

Entrega de un Estanque a un Canal

En este trabajo, el autor presenta un ejemplo de cómo el estudiante de ingeniería pueda enfocar problemas de hidráulica, dándoles solución en forma sistematizada con recursos a su alcance.

JULIO MILAN PAZ
 Profesor Asociado
 Universidad Nacional
 Licenciado en Matemáticas y Física
 Ingeniero Civil

Ha sido tradicional, a nivel universitario, que la mayoría de los problemas de hidráulica de canales se resuelva con ayuda de tablas, ábacos o métodos gráficos, debido muchas veces a la complejidad de las fórmulas que en cada caso intervienen. Con la aparición de las calculadoras programables se ha llegado a encontrar soluciones rápidas y comparables con las que se obtienen por medio del computador. En el presente artículo se va a determinar, utilizando uno de los tantos tipos de calculadoras programables que existen, el caudal, la profundidad de flujo, la profundidad crítica y la pendiente crítica en un canal largo que se alimenta libremente (sin control) de un estanque a nivel constante.

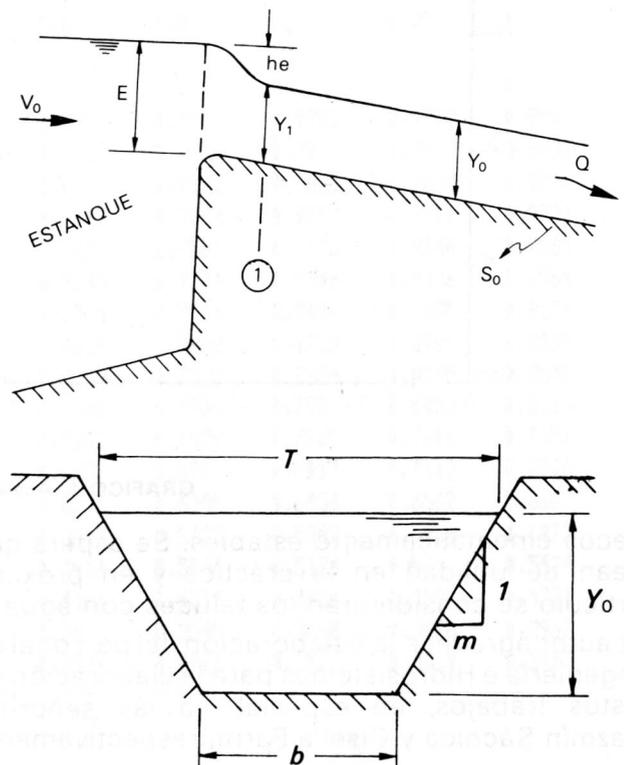


FIGURA 1.

ANALISIS

En la Fig. 1 se tiene el corte longitudinal y la sección transversal de un canal trapecoidal alimentado por un estanque, en donde:

E = posición del nivel constante por encima de la entrada del canal.

b = ancho de la solera del canal.
 m = talud de las paredes.
 S_o = pendiente longitudinal de la solera.
 T = ancho superior
 n = factor de rugosidad de Manning.

Teóricamente, y si la altura de velocidad de aproximación al canal desde el estanque, V₂₀/2g, es despreciable, se tiene:

$$E = h_e + Y_1 \quad (1)$$

en donde:

h_e = carga de velocidad a la entrada de la sección (1)

Y₁ = profundidad del flujo en la sección a partir de la cual se considera uniforme el flujo.

Así que, $E = \frac{v_1^2}{2g} + Y_1$

y la velocidad teórica es:

$$v_1 = \sqrt{2g(E - Y_1)} \quad (2)$$

en tanto que la velocidad real v_{r1} se expresa como

$$v_{r1} = \phi \sqrt{2g(E - Y_0)} \quad (3)$$

para

φ = coeficiente de velocidad

Y₀ = Y₁ = profundidad normal.

Luego el caudal vale

$$Q = A_1 v_{r1} = A_1 \phi \sqrt{2g(E - Y_0)} \quad (4)$$

$$Q = \frac{1}{\sqrt{C_e}} A_1 \sqrt{2g(E - Y_0)} \quad \text{siendo} \quad (5)$$

$$C_e = \frac{1}{\phi^2} = \text{Coeficiente de entrada al canal}$$

Como debe tenerse flujo uniforme en el canal, entonces:

$$Q = \frac{A_o^{5/3} S_o^{1/2}}{n P_o^{2/3}} \quad (\text{fórmula de Manning}) \quad (6)$$

para

P_o = perímetro mojado de la sección.

Al igualar las ecs (5) y (6), y después de sustituciones y trasposiciones:

$$Y_{oi+1} = E - \frac{0,051 S_o C_e}{n^2} \left[\frac{(b + m Y_{oi}) Y_{oi}}{b + 2 Y_{oi} \sqrt{1 + m^2}} \right]^{4/3} \quad (7)$$

El problema propuesto se tratará para flujo subcrítico y flujo supercrítico en un canal trapezoidal, rectangular (m = 0) o triangular (b = 0).

(A) Flujo subcrítico: S_o < S_c

Si el flujo es subcrítico la profundidad Y_o se calcula según la ec. (7) y el caudal correspondiente con la ec. (6), expresando A_o y P_o en términos de Y_o.

Para obtener la profundidad crítica Y_c se parte de la condición

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{A_c^3}{T_c} \quad (8)$$

Como A_c = (b + mY_c)Y_c y T_c = b + 2mY_c, al sustituirlos en la ec. (8) y resolviendo para Y_{ci+1},

resulta

$$Y_{ci+1} = \left(\frac{Q^2}{g} \right)^{1/3} \frac{(b + 2mY_{ci})^{1/3}}{(b + mY_{ci})} \quad (9)$$

Este valor se lleva a la fórmula de Manning para calcular S_c:

$$S_c = \frac{9,8 n^2 P_c^{4/3}}{A_c^{1/3} T_c} \quad (10)$$

(B) Flujo supercrítico: S_o > S_c

Si el flujo es supercrítico, inmediatamente después de la entrada al canal se presenta la profundidad crítica, como se indica en la Fig. 2. Como la energía específica está dada por:

$$E = Y + \frac{Q^2}{2gA^2} \quad (11)$$

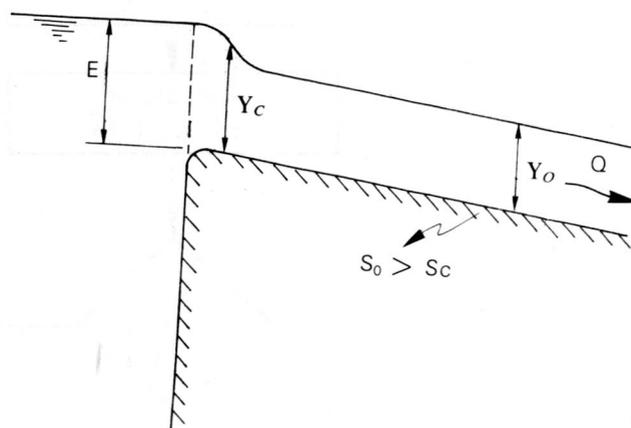


FIGURA 2.

para condiciones críticas

$$E = E_{min} = Y_c + \frac{A_c}{2T_c} \quad (12)$$

y al sustituir los valores de A_c y T_c:

$$E = Y_c + \frac{(b + mY_c)Y_c}{2(b + 2mY_c)} \quad (13)$$

para finalmente obtener

$$Y_c = -0,1 \left(\frac{3b - 4Em}{m} \right) + \left[\left[0,1 \left(\frac{3b - 4Em}{m} \right) \right]^2 + \frac{0,4Eb}{m} \right]^{1/2} \quad (14)$$

Si el canal es de sección rectangular,

$$Y_c = 2/3 E \quad (15)$$

Con este valor se calcula el caudal con base en la ec. (8):

$$Q = \sqrt{g} \frac{A_c^3}{T_c} \quad (16)$$

y la pendiente crítica S_c con la ec. (10)

La profundidad normal Y_o resulta de la ec. (6):

$$\left(\frac{Q_n}{S_o} \right)^{0,6} = \frac{A_o}{P_o^{0,4}} = \frac{Y_o(b + mY_o)}{(b + 2Y_o \sqrt{1 + m^2})^{0,4}}$$

$$Y_{oi+1} = \left(\frac{Q_n}{\sqrt{S_o}} \right)^{0,6} \frac{(b + 2Y_{oi} \sqrt{1 + m^2})^{0,4}}{(b + mY_{oi})} \quad (17)$$

En la Fig. 3 aparece un diagrama de flujo del problema y a continuación se presenta un programa elaborado para calculadora TI-59

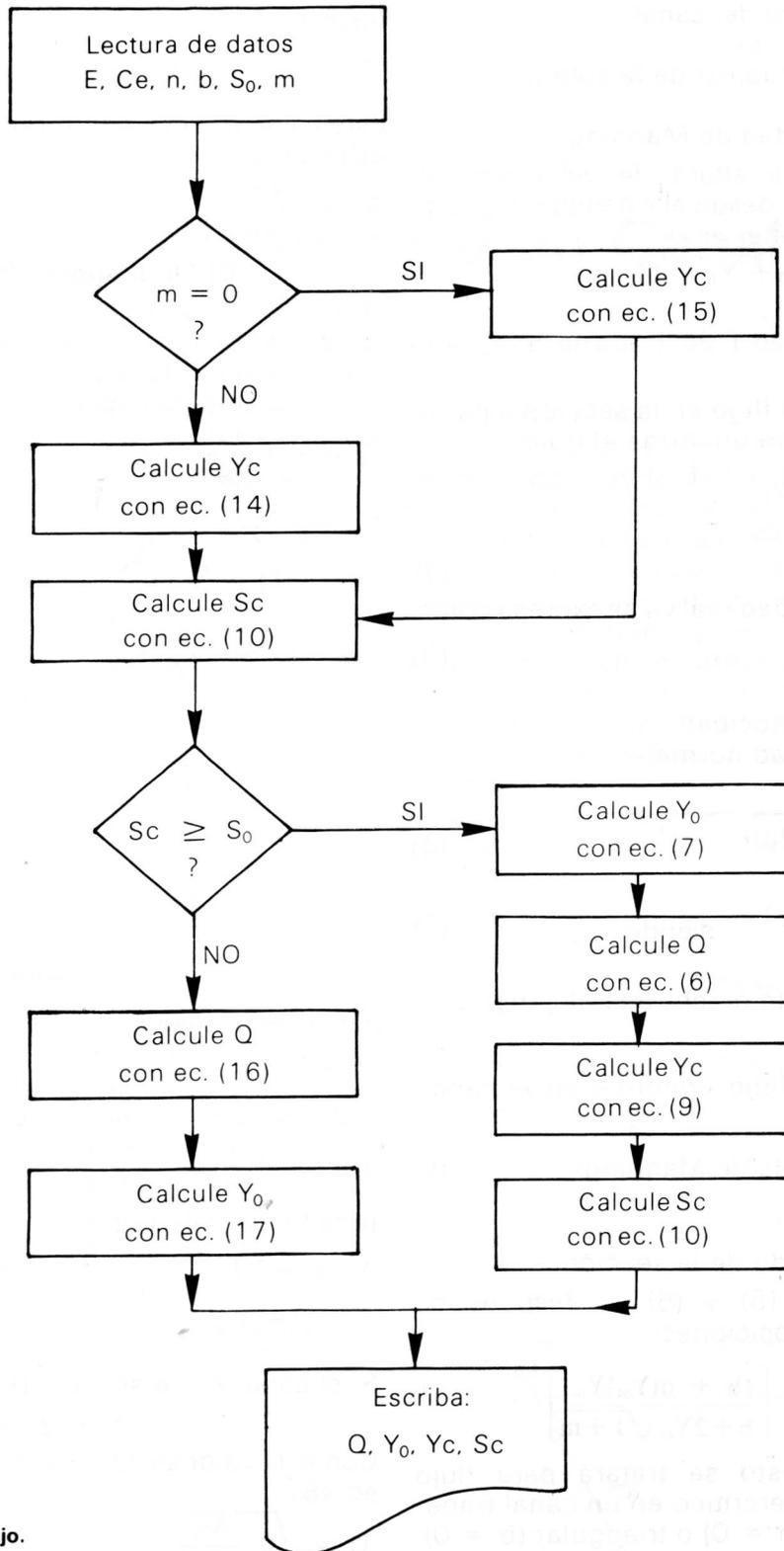


FIGURA 3. Diagrama de flujo.

Ejemplo

Calcular el caudal, la profundidad de flujo, la profundidad crítica y la pendiente crítica en un canal trapezoidal que se alimenta de un embalse, para $E = 3,0$ m, $S_0 = 0,0020$, $n = 0,021$, $b = 10,0$ m, $C_e = 1,25$ y $m = 1,5$.

Las marcas A, B, ..., A' de la calculadora, se han adoptado, para introducir los datos, así:

- E en la marca A, memoria 00,
- C_e en la marca B, memoria 01,

- n en la marca C, memoria 02,
- b en la marca D, memoria 03,
- S_0 en la marca E, memoria 04,
- m en la marca A', memoria 05,

Al correr el programa se obtuvieron los resultados siguientes:

$Q = 100,36$ m³/s, $Y_0 = 2,392$ m, $Y_c = 1,959$ m y $S_c = 0,004$, al llamar, respectivamente, las memorias 10, 11, 07 y 09.

000	76	LBL	047	65	x	095	43	RCL
001	11	A	048	43	RCL	096	07	07
002	42	STD	049	05	05	097	71	SEF
003	00	00	050	54)	098	25	CLF
004	91	R/S	051	55	+	099	42	STD
005	76	LBL	052	43	RCL	100	09	09
006	12	B	053	05	05	101	66	PAU
007	42	STD	054	65	x	102	77	GE
008	01	01	055	93	.	103	02	02
009	91	R/S	056	01	1	104	02	02
010	76	LBL	057	95	=	105	53	(
011	13	C	058	42	STD	106	43	RCL
012	42	STD	059	06	06	107	03	03
013	02	02	060	94	+/-	108	85	+
014	91	R/S	061	85	+	109	43	RCL
015	76	LBL	062	53	(110	05	05
016	14	D	063	43	RCL	111	65	x
017	42	STD	064	06	06	112	43	RCL
018	03	03	065	33	X ²	113	07	07
019	91	R/S	066	85	+	114	54)
020	76	LBL	067	93	.	115	65	x
021	15	E	068	04	4	116	43	RCL
022	42	STD	069	65	x	117	07	07
023	04	04	070	43	RCL	118	95	=
024	91	R/S	071	00	00	119	45	YX
025	76	LBL	072	65	x	120	03	3
026	16	A'	073	43	RCL	121	55	+
027	42	STD	074	03	03	122	53	(
028	05	05	075	55	+	123	43	RCL
029	58	FIX	076	43	RCL	124	03	03
030	03	03	077	05	05	125	85	+
031	67	EQ	078	54)	126	02	2
032	00	00	079	34	FX	127	65	x
033	86	86	080	95	=	128	43	RCL
034	43	RCL	081	42	STD	129	05	05
035	04	04	082	07	07	130	65	x
036	32	X:T	083	61	GTD	131	43	RCL
037	53	(084	00	00	132	07	07
038	03	3	085	95	95	133	54)
039	65	x	086	43	RCL	134	65	x
040	43	RCL	087	00	00	135	09	9
041	03	03	088	65	x	136	93	.
042	75	-	089	02	2	137	08	8
043	04	4	090	55	+	138	95	=
044	65	x	091	03	3	139	34	FX
045	43	RCL	092	95	=	140	42	STD
046	00	00	093	42	STD	141	10	10
			094	07	07	142	32	X:T
143	43	RCL	191	42	STD	239	54)
144	04	04	192	11	11	240	54)
145	34	FX	193	66	PAU	241	42	STD
146	35	1/X	194	52	EE	242	13	13
147	65	x	195	22	INV	243	54)
148	43	RCL	196	52	EE	244	45	YX
149	10	10	197	22	INV	245	04	4
150	65	x	198	67	EQ	246	22	INV
151	43	RCL	199	01	01	247	45	YX
152	02	02	200	42	42	248	03	3
153	95	=	201	91	R/S	249	65	x
154	45	YX	202	32	X:T	250	43	RCL
155	93	.	203	53	(251	04	04
156	06	6	204	53	(252	65	x
157	65	x	205	43	RCL	253	43	RCL
158	53	(206	03	03	254	01	01
159	43	RCL	207	85	+	255	55	+
160	03	03	208	02	2	256	43	RCL
161	85	+	209	65	x	257	02	02
162	02	2	210	43	RCL	258	33	X ²
163	65	x	211	11	11	259	65	x
164	43	RCL	212	65	x	260	93	.
165	11	11	213	53	(261	00	0
166	65	x	214	01	1	262	05	5
167	53	(215	85	+	263	01	1
168	01	1	216	43	RCL	264	94	+/-
169	85	+	217	05	05	265	85	+
170	43	RCL	218	33	X ²	266	43	RCL
171	05	05	219	54)	267	00	00
172	33	X ²	220	34	FX	268	95	=
173	54)	221	54)	269	42	STD
174	34	FX	222	42	STD	270	11	11
175	54)	223	12	12	271	66	PAU
176	45	YX	224	35	1/X	272	52	EE
177	93	.	225	65	x	273	22	INV
178	04	4	226	53	(274	52	EE
179	55	+	227	43	RCL	275	22	INV
180	53	(228	11	11	276	67	EQ
181	43	RCL	229	65	x	277	02	02
182	03	03	230	53	(278	02	02
183	85	+	231	43	RCL	279	43	RCL
184	43	RCL	232	03	03	280	13	13
185	05	05	233	85	+	281	45	YX
186	65	x	234	43	RCL	282	05	5
187	43	RCL	235	05	05	283	22	INV
188	11	11	236	65	x	284	45	YX
189	54)	237	43	RCL	285	03	3
190	95	=	238	11	11	286	55	+

287	43	RCL	335	85	+	383	03	3
288	12	12	336	43	RCL	384	65	x
289	33	X²	337	05	05	385	09	9
290	22	INV	338	65	x	386	93	.
291	45	YX	339	43	RCL	387	08	8
292	03	3	340	07	07	388	65	x
293	55	+	341	54)	389	43	RCL
294	43	RCL	342	95	=	390	02	02
295	02	02	343	42	STD	391	33	X²
296	65	x	344	07	07	392	55	+
297	43	RCL	345	66	PAU	393	53	(
298	04	04	346	52	EE	394	53	(
299	34	FX	347	22	INV	395	43	RCL
300	95	=	348	52	EE	396	03	03
301	42	STD	349	22	INV	397	85	+
302	10	10	350	67	EQ	398	43	RCL
303	32	XIT	351	03	03	399	05	05
304	43	RCL	352	03	03	400	65	x
305	10	10	353	43	RCL	401	43	RCL
306	33	X²	354	07	07	402	08	08
307	22	INV	355	71	SBR	403	54)
308	45	YX	356	25	CLR	404	65	x
309	03	3	357	91	R/S	405	43	RCL
310	65	x	358	76	LBL	406	08	08
311	93	.	359	25	CLR	407	54)
312	04	4	360	53	(408	22	INV
313	06	6	361	53	(409	45	YX
314	07	7	362	42	STD	410	03	3
315	65	x	363	08	08	411	55	+
316	53	(364	65	x	412	53	(
317	43	RCL	365	02	2	413	43	RCL
318	03	03	366	65	x	414	03	03
319	85	+	367	53	(415	85	+
320	02	2	368	01	1	416	02	2
321	65	x	369	85	+	417	65	x
322	43	RCL	370	43	RCL	418	43	RCL
323	05	05	371	05	05	419	05	05
324	65	x	372	33	X²	420	65	x
325	43	RCL	373	54)	421	43	RCL
326	07	07	374	34	FX	422	08	08
327	54)	375	85	+	423	54)
328	22	INV	376	43	RCL	424	54)
329	45	YX	377	03	03	425	92	RTN
330	03	3	378	54)	426	00	0
331	55	+	379	45	YX	427	00	0
332	53	(380	04	4	428	00	0
333	43	RCL	381	22	INV	429	00	0
334	03	03	382	45	YX			

REFERENCIAS

1. Boris Bakhmeteff. "Hydraulics of Open Channels".
2. Ven Te Chow. "Open Channel Hydraulics"
3. F. M. Henderson. "Open Channel Flow"
4. Texas Instruments. "Personal Programing"