

Simulación de un Estimador de Estado Desacoplado para Sistemas de Potencia

Este trabajo forma parte del programa de investigación en el área de Análisis de Sistemas de Potencia que el Departamento de Ingeniería Eléctrica viene desarrollando desde 1980. Este artículo presenta un algoritmo de estimación de estado cuyas principales características son: matriz de ganancia constante y desacoplada, procedimiento alternativo para la solución de voltajes y ángulos, y el tratamiento de tres tipos de medidas: inyección de potencia compleja, flujo de potencia compleja y magnitud de voltajes nodales. Las aproximaciones que se hacen en las derivadas parciales son la base para la formación de diferentes algoritmos.(1).

Ing.: HERNANDO DIAZ M.

Electricista

GILBERTO PEÑA C.

Estudiante

Universidad Nacional

Depto. Ing. Eléctrica

JAIRO AREVALO G.

Estudiante

Base teórica

Un algoritmo de estimación de estado procesa un grupo de medidas Z_m para encontrar (estimar) el mejor valor de la magnitud de los voltajes nodales y de los ángulos de fase de todos los nodos de la red; es decir, el vector de estado $[\hat{X}] = (\hat{X}, \hat{\theta})$ del sistema de potencia. El grupo de medidas Z_m está relacionado con el verdadero estado del sistema por la ecuación:

$$Z_m = f(x) + N \quad (1)$$

la función $f(x)$ es no lineal, puesto que las relaciones entre potencias (P,Q) por flujo e inyección, y el vector de estado involucran términos cuadráticos, funciones seno y coseno, etc.

El vector de error se asume independiente (es decir que los errores introducidos por una medida no afectan las otras medidas), de media cero y matriz de covarianza diagonal, por considerar los errores independientes.(2).

La técnica de estimación está basada en el concepto de estimación de los mínimos cuadrados.(3).

Dado Z , el estado estimado \hat{X} se define como el valor que minimiza la función de error $J(x)$.

$$J(x) = \sum W_i [Z_i - f_i(x)]^2 \quad (2)$$

que en su forma matricial se expresa como:

$$J(x) = [Z - f(x)]^T W [Z - f(x)] \quad (3)$$

W es una matriz diagonal de pesos.(2)

La función $f(x)$ se linealiza mediante una expansión en series de Taylor, alrededor de un estimativo inicial x_0 de x .

$$f(x) = f(x_0) + H\Delta X + \dots \quad (4)$$

donde H , es la matriz Jacobiana evaluada en x , cuyos elementos son:

$$H = \frac{\partial F(x)}{\partial X_j} \quad \Delta X = X - X_0 \quad (5)$$

$x = x_0$

si además, se define el vector residual como:

$$\Delta Z = Z - f(x_0) \quad (6)$$

y se desprecian los términos de orden superior en (4), al reemplazar en (3), se tiene:

$$J(x) = [Z - (f(x_0) + H\Delta X)]^T [Z - (f(x_0) + H\Delta X)] \quad (7)$$

$$J(x) = [Z - f(x_0) - H\Delta X]^T [Z - f(x_0) + H\Delta X] \quad (8)$$

El mínimo de J(x) se encuentra derivando esta función con respecto a Δx, e igualando a cero.

Al derivar y despejar se obtiene el vector de cambios en el estado ΔX

$$(H^T W H) \Delta X = H^T W \Delta Z \quad (9)$$

$$\Delta X = (H^T W H)^{-1} H^T W \Delta Z \quad (10)$$

$$y, \hat{x} = x_0 + \Delta x$$

ya que generalmente x_0 no está tan cerca de \hat{x} , se utiliza un procedimiento iterativo para el cálculo de \hat{x} , tal que en la iteración k + 1, el valor de \hat{x}_{k+1} , obtenido a partir de \hat{x}_k es:

$$\hat{X}_{k+1} = \hat{X}_k + (H^T W H)^{-1} H^T W \Delta Z \quad (11)$$

el proceso se efectúa hasta encontrar un valor para todas las componentes de Δx, que sean menores a una tolerancia especificada.

Descripción del algoritmo

El algoritmo desarrollado de mínimos cuadrados ponderados (WLS), minimiza la función:

$$J(V, \theta) = [Z - f(v, \theta)]^T W [Z - f(v, \theta)]$$

Es desacoplado ya que se hace

$$\frac{\partial P}{\partial E} = \frac{\partial Q}{\partial \delta} = 0 \text{ en el jacobiano, en ambos lados de la expresión con la cual se efectúa el proceso iterativo:}$$

El producto matricial $H^T W H$ se le denomina matriz de ganancia G, que se desacopla en parte activa GAA y GRR parte reactiva.

$$H^T W H \Delta X = H^T W \Delta Z$$

El vector ΔY es el producto de $H^T W \Delta Z$, que también se desacopla en ΔYA y ΔYR. ΔX es el vector de cambios en el estado, la parte activa la conforman los Δ de ángulos mientras que los Δ de voltajes son la parte reactiva.

El proceso de solución, entonces se efectúa alternativamente resolviendo las ecuaciones matriciales

$$GAA \Delta \theta = \Delta YA$$

$$GRR \Delta V = \Delta YR$$

1. Jacobiano

La matriz jacobiana H, calculada en forma exacta tiene la siguiente estructura: (4)

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial P}{\partial \theta} & \frac{\partial P}{\partial E} \\ \frac{\partial Q}{\partial \theta} & \frac{\partial Q}{\partial E} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{AA} & H_{AR} \\ H_{RA} & H_{RR} \end{bmatrix}$$

Las expresiones de las derivadas parciales son función de los parámetros de la red, de los voltajes y de los ángulos de fase. Según las aproximaciones que se consideren ($V=1.0, \theta=e, R \ll X, G \ll B$), se tendrán varias alternativas cuando se forme la matriz G y el vector ΔY.

La matriz H no se forma, los términos que produce cada medida ocupan un lugar específico en la matriz G y en ΔY. Los sitios afectados dependen de los nodos que estén involucrados en la medida, y de la clase, tipo y número de la medición.

Al no formarse la matriz H ni H^T , se ahorra memoria y se evita la triple multiplicación ($H^T W H$), haciendo el algoritmo más rápido. Las variantes que se hacen para G son: jacobiano desacoplado ($H_{AR} = H_{RA} = 0$) con $R=0$ y jacobiano desacoplado con $R \neq 0$, además con $V=1.0, \theta=0^\circ$.

2. Matriz de ganancia G

Las expresiones para G, tomando el jacobiano exacto, son:

$$GAA = H_{AA}^T W A H_{AA} + H_{AR}^T W R H_{AR} \quad (12)$$

$$GRR = H_{RR}^T W R H_{RR} + H_{RA}^T W A H_{RA} \quad (13)$$

Al efectuar el desacople en H, la matriz de ganancia se ve reducida a:

$$GAA = H_{AA}^T W A H_{AA} \quad (14)$$

$$GRR = H_{RR}^T W R H_{RR} \quad (15)$$

La matriz GAA y, la matriz GRR resultan ser simétricas, dispersas, e iguales respecto a sus diagonales, reales y se mantienen constantes durante el proceso de solución. Estas características hacen posible la factorización en la forma L D U, y el almacenamiento de la parte triangular superior de cada una de ellas, en forma vectorial. (5)

3. Vector residual ΔZ

El vector residual ΔZ se define como: (6)

$$\Delta Z = Z - f(x_0)$$

$$\Delta Z = Z_m - Z_c$$

donde Zm, es la medida y Zc, es la expresión mediante la cual se evalúa la potencia activa o reactiva por flujo o inyección.

Este vector se actualiza en cada iteración, de acuerdo a los \hat{V}_i y $\hat{\theta}_i$ estimados, y se arranca en un perfil de voltajes $V=1.0$ p.u. y $\theta=0^\circ$.

El flujo de potencia del nodo i al nodo j, en función del vector de estado estimado está dado por las ecuaciones 16 y 17. (4,6).

$$P_{ij} = \hat{E}_i^2 (R_k + G_k (R_k^2 + X_k^2)) + \hat{E}_i \hat{E}_j (X_k \sin(\hat{\delta}_i - \hat{\delta}_j) - R_k \cos(\hat{\delta}_i - \hat{\delta}_j)) / (R_k^2 + X_k^2) \quad (16)$$

$$Q_{ij} = \hat{E}_i^2 (X_k - B_k (R_k^2 + X_k^2)) - \hat{E}_i \hat{E}_j \quad \triangleright$$

$$\frac{\angle (X_k \cos(\hat{\delta}_i - \hat{\delta}_j) + R_k \sin(\hat{\delta}_i - \hat{\delta}_j))}{(R_k^2 + X_k^2)} \quad (17)$$

La inyección de potencia compleja en el nodo i , conectado a n nodos, se evalúa mediante las ecuaciones (18) y (19).

$$P_i = \sum_{j=1}^n \hat{E}_i \hat{E}_j (G_{ij} \cos(\hat{\delta}_i - \hat{\delta}_j) + B_{ij} \sin(\hat{\delta}_i - \hat{\delta}_j)) \quad (18)$$

$$Q_i = \sum_{j=1}^n \hat{E}_i \hat{E}_j (G_{ij} \sin(\hat{\delta}_i - \hat{\delta}_j) - B_{ij} \cos(\hat{\delta}_i - \hat{\delta}_j)) + \hat{E}_i^2 Y/2 \quad (19)$$

El vector residual de voltajes lo conforman los valores medidos y los valores estimados.

El vector ΔZ se divide en dos partes: La parte activa (ΔZ_A), conformada por las componentes activas tanto de las medidas de inyección como de los flujos de potencia; la parte reactiva (ΔZ_R) conformada por la componente reactiva de las medidas de inyección, los flujos de potencia reactiva y las medidas de voltaje.

4. Vector ΔY

Para la formación de este vector se desacopla el jacobiano, en cuyo caso se tiene:

$$\Delta Y_A = H_{AA}^T W_A \Delta Z_A \quad (20)$$

$$\Delta Y_R = H_{RR}^T W_R \Delta Z_R \quad (21)$$

Las tres versiones para ΔY son:

- Jacobiano desacoplado, V cte.
- Jacobiano desacoplado, V, θ ctes.
- Jacobiano desacoplado, con voltajes y ángulos actualizados en cada iteración.

Estos tres vectores ΔY combinados con las dos variantes de G , conforman los seis (6) algoritmos desarrollados. Cada uno de estos se probó con los sistemas de cinco (5), catorce (14) y treinta (30) nodos, empleados por IEEE. También se efec-

tuaron pruebas para el sistema colombiano de doce (12) nodos a 220 KV.

5. Estimación

El vector de estado estimado $[\hat{V}, \hat{\theta}]$ se encuentra al resolver la ecuación:

$$\begin{bmatrix} G_{AA} & 0 \\ 0 & G_{RR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta Y_A \\ \Delta Y_R \end{bmatrix}$$

Teniendo la matriz G desacoplada, la estimación se hace en forma alterna hallando primero el vector de ángulos, e inmediatamente el vector de voltajes. Este procedimiento obtiene convergencias en medias iteraciones. Con un perfil de voltajes se evalúa inicialmente el vector residual activo ΔZ_A , y se resuelve:

$$G_{AA} \Delta \theta = \Delta Y_A \quad (22)$$

para cada ángulo se tiene:

$$\hat{\theta}_{i+1} = \hat{\theta}_i + \Delta \theta \quad (23)$$

con estos ángulos parcialmente estimados y $V=1.0$, se calcula el vector residual reactivo ΔZ_R para estimar los voltajes, mediante la expresión

$$G_{RR} \Delta V = \Delta Y_R \quad (24)$$

para cada voltaje nodal se tiene

$$\hat{V}_{i+1} = \hat{V}_i + \Delta V_i \quad (25)$$

Se concluye así la iteración, y se inicia otra, actualizando los residuos, hasta lograr la convergencia.

El diagrama explica el criterio de convergencia en el algoritmo de estimación. Las tolerancias para ángulos y voltajes δ_A y δ_r son: 0.0005

El algoritmo desarrollado para la estimación de estado tiene las siguientes características:

- Procesa tres tipos de medidas: flujo de potencia activa-reactiva, inyección de potencia activa-reactiva, y magnitud de voltajes nodales.

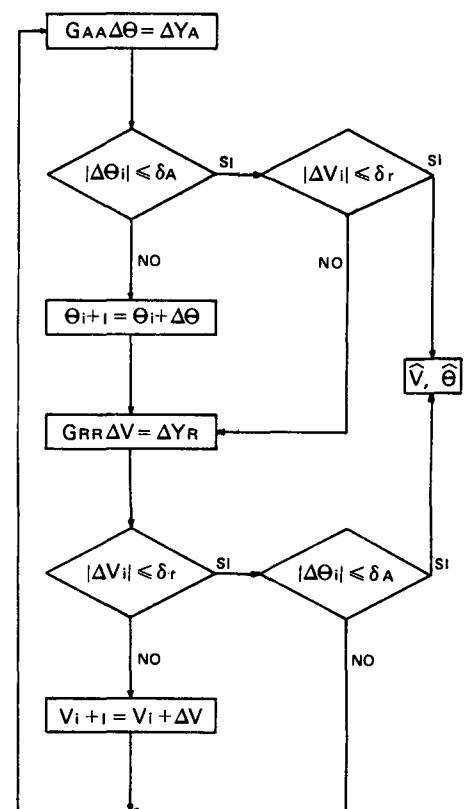


Fig. 1. Criterio de Convergencia

- Las ecuaciones se plantean en coordenadas polares.

- La matriz Jacobiana se desacopla (H_{AR} y $H_{RA} = 0$), para formar la matriz de ganancia G .

- La matriz de ganancia (G_{AA} y G_{RR}) se evalúa para un perfil plano de voltajes, permaneciendo constante durante la estimación.

- Las matrices G_{AA} y G_{RR} son simétricas, dispersas e iguales respecto a sus diagonales.(7)

- La expresión de las potencias por flujo o inyección activa y reactiva se dividen por la magnitud del voltaje, en el nodo donde se hace la medida para hacer más lineales las relaciones anteriores.

- El Jacobiano se desacopla para formar el vector ΔY_A y ΔY_R

- El proceso de solución se realiza alternativamente.

La tabla 1 resume las características de cada una de las seis variantes del algoritmo propuesto:

ALG	MATRIZ G _{AA}		VECTOR ΔY	
1	R=0		V=1.0	θ=0°
2	R=0		V=1.0	θ≠0°
3	R=0		V≠1.0	θ≠0°
4		R≠0	V=1.0	θ=0°
5		R≠0	V=1.0	θ≠0°
6		R≠0	V≠1.0	θ≠0°

Tabla 1. Algoritmos de prueba.

6. Detección e identificación

En las medidas que llegan al Centro de Control, y que procesa el algoritmo de estimación de estado, se pueden encontrar grandes errores, los cuales deben ser eliminados del proceso de estimación, para lograr un vector de estado estimado más confiable.

La detección de errores en las medidas se hace mediante la comparación de la suma de los residuos ponderados contra un valor de una distribución Chi-Cuadrado con K grados de libertad y un nivel b de probabilidad. Se detecta error en las medidas si: (8,9)

$$J_A(\hat{x}) = \sum (Z_m - Z_c)^2 W \geq \chi^2_{K A, b} \quad (26)$$

Esta expresión se evalúa para los residuos de las medidas activas, e independientemente se calculan los residuos correspondientes a las medidas reactivas

$$J_R(\hat{x}) = \sum (Z_m - Z_c)^2 W V \chi^2_{K R, b} \geq \chi^2_{K R, b} \quad (27)$$

los grados de libertad K_A se definen para las medidas activas por:

$$K_A = M_F + M_I - N + 1 \quad (28)$$

para las medidas reactivas:

$$K_R = M_F + M_I + M_V - N \quad (29)$$

donde:

M_F: Número de medidas de flujos de potencia.

M_I: Número de medidas de inyección de potencia.

M_V: Número de medidas de voltajes nodales.

N: Número de nodos del sistema de potencia.

b: Nivel de probabilidad.

Si se detecta error en las medidas ($J(x) \geq \chi^2_{K, b}$), se procede a la identificación de la medida, teniendo en cuenta que si se cumple (30), se identifica la medida j como la medida mala.

$$S \frac{|\Delta Z_j|}{\sqrt{W - \text{Diag } H(G^{-1})H^T}} \geq T_{k, b} \quad (30)$$

$$S^2 = \frac{J(\hat{x})}{K} \quad (31)$$

donde t_{k, b} es un valor de una distribución de Student.

Una vez la medida se ha identificado, se corrige, creando así una pseudomedida; o se elimina del proceso de estimación. Cuando la medida se corrige o se elimina, se estima un nuevo vector de estado, hasta no encontrar más errores en las medidas. Si no se detecta error, o si se han corregido las medidas, se estiman flujos de potencia e inyecciones de potencia teniendo en cuenta el último vector de estado estimado.

Consideraciones del programa

En el aspecto de la programación, los siguientes tópicos se tienen en cuenta, para que el algoritmo presente dos características fundamentales: rapidez en la ejecución y bajos requerimientos de memoria.

– El Jacobiano no se forma como matriz, se almacenan vectorialmente las derivadas parciales para formar el vector ΔY y la matriz G.

– Los nodos del sistema se ordenan óptimamente. (10).

– G_{AA} y G_{RR} se factorizan en la forma L D U y se almacena vectorialmente sólo la parte triangular superior de cada una y su respectiva diagonal. (5,7)

– La solución para los sistemas: G_{AA}Δθ = ΔY_A y G_{RR}ΔV = ΔY_R se hace por sustitución hacia adelante y hacia atrás. (4,5)

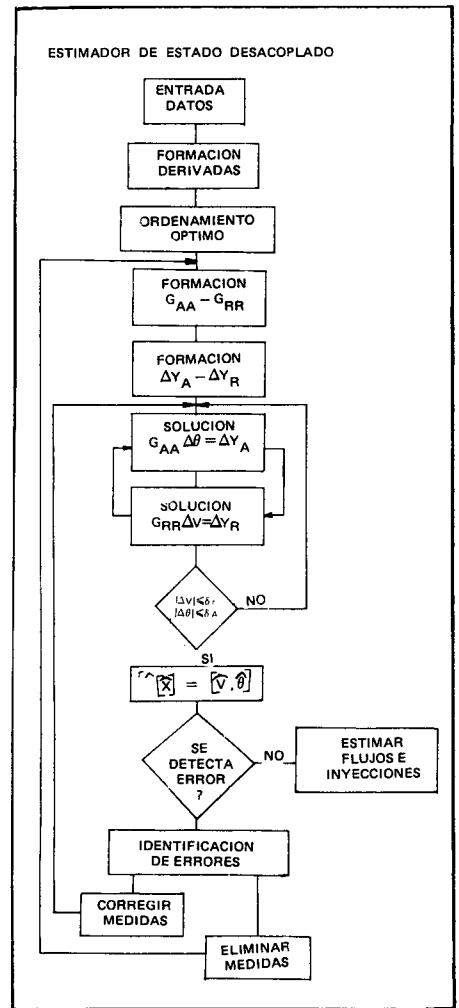


Fig. 2. Diagrama de Flujo

– Estos sistemas de ecuaciones se resuelven alternativamente.

– El algoritmo de detección e identificación de malas medidas separa los procesos para las medidas activas y reactivas.

– El método de la matriz inversa dispersa, se aplica en la identificación cuando se evalúan los términos diagonales de $H(H^TWH)^{-1}H^T = H(G^{-1})H^T$ (7,9)

1. Diagrama de flujo

El diagrama de flujo muestra la secuencia de ejecución de los diferentes pasos en que se ha dividido el algoritmo de estimación de estado. En este se hace una simplificación para el procedimiento iterativo de convergencia, antes explicado.

Los datos de entrada al estimador son los parámetros de la red R, X, G, B y las medidas.

◁ La simulación de las medidas se hace mediante la contaminación, con errores normales, de los resultados de un flujo de carga convencional.

Pruebas y resultados

Las pruebas que a continuación se detallan se hicieron para cuatro sistemas, con el fin de observar el comportamiento de los algoritmos en distintas condiciones, dadas las diferencias existentes en la topología de la red, el número de nodos, la relación X/R y la magnitud y número de medidas.

— En pruebas iniciales se encontró que el número de iteraciones necesarias para lograr la convergencia, variaba según el nodo que se tomara como referencia. Las condiciones del problema en cuanto a tolerancias, pesos, número y lugar de las medidas y magnitud de las mismas permanecían invariables. Para comprobar este comportamiento se hicieron idénticas pruebas con todos los nodos de cada sistema y para todos los algoritmos. En la tabla II se consigna una muestra de los resultados para el sistema de cinco nodos.

NODO REF	ALGORITMO					
	1	2	3	4	5	6
Elm	6	9 1/2	9 1/2	7 1/2	8 1/2	8
Main	7	6	6	5	5	5
Lake	7	6	6	5	5	5
Sout	5	5	4	5	5	7
Nort	7	6	7	5	5	5

Tabla II Número de iteraciones por nodo de referencia

— El peso asignado a una medida indica el grado de confiabilidad que se tiene de esa medida. Para flujos e inyecciones los pesos se evalúan mediante

$$W = \frac{1}{(0.0152F_s)^2} \quad (32)$$

F_s relaciona la magnitud de la medida con el valor máximo de la escala del instrumento. Para observar la influencia que tenían sobre la convergencia se hicieron variaciones en los pesos de las medidas de voltaje.

El valor de los pesos se fue acomodando de tal forma que la solución se encontrara en pocas iteraciones y a la vez, tuviera un grado aceptable de exactitud. Se encontró para cada sistema un rango de valores que cumplían estos requisitos así:

5 nodos	3500.	—	4000.
12 nodos	12000.	—	13000.
14 nodos	40000.	—	260000.
30 nodos	30000.	—	35000.

— Con el fin de ensayar los algoritmos en otros puntos de operación del sistema, se modificó el sistema de 30 nodos consiguiéndose bajos niveles de voltaje, 0.80–0.95 p.u., y diferencias angulares de 25 a 30 grados. Los valores estimados estuvieron muy cercanos a los medidos.

— Bajo estas mismas condiciones se experimentó el algoritmo No. 2 tomando el vector residual ΔZ , sin incluir la división por el voltaje es-

timado \hat{V} . Se obtuvo una leve mejoría en el número de iteraciones.

— Las características de convergencia permanecieron invariables al contaminarse los resultados del flujo de carga con errores no normales y una relación 10/1 para las medidas activas-reactivas.

— La totalidad de las pruebas, cerca de 5000, se hicieron con una tolerancia de 0.0005 para ángulos y voltajes, debido a que cuando se especificó 0.001, los valores del vector de estado y los flujos e inyecciones estimados no eran confiables. Sin embargo, el número de iteraciones disminuye considerablemente como se puede apreciar en la fig. 3, donde también se nota la diferencia en el número de iteraciones por nodo de referencia.

— Para todos los sistemas se hicieron medidas de inyección de poten-

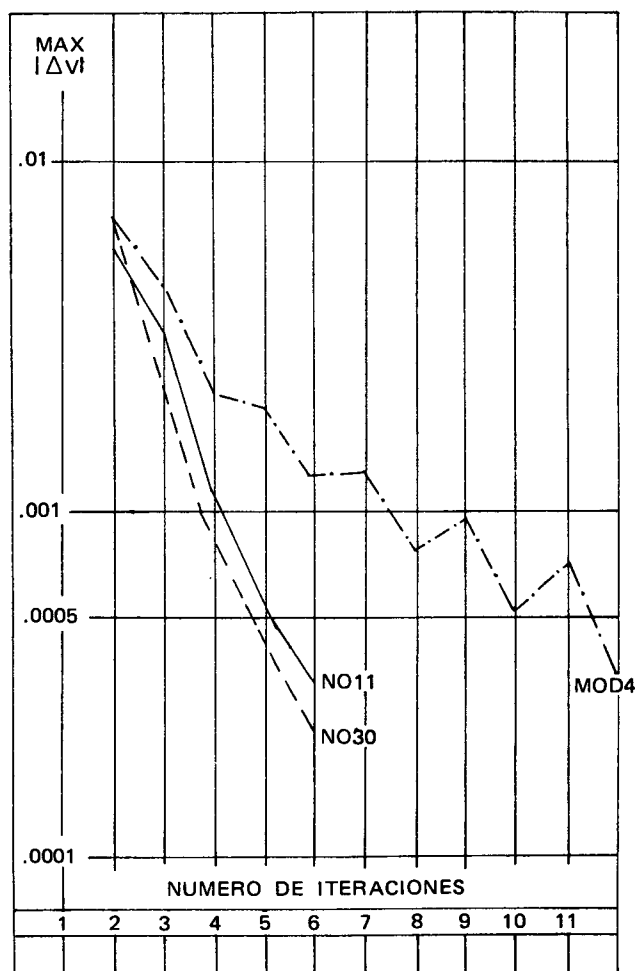


Fig. 3.: Convergencia para voltajes. Sistema 30 nodos, Algoritmo Número 1.

cia, entre una y seis, variando el sitio de la medición, con resultados satisfactorios.

Conclusiones

- Para los algoritmos desarrollados, los nodos de un sistema de potencia no requieren el mismo número de iteraciones para la convergencia, cuando se toman como nodo de referencia.
- Los pesos asignados a las medidas son fundamentales en la convergencia.
- Los voltajes convergen más rápido que los ángulos, debido a que los ángulos arrancan con valores más lejanos al verdadero.
- Las medidas de inyección presentan el único inconveniente de que se pierde la característica de alta dispersidad que presenta la matriz

de ganancia G , como consecuencia de la gran cantidad de términos con que contribuye una medida de este tipo en la formación de dicha matriz.

- Los algoritmos no son muy sensibles a la disminución en la redundancia de las medidas.
- Los valores estimados se acercan más a los verdaderos (resultados del flujo de carga) que a los medidos, es decir se eliminan los errores introducidos por la transmisión de las medidas.
- Los algoritmos no presentan grandes diferencias entre sí, en cuanto a la estimación se refiere, aunque determinados algoritmos se acomodan mejor a ciertos sistemas.
- No dividir el vector residual por el voltaje estimado cuando estos

niveles son bajos, mejora la convergencia; la razón se puede encontrar en que ΔZ crece si V es <1.0 .

- Los resultados obtenidos del algoritmo de detección e identificación, no se pueden generalizar debido a las escasas pruebas realizadas, no obstante, para dichas pruebas funcionó aceptablemente.
- Los algoritmos son rápidos, para la tolerancia especificada 0.0005, el número de iteraciones mínimas son:

5	Nodos	4	SOUT
12	Sist Col	4'2	BARR
14	Nodos	7'2	NO10
30	Nodos	6	NO11

estas iteraciones serán menores si la tolerancia es mayor. ♦

BIBLIOGRAFIA

1. Arévalo. G.J, Peña. C.G, Villegas. M.J. Simulación de un estimador de Estado desacoplado para Sistemas de Potencia U. Nal. 1981.
2. J. F. Dopazo, A.M. Sasson. Lecture Notes on Implementation of Real Time Power System Control by Digital Computer. Imperial College of Science and Technology. Sep 20-21/73.
3. H.P. Horisberger, J.C. Richard, C. Rossier. A Fast Decoupled Static State - Estimator for Electric Power Systems. IEEE Pas-95 January/February 1976.
4. Brown, H.E. Solution of Large networks by matrix Methods J. Wiley 1975.
5. Parra L.E.E., Rincón. B. G. Análisis Comparativo de Técnicas recientes para el cálculo de fallas en Sistemas de Potencia. U.N. 1980.
6. Elgerd. O.J. Electric Energy Systems Theory, McGraw Hill. Book Company. New York 1971.
7. Díaz. M.H. Aplicación de matrices dispersas en Sistemas de Potencia. U.N. 1981.
8. J.F. Dopazo. O.A. Klitin, A.M. Sasson. State Estimation for Power Systems: Detection and Identification of gross measurement errors. AEP New York 1973.
9. F. Broussolle State Estimation on Power System Detecting bad data through the sparse inverse matrix method. IEEE Pas Summer Meeting. Mexico City July 1977.
10. Tinney. W.F. Compensation Methods With Ordered Triangular Factorization. IEEE PAS - 91 Ene/Feb. 1972.
11. A. García, A. Monticelli, P. Abreu Fast Decoupled State Estimation and Bad Data Processing. IEEE PAS Summer Meeting, 1978.