

Un método eficiente para la solución del flujo de carga radial

En este trabajo se presenta un método para la solución del flujo de carga en sistemas radiales, balanceados o no. El método está basado en el algoritmo clásico de flujo de carga con la matriz de impedancia (Z_{Bus}). Sin embargo, no requiere el almacenamiento de esta matriz; el efecto de multiplicar por ella se logra mediante un procedimiento muy simple. También se obtuvo una interpretación física sencilla de este procedimiento.

Se propone también una relación entre los métodos de Doble Barrido y el producto de un vector por la matriz de impedancia.

HERNANDO DIAZ M.
Ing. Electricista, M.S., Ph. D
Profesor Asociado U.N.

1. INTRODUCCION

El análisis de redes de distribución ha despertado un gran interés durante la última década, cuando se ha tomado conciencia de la importancia que un buen diseño a este nivel tiene para lograr eficiencia energética y económica del sistema integrado de energía.

Una de las herramientas fundamentales para el análisis y diseño de redes de distribución es el flujo de carga radial, dado que la mayoría de los sistemas se diseñan con esta característica. Para la solución de este problema se han empleado varios métodos, incluyendo adaptaciones de los métodos comunes para redes no radiales[4]. También se han desarrollado métodos especiales que aprovechan las características del problema [3,6].

En este trabajo se desarrolla un método especializado para la solución del flujo de carga en sistemas radiales, balanceados o no. El método está basado en el algoritmo clásico de flujo de carga con la matriz de impedancia (Z_{Bus}). Sin embargo, no requiere el almacenamiento de esta matriz; el efecto de multiplicar por ella se logra mediante un procedimiento muy simple. También se obtuvo una interpretación física sencilla de este procedimiento.

Se propone también una relación entre los métodos de *Doble Barrido* y el producto de un vector por la matriz de impedancia.

El algoritmo desarrollado requiere muy poca memoria y tiempo de cómputo. Además su convergencia es muy confiable. La extensión del método para sistemas desbalanceados es casi inmediata, requiriendo solo trabajar con vectores 3×1 , en vez de las magnitudes nodales (escalares) del caso balanceado.

El programa desarrollado para la implantación del método ha sido probado con sistemas hasta de 89 nodos.

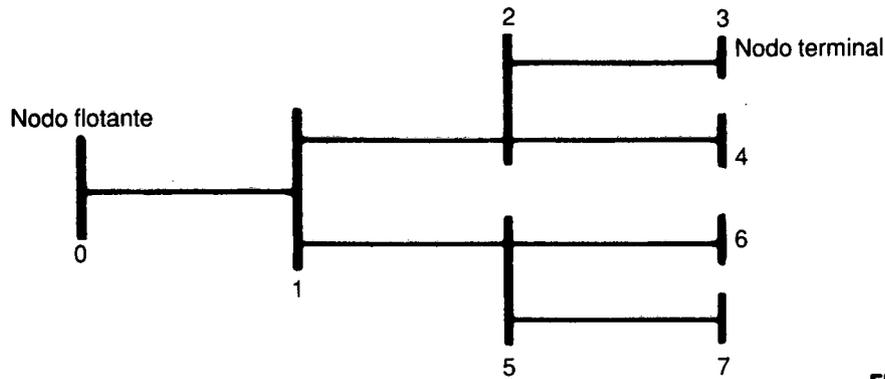


FIGURA 1

2. CARACTERISTICAS DE SISTEMAS RADIALES

En esta sección describimos las principales características de los sistemas radiales, desde el punto de vista del problema del flujo de carga. También se definen algunos términos que van a ser usados en el desarrollo posterior.

2.1. Definiciones básicas

En la figura 1 se muestra un segmento de un sistema de distribución, con el fin de ilustrar las definiciones siguientes.

Rama asociada a un nodo: La rama (línea o transformador) conectada a un nodo, que está más próxima al nodo flotante.

Nodo posterior: Para un nodo *i* dado, los nodos que están conectados a él, ya sea directamente o a través de otros, y que están más alejados del nodo flotante se denominan posteriores.

Nodo anterior: Es el concepto contrario a *Nodo posterior*. Un nodo es anterior a todos sus nodos posteriores.

Nodo terminal: Es un nodo que no tiene nodos posteriores. Cualquier nodo al final de un camino es un nodo terminal.

El nodo flotante siempre será numerado como nodo cero. Este es el único nodo que no tiene rama asociada. El único nodo conectado al nodo flotante está asociado con la impedancia equivalente del sistema que alimenta a la red que se estudia.

Entre las características topológicas del sistema radial que son importantes para nuestro trabajo pueden mencionarse las siguientes:

Para un sistema de *n + 1* nodos, hay *n* ramas. Esto es lo que permite asociar una rama con cada nodo, excepto el flotante.

No existen trayectorias cerradas. Por lo tanto, el grafo asociado con la red es un árbol.

2.2. Matrices de red. Propiedades

La descripción del sistema eléctrico se hace por medio de las ecuaciones de nodos. Estas ecuaciones se pueden resumir en la siguiente forma:

$$I = YV \tag{1}$$

Donde *V* es un vector de voltajes nodales medidos con respecto a un nodo de referencia predeterminado. *I* es un vector de corrientes netas inyectadas en los nodos; se considera que una corriente es positiva cuando entra al nodo. *Y* es la matriz de admitancia del sistema. La matriz *Y* puede ser invertida para dar:

$$V = ZI \tag{2}$$

Donde $Z = Y^{-1}$ es la matriz de impedancia.

Las matrices de red son simétricas. Además la matriz de admitancia es muy dispersa.

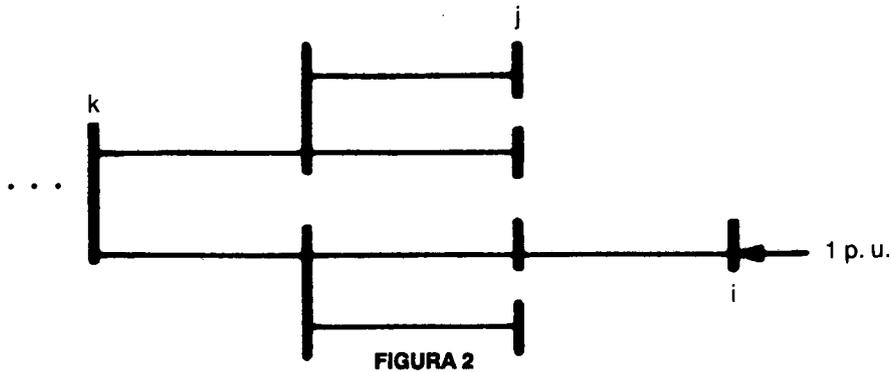
La matriz de impedancia para un sistema radial tiene una propiedad muy útil: Toda la información acerca de la matriz está contenida en los términos de la diagonal. Esto se puede ver fácilmente, si se considera la definición de los términos Z_{ij} , como el voltaje en el nodo *i*, cuando la corriente inyectada en el nodo *j* es uno, siendo las demás corrientes iguales a cero.

Considérese la figura 2, en donde se inyecta una corriente igual a uno en el nodo *i*. El voltaje en el nodo *j*, V_j , es igual al voltaje V_k , en el nodo *k*, el cual es el nodo más cercano del cual tanto *i*, como *j*, son nodos posteriores. El valor de V_k , además, es igual al que aparecería, si se inyectara una corriente igual a uno en el nodo *k*, es decir,

$$V_k = V_j$$

$$V_j = Z_{kk}$$

Por lo tanto,



$$Z_{ij} = Z_{kk}$$

Así pues, para calcular la matriz de impedancia de una red radial, basta con determinar su diagonal. Cualquier elemento de la matriz es igual a algún término de la diagonal.

Generalmente la matriz de impedancia no se calcula explícitamente, por lo cual la ecuación (2) no se usa directamente, sino que se prefiere resolver la ecuación (1) mediante factorización triangular. En este método la matriz Y se representa como el producto de tres matrices en la forma:

$$Y = LDL^T \tag{3}$$

Donde L es una matriz triangular inferior con unos en la diagonal y D es una matriz diagonal.

La principal ventaja del método de factorización triangular es que conserva la dispersidad de las matrices, siempre y cuando los nodos se ordenen en forma conveniente. Una vez que la matriz ha sido factorizada la solución de las ecuaciones es muy sencilla. El método se describe en el apéndice A.

3. ORDENAMIENTO OPTIMO EN SISTEMAS RADIALES

El método de factorización es especialmente apropiado en el caso de sistemas radiales, tal como vamos a mostrar en seguida. Las propiedades se pueden resumir en las dos proposiciones siguientes:

Proposición 1. El orden óptimo de los nodos se determina de la siguiente manera: En cada paso de la eliminación se escoge un nodo que esté conectado sólo a un nodo no eliminado. En este caso, la matriz factorizada L no tiene elementos "de relleno" y su estructura es idéntica a la de la matriz original.

Proposición 2. Cuando los nodos son ordenados óptimamente, la matriz L de la ecuación (3) contiene sólo un

término igual a -1, fuera de la diagonal en cada columna. Además, el término d_{ij} de la matriz D en la misma ecuación es igual a la admitancia de la línea asociada con el nodo i.

Las dos proposiciones se pueden demostrar en forma conjunta.

3.1. Demostración de las proposiciones

Considérese un segmento de una red radial como se muestra en la figura 3. Todos los nodos posteriores a j son terminales. La submatriz de la matriz de admitancia correspondiente a los nodos j y posteriores está dada por:

$$\begin{matrix} & l & m & \dots & p & j \\ \begin{matrix} l \\ m \\ \cdot \\ \cdot \\ p \\ j \end{matrix} & \begin{bmatrix} y_l & 0 & \dots & 0 & -y_l \\ 0 & y_m & \dots & 0 & -y_m \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \dots & y_p & -y_p \\ -y_l & -y_m & \dots & -y_p & y_j + y_m + \dots + y_p \end{bmatrix} \end{matrix}$$

En primer lugar se escoge al nodo l para ser eliminado. El proceso de factorización requiere que se divida la fila correspondiente (l) por y_l . La matriz anterior queda así:

$$\begin{matrix} & l & m & \dots & p & j \\ \begin{matrix} l \\ m \\ \cdot \\ \cdot \\ p \\ j \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & -1 \\ 0 & y_m & \dots & 0 & -y_m \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \dots & y_p & -y_p \\ -y_l & -y_m & \dots & -y_p & y_j + y_l + y_m + \dots + y_p \end{bmatrix} \end{matrix}$$

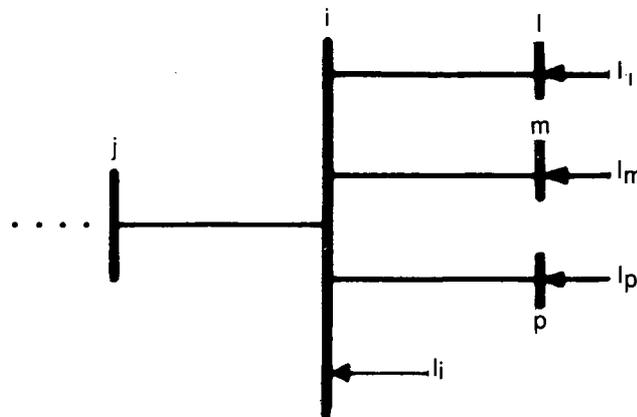


FIGURA 4

El modelo utilizado para el sistema consiste de ecuaciones de balance de potencia nodal, en la forma:

$$P_i + jQ_i = V_i \left(\sum_{j=1}^n Y_{ij}^* V_j^* \right) \quad i = 1, \dots, n \quad (6)$$

Donde,

V_i : Voltaje complejo del nodo con respecto a tierra.

Y_{ij} : Elemento ij de la matriz de admitancia.

$P_i + jQ_i$: Potencia neta en el nodo i .

n : Número de nodos.

Entre los diversos métodos empleados hasta ahora para la solución del problema se describirá a continuación el Método de Gauss que emplea la matriz de impedancia, dado que éste constituye la base de nuestro desarrollo,

4.1. Método Iterativo de Gauss

En cada iteración del método se parte de unos valores de voltaje nodal V_i . A partir de estos valores se calculan corrientes nodales equivalentes a las potencias.

$$I_i = \frac{P_i - jQ_i}{V_i^*} - Y_i^p V_i \quad (7)$$

En donde Y_i^p es la admitancia total entre el nodo i y tierra.

A continuación se determinan voltajes nodales correspondientes a estas corrientes inyectadas mediante la ecuación (2). Para el nodo i , la ecuación correspondiente es:

$$V_i = Z_{i1} I_1 + Z_{i2} I_2 + \dots + Z_{in} I_n \quad (8)$$

La matriz Z usada en este caso usa como referencia el nodo flotante. Las conexiones a tierra, si existen, se pueden representar por corrientes inyectadas equivalentes. Los voltajes V_i son medidos con respecto al nodo flotante; para obtener valores medidos con respecto a tierra, se les debe sumar el voltaje del nodo flotante:

$$V_i = V_i' + V^{Flot} \quad i = 1, \dots, n \quad (9)$$

Con los voltajes así obtenidos se reinicia el proceso, hasta cuando la variación de voltaje de una iteración, a otra sea pequeña.

Este método converge confiable y rápidamente [2,7]; su principal inconveniente se deriva de la ecuación (8). Puesto que la matriz Z es llena, el número de operaciones en cada iteración crece cuadráticamente con n .

4.2. Modificación del Algoritmo

La primera modificación del algoritmo consiste en reemplazar la ecuación (8) por:

$$I = YV' \quad (10)$$

Y resolver esta ecuación por sustitución, usando los factores ya determinados.

Este cambio, aunque insignificante desde el punto de vista teórico, tiene un profundo efecto sobre el método. Como la matriz Y es dispersa, el ahorro computacional es muy significativo.

En cada iteración del método se requiere la solución de un sistema de ecuaciones con una matriz constante. Esto lo hace competitivo con el método de Newton-Raphson.

Las observaciones anteriores se aplican a cualquier sistema, radial o no. A continuación se explotarán algunas características especiales de los sistemas radiales, con el fin de simplificar aún más el método. En la sección anterior se mostró que la matriz Y factorizada tiene una

estructura muy sencilla. Esto facilita la solución de la ecuación (10). El primer paso en la solución de las ecuaciones requiere resolver:

$$Lx=l \quad (11)$$

Cada fila de L contiene tantos términos fuera de la diagonal, cuantos nodos posteriores estén conectados directamente al nodo en cuestión. Para un nodo terminal i (0 nodos posteriores), la ecuación correspondiente es:

$$x_i = l_i \quad (12)$$

(la corriente total es la línea asociada al nodo).

Para un nodo i , conectado a nodos terminales l, m, p , como se muestra en la figura 4.

$$\begin{aligned} x_i &= l_i + x_l + x_m + x_p \\ &= l_i + l_l + l_m + l_p \end{aligned} \quad (13)$$

(también la corriente total en la línea asociada al nodo), puesto que $x_i = l_i$, para un nodo terminal.

Usando el mismo razonamiento, se ve que el proceso de sustitución hacia adelante simplemente produce las corrientes totales en las líneas asociadas con los nodos.

En el proceso diagonal se divide el valor de x_i por D_{ii} . Según la ecuación (4), este último valor es igual a la admitancia de la línea asociada con el nodo i , y_i . Entonces,

$$x_i = x_i/D_{ii} = x_i/y_i = x_i z_i \quad (14)$$

Donde $z_i = 1/y_i$ es la impedancia de la línea.

El valor de x_i así obtenido es igual a la diferencia de tensión entre los nodos i y j (figura 4).

El proceso de sustitución hacia atrás requiere la solución de la ecuación:

$$L^T V' = X' \quad (15)$$

Usando un razonamiento análogo al de la sustitución hacia adelante, se ve que la solución V_i se encuentra sumando los valores de x'_k para todos los nodos conectados entre el nodo flotante (0) y el nodo i . Usando la interpretación física de x'_k , se obtiene V_i como la suma de las diferencias de voltaje entre el nodo i y el flotante (como era de esperarse).

Así pues, la solución de la ecuación (10) puede interpretarse físicamente en la siguiente forma:

a. Calcular la corriente total en cada línea.

b. Multiplicar la corriente por la impedancia de la línea, para hallar la caída de voltaje en la línea.

c. Sumar voltajes en líneas para hallar voltajes nodales.

Nótese que en este esquema no es necesario almacenar la matriz Y . Ni siquiera se requiere calcular las admitancias de las líneas (esto es importante en el caso trifásico desbalanceado donde la admitancia de una línea es una matriz 3×3).

Como el ordenamiento óptimo siempre ordena los nodos más lejanos al flotante antes que los más cercanos, el proceso hacia adelante, efectivamente va recorriendo la red desde los nodos terminales hacia el flotante.

El proceso hacia atrás, efectúa el recorrido de la red en el orden inverso (desde el flotante hacia los terminales). En esta forma, cada solución de la ecuación (10), representa un *Doble Barrido* de la red.

El desarrollo anterior también puede explicarse directamente a partir de la matriz de impedancia, si se tiene en cuenta la propiedad mencionada en la sección 2.2.

4.3. El algoritmo propuesto

Usando las propiedades del proceso de solución de las ecuaciones de red descrito anteriormente y combinándolas con el método iterativo de Gauss se propone el siguiente algoritmo de solución del flujo de carga:

1. Escoger valores iniciales de voltaje en cada nodo V_i . Generalmente estos valores se escogen iguales al voltaje del nodo de referencia.
2. Hacer $E^{max} = 1$.
3. Mientras que $E^{max} > E$ repetir:
 - 3.1 Calcular corrientes equivalentes en los nodos, usando la ecuación (7).
 - 3.2 Calcular la corriente en la línea asociada con cada nodo.
 - 3.3 Multiplicar la corriente en cada línea por la impedancia serie de la misma.
 - 3.4 Empezando desde el nodo flotante, sumar los voltajes en las diferentes líneas, para determinar voltajes nodales V'_i , con respecto al nodo flotante.
 - 3.5 Para cada nodo calcular $V_i = V'_i + V^{Flot}$
 - 3.6 Calcular E^{max} como el máximo cambio del voltaje nodal respecto a la iteración anterior.

4. Escribir resultados.

Los pasos 3.2 a 3.5, equivalen a la solución de la ecuación (10), o a la multiplicación del vector de corrientes por la matriz de impedancia, según se ha visto. No es necesario efectuar búsquedas de nodos, dado que el ordenamiento óptimo proporciona la estructura de las matrices factorizadas.

4.4. Aplicación del método

El algoritmo descrito ha sido programado en un computador personal con excelentes resultados.

El proceso de ordenamiento óptimo requiere únicamente un contador de conexiones para cada nodo. En cada paso de la eliminación se escoge un nodo con sólo una conexión y se resta uno al contador de conexiones del nodo anterior. Puesto que por lo general los nodos se introducen al programa en forma de cadenas, entrando primero los nodos más cercanos al flotante, la experiencia ha mostrado que es más eficiente recorrer la lista de nodos de atrás para adelante. En el caso en que un nodo se entre al programa sólo cuando sus nodos anteriores ya hayan sido introducidos, el orden óptimo se obtiene recorriendo la lista de nodos de atrás hacia adelante. Para la prueba del programa se utilizaron sistemas de prueba de 8, 29 y 89 nodos, con relaciones X/R variando desde 0.1 hasta 10. La convergencia del algoritmo es excelente y requirió entre 2 y 4 iteraciones en todos los casos. El tiempo de ejecución es muy favorable comparado con otros métodos [3,6]. Hasta el momento no se han experimentado problemas de convergencia.

El programa está dimensionado para 500 nodos y ocupa menos de 128 Kbytes. Fue realizado en MODULA-2

5. SISTEMAS DESBALANCEADOS

El algoritmo desarrollado en la sección anterior tiene la ventaja de que puede ser aplicado a sistemas trifásicos desbalanceados sin cambios conceptuales y con sólo modificaciones menores.

El modelo usado para describir una red desbalanceada se expresa en coordenadas de fase (a, b, c). En este caso cada voltaje o corriente es un vector (3×1). Las impedancias o admitancias de los elementos son matrices (3×3). El modelo de las líneas de transmisión para los sistemas de distribución es una impedancia (matriz 3×3) serie. Un modelo similar puede ser usado para los transformadores [1], excepto para el caso Y-aterizado.

En este caso se requiere también una conexión a tierra (3×3).

La matriz de admitancia se puede construir en la misma forma que para un sistema balanceado, reemplazando, una vez más, los elementos de la matriz por matrices 3×3 [7].

Las ecuaciones de nodos para el caso desbalanceado son:

$$Y_{abc} V_{abc} = I_{abc} \quad (16)$$

La solución de este sistema de ecuaciones se efectúa por factorización triangular. La matriz factorizada tiene las mismas propiedades del caso balanceado, si se reemplaza cada elemento por una matriz 3×3 y los elementos iguales a 1 ó -1 por matrices identidad (Ver apéndice B).

5.1. Flujo de carga desbalanceado

El algoritmo de solución es enteramente similar al caso balanceado expuesto anteriormente. Las corrientes en los nodos se deben calcular para cada fase por separado y efectuar todos los cálculos para cada fase en cada nodo. Las caídas de tensión en las líneas se obtienen mediante un producto matricial.

Este algoritmo se programó a partir del caso balanceado, requiriendo solo el cambio de voltajes y corrientes por matrices 3×1 y las impedancias por matrices 3×3 .

6. CONCLUSIONES

El análisis del algoritmo de Gauss basado en la matriz de impedancia para el caso de redes radiales, proporciona una interpretación física muy sencilla del proceso de multiplicación de un vector por la matriz de impedancia de la red.

A partir de esta interpretación se ha desarrollado un método de solución de flujo de carga para sistemas radiales que es conceptualmente muy sencillo y con excelentes características de convergencia. Además, el número de operaciones en cada iteración es muy reducido y perfectamente predecible. Esto permite una gran eficiencia en tiempo de cómputo. Los requerimientos de memoria también son muy pequeños, puesto que el método no requiere la formación ni la factorización de ninguna matriz. También se pueden simular cargas que varían en forma no lineal con el voltaje nodal.

Aunque el método se basa en el flujo de carga con la matriz de impedancia, la interpretación física que se logró y el aprovechamiento de sus características para hacer un programa eficiente, parecen ser originales.

El método también ha sido extendido a redes trifásicas desbalanceadas, sin ninguna modificación conceptual y requiriendo solamente trabajar con las tres fases conjuntamente, calculando corrientes equivalentes en cada fase y, en general, trabajando con vectores 3×1 en vez de valores escalares.

La interpretación física del proceso de multiplicación por Z , descrito en la sección 3, permite un fundamento teórico para los métodos de Doble Barrido, tales como el de

Rajagopalan [6]. Estos métodos se han desarrollado en forma más o menos heurística. El presente trabajo permite explicar sus características, como modificaciones del método propuesto en este artículo.

Conocidas las bondades del método que usa la matriz de impedancia para redes no radiales, como son sencillez, velocidad y confiabilidad de convergencia, puede recomendarse el empleo de la factorización de Y , también en el caso de sistemas no radiales. El uso de esta factorización, junto con técnicas de matrices dispersas, elimina las principales desventajas del método, cuales son, número de operaciones por iteración y requerimientos de memoria excesivos.

7. REFERENCIAS

1. Birt, K. A., J.J. Graffy, J.D. McDonald, A.H. El-Abiad. "Three Phase Load Flow Program", IEEE Trans. Power Apparatus and Systems, Vol PAS-95, pp. 59-65, 1976.
2. Brown, H.E., G.K. Carter, H.H. Happ, C.E. Person, "Power Flow Solution by Impedance Matrix Method", Trans. AIEE, Vol 82, Part 3, pp 1-10, 1963.
3. Céspedes, R., "Nuevo Método para el Análisis de Redes de Distribución", Memorias Quintas Jornadas de Transmisión y Distribución, ACIEM, Bogotá, 1988.
4. Flórez L., R. Cano, J. Rojas, G. Salazar, "Ordenamiento y Solución de Flujos de Carga en Sistemas Radiales", Ingeniería e Investigación, Universidad Nacional, Vol. 4, No. 1, pp. 19-26, 1986.
5. Pai M.A., Computer Techniques in Power System Analysis, Tata McGraw-Hill, New Delhi, 1979.
6. Rajagopalan S., "A New Computational Algorithm for Load Flow Study of Radial Distribution Systems", Computer and Electr. Eng., Vol. 5, pp. 225-231, Pergamon Press, 1978.
7. Stagg G.W., A.H. El-Abiad, Computer Methods in Power System Analysis, Mc Graw-Hill, 1968..

APENDICE A

En este apéndice se presenta brevemente el método de factorización triangular para la solución de ecuaciones lineales de la forma:

$$Ax = b \tag{16}$$

siendo A una matriz simétrica.

El método consiste en hallar una factorización de la forma:

$$A = LDL^T \tag{17}$$

Donde L es triangular inferior con unos en la diagonal y D es diagonal.

Si se define $u = DL^T x$, la ecuación (17) se reduce a:

$$Lu = b$$

O, explícitamente,

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ l_{21} & 1 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix} \tag{18}$$

La cual produce las ecuaciones:

$$\begin{aligned} u_1 &= b_1 \\ u_2 &= b_2 - l_{21} u_1 \end{aligned}$$

Que se pueden resolver sustituyendo las variables "hacia adelante".

Una vez obtenido u , se usa su expresión para definir una nueva variable $w = L^T x$, con lo cual se obtiene:

$$\begin{aligned} DL^T x &= u \\ Dw &= u \end{aligned} \tag{19}$$

Esta última ecuación es muy fácil de resolver, puesto que D es diagonal. Finalmente, con el valor de w así obtenido, se resuelve la ecuación:

$$L^T x = w \tag{20}$$

Por sustitución "hacia abajo".

Solo resta encontrar las matrices L y D . Estas matrices se hallan por triangularización de A . La matriz que queda al triangularizar A es L^T y D_{ii} es igual a la diagonal de A , justo antes de dividir por ese valor para obtener uno en la diagonal.

Para una discusión más detallada del método véase la referencia [4].

APENDICE B

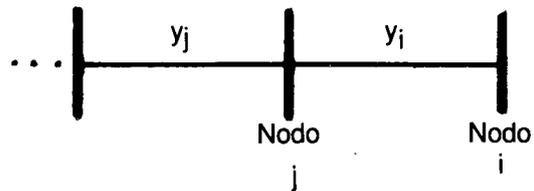


FIGURA 5.

En este apéndice se ilustra la forma como puede ser triangularizada la matriz de admitancia en el caso desbalanceado. Considérese el subsistema mostrado en la figura 5.

La submatriz correspondiente a los dos nodos mostrados es:

$$\begin{bmatrix} Y_j & -Y_j \\ -Y_j & Y_i + Y_j \end{bmatrix}$$

Donde Y_i y Y_j son matrices de admitancia de dimensión 3×3 .

Si se multiplica la primera "fila" por Y_i^{-1} , se obtiene:

$$\begin{bmatrix} I & I \\ -Y_j & Y_i + Y_j \end{bmatrix}$$

La matriz Y_i , será el valor correspondiente a D_{ii} .

Para eliminar el término bajo la diagonal, es preciso multiplicar la primera fila por Y_j y restarla a la segunda, con lo cual se obtiene:

$$\begin{bmatrix} I & -I \\ 0 & Y_j \end{bmatrix}$$

De esta manera se logra el mismo efecto que en el caso balanceado: El nodo j queda como si fuera un nodo terminal y la matriz es igual si se reemplaza 1 por I y la admitancia por una matriz 3×3 .

Nótese que durante el proceso de solución, es necesario multiplicar por la inversa de Y_i , la cual es una matriz de impedancia. Como esta matriz es generalmente conocida y Y_i no lo es, esto representa un ahorro adicional de trabajo.

RECONOCIMIENTO

Este trabajo se llevó a cabo con apoyo parcial por parte de Colciencias, mediante convenio CV-056/87.