

Solución de Redes de Flujo para Gases Usando el Modelo de Balance de Nodos y el Método de Linealización de Ecuaciones.

Paulo César Narváez*

RESUMEN

El dimensionamiento de redes de distribución de gases es un problema complejo, tanto por la diversidad de los fenómenos que se presentan, como por la variación de las propiedades de los fluidos, en especial, la densidad por efecto de los cambios en la presión a lo largo de la red. Este trabajo presenta un modelo para su simulación a partir de la deducción de la ecuación general de flujo en estado estable e isotérmico, su inclusión en el modelo de balance de nodos y la solución de este por el método de linealización de ecuaciones. Adicionalmente, se hace un resumen de las ecuaciones empíricas más usadas para el cálculo de la caída de presión para gases fluyendo en tuberías y un ejemplo que ilustra la aplicación del modelo y el método desarrollado.

INTRODUCCIÓN

Cuando se estudia el comportamiento de los líquidos que fluyen a través de una tubería, suponer que su densidad es constante dada la débil dependencia de esta propiedad con la presión, permite simplificar las ecuaciones que se usan para describir el fenómeno. Infortunadamente, esta suposición no es válida cuando se trata de fluidos compresibles donde la disminución en la presión, por efecto de las pérdidas por fricción, produce una disminución en la densidad. Por otra parte, si no se transfiere calor al sistema, el gas se enfría produciéndose un aumento en la densidad.

Sin embargo, cuando un gas fluye por una tubería, la caída de presión es gradual y existe la suficiente área, de forma tal que si la temperatura del gas es cercana a la del ambiente, se puede transferir el calor necesario para que el flujo pueda considerarse isotérmico. Estas suposiciones no son válidas cuando dentro de la red de distribución existen válvulas de control, donde el cambio en la presión es aproximadamente instantáneo y no puede transferirse calor hacia el sistema, de tal forma que la expansión se considera adiabática.

Con base en las dos leyes que rigen el comportamiento de las redes de distribución pueden plantearse tres modelos para su simulación en estado estable:

El más usado es el modelo de balance de lazos o sistema de ecuaciones ΔQ , que trabaja sobre la ley que afirma que la sumatoria de las pérdidas alrededor de un circuito es cero, mientras que supone el cumplimiento del balance de materia en cada nodo. El segundo modelo es el de balance de nodos o sistema de ecuaciones H , que plantea que la suma algebraica de los caudales que entran a un nodo de la red es cero y supone el cumplimiento del balance de energía en los circuitos de la red. Un tercer modelo plantea simultáneamente el balance de energía alrededor de los circuitos de la red y el balance de materia en cada nodo y recibe el nombre de sistema de ecuaciones Q .

Para el planteamiento de cualquiera de estos tres modelos es necesario deducir una ecuación que permita relacionar la dependencia entre el flujo a través de cada elemento de la red y las energías en los nodos de la misma. Los métodos de solución desarrollados para este tipo de modelos son:

- Método de Hardy Cross
- Método de Newton
- Método de Linealización de Ecuaciones

Narváez [7] y Narváez y colaboradores [8], discutieron en detalle las ventajas y desventajas de cada uno de estos modelos, y presentaron el uso del método de linealización de ecuaciones aplicado al balance de nodos para la simulación de redes de flujo para líquidos que incluyen, bombas, válvulas de control, accesorios, boquillas de aspersión y equipos de proceso. Se demuestra que el modelo permite resolver este tipo de problemas de una manera sencilla, con menores esfuerzo de programación, número de iteraciones y de ecuaciones a resolver, que los demás.

*Ingeniero Químico, MSc, Universidad Nacional de Colombia

A continuación se deduce la ecuación general de flujo, EGF, en estado estable para el flujo isotérmico de un gas y su adecuación para que pueda incorporarse en el modelo de balance de nodos y resolverse por el método de linealización de ecuaciones. El modelo es aplicable a redes abiertas, cerradas y combinaciones de los dos, compuestas exclusivamente por tramos de tubería.

I. ECUACIONES EMPÍRICAS PARA EL CÁLCULO DE LA CAÍDA DE PRESIÓN EN TUBERÍAS

La mayoría de los programas de computadora que permiten simular redes de distribución de gases, hacen uso de ecuaciones empíricas que han supuesto algún tipo de comportamiento simplificado del factor de fricción de Moody [2,6]. Las siguientes son las más usadas:

A. ECUACIÓN DE LACEY

Se usa para redes de distribución que operan a baja presión, entre 0 y 75 mbar [9],

$$Q_n = 5,72 \times 10^{-4} \sqrt{\frac{(P_1 - P_2) D^5}{fSL}}$$

en donde Q_n es el caudal en condiciones normales en metros cúbicos por hora, P es la presión en milibares, D el diámetro en milímetros, S la densidad relativa y L la longitud en metros. El factor de fricción se calcula por la ley de Unwin:

$$f = 0,004 \left(1 + \frac{12}{0,276D} \right) \quad (2)$$

De manera alternativa, se puede usar un valor de 0,0065 para todos los diámetros de tubería, con lo que se obtiene la ecuación de Pole [9]:

$$Q_n = 7,1 \times 10^{-3} \sqrt{\frac{(P_1 - P_2) D^5}{SL}} \quad (3)$$

B. ECUACIÓN POLYFLO

Se usa para redes que operan a presiones intermedias, en el intervalo comprendido entre 0,75 y 7,0 bar [2].

$$Q_n = 7,57 \times 10^{-4} \frac{T_n}{P_n} \sqrt{\frac{(P_1^2 - P_2^2) D^5}{fSLT}} \quad (4)$$

En esta ecuación T_n y P_n son la temperatura y presión a condiciones normales en Kelvin y bares, respectivamente. El factor de fricción se calcula por la ecuación:

$$\sqrt{\frac{1}{f}} = 5,338 \text{Re}^{0,076} E \quad (5)$$

Re es el número de Reynolds y E es el factor de eficiencia del factor de fricción, que tiene en cuenta la diferencia entre el factor de fricción real y el calculado por la ecuación, cuyo valor está dado por la experiencia del diseñador y generalmente tiene un valor de 1 para tuberías nuevas, sin accesorios y sin curvaturas; de 0,95 cuando las condiciones de operación son excelentes y el tiempo de operación de las tuberías es de 12 a 18 meses; de 0,90 para condiciones de operación promedio y de 0,85 cuando las condiciones de operación son desfavorables [6].

C. ECUACIÓN DE PANHANDLE

Esta ecuación supone que el factor de fricción en función del número de Reynolds, en la sección donde sus valores son moderados, se puede representar por medio de una línea recta con pendiente negativa [2], y se aplica a redes que trabajan a presiones superiores a 7,0 bares.

$$Q_n = 7,57 \times 10^{-4} \frac{T_n}{P_n} \sqrt{\frac{(P_1^2 - P_2^2) D^5}{fSLTZ}} \quad (6)$$

en donde Z es el factor de compresibilidad. El factor de fricción se calcula por la ecuación

$$\sqrt{\frac{1}{f}} = 6,872 \text{Re}^{0,073} E \quad (7)$$

D. ECUACIÓN DE WEYMOUTH

Esta ecuación está basada en las mediciones hechas para aire comprimido en tuberías en el intervalo comprendido entre 0,8 y 11,8 pulgadas, en la región de flujo turbulento donde el factor de fricción en el diagrama de Moody es independiente del número de Reynolds [2,3,6]. En esta región, el factor de fricción puede calcularse mediante la siguiente ecuación:

$$\sqrt{\frac{1}{f}} = 20,64 D^{1/6} E \quad (8)$$

La forma como aparece la ecuación de Weymouth en el *Gas Processors Suppliers Association Engineering Handbook* es [4]:

$$Q_n = 865 D^{2,67} \sqrt{\frac{(P_1^2 - P_2^2)}{L}} \quad (9)$$

En esta ecuación el diámetro debe estar en pulgadas, la longitud en pies, la presión en libras-fuerza por pulgada cuadrada absolutas y el caudal resultante está en millones de pies cúbicos por día en condiciones normales.

E. ECUACIÓN DE SPITGLASS

Esta ecuación se usa para redes de distribución que operan a presiones cercanas a la atmosférica [3].

$$Q_n = 0,09 \sqrt{\frac{(P_1 - P_2)D^5}{SL(1 + \frac{3,6}{D} + 0,03D)}} \quad (10)$$

F. ECUACIÓN DE OLIPHANT

Es una ecuación muy utilizada para el cálculo del flujo de gas cuando se conocen las presiones inicial y final en una tubería [6].

$$Q_n = 42a \sqrt{\frac{(P_1^2 - P_2^2)}{L}} \quad (11)$$

en donde a es un coeficiente que tiene en cuenta el diámetro de la tubería y cuyos valores se encuentran en la referencia 6. El caudal se calcula en pies cúbicos por hora, cuando la presión está en libras-fuerza por pulgada cuadrada absolutas y la longitud en millas.

Si se quiere desarrollar un modelo, o aún más allá, un programa de computador que permita la simulación de redes, donde las presiones en cada uno de los puntos de la red pueden cubrir todos los intervalos anteriormente mencionados, es necesario incorporar cada una de estas ecuaciones dentro del modelo, de forma tal que queden incluidos todos los intervalos de presión dentro de la red. Este trabajo puede reducirse si se desarrolla una ecuación general de flujo válida en todos los intervalos, y que a diferencia de las anteriores, tenga en cuenta los cambios de altura de la red.

II. ECUACIÓN GENERAL DE FLUJO (EGF)

Teniendo en cuenta los cambios en la densidad por efecto de la variación en la presión, para deducir la EGF, es necesario realizar un balance de energía mecánica sobre un elemento diferencial de la tubería. La figura 1 muestra este elemento.

Al aplicar la ecuación de conservación de la energía mecánica sobre el elemento diferencial se tiene que:

$$\frac{P}{\rho g} + z + \frac{v^2}{2g} = \frac{P+dP}{\rho g} + (z+dz) + \frac{(v+dv)^2}{2g} + dh_f \quad (12)$$

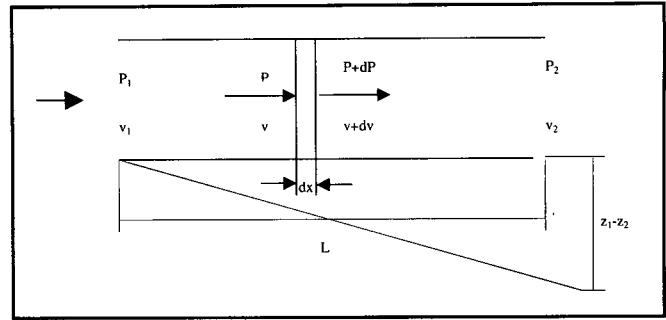


Figura 1. Tramo de tubería para la deducción de la ecuación general de flujo.

en donde z es la altura con respecto a algún nivel de referencia, ρ la densidad y dh_f las pérdidas por fricción en el elemento diferencial. Se supone que los cambios en la densidad, en el elemento, y por lo tanto, los cambios en la velocidad, son despreciables. Así la ecuación 12 se transforma en:

$$\frac{-dP}{\rho g} = dz + dh_f \quad (13)$$

Las pérdidas por fricción se calculan mediante la ecuación de Moody:

$$dh_f = \frac{fv^2}{2gD} dx \quad (14)$$

Si se considera que el flujo es isotérmico, que se cumple la ley de continuidad y que el gas se comporta idealmente, pueden establecerse las siguientes relaciones para la velocidad, la presión y la densidad en cualquier punto de la tubería con respecto a estas mismas variables a la entrada,

$$v = \frac{P_1}{P} v_1 \quad (15)$$

$$\rho = \frac{P}{P_1} \rho_1 \quad (16)$$

Al reemplazar las tres ecuaciones anteriores en la ecuación 13, se tiene que:

$$-PdP = \frac{gP^2}{ZRT} dz + \frac{ZRTf\rho_1^2 v_1^2}{2D} dx \quad (17)$$

en donde R es la constante particular del gas que se esté transportando. Para deducir esta ecuación se hace uso de la ecuación de estado para gases ideales, incluyendo el factor de compresibilidad.

Si se reemplaza la velocidad por el caudal, se escribe la ecuación en términos de las condiciones normales y teniendo

en cuenta que P^2 puede sustituirse por la presión promedio al cuadrado (P_{av}^2), teniendo en cuenta que sus valores son semejantes. De esta forma, la ecuación 16 se transforma en:

$$-PdP = \frac{gP_{av}^2}{ZRT} dz + \frac{8ZRTf\rho_n^2 Q_n^2}{\pi^2 D^5} dx \quad (18)$$

Integrando y dejando explícito el caudal se obtiene la EGF:

$$Q_n^2 = \frac{\pi^2 D^5 \left[P_1^2 - P_2^2 + \frac{2gP_{av}^2(z_1 - z_2)}{ZRT} \right]}{16f\rho_n^2 ZRTL} \quad (19)$$

III. MODELO Y MÉTODO DE SOLUCIÓN

El modelo de balance de nodos plantea la ecuación de continuidad en cada uno de los nodos donde la energía piezométrica¹ es desconocida, y se supone que se cumple el balance de energía alrededor de cada uno de los lazos. Este modelo tiene las siguientes ventajas:

- Con respecto al modelo de balance de lazos, tiene como ventajas el trabajar sobre las variables reales, caudales, energías o presiones, y no sobre una variable hipotética denominada flujo de lazo. Esto implica que las labores de programación son más sencillas, ventaja aún más contundente si se tiene en cuenta que con el modelo de balance de nodos no es necesario programar rutinas adicionales que identifiquen los lazos de la red.
- Con respecto al modelo de balance *simultáneo de lazos y nodos*, tiene como ventaja resolver un número de ecuaciones menor, y al igual que en el modelo anterior, no es necesario programar rutinas adicionales que identifiquen los lazos de la red.

La siguiente ecuación representa matemáticamente el modelo:

$$\sum_{j \in i} Q_{ij} + L_i = 0 \quad (20)$$

en donde Q_{ij} representa el caudal en cada uno de los elementos que entran o salen del nodo i , y que en el otros extremo están limitados por un nodo j , y L_i el flujo externo, consumo o demanda, en el nodo i . Se considera que los flujos que entran al nodo son negativos y los que salen positivos.

Si se aplica la ecuación de energía mecánica entre los extremos de un elemento se obtiene una expresión, la ecuación general de flujo, para calcular el caudal en función de las energías desconocidas. Tal expresión, cuya forma general se muestra en la ecuación 21, se reemplaza en la ecuación 20 para

obtener el sistema de ecuaciones $n_2 \times n_2$, siendo n_2 el número de nodos de energía desconocida de la red, que debe resolverse.

$$Q_{ij} = a \times (H_i - H_j)^b \quad (21)$$

En la expresión 21, a y b son constantes que dependen de la ecuación que se use para el cálculo de las pérdidas por fricción, y H_{ij} es la energía piezométrica en un punto de la red.

Para el modelo de balance de nodos aplicado a redes de distribución de gas en estado estable se usa la ecuación 19, que aunque no está escrita en forma explícita para el caudal ni se expresa en función de la energía piezométrica, puede adecuarse para que el modelo se resuelva por el método de linealización de ecuaciones ya que contiene las dos variables que componen la energía piezométrica, como son la presión y el caudal.

El método de solución propuesto para el sistema de ecuaciones es el método de linealización, que mediante la reorganización de los términos, transforma la ecuación 19 en una ecuación lineal que al reemplazarse en el sistema resultante al plantear el balance de lazos de la red, ecuación 21, genera un sistema de ecuaciones lineales que puede resolverse por cualquiera de los métodos disponibles para tal fin. En este caso, teniendo en cuenta que la matriz resultante siempre tiene valores diferentes de cero en la diagonal, se elige el método de Gauss-Jordan.

En 1981 Wood y colaboradores [11] realizaron un trabajo en el que comparan los diferentes modelos y métodos, concluyendo que los mejores, en su orden son: el modelo de balance simultáneo de lazos y nodos que aplica el método de la teoría de linealización de ecuaciones para su solución y el balance de lazos combinado con el método de Newton. El método de linealización converge en todos los casos en 6 iteraciones y a diferencia del método de Newton no requiere una suposición inicial para los caudales o las presiones que cumpla con las ecuaciones de balance. Esta conclusión es ratificada por Altman y colaboradores en 1995 [1]. Una discusión detallada sobre las ventajas de este método de solución sobre los demás, fue realizada por Narváez y colaboradores [8].

La EGF linealizada es:

$$Q_n^k = \frac{\pi^2 D^5 \left[P_1 - P_2 + \frac{2gP_{av}^2(z_1 - z_2)}{ZRT} \right]}{16f\rho_n^2 ZRTL |Q_n^{k-1}|} \quad (22)$$

¹ La energía piezométrica corresponde a la suma de los valores por unidad de peso de fluido, de la presión y de la energía potencial

en donde el superíndice k de esta expresión indica el número de la iteración y P_i^2 se hizo igual a P_i .

Dada la necesidad de conocer el factor de fricción, que es una función del caudal, se hace necesaria una suposición inicial. Para este modelo puede asignarse un valor de uno al caudal. El factor de fricción de Darcy se calcula haciendo uso de la ecuación de Chen [3], válida para los regímenes laminar, turbulento y de transición, y con la ventaja, si se compara con la ecuación de Colebrook, de ser explícita en el factor de fricción.

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left[\frac{\epsilon}{3,7065D} - \frac{5,0452}{Re} \log \left(\frac{1}{2,8257} \left(\frac{\epsilon}{D} \right)^{1,1098} + \frac{5,8506}{Re^{0,8981}} \right) \right] \quad (23)$$

Además, es necesario suponer una presión promedio inicial para cada uno de los elementos de la red m . Para la primera iteración puede asignarse una presión promedio igual para todos los elementos de la red y que corresponde a la media aritmética de las presiones en los nodos de energía conocida, n_r .

Las presiones calculadas en la primera iteración se utilizan para establecer los nuevos caudales, con los que se determina el factor de fricción y la presión promedio en cada elemento para luego resolver el nuevo sistema de ecuaciones y obtener un nuevo conjunto de presiones. La presión promedio en un elemento puede calcularse por la siguiente ecuación [6]:

$$P_{av} = \frac{2}{3} \left[P_2 + P_1 - \frac{P_1 P_2}{P_1 + P_2} \right] \quad (24)$$

Con el fin de mejorar la convergencia del método y disminuir el número de iteraciones necesarias para obtener la solución del problema, el caudal que se calcula en cada iteración se promedia de la siguiente forma [4]:

$$Q_{prom}^{k+1} = \frac{Q^k + Q^{k-1}}{2} \quad (25)$$

El criterio de convergencia que se usa para decidir que se ha llegado a la solución es:

$$\left| \frac{Q^k - Q^{k-1}}{Q^k} \right| \leq 0,00025 \quad (26)$$

Este criterio es 20 veces más exigente que el establecido por Wood y colaboradores [10], y es aún más exigente que los usados normalmente en la práctica.

IV. PRUEBA DEL MODELO Y DEL MÉTODO DE SOLUCIÓN

La figura 2 muestra la red que se va a resolver con el modelo y el método planteados.

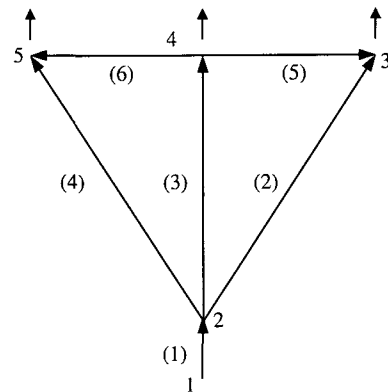


Figura 2. Red de distribución de gas simple. Los números de identificación de los elementos están dentro de paréntesis. Los demás corresponden a los identificadores de los nodos.

El fluido que se va a transportar en esta red es aire a temperatura de 300 K. En el cuadro 1 se presentan los datos correspondientes a los nodos y en el cuadro 2 los de los elementos.

Cuadro 1. Datos de los Nodos de la Red de Distribución Mostrada en la Figura 2.

Nodo	Flujo externo ($m^3 s^{-1}$)	Presión manométrica (Nm^{-2})	Altura (m)
1	Desconocido	3.000	10
2	0	Desconocida	10
3	$6,94 \times 10^{-2}$	Desconocida	5
4	$2,78 \times 10^{-2}$	Desconocida	5
5	$5,00 \times 10^{-2}$	Desconocida	5

Cuadro 2. Datos de los Elementos de la Red de Distribución Mostrada en la Figura 2.

Elemento	Dímetro (m)	Longitud (m)	Viscosidad* ($kg m^{-1} s^{-1}$)	Rugosidad (m)
1	0,15	1	$1,85 \times 10^{-3}$	$1,50 \times 10^{-2}$
2	0,15	680	$1,85 \times 10^{-3}$	$1,50 \times 10^{-2}$
3	0,1	500	$1,85 \times 10^{-3}$	$1,50 \times 10^{-2}$
4	0,15	420	$1,85 \times 10^{-3}$	$1,50 \times 10^{-2}$
5	0,1	600	$1,85 \times 10^{-3}$	$1,50 \times 10^{-2}$
6	0,1	340	$1,85 \times 10^{-3}$	$1,50 \times 10^{-2}$

* El valor de la viscosidad del aire fue tomado de la referencia 5.

Al aplicar el modelo de balance de nodos a la red de distribución se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

Elemento/Nodo	1	2	3	4	5	6	
2	$-Q_1$	$+Q_2$	$+Q_3$	$+Q_4$			$=0$
3		$-Q_2$			$-Q_5$		$=-L_3$
4			$-Q_3$		$+Q_5$	$+Q_6$	$=-L_4$
5				$-Q_4$		$-Q_6$	$=-L_5$

Para obtener un sistema lineal de ecuaciones donde las variables desconocidas sean las presiones al cuadrado, se reemplaza el caudal por la ecuación 22 para cada uno de los

elementos de la red. El número de Reynolds se calcula usando la densidad promedio, que se calcula usando la ecuación de estado para los gases ideales. Entonces, el factor de compresibilidad es igual a 1. La presión promedio para la primera iteración y para todos los elementos es de 3.000 N/m².

Los resultados obtenidos al aplicar el modelo y el método propuestos se presentan en el cuadro 3. El número de iteraciones requeridas para cumplir con el criterio de convergencia es de 10. El proceso iterativo necesario para alcanzar la solución se realizó en la hoja electrónica de cálculo de EXCEL².

Cuadro 3. Resultados Obtenidos al Aplicar el Modelo de Balance de Nodos y el Método de Linealización de Ecuaciones a la Red de Distribución de la Figura 2.

Elemento	Flujo (m ³ /s)	Flujo (m ³ /h)	Nodo	Presión manométrica (N/m ²)
1	1.47x10 ⁻¹	529.92	1	3.000
2	6.15x10 ⁻²	221.50	2	2.989.11
3	2.24x10 ⁻²	80.76	3	1.711.75
4	6.32x10 ⁻²	227.52	4	1.896.70
5	7.87x10 ⁻²	28.34	5	2.179.38
6	-1.32x10 ⁻²	-47.66	Criterio de convergencia	5.58x10 ²

Este mismo problema fue resuelto por Osiadacz [9] usando el modelo de balance de lazos y el método de solución de Hardy Cross. Los resultados se muestran en el cuadro 4.

Cuadro 4. Resultados Obtenidos al Aplicar el Modelo de Balance de Nodos y el Método de Hardy Cross a la Red de Distribución de la Figura 2.

Elemento	Flujo (m ³ /s)	Flujo (m ³ /h)	Nodo	Presión manométrica (N/m ²)
1	No se incluye	-	1	No se incluye
2	6.47x10 ⁻¹	232.82	2	3.000
3	2.41 x10 ⁻²	86.83	3	2.649.2
4	6.19 x10 ⁻²	222.82	4	2.558.9
5	1.32 x10 ⁻²	47.65	5	2.479.8
6	-9.32 x10 ⁻³	-33.57	Criterio de convergencia	0.179

Aunque los resultados no pueden compararse cuantitativamente, pues se desconocen las propiedades del fluido y de la tubería usadas por Osiadacz [9], quién además no incluyó diferencias en la altura de los nodos por el hecho de usar la ecuación de Lacey, ni una tubería que alimente la red (elemento 1); sí puede observarse que los resultados obtenidos son similares y además cumplen con las leyes de la conservación de la materia y la energía y permiten evaluar la validez del modelo.

CONCLUSIONES

Se desarrolló un modelo matemático que permite el dimensionamiento de redes isotérmicas de distribución de gas en estado estable, compuestas exclusivamente por tramos de tubería. A diferencia de los modelos que se usan generalmente para este tipo de simulaciones, el aquí presentado usa una ecuación general de flujo que tiene en cuenta las variaciones

del factor de fricción con el número de Reynolds en cualquier régimen de flujo y se puede usar para cualquier intervalo de presión de trabajo en la red. El modelo es el de balance de nodos y el método de solución es el de linealización de ecuaciones cuyas ventajas sobre los otros modelos y métodos fueron presentadas por los autores en un trabajo anterior [7].

NOMENCLATURA

- D* Diámetro interno de las tuberías
- E* Factor de eficiencia para el factor de fricción
- f* Factor de fricción de Darcy
- H* Energía piezométrica
- L* Longitud o flujo externo en los nodos de la red
- P* Presión absoluta
- P_a* Media aritmética de la presión en el elemento
- P* Variable de linealización para la presión absoluta al cuadrado
- Q* Flujo volumétrico
- Q_n* Flujo volumétrico a condiciones normales (14,7 psia y 60 °F)
- R* Constante particular del gas
- Re* Número de Reynolds
- S* Gravedad específica del gas
- T* Temperatura absoluta
- Z* Factor de compresibilidad
- a* Coeficiente para el diámetro en la ecuación de Oliphant o constante de la ecuación general de flujo, que reúne todos los parámetros
- b* Exponente de la ecuación general de flujo
- i, j* Identificador de nodos o elementos
- k* Número de la iteración
- v* Velocidad
- ε* Rugosidad absoluta
- ρ* Densidad
- ρ_n* Densidad en condiciones normales (14,7 psia y 60 °F)

BIBLIOGRAFÍA

1. ALTMAN, T., et al. "Solving Flow Constrained Networks: Inverse Problem", *Journal of the Hydraulic Engineering*, Vol. 121, No HY 5, May 1995, pp 427-431.
2. ARNOLD, K. y STEWART, M. *Surface Production Operations*. Gulf Publishing Company, Houston, Texas, 1987.
3. CHEN, N.I. "An Explicit Equation for Friction Factor in Pipe", *Industrial Engineering and Chemical Fundamentals*, Vol. 18, N° 3, 1979, pp 296-297.
4. GAS PROCESSORS SUPPLIERS ASSOCIATION EDITOR, "Fluid Flow and Piping", *Gas Processors Suppliers Association Engineering Handbook*, Tenth Edition, Vol. II, Section 17, Tulsa, Oklahoma, Estados Unidos, 1994.
5. HOLLMAN, J. *Heat Transfer, SI Metric Edition*, Mc Graw Hill, Singapore, 1989.
6. MC ALLISTER, E. W. Editor, "Gas Hydraulics", *Pipe Line Rules of Thumb Handbook*, Gulf Publishing Company, Houston, Texas, Estados Unidos, 1993, pp. 643.

². Excel es una marca registrada de Microsoft Corporation

7. NARVÁEZ, P.C., "Prototipo de Software para el Dimensionamiento de Redes de Flujo a Presión", tesis presentada a la Universidad Nacional de Colombia para optar por el título de Magíster en Ingeniería Química, 1998.
8. NARVÁEZ, P.C., *et al.*, "Solución de Redes Hidráulicas Mediante la aplicación del Modelo de Balance de Nodos y el Método de Linealización de Ecuaciones", *Ingeniería e Investigación*, N° 42, Abril de 1999.
9. OSIADACZ, A. J. *Simulation and Analysis of Gas Network*, Gulf Publishing Company, London, Great Britain, 1987.
10. WOOD, D. J., *et al.* "Reliability of Algorithms for Pipe Network Analysis", *Journal of the Hydraulics Division*, Vol 107, No HY 10, October 1981, pp 1145-1161.
11. _____ "Hydraulic Network Analysis Using Linear Theory", *Journal of the Hydraulics Division*, Vol 98, No HY 7, July 1972, pp 1157-1169.