

# FUERZAS producidas en un punto dentro de la masa del suelo debidas al peso del suelo y a las presiones del agua

FELIX HERNANDEZ RODRIGUEZ  
Ingeniero Civil, Universidad Nacional.  
Magister Scientiae en Geotecnia, Universidad Nacional.  
Profesor Asistente, Departamento de Ingeniería Civil  
Universidad Nacional. Coordinador Unidad Académica de Geotecnia.

## RESUMEN

Buena parte de la labor del ingeniero de suelos radica en la evaluación de las reacciones en ciertos puntos de la masa de suelo. Esas reacciones, esfuerzo efectivo normal y esfuerzo cortante, son el producto de las fuerzas de cuerpo que afectan los puntos en cuestión. Se presentan en el artículo los dos métodos de evaluación de esas reacciones: el método del peso unitario total y de las fuerzas periféricas del agua y el método del peso unitario sumergido y la fuerza de infiltración.

## PALABRAS CLAVES:

Fuerza de la gravedad, fuerza de infiltración, gradiente hidráulico, peso unitario total, peso unitario sumergido, fuerzas periféricas del agua, esfuerzo efectivo normal y esfuerzo cortante.

## 1. INTRODUCCION

La mayoría de los problemas relacionados con la ingeniería geotécnica, exigen la evaluación de las fuerzas actuantes en ciertas regiones de la masa de suelo. Como respuesta a aquéllas se presentan unas reacciones que el ingeniero debe cuantificar cuidadosamente, pues de ellas depende el comportamiento del suelo y la magnitud de los fenómenos que él pretenda evaluar: cambios volumétricos, asentamientos o estabilidad generalmente.

Las fuerzas actuantes en un punto dentro de la masa de suelo son el resultado de los "campos" que lo afectan. En general hay campos gravitacionales, mag-

néticos y eléctricos térmicos, etc., que influyen al punto en consideración. En la gran mayoría de las situaciones sólo dos campos afectan al suelo apreciablemente: el campo gravitacional y el producido por el flujo de agua.

El campo gravitacional produce fuerzas debidas al peso: al peso del suelo mismo, induciendo el agua y al de las estructuras.

El campo producido por el flujo del agua da lugar a fuerzas de infiltración.

Estas fuerzas actuantes, resultado de los campos, se conocen como "fuerzas de cuerpo" y se suelen expresar como fuerzas por unidad de volumen: peso unitario y fuerza de infiltración unitaria.

Oponiéndose y equilibrando a esas fuerzas de cuerpo, o actuantes, están las reacciones que, en suelos, se

expresan en términos de esfuerzos efectivos: esfuerzos efectivos normales y esfuerzos cortantes. Como se sabe los esfuerzos cortantes efectivos son iguales a los totales y por tanto se habla solamente de esfuerzos cortantes.

Las anotaciones anteriores son importantes para el ingeniero geotecnista en que permanentemente se ve obligado a comparar esas reacciones contra algún nivel de esfuerzos disponibles: resistencia al corte o nivel de esfuerzos que produce un asentamiento inaceptable. Se trata de mirar si las reacciones producen un estado de esfuerzos que alcance la envolvente de resistencia en el primer caso o la superficie de fluencia en el segundo.

En ocasiones, debe quedar claro, se expresan siempre en términos de esfuerzos efectivos.

Este artículo intenta, desde un punto de vista físico y matemático, ilustrar los procedimientos a que recurre el ingeniero geotecnista para evaluar esas reacciones. Se trata de dos métodos de análisis: el del peso unitario total y las fuerzas periféricas del agua y el del peso unitario sumergido y la fuerza de infiltración.

Estos métodos, estrictamente hablando, dan lugar a los análisis conocidos como de esfuerzos totales y de esfuerzos efectivos respectivamente.

Independientemente del tipo de análisis que se lleve a cabo, los resultados, es decir las reacciones, deben ser las mismas si aquellos se desarrollan juiciosamente.

## 2. FUERZA DE INFILTRACION

Para tratar el caso más general, considérese que hay una condición de flujo de agua a través del suelo. En tal caso, la presión del agua, conocida en suelos como

presión de poros, puede descomponerse en dos partes: la primera hidrostática, como si no hubiera flujo, y la segunda debida al flujo del agua. Esto es:

$$\mu\omega = \mu_e + u \quad (1)$$

$\mu\omega$  = presión de poros o presión de poros total  
 $\mu_e$  = presión de poros hidrostática  
 $u$  = exceso de presión de poros debido al flujo del agua.

El agua al fluir produce una fuerza de infiltración en el mismo sentido del flujo, fuerza que por unidad de volumen es igual al gradiente hidráulico multiplicado por el peso unitario del agua:

$$j = i \cdot \gamma\omega \quad (2)$$

$j$  = fuerza de infiltración por unidad de volumen  
 $i$  = gradiente hidráulico  
 $\gamma\omega$  = peso unitario del agua.

Abordando el caso bidimensional y considerando que el flujo se presenta en una dirección  $s$ , la fuerza de infiltración se puede expresar vectorialmente así:

$$\vec{j}_s = \vec{j}_x + \vec{j}_z \quad (3)$$

El gradiente hidráulico, definido como la variación de la cabeza hidráulica total  $-h$  con la distancia se expresa de la siguiente forma:

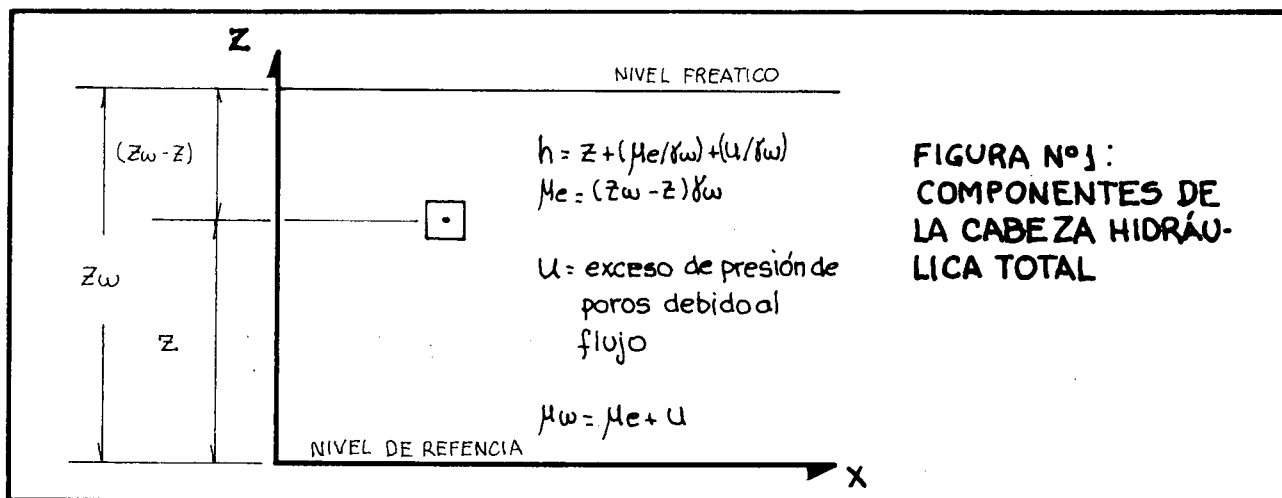
$$i_s = -\partial h / \partial s \quad (4)$$

en que  $h = z + (\mu_e/\gamma\omega) + (u/\gamma\omega)$ ; siendo  $z$  la cabeza de posición.

En la figura No. 1 se ilustran las componentes de la cabeza hidráulica total.

El gradiente hidráulico  $i_s$ , de la ecuación No. 4, se puede descomponer a su vez en las direcciones  $X$  y  $Z$  así:

$$\vec{i}_s = \vec{i}_x + \vec{i}_z \quad (5)$$



en que:

$$i_x = \frac{\partial h}{\partial x} \quad e \quad i_z = \frac{\partial h}{\partial z}$$

Para evaluar estas componentes, se va a proceder a escribir primero la ecuación de la cabeza hidráulica total con base en la figura No. 1:

$$h = z + (z\omega - Z) + (\mu/\gamma\omega) \quad (6)$$

En la dirección x el gradiente es:

$$i_x = - \frac{i}{\gamma\omega} \frac{\partial u}{\partial x} \quad (7)$$

y en la dirección z:

$$i_z = \frac{i}{\gamma\omega} \frac{\partial u}{\partial z} \quad (8)$$

Reemplazando en la ecuación No. 5 las expresiones 7 y 8, y multiplicando ambos miembros de la igualdad por  $\gamma\omega$  se obtiene:

$$\vec{i}\gamma\omega = - \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right) i + \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right) k \right]$$

Ahora, como  $i\gamma\omega$  es igual a la fuerza de infiltración por unidad de volumen,  $j_s$ , se obtiene finalmente:

$$\vec{j}_s = - \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right) i + \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right) k \right] \quad (9)$$

En forma gráfica, la anterior expresión se ilustra en la figura No. 2.

Como se puede observar la fuerza de infiltración depende exclusivamente de la variación de los excesos de presión de poros debidos al flujo.

Vale la pena anotar que la misma formulación anterior, pero en términos de la presión de poros total, conduce a lo siguiente:

$$h = Z + \frac{\mu\omega}{\gamma\omega} \quad \left| \quad \frac{\partial h}{\partial s} = - \left\{ \left[ \frac{i}{\gamma\omega} \frac{\partial \mu\omega}{\partial x} \right] i + \left[ 1 + \frac{1}{\gamma\omega} \frac{\partial \gamma\omega}{\partial z} \right] k \right\} \right.$$

$$\vec{j}_s = - \left\{ \left[ \frac{\partial \mu\omega}{\partial x} \right] i + \left[ \gamma\omega + \frac{\partial \mu\omega}{\partial z} \right] k \right\} \quad (10)$$

En la figura No. 3 aparece la ilustración gráfica de la ecuación No. 10.

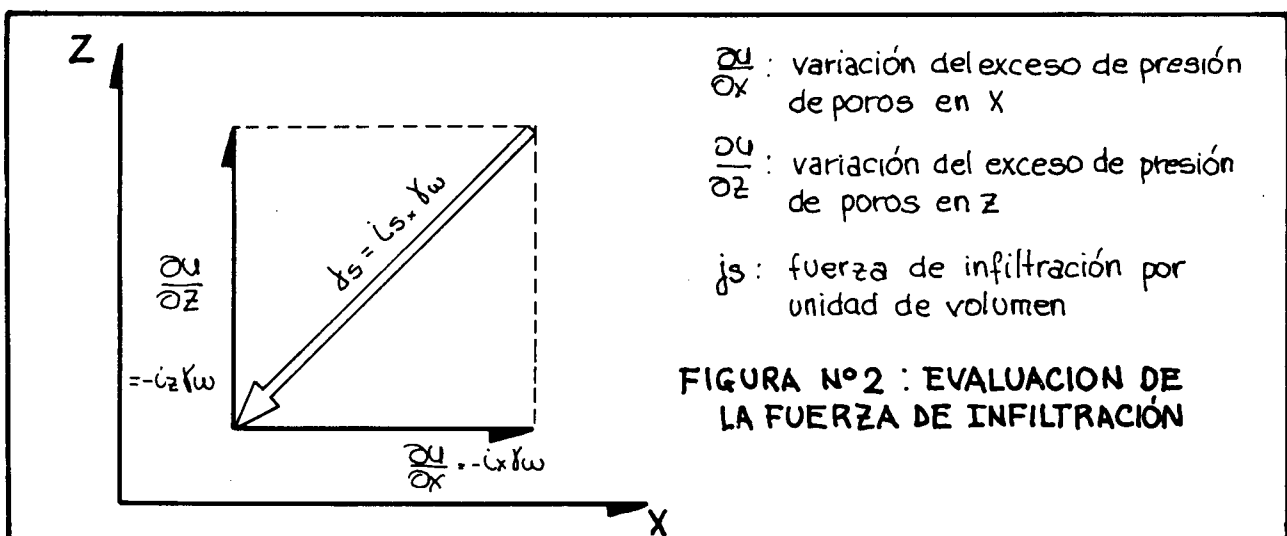
Comparando las figuras 2 y 3 se puede concluir que la suma vectorial de los cambios en los excesos de presión de poros debidos al flujo es igual a la suma vectorial de los cambios en la presión de poros total más el peso unitario del agua que actúa en la dirección Z.

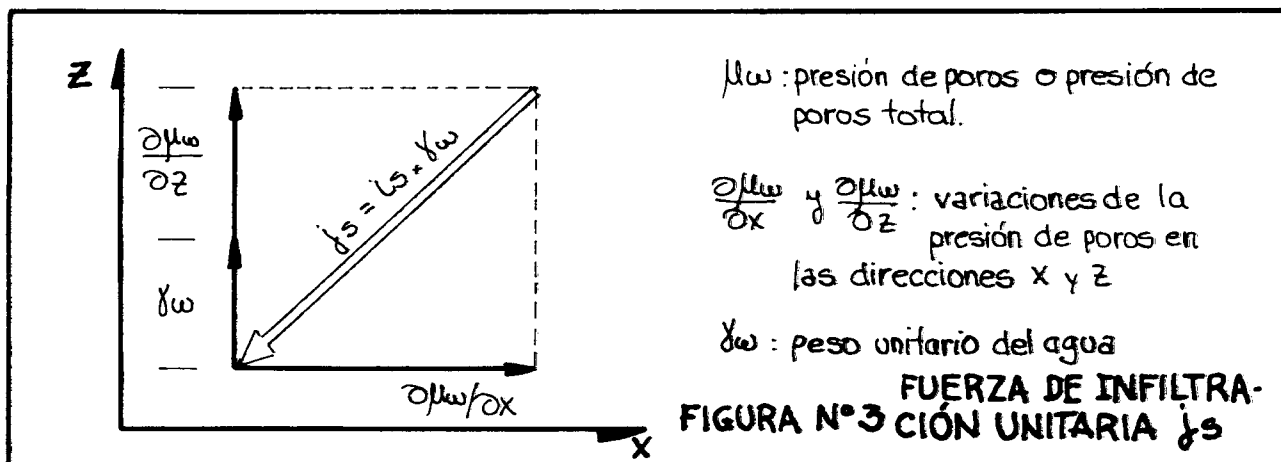
Esa suma, con sentido negativo, es igual a la fuerza de infiltración por unidad de volumen.

### 3. FUERZA RESULTANTE DEL PESO DEL SUELO Y DE LAS PRESIONES DEL AGUA.

Las reacciones que se presentan en cualquier punto dentro de una masa de suelo, proporcionadas por los esfuerzos efectivos normales y los cortantes, deben igualar vectorialmente a la resultante de las dos importantes fuerzas de campo que intervienen, constituidas por la gravedad y la fuerza de infiltración.

Como se vió anteriormente, la fuerza de infiltración se puede encontrar ya sea con base en las presiones de poros totales o con los excesos de presión producidos por el flujo.





**3.1 Método del peso unitario total y de las fuerzas periféricas del agua.**

En la figura No. 4 se ilustran las fuerzas que por concepto de gravedad y de presión de poros afectan un punto dentro de la masa de suelo. Para contrarrestar esas fuerzas se deben presentar entonces esfuerzos efectivos normales y cortantes.

La resultante por unidad de volumen de las fuerzas actuantes ilustradas en la figura No. 4 debe ser contrarrestada por una reacción unitaria de magnitud:

$$\vec{r} = (\gamma t)k + \left[ \left( \frac{\partial \mu_w}{\partial x} \right) i \right] + \left[ \left( \frac{\partial \mu_w}{\partial z} \right) k \right] \quad (11)$$

Esta reacción estará compuesta por el esfuerzo efectivo normal y el esfuerzo cortante:

$$\vec{r} = \vec{n}' + \vec{t}$$

Nótese que la reacción queda expresada en términos del peso unitario total y de la variación de la presión de poros.

El método de cálculo que se acaba de describir se conoce como el método del peso unitario total y de las fuerzas periféricas del agua; es apto para calcular las reacciones. Se basa en el hecho de tomar las presiones de poros totales que actúan sobre el elemento de suelo en consideración y el peso unitario total del mismo para el cálculo de los esfuerzos efectivos normales y cortantes.

**3.2 Método del peso unitario sumergido y de la fuerza de infiltración.**

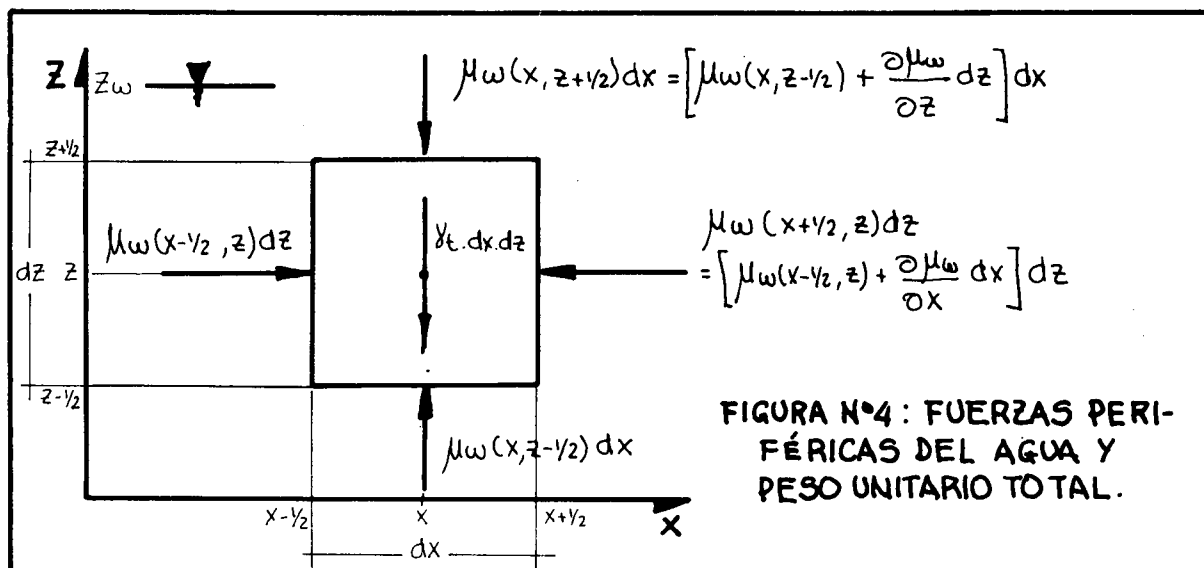
La figura No. 5, igual a la No. 4, pero expresada en términos de las componentes de la presión de poros total, es adecuada para ilustrar este método alternativo.

Con base en la figura No. 5 y haciendo el balance de fuerzas en las direcciones X y Z se llega a los siguiente:

balance de fuerzas en Z

$$F_z = \gamma_w dx dz - \frac{\partial u}{\partial z} dx dz - \gamma t dx dz$$

$$\frac{F_z}{dx dz} = -\gamma b - \frac{\partial u}{\partial z} \quad (12)$$



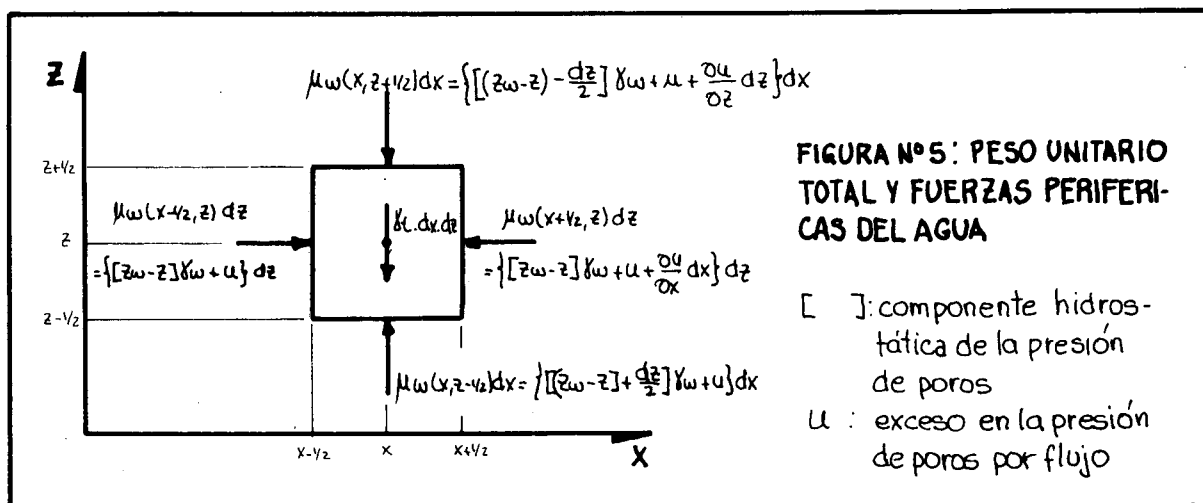


FIGURA N° 5: PESO UNITARIO TOTAL Y FUERZAS PERIFERICAS DEL AGUA

[ ] : componente hidrostática de la presión de poros

u : exceso en la presión de poros por flujo

en que  $F_z(dx dz)$  es la fuerza por unidad de volumen en la dirección Z,

.balance de fuerzas en X

$$F_x = - (\partial u / \partial x) dx dz$$

$$\frac{F_x}{dx dz} = - \frac{\partial u}{\partial x} \quad (13)$$

en que  $F_x/(dx dz)$  es la fuerza por unidad de volumen en la dirección x.

De acuerdo con lo anterior la reacción por unidad de volumen será:

$$\vec{r} = (\gamma b)k + \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)_i + \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right)_k \right] \quad (14)$$

Reemplazando en la última expresión la ecuación No. 9 se obtiene:

$$\vec{r} = (\gamma b)k - \vec{j}s$$

En otros términos la reacción es la resultante de la fuerza de infiltración y del peso sumergido del suelo, de ahí el nombre de este segundo método alternativo.

Los métodos discutidos se presentan en las figuras No. 6 y 7; como es obvio conducen a una misma magnitud de la resultante.

#### 4. CONCLUSIONES

Tratándose sólo de los métodos de análisis que conducen a la evaluación de las reacciones dentro de una masa de suelo, el ingeniero geotecnista debe reconocer claramente las fuerzas actuantes como el resultado de los campos existentes, gravitacional y de flujo preponderantemente, y las reacciones que los contrarres-

tan, expresadas en términos de esfuerzos normales efectivos y de esfuerzos cortantes.

Independientemente del método de análisis que se utilice, el resultado debe ser el mismo.

En suelos, material particulado y multifase, las reacciones son siempre "efectivas", como se puede apreciar claramente en los desarrollos teóricos que se muestran en el artículo.

Una vez conocidas las fuerzas de campo, las reacciones se calculan por alguno de los dos métodos de análisis descritos: el método del peso unitario total y las fuerzas periféricas del agua o el método del peso unitario sumergido y la fuerza de infiltración.

El artículo no examina los procedimientos para evaluar los esfuerzos actuantes, compuestos por la solución de un sistema de ecuaciones que incluye equilibrio, deformaciones y relaciones constitutivas bajo unas condiciones de frontera determinadas. Tampoco se detiene a mirar las consecuencias de las reacciones deformaciones o falla.

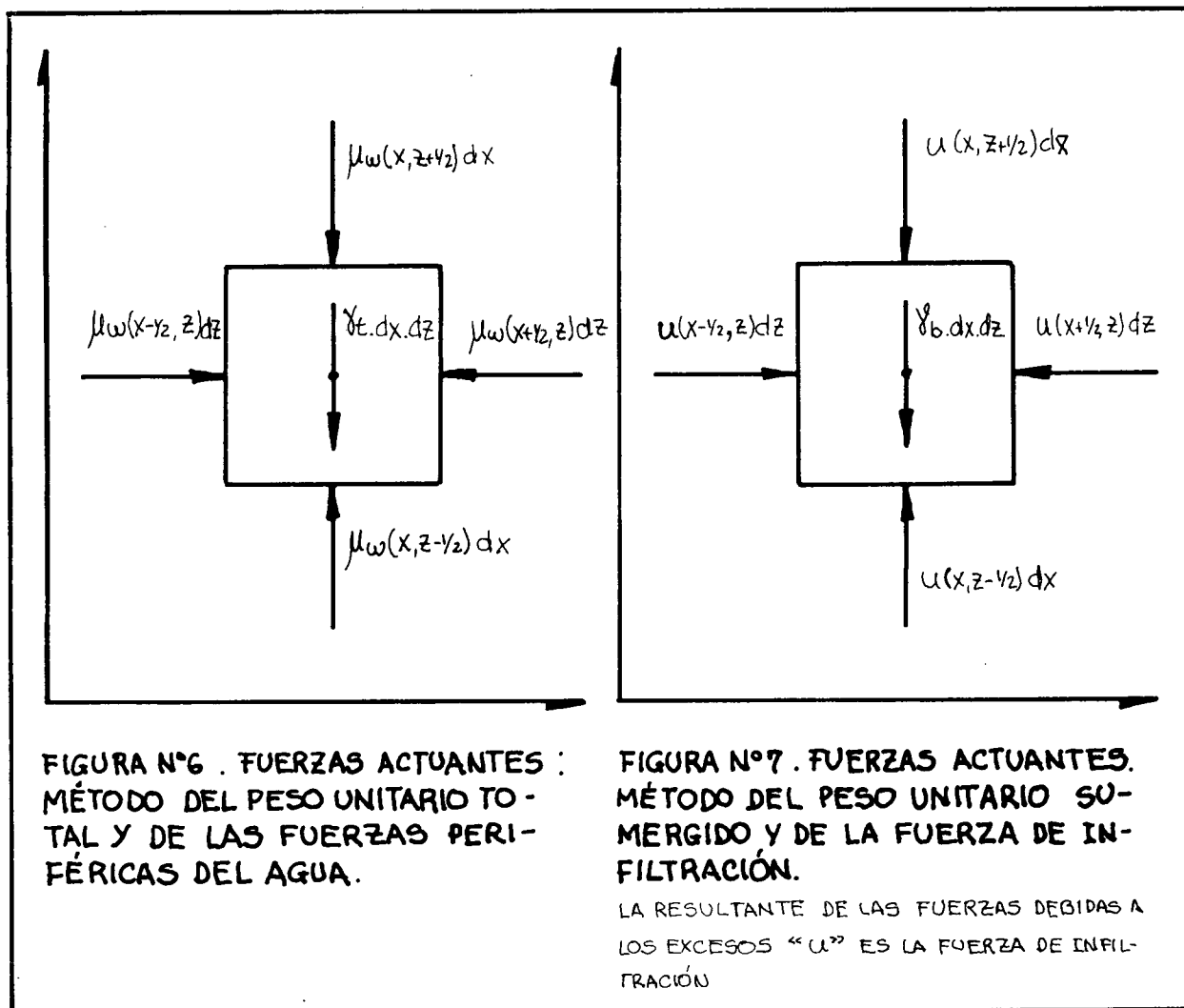
#### 5. EJEMPLOS DE APLICACION

Se van a presentar tres ejemplos de aplicaciones para ilustrar los principios tratados en este artículo, partiendo de un caso muy simple en que no hay flujo, pasando luego a un caso en que hay flujo unidimensional permanente y terminando con un problema simple de flujo bidimensional permanente.

##### 5.1 Talud sumergido

Considérese el caso de un talud completamente sumergido en el que es preciso encontrar las reacciones sobre un plano potencial de falla. El problema se ilustra en la figura No. 8.

Como se puede observar no hay fuerzas de infiltración. En términos de fuerzas, la reacción sobre la superficie



de falla se puede descomponer en carga efectiva normal y fuerza cortante:

$$R = N' + Ta$$

N = Carga normal efectiva.  
Ta = Fuerza cortante.

En la figura No. 9 se muestran esas fuerzas.

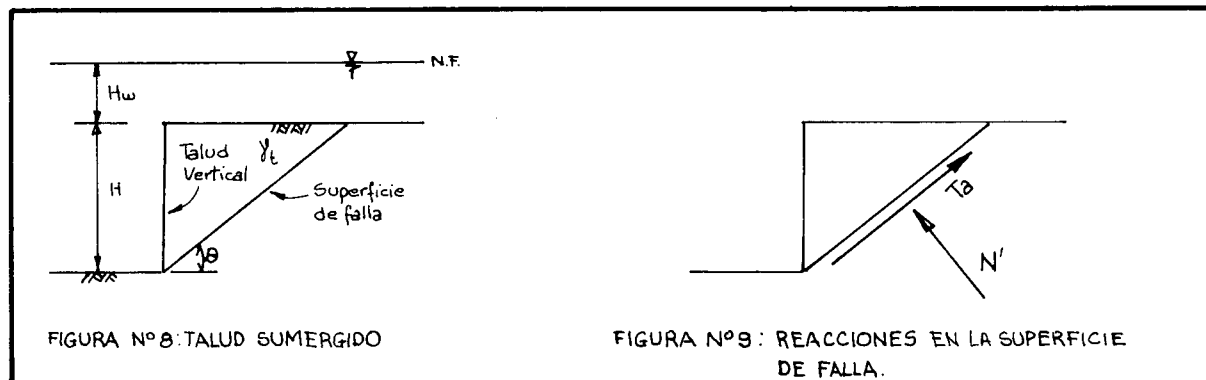
Aplicando el primer método, el del peso unitario total y las fuerzas periféricas, se llega al diagrama de cuerpo libre de la figura No. 10.

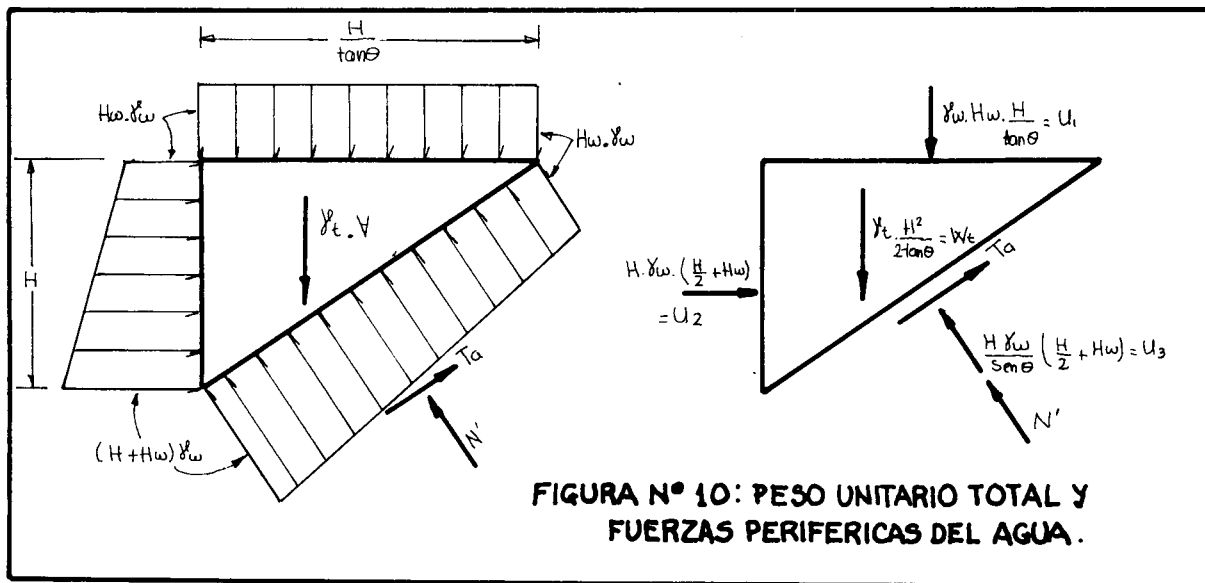
Del análisis de equilibrio en las direcciones normal y tangente al plano de falla se obtiene:

$$N' = (\gamma t - \gamma_w) \frac{H^2}{2 \tan \theta} \cos \theta \quad (16)$$

$$Ta = (\gamma t - \gamma_w) \frac{H^2}{2 \tan \theta} \sin \theta \quad (17)$$

En las anteriores expresiones, el término  $H^2/(2 \tan \theta)$  es el volumen de la cuña y  $(\gamma t - \gamma_w)$  el peso unitario sumergido del suelo. Reescribiendo entonces las dos ecuaciones se obtiene:





$N' = Wb \cos \theta$   
 $Ta = Wb \sin \theta$

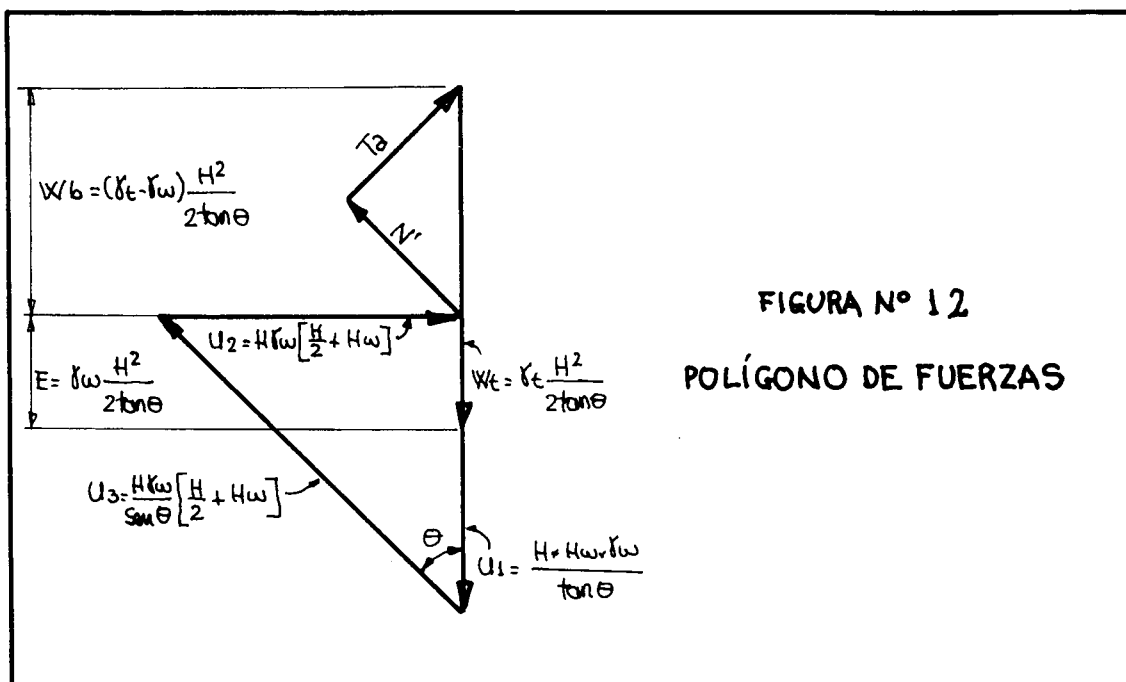
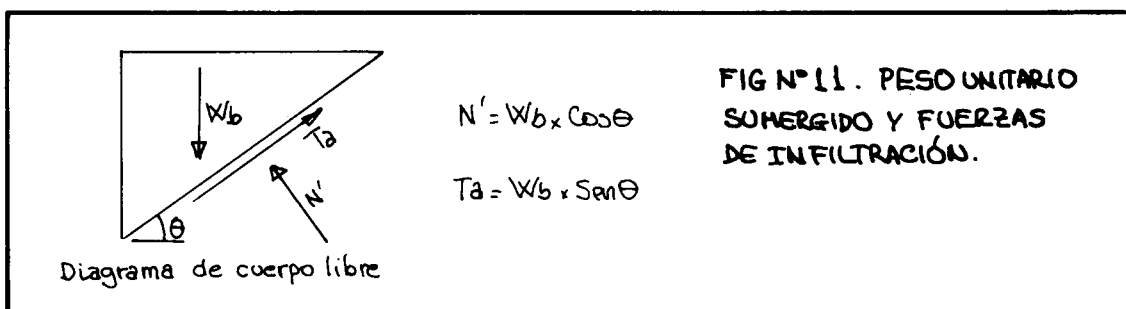
En que Wb es el peso sumergido de la cuña.

Se obtendría exactamente el mismo resultado si se consideraran como fuerzas actuantes solamente el peso sumergido y la fuerza de infiltración, nula en este

caso, como se ilustra en la figura No. 11. Esto corresponde al segundo método, el del peso sumergido y las fuerzas de infiltración.

Para terminar con este ejemplo, obsérvese el polígono de fuerzas de la figura No. 12.

Hay que notar dos hechos fundamentales, sin dejar



de ser elementales, para el caso hidrostático. El primero es que las fuerzas del agua producen una resultante vertical. Lo anterior se puede verificar matemáticamente al ver que:

$$U_3 \times \text{Sen } \theta = U_2$$

y que  $U_1$  es vertical.

El segundo hecho consiste en que para cerrar el polígono de fuerzas del agua se requiere de una fuerza  $E$ , calculable de la siguiente forma:

$$\tan \theta = U_2 / (E + U_1)$$

$$E = \frac{U_2}{\tan \theta} - U_1$$

Reemplazando los valores conocidos de  $U_2$  y  $U_1$  se obtiene:

$$E = \gamma_w \times \frac{H^2}{2 \tan \theta} \quad (18)$$

que es el empuje de Arquímedes. Obviamente que al restar el empuje del peso total se obtiene el peso sumergido.

**5.2 Flujo unidimensional: El caso de un permeámetro con flujo ascendente**

Considérese el caso ilustrado en la figura No. 13, que representa una condición de flujo ascendente en un permeámetro de cabeza constante.

Se quiere determinar el esfuerzo a que está sometida la rejilla, o en mejores términos, el esfuerzo efectivo en ese mismo punto.

Al no haber esfuerzo cortante, la reacción estará dada solamente por la fuerza normal efectiva:

$$\vec{R} = \vec{N}'$$

$$o R = \sigma' \times A$$

en que  $\sigma'$  es el esfuerzo normal efectivo.

Aplicando el método del peso unitario total y de las fuerzas periféricas del agua se llega al diagrama de cuerpo libre de la figura No. 14.

Haciendo equilibrio de fuerzas en el sentido vertical se llega a:

$$\sigma' = (\gamma_t - \gamma_w)L - \Delta H \cdot \gamma_w \quad (19)$$

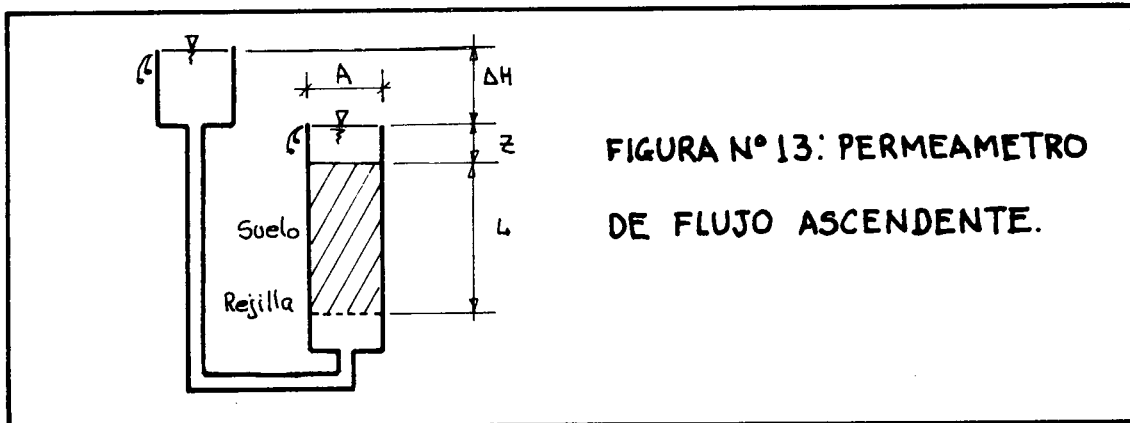
El diagrama de la figura No. 14 se puede obtener como la suma de dos condiciones: la hidrostática y la de flujo. Tal operación se muestra en la figura No. 15.

La resultante de las fuerzas del primer diagrama de la suma da lugar al peso sumergido del suelo, actuando hacia abajo:

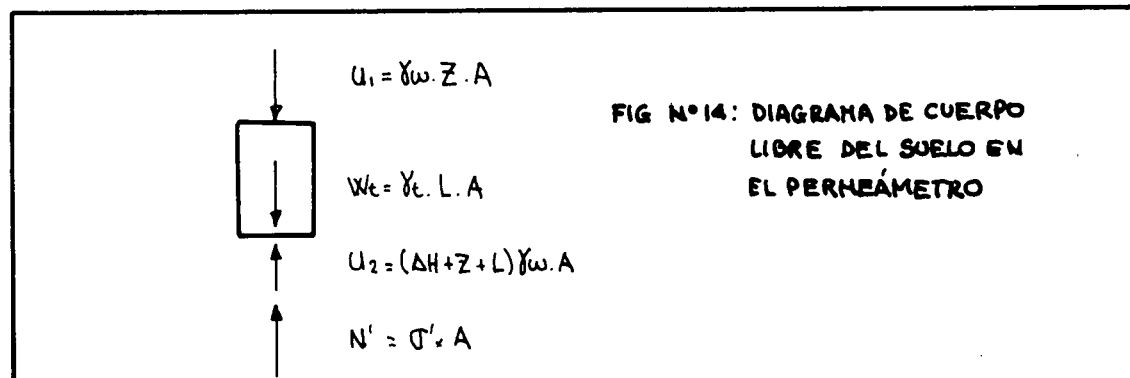
$$W_b = (\gamma_t - \gamma_w)L \times A \quad (20)$$

El balance de las fuerzas del agua,  $U_1$  y  $U_2$ , da el empuje de Arquímedes:

$$E = \gamma_w \cdot L \cdot A.$$

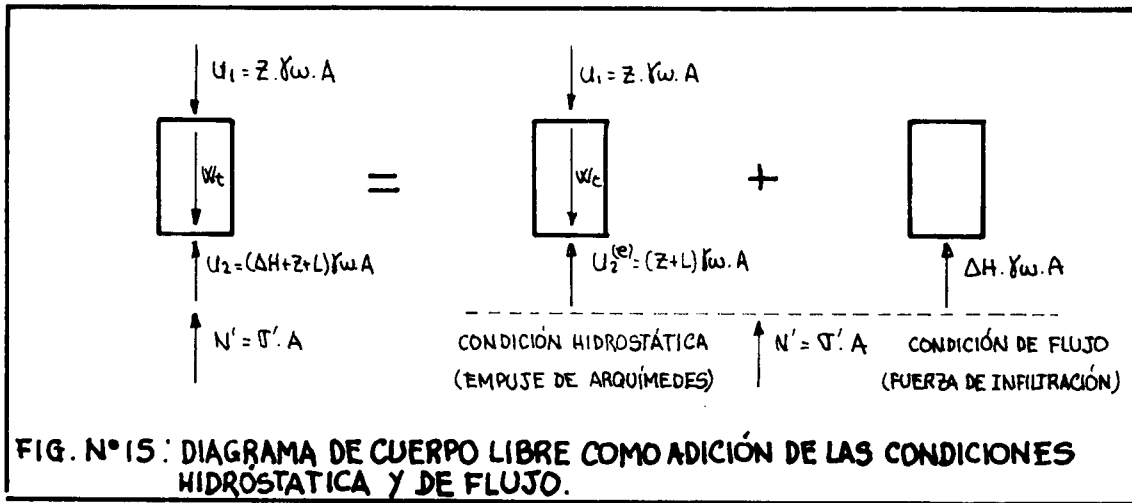


**FIGURA N° 13: PERMEAMETRO DE FLUJO ASCENDENTE.**



**FIG N° 14: DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE DEL SUELO EN EL PERMEAMETRO**





La resultante del segundo diagrama es la fuerza de infiltración:

$$F_i = \Delta H \cdot \gamma_w \cdot A \quad (21)$$

El diagrama se obtiene el mismo resultado consignado anteriormente:

$$\sigma' = (\gamma_t - \gamma_w)L - \Delta H \cdot \gamma_w$$

Esa fuerza por unidad de volumen es:

$$j = \frac{\Delta H}{L} \cdot \gamma_w \quad \text{ó} \quad j = i \cdot \gamma_w$$

**5.3 El caso de un talud infinito con flujo paralelo al mismo.**

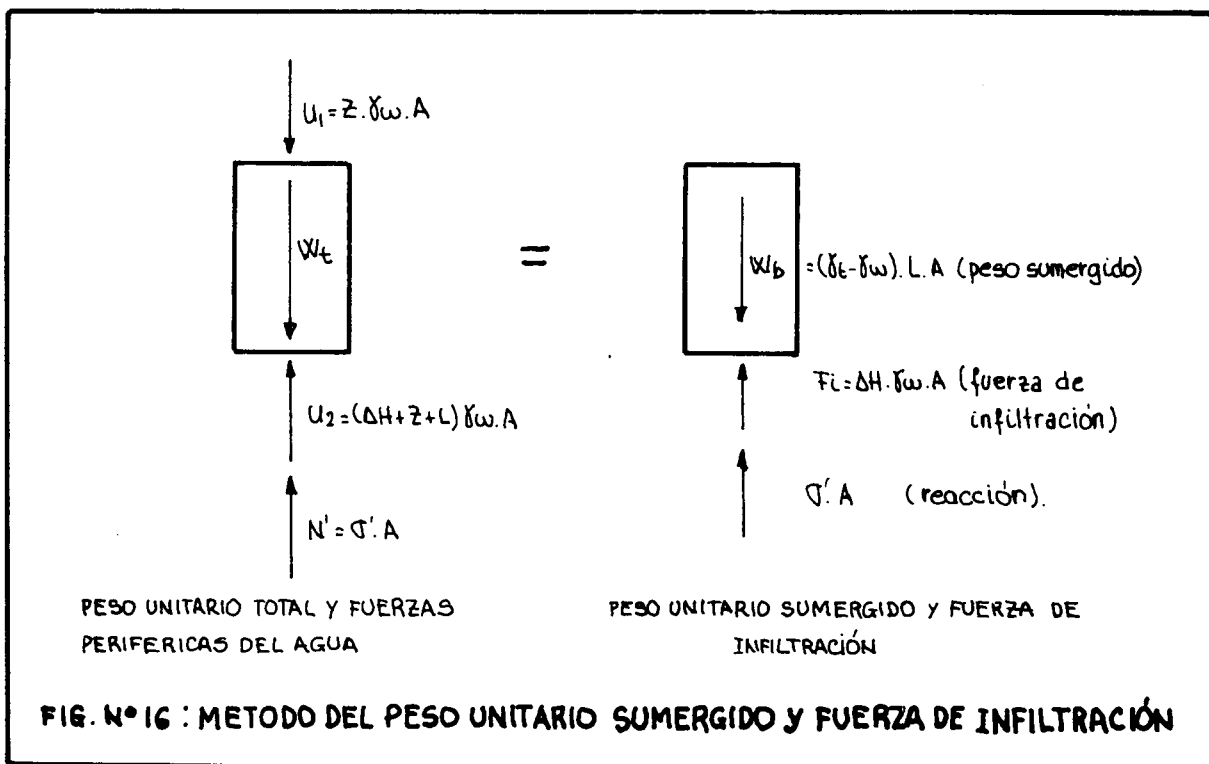
en que  $i$  es el gradiente hidráulico.

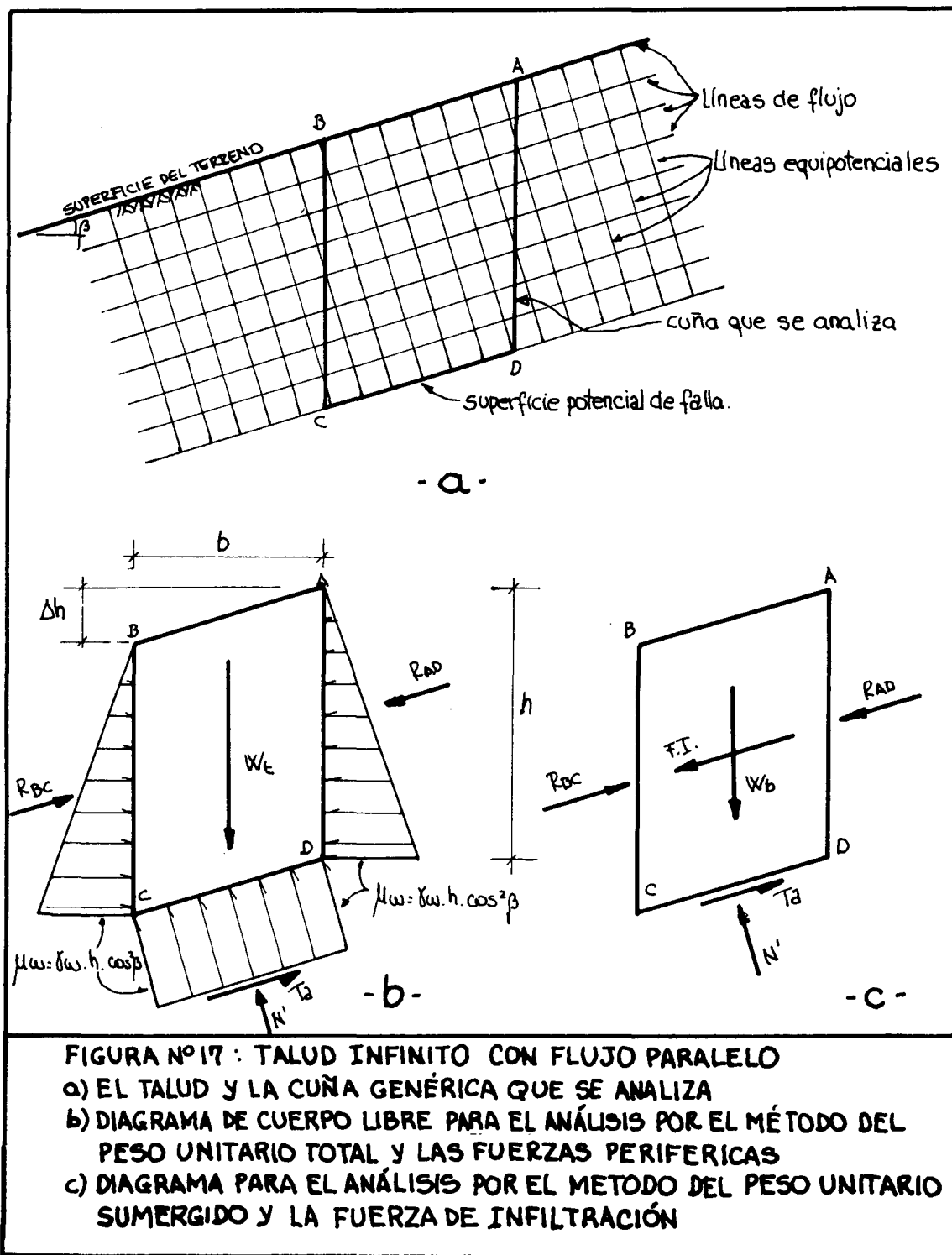
En este caso de flujo bidimensional (estrictamente hablando, unidimensional) se quiere encontrar la reacción en un plano potencial de falla, paralelo al talud. En la figura No. 17 aparece la situación del problema.

Los resultados anteriores demuestran que la situación se puede representar mediante una condición más sencilla, ilustrada en la figura No. 16, correspondiente al método del peso sumergido y la fuerza de infiltración.

Aceptando que las fuerzas que actúan sobre las paredes de la tajada, RAD, RBC y las debidas a las presiones del agua, se equilibran; el primer método de análisis, el del peso unitario total y las fuerzas periféricas del agua, conduce a los siguientes resultados, fruto del

Haciendo el equilibrio de fuerzas en este último dia-





estudio de equilibrio de la situación ilustrada en la figura 17-B:

$$N' = Wt \cdot \cos\beta - \gamma_w \cdot h \cdot \cos^2\beta \cdot \frac{b}{\cos\beta}$$

$$T_a = Wt \cdot \sin\beta$$

En las anteriores expresiones,  $Wt$  es el peso total de la tajada y está dado por:

$$Wt = \gamma t \cdot b \cdot h$$

Involucrando esta última expresión en las ecuaciones para calcular  $N'$  y  $T_a$  se llega a:

$$N' = \gamma b \cdot \cos\beta \quad (22)$$

$$T_a = \gamma t \cdot b \cdot h \cdot \sin\beta \quad (23)$$

En la figura 17-C, que ilustra el método del peso unitario sumergido y la fuerza de infiltración,  $Fi$  es la fuerza de infiltración y está dada por:

$$Fi = \gamma_w \cdot \sin\beta \cdot b \cdot h$$

en que  $\sin\beta$  es el gradiente hidráulico para la situación que se estudia.

Al hacer el equilibrio se llega a los mismos resultados para  $N'$  y  $T_a$ .