

# Aplicaciones de la teoría del control a la economía

La teoría del control se ha desarrollado y aplicado ampliamente en muchas áreas de la Ingeniería. En los últimos años se ha venido aplicando también, en campos diferentes a los de la Ingeniería como por ejemplo en Ecología, Economía, diversas áreas de Biología, Psicología, etc.; con excelentes resultados. Los éxitos conseguidos derivan entre otros del hecho de que dichos campos encierran procesos claramente identificables como de control, y, evidentemente también, del gran avance logrado en el desarrollo de la teoría del control.

En este artículo nos ocuparemos de las aplicaciones de la teoría del control a la Economía, específicamente a los modelos macroeconómicos. El trabajo es básicamente una recopilación de información relacionada con el tema, y pretende despertar el interés por él en nuestro medio. Al final se presenta una bibliografía extensa.

**WOLF KERPEL S.**  
Ingeniero  
Profesor del Departamento de Ingeniería Eléctrica  
Universidad Nacional

Pág. 27-37  
Ingeniería e Investigación  
Volumen 4 N° 1  
Trimestre 1 - 1986

## TERMINOLOGIA

Inicialmente es importante y a la vez resulta interesante hacer una relación entre la terminología utilizada por los economistas y la utilizada por los ingenieros de control, a través de la tabla 1.

**TABLA 1**

ECONOMISTAS	INGENIEROS DE CONTROL
Variables endógenas	Variables de estado
Variables exógenas: Variables políticas Variables exógenas no controladas	Variables de entrada: Variables de control Variable de disturbio
Ecuaciones estructurales	Ecuaciones de estado

Características básicas de los modelos econométricos [1].

1) En general, un modelo macroeconómico dinámico es un sistema de ecuaciones simultáneas, de diferencia, normalmente no lineales, variables con el tiempo y estocásticas. Ese sistema de ecuaciones, llamado por los economistas ecuaciones estructurales puede escribirse como:

$$X_t = f(X_t, X_{t-1}, U_t, Z_t) + E_t \quad (1)$$

donde:

$X_t$  : vector de variables endógenas (de estado) en el tiempo  $t$ .

$U_t$  : vector de variables exógenas políticas (de control) en  $t$ .

$Z_t$  : vector de variables exógenas no sujetas a control (disturbio) en  $t$ .

$E_t$  : vector aleatorio de residuos con media cero y uniformemente distribuidos en el tiempo (ruido blanco)

$f$  : vector de funciones

$t$  : tiempo de caracterización del modelo.

Como puede apreciarse, el sistema es simultáneo con respecto a  $X_t$  que aparece a ambos lados de la Ec. (1), y por lo tanto debe solucionarse con el fin de obtener  $X_t$ , da-

dos  $X_{t-1}$ ,  $U_t$ ,  $Z_t$  y  $E_t$ . Este es un aspecto ausente de la mayoría de modelos utilizados en ingeniería.

- 2) Las funciones  $f_i$  normalmente son no-lineales, pero monótonas.
- 3) Los modelos son normalmente muy grandes, a pesar de que con base en las identidades de contabilidad que relacionan las variables endógenas, se puede reducir su tamaño eliminando algunas de menor importancia y por tanto el número de ecuaciones. Sin embargo, al escribir el modelo como un sistema de ecuaciones de primer orden (forma normal) para efectuar los cálculos de control necesarios, es preciso introducir una gran cantidad de variables endógenas adicionales para eliminar aquellas que involucran retardos en el tiempo.
- 4) Los modelos están sujetos a una gran incertidumbre no sólo en los parámetros desconocidos de las ecuaciones estructurales (1), sino también en la misma especificación de estas ecuaciones. En el primer caso, la incertidumbre es inherente a la estimación estadística de un gran número de parámetros utilizando un número limitado de observaciones de series de tiempo. En el segundo caso, la incertidumbre se debe principalmente a la insuficiencia de la teoría económica en la especificación de patrones de respuesta en el tiempo y grados de agregación adecuados para diferentes variables económicas. Dados estos dos tipos de incertidumbre los "fabricantes" de modelos econométricos han prestado mucho menos atención al problema de los errores de medición con el cual tratan específicamente los ingenieros de control.

**Usos de los modelos econométricos**

Los modelos econométricos se utilizan para efectuar pronósticos y deducir las consecuencias económicas de la fijación de trayectorias alternativas de las variables políticas  $U_t$ . Por lo tanto,

son herramienta fundamental en la elaboración de planes de desarrollo económico.

A continuación se presentan 2 sencillos ejemplos de modelos macroeconómicos lineales.

**Ejemplo 1**

**Modelo tipo Harrod para la economía de un país [2]**

Variables endógenas:

$Y_k$  = ingreso nacional o producto nacional en el período K

$C_k$  = consumo en el período K

$I_k$  = inversión en el período K

K = período de tiempo considerado. K = 0, 1, 2, ...

variable política (de control):

$G_k$  = gasto gubernamental

La ecuación básica de contabilidad es:

$$Y_k = C_k + I_k + G_k \tag{2}$$

sea  $m$  la propensión marginal al consumo ( $0 < m < 1$ ), entonces,

$$C_k = mY_k \tag{3}$$

Sea  $r$  el factor de crecimiento, entonces:

$$Y_{k+1} - Y_k = rI_k \tag{4}$$

Después de un poco de álgebra se llega a la ecuación estructural:

$$Y_{k+1} = [1 + r(1 - m)]Y_k - rG_k \tag{5}$$

Que sólo tiene una variable endógena ( $Y_k$ ). Tanto la inversión como el consumo pueden obtenerse como salidas del sistema utilizando las expresiones (3) y (4).

En la figura 1 se muestra el diagrama de bloques del sistema.

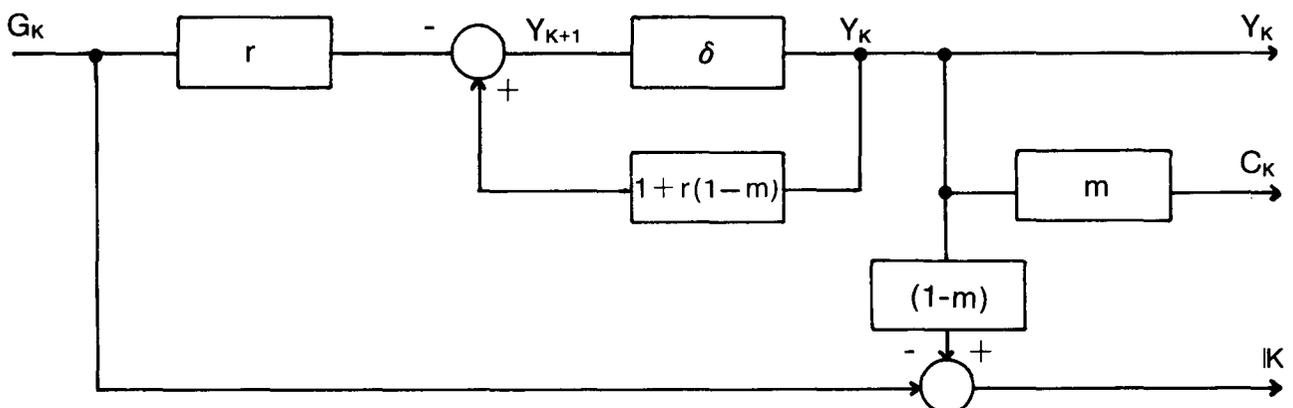
**Ejemplo 2**

**Modelo tipo Samuelson para la economía de un país [2]**

Este modelo está conformado por las siguientes ecuaciones:

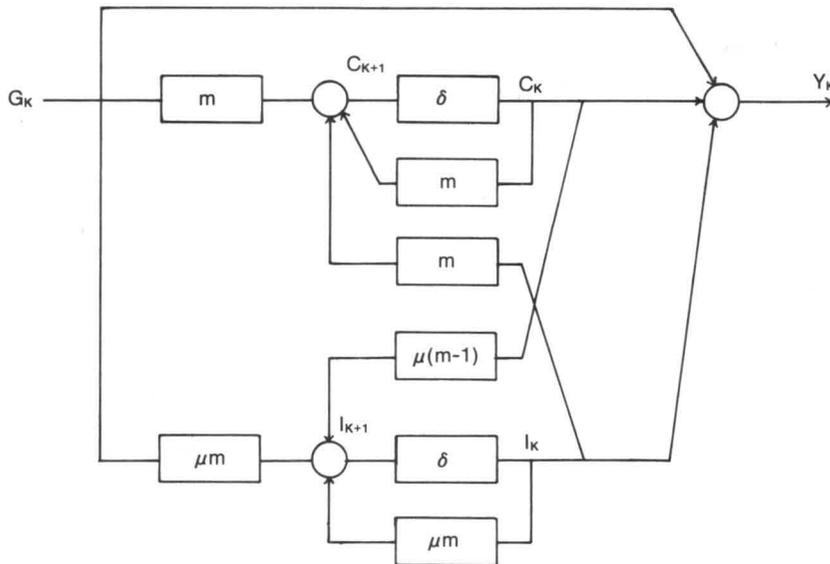
$$Y_k = C_k + I_k + G_k \tag{6}$$

(Identidad básica de contabilidad)



$\delta$ : denota un período de retardo  
 $(1-m)$ : es la propensión marginal al ahorro.

**FIGURA 1. Modelo tipo Harrod para la economía de un país.**



**FIGURA 2. Modelo tipo Samuelson para la economía de un país.**

$$C_{k+1} = mY_k$$

$$I_{k+1} = u[C_{k+1} - C_k] \quad (8)$$

Mientras que en el modelo anterior, el consumo en un período es directamente proporcional al ingreso en ese mismo período a través de la propensión marginal al consumo, en este modelo es directamente proporcional al ingreso del período anterior también a través de la propensión marginal al consumo.

Manipulando las ecuaciones (6), (7) y (8) se llega a las siguientes:

$$C_{k+1} = mC_k + ml_k + mG_k \quad (9)$$

$$I_{k+1} = (m - 1)C_k + uml_k + umG_k \quad (10)$$

En la figura 2 se muestra el diagrama de bloques del sistema.

**Solución de las ecuaciones estructurales no lineales**

A partir del modelo generalizado dado por la ec. (1) para poder efectuar una proyección de  $X_t$ , dados  $X_{t-1}$ ,  $U_t$  y  $Z_t$ ; usualmente se resuelve este sistema de ecuaciones, utilizando el método de Gauss-Siedel con  $X_t$ , igual a su esperanza cero. Algunos ingenieros se sorprenderán al leer esto, pues es bien sabido que en gran cantidad de

aplicaciones prácticamente se ha desechado este método y se utilizan otros procedimientos basados en el método de Newton Raphson. Sin embargo, es importante recordar que la convergencia del método de Newton está altamente condicionada al punto inicial de iteración y que igualmente surgen problemas de estabilidad con los llamados sistemas de ecuaciones mal condicionados. La experiencia ha demostrado que el método de Gauss-Seidel, se comporta bien para casi todos los modelos econométricos [1].

**Ejemplo 3**

A continuación se presenta un modelo de la economía de los Estados Unidos entre los años 1955 a 1968 realizado por Pindyck y tomado de la referencia [3]. El modelo es lineal, se basa en períodos trimestrales (como es costumbre en ese país) y consta de 3 variables de control (exógenas) y 10 variables de estado (endógenas). Además, para escribir el modelo en la forma normal se requieren 18 variables de estado adicionales por las razones expuestas anteriormente.

En la tabla 2 se presentan las variables endógenas, en la 3 las variables políticas y en la 4 las variables exógenas adicionales.

**TABLA 2**  
**Variables endógenas**

Símbolos	Definición	Unidades
$X_{1(k)} = C_k$	Consumo personal	Miles de millones de dólares
$X_{2(k)} = IN_k$	Inversión no en vivienda	Gigadólares (10 dólares)
$X_{3(k)} = IV_k$	Inversión en vivienda	Gigadólares
$X_{4(k)} = CI_{4k}$	Cambio en inventarios	Gigadólares
$X_{5(k)} = I_k$	Tasa de interés a corto plazo	Porcentaje
$X_{6(k)} = IL_k$	Tasa de interés a largo plazo	Porcentaje
$X_{7(k)} = P_k$	Índice de precios	Año base: 1958
$X_{8(k)} = D_k$	Desempleo	Porcentaje
$X_{9(k)} = S_k$	Salario por hora	Dólares
$X_{10(k)} = ID_k$	Ingreso después de impuestos	Gigadólares

**TABLA 3**  
**Variables políticas**

Símbolos	Definición	Unidades
$U_{1(k)} = IMP_k$	Impuestos recogidos	(gigadólares) GD
$U_{2(k)} = G_k$	Gasto gubernamental	GD
$U_{3(k)} = COM_k$	Cambio en la oferta monetaria	GD

**TABLA 4**  
**Variables exógenas adicionales**

Definición	Ecuación equivalente
$X_{11(k)} = C_{k-1}$	$X_{11(k)} = X_{1(k-1)}$
$X_{12(k)} = INV_{k-1}$	$X_{12(k)} = X_{2(k-1)}$
$X_{13(k)} = Cl_{k-1}$	$X_{13(k)} = X_{4(k-1)}$
$X_{14(k)} = I_{k-1}$	$X_{14(k)} = X_{5(k-1)}$
$X_{15(k)} = I_{k-2}$	$X_{15(k)} = X_{14(k-1)}$
$X_{16(k)} = IL_{k-1}$	$X_{16(k)} = X_{6(k-1)}$
$X_{17(k)} = IL_{k-2}$	$X_{17(k)} = X_{16(k-1)}$
$X_{18(k)} = IL_{k-3}$	$X_{18(k)} = X_{17(k-1)}$
$X_{19(k)} = IL_{k-4}$	$X_{19(k)} = X_{18(k-1)}$
$X_{20(k)} = IL_{k-5}$	$X_{20(k)} = X_{19(k-1)}$
$X_{21(k)} = P_{k-1}$	$X_{21(k)} = X_{7(k-1)}$
$X_{22(k)} = P_{k-2}$	$X_{22(k)} = X_{21(k-1)}$
$X_{23(k)} = D_{k-1}$	$X_{23(k)} = X_{8(k-1)}$
$X_{24(k)} = D_{k-2}$	$X_{24(k)} = X_{23(k-1)}$
$X_{25(k)} = D_{k-3}$	$X_{25(k)} = X_{24(k-1)}$
$X_{26(k)} = IDI_{k-1}$	$X_{26(k)} = X_{10(k-1)}$
$X_{27(k)} = IDI_{k-2}$	$X_{27(k)} = X_{26(k-1)}$
$X_{28(k)} = IDI_{k-3}$	$X_{28(k)} = X_{27(k-1)}$

El modelo asume tasa de impuestos sobre el PNB (Producto Nacional Bruto), del 15% y constante para el período de estudio. Además, se tiene la identidad de contabilidad:

$$PNB_k = C_k + INV_k + IV_k + Cl_k + G_k \quad (11)$$

Además de las tres variables de control existen otras dos variables exógenas, pero éstas no son controlables, o sea son disturbios; la primera variable de disturbio  $Z_{1(k)}$  es una nueva variable auxiliar cuyo valor es unitario:

$$Z_{1(k)} = 1 \text{ para todo } K \quad (12)$$

La segunda variable disturbio  $Z_{1(k)}$  se relaciona con el PNB potencial y está dada por:

$$Z_{2(k)} = 0.85 PNB_k \text{ potencial} \quad (13)$$

Las ecuaciones estructurales correspondientes a las 10 variables exógenas básicas son:

$$X_{1(k)} = h_{1,7}X_{7(k)} + h_{1,10}X_{10(k)} + f_{1,1}X_{1(k-1)} + f_{1,7}X_{7(k-1)} + f_{1,9}X_{9(k-1)} + f_{1,10}X_{10(k-1)} + K_{1,1}Z_{1(k-1)}$$

$$X_{2(k)} = h_{2,10}X_{10(k)} + f_{2,2}X_{2(k-1)} + f_{2,10}X_{10(k-1)} + f_{2,12}X_{12(k-1)} + f_{2,19}X_{19(k-1)} + f_{2,20}X_{20(k-1)} + f_{2,27}X_{27(k-1)} + f_{2,28}X_{28(k-1)}$$

$$X_{3(k)} = h_{3,10}X_{10(k)} + f_{3,3}X_{3(k-1)} + f_{3,14}X_{14(k-1)} + f_{3,15}X_{15(k-1)} + f_{3,26}X_{26(k-1)} + K_{3,1}Z_{1(k-1)}$$

$$X_{4(k)} = h_{4,1}X_{1(k)} + h_{4,10}X_{10(k)} + f_{4,4}X_{4(k-1)} + f_{4,11}X_{11(k-1)} + f_{4,26}X_{26(k-1)} + K_{4,1}Z_{1(k-1)}$$

$$X_{5(k)} = h_{5,7}X_{7(k)} + h_{5,10}X_{10(k)} + f_{5,5}X_{5(k-1)} + f_{5,7}X_{7(k-1)} + f_{5,10}X_{10(k-1)} + g_{5,3}U_{3(k-1)} + K_{5,1}Z_{1(k-1)}$$

$$X_{6(k)} = h_{6,5}X_{5(k)} + h_{6,10}X_{10(k)} + f_{6,6}X_{6(k-1)} + f_{6,26}X_{26(k-1)} + K_{6,1}Z_{1(k-1)}$$

$$X_{7(k)} = h_{7,6}X_{10(k)} + f_{7,7}X_{7(k-1)} + f_{7,9}X_{9(k-1)} + f_{7,10}X_{10(k-1)} + f_{7,13}X_{13(k-1)} + K_{7,1}Z_{1(k-1)} + K_{7,2}Z_{2(k-1)}$$

$$X_{8(k)} = h_{8,10}X_{10(k)} + f_{8,8}X_{8(k-1)} + f_{8,9}X_{9(k-1)} + f_{8,10}X_{10(k-1)} + f_{8,26}X_{26(k-1)} + K_{8,1}Z_{1(k-1)} + K_{8,2}Z_{2(k-1)}$$

$$X_{9(k)} = h_{9,10}X_{10(k)} + f_{9,9}X_{9(k-1)} + f_{9,10}X_{10(k-1)} + f_{9,22}X_{22(k-1)} + f_{9,25}X_{25(k-1)} + K_{9,1}Z_{1(k-1)}$$

$$X_{10(k)} = h_{10,1}X_{1(k)} + h_{10,2}X_{2(k)} + h_{10,3}X_{3(k)} + h_{10,4}X_{4(k)} + g_{10,1}U_{1(k-1)} + g_{10,2}U_{2(k-1)} \quad (14)$$

entonces, en forma matricial las ecuaciones de estado se pueden escribir como:

$$X_k = HX_k + FX_{k-1} + GU_{k-1} + KZ_{k-1} \quad (15)$$

que después de algunas manipulaciones puede llevarse a la forma normal:

$$X_{k+1} = AX_k + BU_k + CZ_k \quad (16)$$

$$\text{donde: } A = (I - H)^{-1}F$$

$$B = (I - H)^{-1}G$$

$$C = (I - H)^{-1}K$$

$$I = \text{matriz identidad} \quad (17)$$

El modelo se diseñó con base en la experiencia y las leyes económicas. Los coeficientes se determinaron utilizando técnicas de análisis de regresión de series de tiempo.

Si se comparan los datos obtenidos de la solución de las ecuaciones (16) con los reales, se observa que en algunos casos y períodos, las proyecciones dadas por el modelo son excelentes, mientras que en otros no. Esto es explicable si se tiene en cuenta que:

- 1) El autor del modelo lo forzó a que fuera lineal e invariable con el tiempo lo cual ciertamente da una gran simplicidad, pero no en lo más adecuado para modelos econométricos de gran escala. La ecuación (1) que es representativa, de los modelos actuales no es lineal y es de parámetros variables con el tiempo.
- 2) La economía de los EE.UU. se caracterizó por un conjunto de políticas fiscales y económicas entre otras, nada uniformes durante el

\* Para los datos de los parámetros ver la ref. [3]

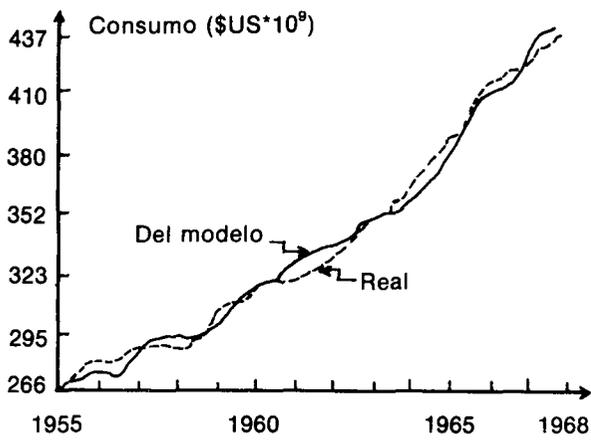


FIGURA 3. Consumo.

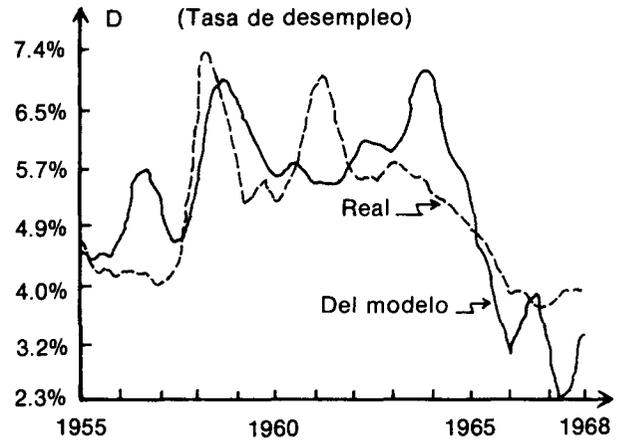


FIGURA 6. Tasa de desempleo.

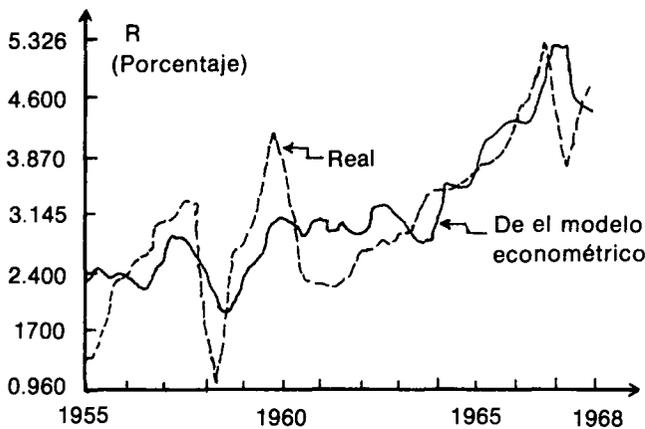


FIGURA 4. Interés a corto plazo.

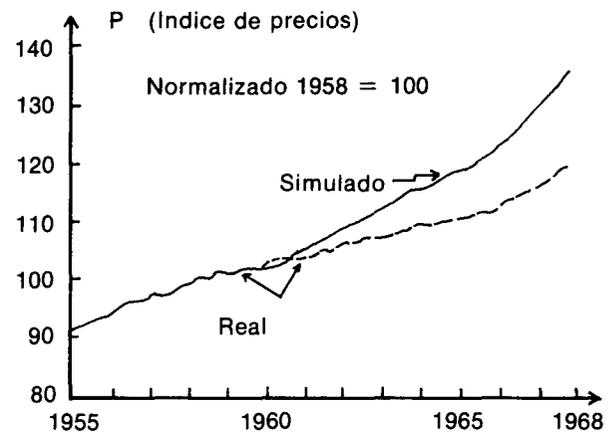


FIGURA 7. Índice de precios

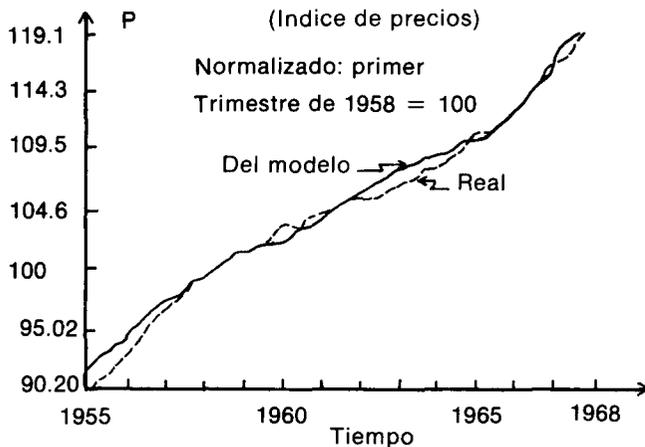


FIGURA 5. Índice de precios.

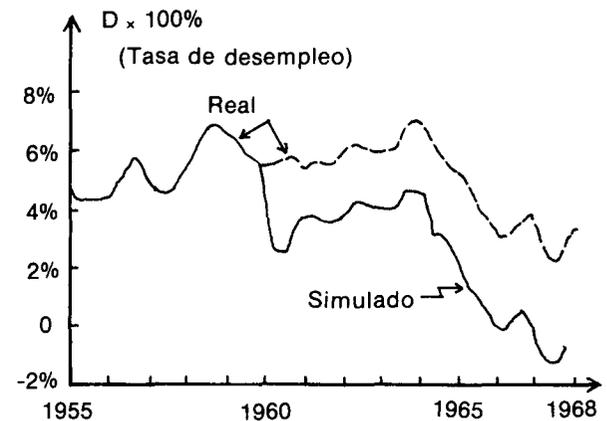


FIGURA 8. Tasa de desempleo.

período de estudio y hubo una recesión entre los años 58 y 59 que obviamente el modelo no toma en cuenta, dando resultados muy diferentes de los reales, especialmente en lo referente a la inversión en vivienda, las tasas de interés y el desempleo. El mejor desempeño del modelo se alcanza para los años 61 a 66. Posteriormente, la economía de los EE.UU. tomó un camino mucho más inflacionario, talvez disparado por la guerra de Vietnam, y de nuevo, el comportamiento del modelo se distancia de la realidad. En las figuras 3, 4, 5 y 6 se puede apreciar lo expuesto.

Un modelo econométrico también es útil (como cualquiera de un sistema de control) para estudiar la sensibilidad de algunas (o todas) las variables endógenas a cambios en las variables exógenas. En las figuras 7 y 8 se observa el efecto que tendría un aumento del gasto gubernamental entre los años 60 a 68 sobre el índice de precios agregado.

#### Ejemplo 4

#### Optimización de la economía de un país productor de petróleo. Aplicación del control óptimo [4]

Este modelo [4] se desarrolló para estudios de

planeación de la economía de Kuwait, un pequeño país que depende casi totalmente de las rentas de la exportación del petróleo. El ajuste de las variables políticas se realiza con base en la optimización de un índice de comportamiento. El valor presente del ingreso futuro durante un período de 50 años, basado en la selección de 5 políticas sucesivas de 10 años cada una.

El modelo divide la economía del país en dos sectores: el petrolero y el no petrolero; caso típico de un país poco desarrollado industrialmente que depende de la exportación de un solo producto. Asume que el superávit se utiliza enteramente en inversiones en países más desarrollados.

Para la optimización se utilizan dos variables de control: la tasa de producción de petróleo y la tasa de inversión en el sector petrolero.

#### Estructura del modelo

La población sigue un patrón de crecimiento exponencial con una disminución lineal de la tasa de crecimiento. El objetivo socioeconómico es mantener el ingreso per cápita en términos reales, constante durante el tiempo de estudio (el ingreso per cápita de Kuwait es uno de los más altos del mundo).

#### El sector petrolero

Las reservas de petróleo se mantienen en productividad parcial. Inherentemente, la producción planeada se restringe por problemas técnicos al 20% de las reservas productoras. Estas últimas, pueden incrementarse por inversiones en el sector. La inversión está limitada a un porcentaje del ingreso nacional. Se asume que las necesidades de inversión están inversamente relacionadas con la porción no productiva de las reservas por una función no lineal basada en las observaciones. Esta función se utiliza para el cálculo del multiplicador de desarrollo petrolero (MDP). El costo de producción por barril (CPB) sigue una relación inversa no lineal similar.

Se asume que el consumo interno de petróleo per cápita crece linealmente desde un nivel bajo inicial, hasta un valor alto final. Se asume también un precio fijo (en términos reales) para las ventas internas de petróleo como una política de bienestar.

El precio del petróleo para exportación es uno de los parámetros de planeación investigados en el estudio. Se asume que (en términos reales) sigue un trayecto lineal hasta alcanzar varios niveles planeados (el estudio se realizó en 1981).

Ganancias = ventas de petróleo — Costos de producción de las ventas internas y exportaciones.

#### El sector no petrolero

El modelo ilustra el creciente interés de los países menos desarrollados, que dependen fuertemente

de la exportación de un solo producto, de alcanzar un desarrollo socioeconómico balanceado. Por lo tanto, se fija como una meta que la fracción del consumo privado satisfecha por la producción no petrolera doméstica, debe triplicarse al final del período contemplado. Para ello se requiere un aumento en la inversión en el sector no petrolero para ensanchar su capacidad productora. Se asume un margen de ganancia del 10% para contabilizar el Ingreso Nacional (IN).

Los servicios del Estado suministran, una porción del ingreso no monetario: educación, salud, transporte y otros. La porción monetaria del salario y la renta crean consumo y ahorros. Las suposiciones anteriores se plasman en las siguientes identidades:

Consumo privado = salarios y renta - ahorro privado

Consumo total = consumo privado + servicios del gobierno

Ingreso personal bruto = consumo total + ahorro privado

Ingreso Nacional = salarios y renta + ganancias + interés

donde:

Ganancias = ganancias del sector petrolero + ganancias del sector no petrolero

Interés = interés de inversiones externas

El Ingreso Neto para Inversión (IIN) es el remanente del Ingreso Nacional, después de llevar a cabo los planes de desarrollo. Estos últimos incluyen los gastos en el consumo total e inversión en los sectores petroleros y no petroleros:

$$IIN = IN - (CT + ISNP + ISP) \quad (18)$$

donde:

CT: consumo total

ISNP: inversión en el sector no petrolero

ISP: inversión en el sector petrolero

#### Índice de optimización

El índice de optimización (J) mide el desempeño de los planes de producción e inversión en petróleo. El índice refleja el valor presente del ingreso y recursos futuros, midiendo el ingreso neto acumulado y las reservas productoras restantes.

$$J = J_1 + V * J_2 \quad (19)$$

donde:

J = VP - IF valor presente del ingreso futuro incluyendo las reservas productivas.

V = factor de penalización del uso de las reservas.

Es uno de los parámetros de planeación.

J<sub>1</sub> = valor presente del ingreso neto futuro al cual se le aplica una tasa de descuento social S.

J<sub>2</sub> = valor presente de las reservas productoras que queda a las generacio-

nes futuras al final del tiempo de estudio (RP) a la cual se le aplica la tasa de descuento social **S**, tomando en cuenta la inflación (r).

$$J_1 = \sum_{t=0}^{50} IIN_{(t)} * e^{-st} \quad (20)$$

$$J_2 = RP_{(50)} PFP * e^{-50(r-s)} \quad (21)$$

RPP(K) = Reservas Productoras del Petróleo año K

PFP = Precio final del petróleo

**Implantación del modelo**

El modelo se programó para simulación en computador. Se utilizó una rutina de optimización para establecer programas de producción e inversión que maximicen el índice seleccionado. Esta rutina encuentra los valores óptimos (durante cada período de 10 años) de las variables políticas **A** y **B** definidas como:

$$A = \frac{PP}{RPP} \quad \text{y} \quad B = \frac{ISP}{IN}$$

PP: = Producción de Petróleo

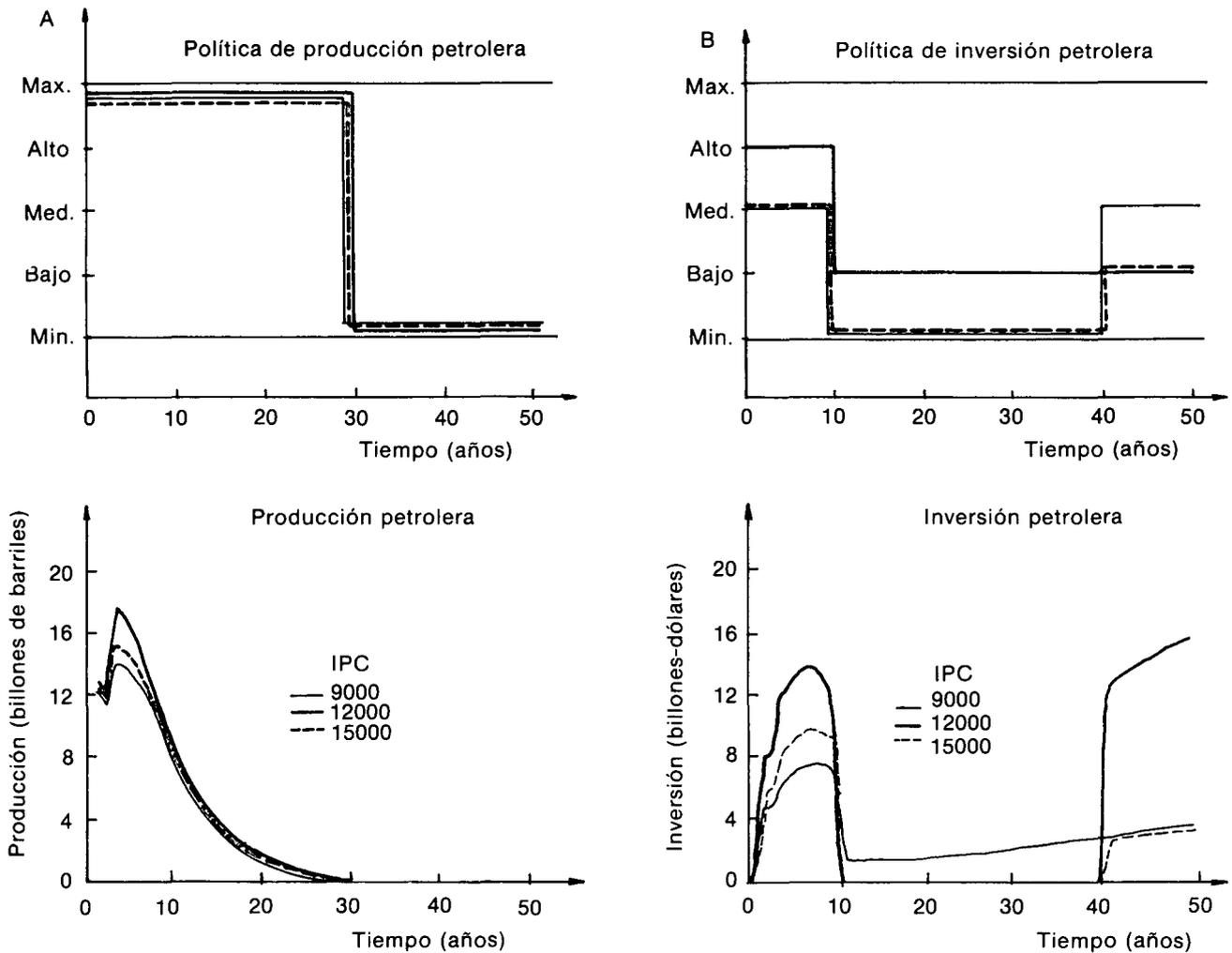
El tiempo de estudio (50 años) se dividió en períodos de 10 años, durante los cuales **A** y **B** permanecen fijos tales que maximicen a **J**. A partir de ellos se calcula la producción de petróleo y la inversión en el sector petrolero óptimas.

**Análisis de resultados**

A partir de diferentes conjuntos de parámetros de planeación, se obtuvo los programas y políticas para la producción e inversión óptimos, así como los niveles del índice de planeación **J**.

La corrida de referencia utiliza los siguientes parámetros de planeación.

IPC = \$12.000.00. Ingreso per cápita (dólares)  
PFP = \$30.00 precio final del petróleo (dólares).



IPC (\$)	9000	12000	15000
J(\$ × 10 <sup>10</sup> )	633	613	603

FIGURA 9. Efectos del cambio en el IPC

$V = 2.5$  penalización del uso de las reservas

final más bajo conlleva a menor producción e inversión durante los 50 años.

**Efectos de cambios al ingreso per cápita (IPC)**

En la figura 9 se muestran los efectos asociados al cambio del IPC.

Se observa que los efectos en la producción son menores para diferentes patrones de las políticas y niveles de inversión.

Se observa el compromiso existente entre el nivel de vida medio, medido por el IPC y el legado del país a las futuras generaciones.

**Efecto de cambiar el precio final del petróleo de exportación (PFP)**

En la figura 10 se observa los efectos asociados con el cambio en el precio final del petróleo de exportación. Existe una relación directa entre ese precio final y el Índice de Planeación. Un precio

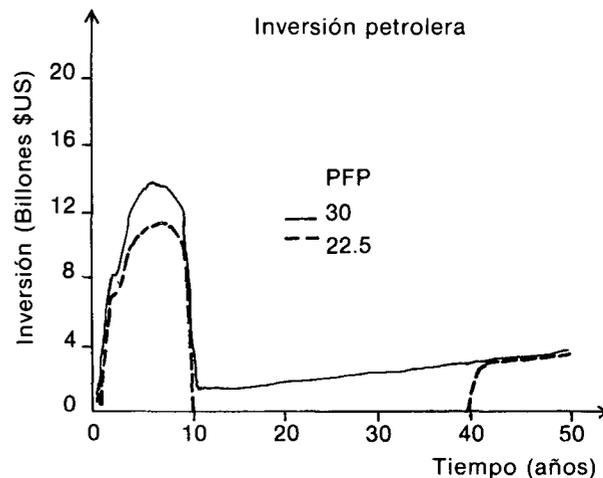
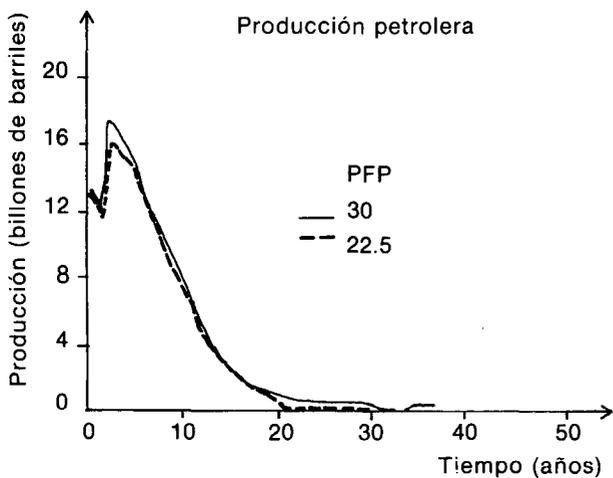
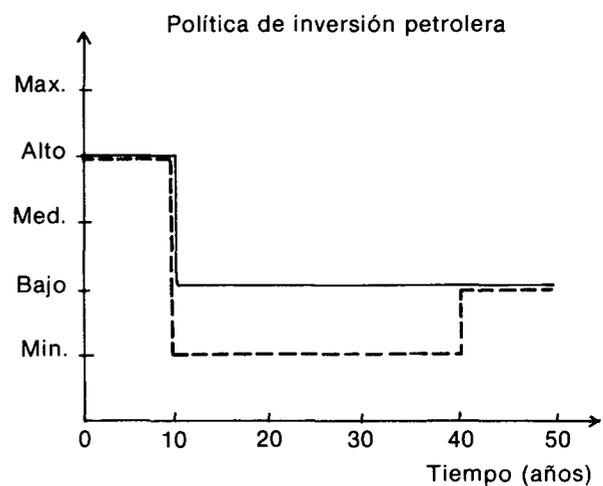
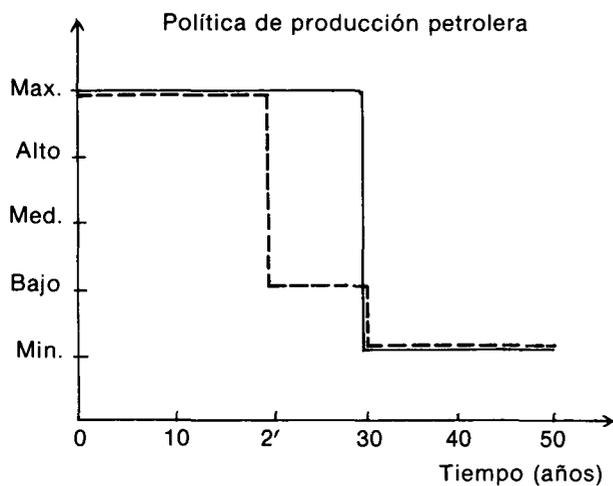
**Efecto del cambio en el factor de penalización de las reservas productoras (V)**

Para diferentes valores de V se observa (ver figura 11).

V	J1	V * J2	J = J1 + V * J2
0	620	0	620
1	618	3	621
2.5	606	7	613
5.0	537	145	682

(\$ × 10<sup>10</sup>)

- J<sub>1</sub>: varía inversamente con V
- V \* J<sub>2</sub>: varía directamente con V
- J: tiende a ser casi constante



PFP (\$)	22.5	30.0
J (\$ * 10 <sup>10</sup> )	578	613

FIGURA 10. Efectos del cambio en el PFP

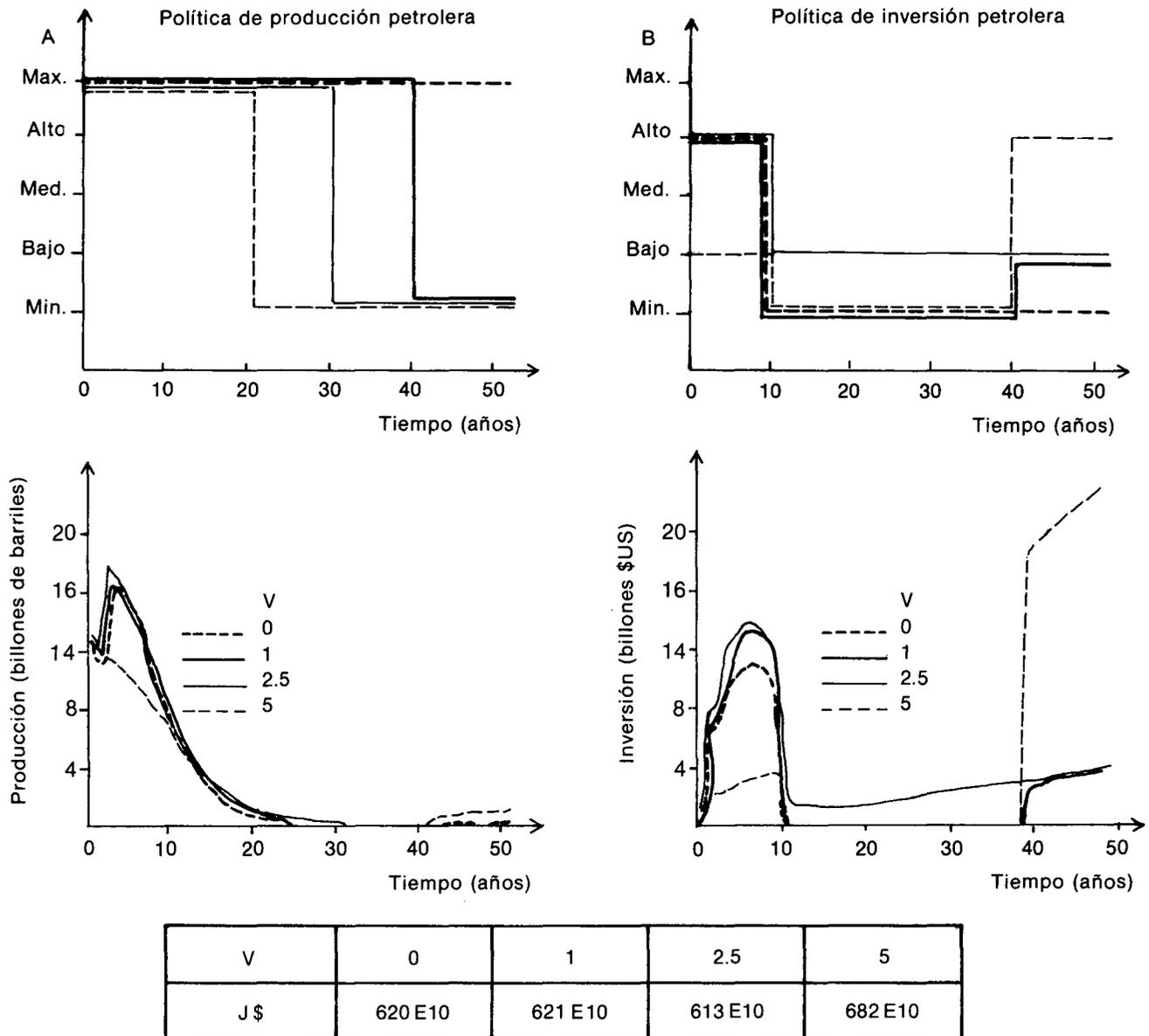


FIGURA 11. Efectos de cambiar V

La relación inversa entre el valor social V, asignado a las reservas restantes y J1 confirma que un mayor énfasis en mantener las reservas restantes

enterradas redunda lógicamente en un menor ingreso neto.

DICCIONARIO DE VARIABLES

- A Factor de producción fuera de las reservas
- AP Ahorro privado
- B Fracción de IN dedicado a ISP
- BCIN Beneficios por consumo interno
- BEX Beneficios de exportación
- BEXP Barriles exportados
- BNP Beneficios del sector no petrolero
- BP Beneficios del sector petrolero
- CB Costo por barril
- CBEX Costo por barril exportado
- CIP Consumo interno de petróleo
- CCIN Costo del consumo interno de petróleo
- CP Consumo privado
- CT Consumo total
- EXP Valor de las exportaciones

GII	Gastos internos del ingreso
IE	Inversiones externas
IIE	Intereses de inversiones externas
IIN	Ingresos destinados a inversión externa
IISNP	Inversión interna para el sector no petrolero
IN	Ingreso nacional
IPB	Ingreso personal bruto
IPC	Ingreso per cápita
ISP	Inversión para desarrollo del sector petrolero
ISPC	Inversión para desarrollo del sector petrolero en dólares corrientes
MDP	Multiplicador del desarrollo petrolero
PDV	Precio implícito de aumento
PEO	Precio de exportación en el año inicial
PEX	Precio de exportación
PFP	Precio de exportación de petróleo al final del período
PIN	Precio interno
POBL	Población
PP	Producción de petróleo
RO	Reservas iniciales
RPP	Reservas en producción de petróleo
RSE	Reservas sin explotar
RT5	Tasa de reservas remanentes
SG	Servicios Gobierno
SYR	Salarios y renta
TG	Tasa de aumento de la población
TI%	Tasa de inflación
TI1	Tasa de interés para inversión
TI2	Tasa de intereses para tomar préstamos
TVSD	Tasa de descuento del valor social
VCI	Valor del consumo interno
VPFI	Valor presente del flujo de ingresos futuros
VPIF	Valor presente de los ingresos futuros para el valor total durante el período. Incluye las reservas.
VSD	Valor social de descuento

**Valores iniciales:**

$GII(0) = 4E9$	$POBL(0) = 1E6$	$TI\% = 6.6\%$
$IE(0) = 10E9$	$RO(0) = 87E9$	$TVSD = 7.5\%$
$IN(0) = 12E9$	$RPP(0) = 33E9$	$VPFI = 0$
$PEO = 15.0$	$TI1 = 10\%$	$VSD(0) = 1$
$PDV(0) = 1$	$TI2 = 13\%$	

$IPC = 9000, 12000, 15000$

$PFP = 22.5, 30.0$

$V = 0, 1, 2.5, 5.$

**ECUACIONES DEL MODELO**

$$AP(K) = 0.1 * IPB(K)$$

$$BCIN(K) = VIC(K) - CCIN(K)$$

$$BEX(K) = EXP(K) - CBEX(K)$$

$$BNP(K) = 0.2 * GII(K)$$

$$BP(K) = BEX(K) + BCIN(K)$$

Si  $RT5 \geq 0.5$  entonces

$$CB(K) = 0.75$$

sino

$$CB(K) = 12.0 - 22.5 * RT5(K-1)$$

$$CBEX(K) = CB(K) * PEXP(K) * PDV(K-1)$$

$$CCIN(K) = CB(K) * CIP(K) * PDV(K-1)$$

$$CIP(K) = POBL(K-1) * (10 + 0.1 * K)$$

$$CP(K) = 0.7 * IPB(K)$$

$$CT(K) = CP(K) + SG(K)$$

$$EXP(K) = PEX(K) * PEXP(K) * PDV(K-1)$$

$$GII(K) = CP(K) * (1/6 + K/150)$$

$$IE(K) = IE(K-1) + IIN(K)$$

Si  $IE > 0$  entonces  $IIE(K) = IE(K-1) * TI1$

Si  $IE < 0$  entonces  $IIE(K) = IE(K-1) * TI2$

$$IIN(K) = IN(K) - CT(K) - IISNP(K) - ISPC(K)$$

$$IISNP(K) = 4 * (GII(K) - GII(K-1))$$

$$IN(K) = IIE(K) + SYR(K) + BP(K) + BNP(K)$$

$$IPB(K) = POBL(K-1) * IPC * PDV(K-1)$$

$$ISP(K) = B(K) * IN(K-1) / PDV(K-1)$$

$$ISPC(K) = ISP(K) * PDV(K-1)$$

$$MDP(K) = RSE(K) + RSE(K) ** 2 + RSE(K) ** 3$$

$$PDV(K) = PDV(K-1) + TI\% * PDV(K-1)$$

$$PEX(K) = PEO + (PFP - PEO) * K/50$$

$$PEXP(K) = PP(K) - CIP(K)$$

$$PIN(K) = PEO$$

$$POBL(K) = POBL(K-1) + TG(K) * POBL(K-1)$$

$$PP(K) = A(K) * RPP(K-1)$$

$$RSE(K) = RT5(K-1) - (PPR(K-1)/RO)$$

$$RT5(K) = RT5(K-1) - PP(K)/RO$$

$$SG(K) = 0.2 * IPB(K)$$

$$SYR(K) = CP(K) + AP(K)$$

$$TG(K) = 0.07 - 0.001 * K$$

$$VIC(K) = PIN(K) * CIP(1) * PDV(K-1)$$

$$VPFI(K) = VPFI(K-1) + IIN(K) * VSD(K-1)$$

$$VPIF = VPFI(50) + V * PFP * RPP(50) * PDV(50)$$

$$* \text{VSD}(50)$$

$$\text{VSD}(K) = \text{VSD}(K-1) - \text{TVSD} * \text{VSD}(K-1)$$

### CONCLUSION Y RECOMENDACION

Las técnicas de la teoría del control se pueden aplicar positivamente a los modelos macroeconómicos. El éxito radica en que los ingenieros de control hace mucho tiempo que trabajan en los problemas inherentes al control de sistemas de gran escala. El ejemplo obvio es el de los sistemas de potencia eléctrica que en el departamento se ha trabajado ampliamente.

La recomendación (también obvia) es que se conforme un equipo de trabajo para explotar la aplicabilidad de la teoría del control a la Economía, integrado por ingenieros especializados en control, economistas especializados en econometría y posiblemente estadísticas y matemáticas.

### Agradecimientos

A Ricardo Pardo y Armando Salazar por su colaboración y a Eduardo Machado por su estímulo.

### BIBLIOGRAFIA

1. CHOW, G. C. H., BERNSTEIN, S.M. **The Control of large-scale Nonlinear Econometric Systems**. IEEE - Transactions on Automatic Control. vol. AC-23, N° 2, Abril de 1978.
2. LUENBERGER, D. G. **Introduction to Dynamic Systems. Theory, Models and Applications**. John Wiley & Sons, 1979.
3. ATHANS, DERTOUZOS, SPANN, MASON. **Systems, Networks & Computation. Multivariable Methods**. Mc Graw-Hill, 1974.
4. ELMAGHARABY A. S., RIDEOUT V. C., SEIF SAID Elyazal. **Optimization of the Economy of an oil-Producing Country**. IEEE. Transactions on Systems, Man and Cybernetics. Vol. SMC-11, N° 11, noviembre de 1981.
5. BENNETT, R. J., CHORLEY, R. J. **Environmental Systems. Philosophy, Analysis and Control**. Methven & Co. Ltd., London, 1978.

### BIBLIOGRAFIA NO CONSULTADA

1. ALLEN, R.G.B. **Mathematical Economics**. MacMillan, New York, 1968.
2. BALL, R. J. **The International Linkage of National Economics Models**. North Holland, Amsterdam, 1973.
3. CHOW, G. C. **Effects of Uncertainty on Optimal Control Policies**. International Economic Review 19, 1973.
4. CHOW, G.C. **Analysis and Control of Dynamic Economic Systems**. Wiley, 1975.
5. DAY, R. H. **Adaptive Economic Models**. Academic Press, 1974.
6. DUESENBERY, J. S., KLEIN, F. G., KUH E. L. R. **The Brookings Quarterly Econometric Model of the United States**. Academic Press, 1975.
7. KALECKI, M. **Theory of Economic Dynamics**. George Allen & Unwin, 1954.
8. LIVESEY D. A. **Can Macro-Economic Planning Problems ever be treated as a Quadratic Regulator Problem?** IEE, Conference Papers N° 101, IFAC/IFORS Conference, 1973.
9. PESTON, M. **Econometrics and Control: Some General Comments**. Conference Publication 101, IEE, 1973.
10. MAC RAE, C. DUNCAN. **Discrete-Time Linear Optimal System with Economic Applications: Dual Maximun Principle**. IEEE. Transactions on Automatic Control. feb. 1969.
11. SANDBERG IRWIN W. **Gross National Product Optimization: Nonlinear Multisector Economies**. IEEE. Trans. on Automatic Control, oct. 1974.
12. CHOW, G. C. **Identification and Estimation of Simultaneous Equation Systems**. IEEE Trans. A.C., diciembre, 1972.
13. WALL, K. D. **Modeling of United Kingdom Economy for Application of Control Theory Techniques**. IEEE, Trans. A.C., Dic., 1974.
14. NORMAN, A. L. **Modeling: Use of Control theory to Discriminate between Econometric Models**. IEEE, Trans. A.C., Oct. 1973.
15. DOBELL, A. R. **Optimal Control Problems in Economic Theory: Characteristic Features**. IEEE, feb, 1969.