determina la exigencia de gobernar o dirigir estos procesos, así como el punto de vista de la investigación, valga decir, el punto de vista para la definición del sistema.

Ello significa que se toma un aspecto de las investigaciones sistémicas, el cual comprende el punto de vista metodológico y procesal, el "enfoque sistémico" o "método sistémico" que suele ser expresado en un intervalo, que va desde el delinea-

miento meramente empírico y semiintuitivo de los modos específicos de ejecución de las investigaciones sistémicas, hasta la descripción formal (cuantitativa y cualitativa) de los métodos y fundamentos generales del sistema observado.

Si se desea llevar a la práctica lo anterior, entonces se debe conocer:

1.— ¿qué se entiende por dirección o gobierno del proceso?

2.— ¿qué forma de dirección o gobierno se desea ejecutar?

3.— ¿cuál es la función del "modelo" en el sistema de gobierno o dirección considerado, ya sea el modelo físico o abstracto?

Cabe acá hacer notar que todos los efectos exitosos conseguidos en las investigaciones sistémicas se suelen llamar "teorías sistémicas" y constituyen el otro aspecto de las investigaciones sistémicas.

Estas teorías sistémicas incluyen (9):

— las científicas en sí, como los conceptos de sistemas de biología, psicología, sociología, economía, etc.;

— las formales, como la teoría de la dirección o gobierno, la teoría de la organización, etc.;

— las aplicadas, como la sistemotécnica, el análisis sistémico, la investigación de operaciones, etc.

Con base en el conocimiento ¿de qué, cómo y para qué? se desea gobernar o dirigir un proceso, se puede determinar qué propiedades de éste es necesario investigar y describir formalmente, con la posibilidad de que con base en las propiedades "identificadas" del proceso se llegue a otro sistema de gobierno o dirección distinto al originalmente prefijado.

En el momento, la mayoría de los sistemas de estabilización y dirección exigen conocer el modelo del proceso, ante todo, su expresión formal, aunque para ciertos procesos de estabilización es suficiente trabajar con modelos aproximados que producen de igual manera propiedades dinámicas menos exactas o en otras ocasiones —en especial en el medio colombiano— se trabaja con modelos del proceso para estado estacionario o de equilibrio como es el caso de gobierno o dirección óptima para procesos operando en estado estacionario lo cual es comprensible en las condiciones de *obligada dependencia* de las "industrias" existentes en nuestro medio y de su patógeno desarrollo forzado por la *dirigencia* del país. Sin embargo, un modelo más preciso y adecuado será la garantía para un gobierno o dirección más acertado del proceso, en otros casos investigados.

Sea un sistema de gobierno o dirección óptimo de malla abierta, cuya unidad de dirección de procesos determina una magnitud de dirección con base en:

— la función objetivo elegida

— el modelo del proceso

— las restricciones impuestas

— las condiciones de operación deseadas

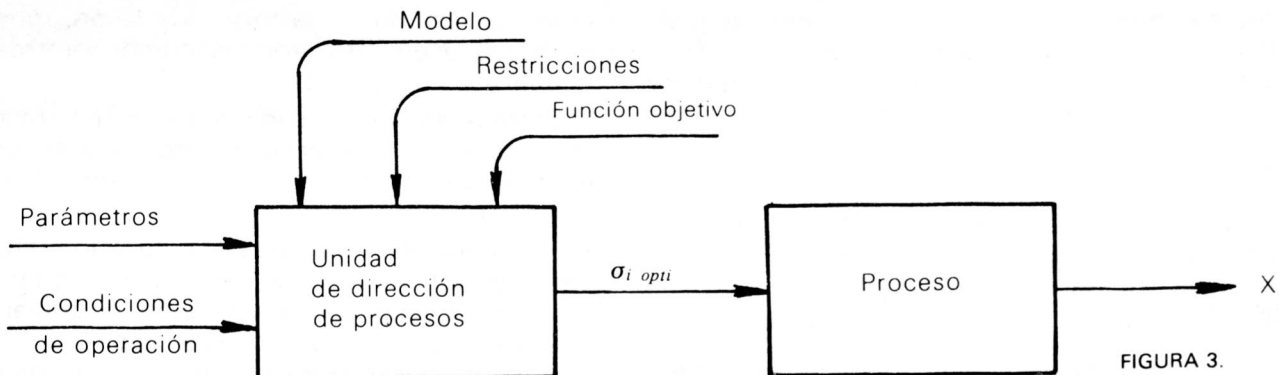


FIGURA 3.

para que la función objetivo alcance un valor extremo bajo las condiciones de operación enunciadas.

Este sistema puede ser conveniente entonces y sólo entonces solamente cuando el modelo sea totalmente

adecuado con el proceso real y cuando sobre él no actúen perturbaciones, ya que cada desviación del modelo respecto al proceso, ocasionará que el entorno de operación del proceso se aleje del valor óptimo real de trabajo; es axiomática entonces la conclusión, de que

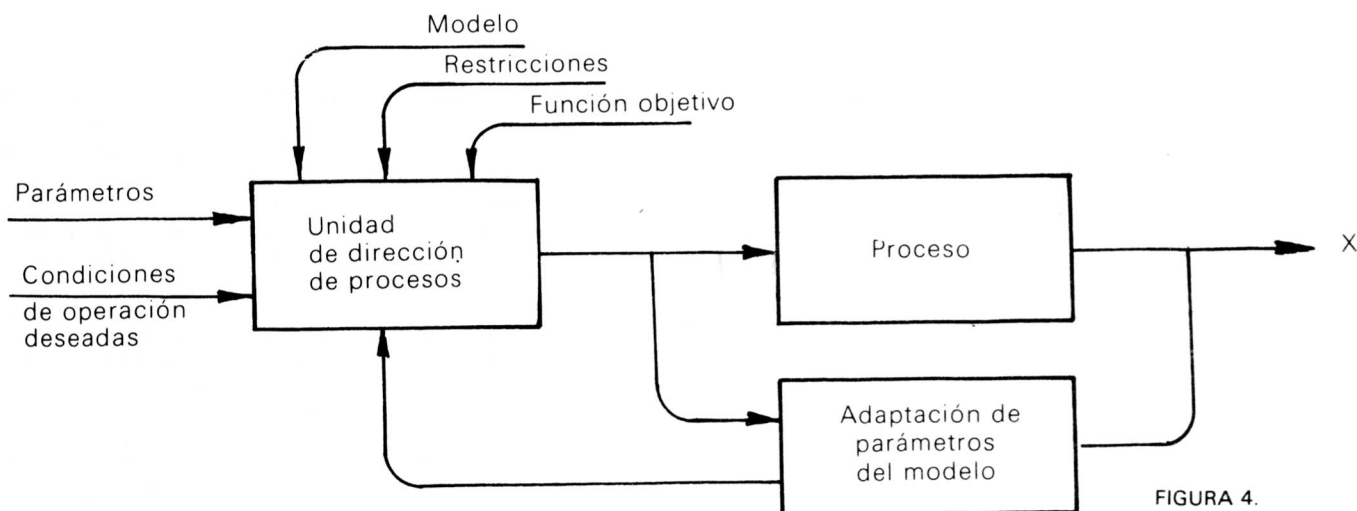


FIGURA 4.

IDENTIFICACION de:	Propósito principal	Fines secundarios
Modelo del proceso	Síntesis del gobierno o dirección	
Parámetros del modelo		Fijar el aporte de la dirección
Características del proceso	Similar al primer propósito	
Estado instantáneo del proceso	Ininterrumpido análisis del estado del proceso, filtrando y comparando estados	Determinación de la magnitud directriz
Valor instantáneo del criterio óptimo para el régimen de operación	Búsqueda de las condiciones óptimas del proceso	
Gradiente del régimen de operación	Similar al anterior.	

CUADRO 1.

aunque el modelo entrañe agilidad y experiencia la calidad y validez del sistema esquematizado de gobierno de procesos y sus similares dependen fundamentalmente del modelo utilizado.

Consideremos ahora un sistema de gobierno o dirección donde se tiene en cuenta la fluctuación de los parámetros del proceso de manera tal que el proceso ininterrumpidamente se identifica para que con base en éste, los parámetros del proceso original *se adapten* también continuamente.

El modelo y la identificación aparecen directamente y se emplean los mismos criterios y principios utilizados en la identificación de cualquier otro proceso; mas no necesariamente debe ser evidente la identificación en todos los casos de sistemas de gobierno o dirección o procesos, ya que ella (la identificación) se encuentra en cualquier forma

implícita, ya sea en la forma de la programación dinámica o en otras formas como la retroacción negativa y semejantes:

Las tareas básicas de la identificación con relación a la dirección o gobierno de procesos se podrían esbozar sucintamente así: (Ver cuadro 1, página anterior).

El pequeño resumen de tareas de la identificación permite (así se supone) mostrar el significado y sentido de ésta en la dirección o gobierno de procesos, siendo su principal papel el crear las condiciones y presentar directamente los presupuestos para utilizar la teoría de la dirección o gobierno en casos concretos de dirección de procesos. Seguidamente surge la cuestión de cómo llevar a cabo la identificación, pero ello es tema de otro escrito: "procedimientos básicos para la identificación de procesos."

BIBLIOGRAFIA

Identificación de sistemas dinámicos. Ing. Gabriel Hulko, CSc., Bratislava 1974 —en eslovaco.

Introducción a la identificación. Ing. L'ubomir Sutek, CSc., Bratislava, 1972 —en eslovaco.

"Kybernetické aspekty problémov identifikácie". Ing. L. Sutek, CSc., —III Simposio de Cibernética Técnica, Praga, 1971.

"El problema de la conciencia". E. V. Shorojova: Grijalvo, 1963.

"Automatické Riadenie". Prof. Ing. J. Skakala, CSc. —Bratislava, 1973.

"Control and Dynamics Systems". Takahashi, Rabins, Auslander,

Addison Wesley, 1972.

"Análisis de Sistemas Dinámicos". Canales, Rivera, México, 1977.

"Signal and Linear Systems". Gabel, Roberts J., Wiley & Sons, 1973.

"La metodología de la ciencia y el enfoque sistémico". Vadim Sadovsky, Academia de Ciencias de la URSS, 1979.

"¿Qué es la Cibernética?". E. Kolman, Siglo Veinte, Buenos Aires, 1974.

"Logika Automaty a Algoritmy". M. A. Ajzerman a kol., Academia Praga, 1971, —en checo.

"Identifikácia dynamickej sústavy nachadzajúcej sa pod pôsobením sumu". Ing. J. A. Barbosa D. MSc., MAr., Bratislava, 1975, en checo.