

En español

In English

Simulación numérica del proceso de fractura en concreto reforzado mediante la metodología de discontinuidades fuertes de continuo. Parte II: Aplicación a paneles sometidos a cortante

Dorian Luís Linero Segrera¹, Javier Oliver² y Alfredo E. Huespe³

RESUMEN

En este trabajo se presentan los resultados de la simulación numérica del proceso de fractura en paneles de concreto reforzado sometidos a cortante, utilizando un modelo basado en la metodología de discontinuidades fuertes de continuo (CSDA) y la teoría de mezclas. La CSDA describe la localización de la deformación y la formación de una discontinuidad asociada con la aparición de una fisura. En cambio, la teoría de mezclas representa el comportamiento de un material compuesto, constituido por una matriz de concreto simple y uno o dos paquetes de barras largas de acero de refuerzo. El comportamiento del concreto simple y el acero se representan mediante un modelo de daño bidimensional y un modelo de plasticidad unidimensional, respectivamente. El modelo se implementa en el método de los elementos finitos considerando estado plano de esfuerzos, deformaciones infinitesimales y cargas estáticas. Se simuló tres paneles reforzados en una o en dos direcciones, los cuales estaban y sometidos principalmente a fuerzas cortantes. Los resultados de la simulación numérica, como la respuesta estructural y el patrón de fisuración, fueron satisfactorios.

Palabras clave: mecánica computacional, mecánica de la fractura, discontinuidades fuertes, teoría de mezclas, concreto reforzado, elementos finitos, paneles sometidos a cortante.

Recibido: febrero 16 de 2009
Aceptado: noviembre 15 de 2010

Introducción

Los muros de concreto reforzado constituyen una parte importante de los sistemas estructurales actuales, principalmente por su capacidad ante esfuerzos cortantes cuando actúan acciones sísmicas o eólicas.

Numerical modelling of the fracture process in reinforced concrete by means of a continuum strong discontinuity approach. Part II: application to shear panels

Dorian Luís Linero Segrera⁴, Javier Oliver⁵ and Alfredo E. Huespe⁶

ABSTRACT

The numerical simulation results of the fracture process in reinforced concrete shear panels are presented in this work. The simulation used a model based on the continuum strong discontinuity approach (CSDA) and mixing theory. CSDA describes strain localization and formation of discontinuity associated with the appearance of a crack. On the other hand, mixing theory represents composite material behaviour which is formed by a simple concrete matrix and one or two bundles of long reinforcement bars. The behaviour of simple concrete and steel is represented by a two-dimensional damage model and one-dimensional plasticity model, respectively. The model has been implemented in the finite element method which considers plane stress, infinitesimal strain and static loads. Three panels are simulated, reinforced in one or two ways; they are mainly subjected to shear forces. The numerical simulation results as well as structural response and cracking patterns were satisfactory.

Keywords: Computational mechanics, fracture mechanics, strong discontinuity, mixing theory, reinforced concrete, finite elements, Shear panels.

Received: february 16th 2009
Accepted: november 15th 2010

Introduction

Reinforced concrete walls are an important part of current structural systems, mainly due to their capacity to resist shear stress when seismic or wind action takes place.

¹ Ingeniero Civil. M.Sc., en Estructuras. Ph.D., en Análisis Estructural, Universidad Politécnica de Cataluña, España. Profesor Asociado, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá. dllineros@unal.edu.co

² Ingeniero Civil. Ph.D., en Ingeniería Civil, Universidad Politécnica de Cataluña, España. Profesor Titular, Departamento de Resistencia de Materiales y Estructuras, Universidad Politécnica de Cataluña. España. oliver@cimne.upc.edu

³ Ingeniero Mecánico Electricista. M.Sc., en Ciencias de la Ingeniería. Ph.D., en Ciencias de la Ingeniería, Universidad Federal de Rio de Janeiro, Brasil. Investigador del CIMEC/Intec – CONICET, Santa Fe, Argentina. ahuespe@intec.unl.edu.ar

⁴ Civil Engineer. M.Sc., in Structure. Ph.D., in Structural Analysis, Universidad Politécnica de Cataluña, Spain. Professor, Faculty of Engineering, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá. dllineros@unal.edu.co

⁵ Civil Engineer. Ph.D., in Civil Engineering, Universidad Politécnica de Cataluña, Spain. Professor, Department of Strength of Materials and Structures, Universidad Politécnica de Cataluña. Spain. oliver@cimne.upc.edu

⁶ Mechanic and Electrical Engineer. M.Sc., in Science of Engineering. Ph.D., in Science of Engineering, Universidad Federal de Rio de Janeiro, Brasil. Researcher, CIMEC/Intec – CONICET, Santa Fe, Argentina. ahuespe@intec.unl.edu.ar

En español

Durante la aplicación de las cargas y después del régimen elástico los elementos de concreto reforzado exhiben una reducción de su rigidez simultáneamente con la formación y propagación de fisuras. Un modelo numérico que permite predecir este comportamiento ha sido desarrollado por los autores en trabajos anteriores (Linero, Oliver *et al.*, 2007; Linero, Oliver *et al.*, 2010) y utilizado en este artículo para simular tres paneles sometidos a cortante.

El modelo numérico considera que el concreto reforzado es un material compuesto conformado por una matriz de concreto simple y uno o dos paquetes de barras de acero de refuerzo. De acuerdo con la teoría de mezclas (Oller, 2003), los materiales constituyentes conservan una deformación común, mientras que el esfuerzo del material compuesto es igual a la suma ponderada del esfuerzo en cada componente.

La relación entre el esfuerzo y la deformación del concreto simple y del acero se representan con un modelo constitutivo de daño bidimensional y un modelo de plasticidad unidimensional, respectivamente (de Souza, Peric *et al.*, 2008).

En el lugar donde se forma una fisura el desplazamiento muestra una discontinuidad y la deformación tiende a infinito. En cambio, fuera de la zona de fractura la deformación conserva un valor acotado. Este fenómeno, denominado localización de la deformación, se representa en el modelo numérico mediante la metodología de discontinuidades fuertes de continuo (Oliver y Huespe, 2004a; Oliver y Huespe, 2004b; Oliver, Huespe *et al.*, 2006).

El modelo ha sido implementado en el método de los elementos finitos para problemas en condición plana de esfuerzos, cargas estáticas y no linealidad producida por la ley constitutiva del material.

Comportamiento del concreto reforzado

Proceso de fractura del concreto reforzado

El comportamiento mecánico del concreto reforzado presenta cuatro etapas asociadas con la aparición, formación y distribución de las fisuras en concreto simple. A continuación se resume la respuesta típica de paneles sometidos a tracción pura (Ouyang, Wollrab *et al.*, 1997) y a cortante puro (Bhide y Collins, 1989), cuyas barras de refuerzo se distribuyen de forma homogénea en toda la probeta.

Durante los primeros pasos de carga el concreto aún no se ha fisurado y el comportamiento de ambos materiales es *elástico lineal*, como lo muestra el tramo OA de la curva carga-desplazamiento en la Figura 1.

Muy cerca al punto A de la curva se forma la primera fisura del concreto, produciendo una redistribución local de los esfuerzos hasta la aparición casi inmediata de una nueva fisura. Esta fase corta se denomina *etapa de formación de fisuras*.

En la *etapa de fisuración distribuida* la aparición de nuevas fisuras está limitada por la capacidad de transferir esfuerzos entre el refuerzo y el concreto. Si la adherencia entre ambos materiales es buena se seguirán formando fisuras hasta llegar a la denominada *condición de saturación*, en la cual se propagan muchas fisuras de poca apertura y de separación constante, como lo muestra el tramo AB en la Figura 1.

Cuando el acero alcanza el límite elástico o las barras se deslizan con respecto al concreto circundante, la apertura de una de las fi-

In English

When loads are applied and following the elastic regime, reinforced concrete elements exhibit a decrease in their stiffness simultaneously with crack formation and propagation. Such behaviour has been represented by the numerical model developed by the authors in previous work (Linero, Oliver *et al.*, 2007; Linero, Oliver *et al.*, 2010). The model has been used in this article to simulate three panels subjected to shear.

The numerical model considers that reinforced concrete is a composite material formed by a simple concrete matrix and one or two bundles of steel reinforcement bars. According to mixing theory (Oller, 2003), the constituent materials remain under common strain whereas composite material stress is equal to the weighted sum of the stress of each component.

The stress-strain relationship of simple concrete and steel are represented by a two-dimensional damage constitutive model and one-dimensional plasticity model, respectively (de Souza, Peric *et al.*, 2008).

A crack appears at a place where displacement shows discontinuity and the strain grows without bounds. On the other hand, strain remains a bound value outside the fracture zone. This phenomenon is named strain localization and is represented in the numerical model by the continuum strong discontinuity (CSD) approach (Oliver and Huespe, 2004b; Oliver and Huespe, 2004a; Oliver, Huespe *et al.*, 2006).

The model has been implemented in the finite element method for problems with plane stress, static loads and non-linear material.

Reinforced concrete behaviour

Reinforced concrete fracturing

The mechanical behaviour of reinforced concrete shows four stages associated with crack appearance, formation and distribution in simple concrete. The typical response of panels subjected to pure tension (Ouyang, Wollrab *et al.*, 1997) and pure shear (Bhide and Collins, 1989) is summed. The reinforcement bars are homogeneously distributed throughout the whole panel.

The concrete is not still cracked during the first load steps and the behaviour of both materials is *linear elastic*, as shown by line OA in the load-displacement curve in Figure 1.

The first crack in the concrete is formed near point A on the curve, producing local redistribution of stress until the almost immediate appearance of a new crack. This short phase is named *crack formation stage*.

The appearance of new cracks is limited by the ability to transfer stress between the reinforcement and the concrete in the *distributed cracking stage*. If adherence between both materials is good, then cracks will appear until the so-called *saturation condition* is reached in which many cracks having small openings and constant spacing are propagated, as shown in line AB in Figure 1.

When the steel reaches its elastic limit or the bars slip regarding the surrounding concrete, the opening of one of the cracks (or so-

En español

suras (o en ocasiones dos o tres) se impone con respecto a las demás, definiendo una *etapa de fisura localizada*, como lo muestra el tramo BC. Esta etapa se extenderá hasta cuando la capacidad del acero de refuerzo en el rango plástico lo permita.

In English

metimes two or three) is imposed with respect to the others. This defines a localized crack stage, as shown by line BC. This stage is extended until the capacity of steel reinforcement in the plastic range allows it

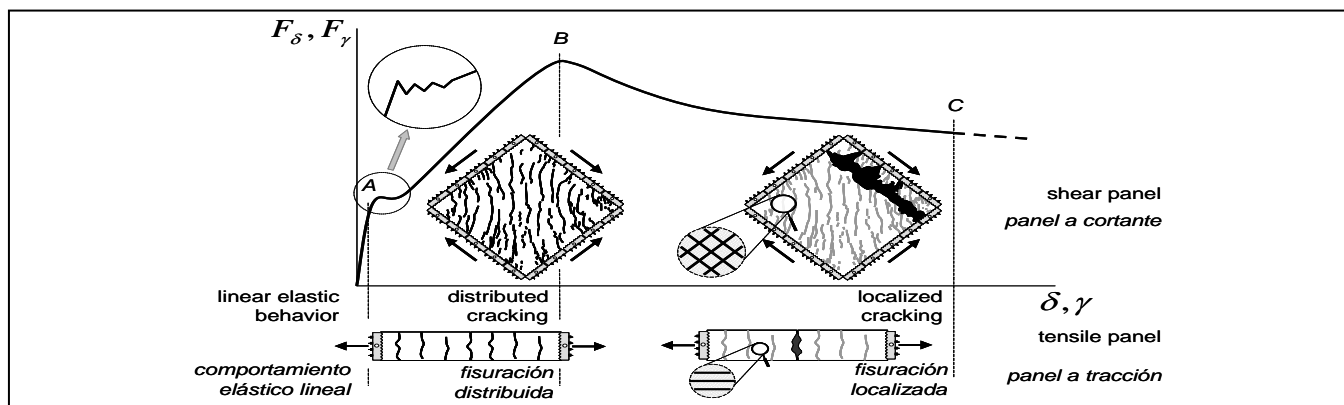


Figura 1. Respuesta estructural típica de un elemento de concreto reforzado sometido a tracción o a cortante.
Figure 1. Typical structural response of reinforced concrete element subjected to tension or shear

Fenómenos de interacción entre la matriz de concreto y las barras de acero

Los fenómenos de interacción entre las fisuras del concreto y las barras de acero de mayor relevancia son la pérdida de adherencia y la acción pasador, como se indica a continuación.

La adherencia entre la matriz de concreto y las barras de acero está determinada principalmente por la fricción entre ambos materiales, la cual depende de las características geométricas de la superficie de las barras de refuerzo. Por esta razón las varillas corrugadas proporcionan una alta capacidad de adherencia, debido a la trabazón entre los resaltes del refuerzo y el concreto circundante (Nawy, 2008; Wight y MacGregor, 2008). La pérdida de adherencia está relacionada con diferentes mecanismos como el aplastamiento del hormigón frente a cada resalto, la aparición de fisuras horizontales en los extremos y la presencia de fisuras transversales secundarias. De los tres, el mecanismo más importante que induce la pérdida de adherencia es la formación de fisuras secundarias, las cuales se producen en la vecindad de una fisura primaria y se propagan de forma radial desde cada uno de los resaltes de la barra corrugada, como lo ilustra la Figura 2(a).

Cuando el estado de esfuerzos genera un desplazamiento paralelo a las caras de la fisura, como lo indica la Figura 2(b), parte del esfuerzo cortante es resistido por el trabazón interno entre las partículas de agregado del concreto. Sin embargo, el aporte más importante lo da la capacidad a cortante de la sección transversal de las barras de acero que cruzan las caras de una fisura. Este fenómeno, conocido como *acción pasador*, es común en paneles sometidos a cortante (Nawy, 2008; Wight y MacGregor, 2008).

Simulación numérica de paneles de concreto reforzado sometidos a cortante

Previo a la simulación se ha implementado, en el método de los elementos finitos, un modelo especial del concreto reforzado con discontinuidades fuertes (Linero, Oliver et al., 2007; Linero, Oliver et al., 2010), para elementos triangulares lineales en condición plana de esfuerzos y considerando deformaciones infinitesimales,

Interaction phenomenon between concrete matrix and steel bars

The most important interaction phenomenon between concrete cracks and steel bars are adherence loss and dowel action, as indicated below.

Adherence between the concrete matrix and the steel bars is mainly defined by friction between both materials, depending on the geometrical characteristics of a steel reinforcement surface. Corrugated rods thus give high adherence capacity because of interlocking between the reinforcement ribs and the surrounding concrete (Nawy, 2008; Wight and MacGregor, 2008). Adherence loss is related to different mechanisms such as concrete crushing in front of each rib, the appearance of horizontal cracks at the ends and the presence of secondary transversal cracks. The most significant of the three mechanisms inducing adherence loss is secondary crack formation which forms near primary cracks and has radial propagation away from each rib of the corrugated bars, as illustrated in Figure 2(a).

When stress produces displacement parallel to the face of a crack, as illustrated in Figure 2(b), part of the shear stress is supported by internal interlocking amongst the aggregate particles of concrete. However, the most important contribution is the shear capacity of the cross-section of the steel bars crossing the face of a crack; this phenomenon is known as *dowel action* and is common in panels subjected to shear (Nawy, 2008; Wight and MacGregor, 2008).

Numerical simulation of reinforced concrete panels subjected to shear

Before the simulation, a special reinforced concrete model having strong discontinuity had been implemented in the finite element method (Linero, Oliver et al., 2007; Linero, Oliver et al., 2010), which considers linear triangular elements, plane stress, infinitesimal-

En español

cargas estáticas y no linealidad producida por la ley constitutiva del material. El código del modelo fue escrito en lenguaje Fortran dentro del programa a código abierto Comet (Cervera, Agelet *et al.*, 2002).

In English

mal strain, static loads and non-linear material. The code was written in FORTRAN language, using open-code computational COMET software (Cervera, Agelet *et al.*, 2002).

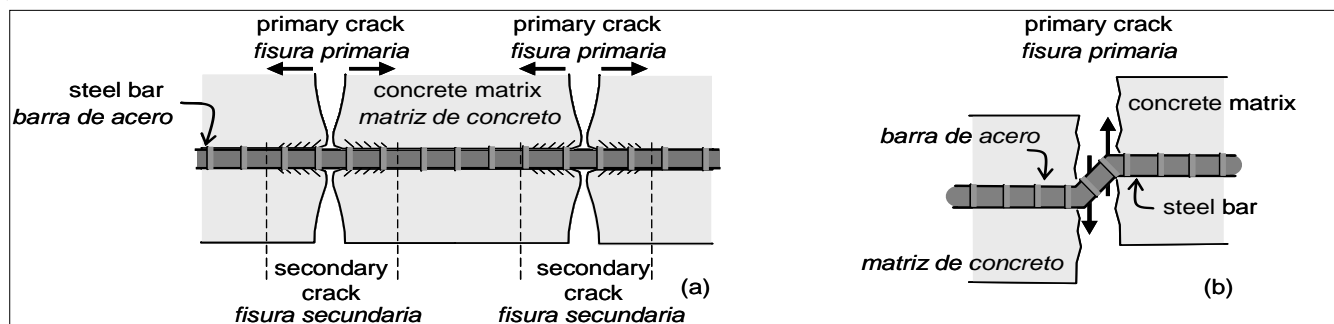


Figura 2. Fenómenos de interacción entre una fisura de la matriz de concreto y una barra de acero: (a) pérdida de adherencia, (b) acción pasador
Figure 2. Interaction between a crack in concrete and a steel bar: (a) adherence loss, (b) dowel action

Se simularon varios ensayos experimentales de paneles de concreto reforzado sometidos a cortante realizados por algunos investigadores (Collins, Vecchio *et al.*, 1985; Bhide y Collins, 1989). Para este tipo de problemas es válido suponer que el concreto reforzado es un material compuesto conformado por barras de acero distribuidas uniformemente en una matriz de concreto.

En el análisis de los resultados obtenidos de la simulación numérica son importantes los siguientes tres aspectos. Primero, la trayectoria de las fisuras para los diferentes estados de carga se establece a partir de las líneas de igual desplazamiento. La formación de una fisura ocurre debido a un proceso de localización de las deformaciones, el cual aparece donde hay menos separación entre dos iso-líneas de desplazamiento. Segundo, en el punto material donde se produce la bifurcación del equilibrio aumenta la deformación en condición de carga inelástica, mientras que en un punto vecino disminuye la deformación en condición de descarga elástica manteniendo la continuidad de tracciones. Por lo tanto, los elementos en condición de carga inelástica rodeados de zonas en descarga son un indicador de la región fisurada. Y tercero, cuando muchas fisuras paralelas se reparten de manera uniforme no hay un proceso claro de localización en la escala de estudio. En este caso la simulación numérica mostrará un estado de carga inelástica sobre toda la probeta y una distancia constante entre líneas de igual desplazamiento.

Panel reforzado en una dirección sometido a cortante puro

A continuación se presentan los resultados de la simulación numérica de un panel reforzado en una dirección sometido a corte puro. El panel corresponde al ensayo PB18 mostrado en la referencia (Bhide y Collins, 1989).

El panel cuadrado de lado $l = 890$ mm y espesor $t = 70$ mm está reforzado por 40 barras de 6 mm de diámetro orientadas en dirección x , que representan el 2,2% del volumen total del panel. Como se indica en la Figura 3(a), se aplica una fuerza cortante en el plano xy mediante un juego de 5 anclajes por cada cara que están adheridos al concreto y al acero.

Several experimental tests of reinforced concrete shear panels as carried out by some other researchers were simulated (Collins, Vecchio *et al.*, 1985; Bhide and Collins, 1989). It is valid to suppose for this type of problem that reinforced concrete is a composite material formed by steel bars which are uniformly distributed in a concrete matrix.

The next three aspects are important in analysing numerical simulation results. First, loading states' cracking paths are defined by displacement iso-lines. Cracks form because of strain localization, appearing where there is the least spacing between two displacement iso-lines. Secondly, strain in inelastic loading increases at the material point where equilibrium bifurcation takes place whereas strain in elastic unloading decreases at a nearby point and maintains traction continuity. The elements in inelastic loading surrounded by unloading areas are thus an indicator of the cracking area. Thirdly, when many parallel cracks are uniformly distributed there is no obvious localization on the study scale. In this case, numerical simulation will show inelastic loading on the whole specimen and constant spacing between displacement iso-lines.

Panel with one-way reinforcement subjected to pure shear

The numerical simulation results of a panel having one-way reinforcement subjected to pure shear are presented. The panel corresponds to Bhide and Collins' test PB18 (Bhide and Collins, 1989).

A square panel (length $l = 890$ mm and thickness $t = 70$ mm) was reinforced with 40 6mm diameter bars in x -direction consisting of 2.2% of the panel's total volume. As Figure 3(a) indicates, the shear force was applied in xy -plane by means of a set of 5 keys in each side which were joined to concrete and steel.

En español

El concreto simple tiene un módulo de Young $E^c = 20$ GPa, una relación de Poisson $\nu^c = 0,2$, la energía de fractura $G_f = 100$ N/m y la resistencia a la tracción $\sigma_t^c = 2$ MPa y a la compresión $\sigma_c^c = 20$ MPa. Las barras de acero de refuerzo tienen un comportamiento elastoplástico perfecto con un módulo de Young $E^a = 200$ GPa y una tensión de fluencia $\sigma_y = 402$ MPa.

In English

The simple concrete had $E^c = 20$ GPa Young's modulus, $\nu^c = 0.2$ Poisson ratio, $G_f = 100$ N/m fracture energy, $\sigma_t^c = 2$ MPa tensile strength and $\sigma_c^c = 20$ MPa compressive strength. The reinforcement steel bars had perfect elastic-plastic behaviour with $E^a = 200$ GPa Young's modulus and $\sigma_y = 402$ MPa yielding stress.

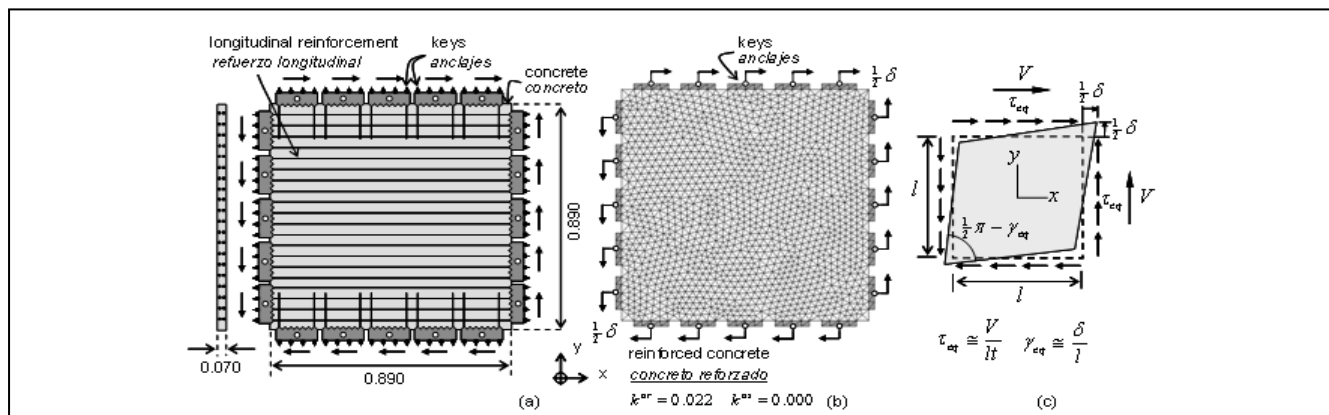


Figura 3. Panel reforzado en una dirección sometido a cortante puro: (a) esquema descriptivo, (b) malla de elementos finitos, y (c) esfuerzo cortante y deformación angular equivalente.

Figure 3. Panel with one-way reinforcement subjected to pure shear: (a) descriptive sketch, (b) finite element mesh and (c) equivalent shear stress and angular strain

La simulación numérica supone una elevada adherencia entre el hormigón y las barras de acero, así como también un efecto importante de la acción pasador, caracterizado por un módulo elástico a cortante equivalente $G^a = E^a/2(1+\nu^a)$ igual a 83,33 GPa y un esfuerzo cortante de fluencia equivalente $\tau_y = \sigma_y/\sqrt{3} = 263,3$ MPa.

Numerical simulation supposed high adherence between the concrete and steel bars, as well as a considerable effect of dowel action characterised by $G^a = E^a/2(1+\nu^a) = 83.33$ GPa equivalent shear elastic modulus and $\tau_y = \sigma_y/\sqrt{3} = 263.3$ MPa equivalent shear yielding stress.

Como lo ilustra la Figura 3(b), se utiliza una malla de 2.736 elementos finitos triangulares lineales en la cual el gris oscuro representa los anclajes de aplicación de carga y el gris claro corresponde a los elementos de concreto reforzado. Estos últimos están constituidos por un 97,8% de matriz de concreto simple y un 2,2% de barras de acero en dirección x. En el modelo numérico se impone un desplazamiento en cada anclaje que genera en conjunto un estado de cortante puro sobre el panel, como lo indica la Figura 3(c). La respuesta estructural se representa mediante la relación entre la deformación angular equivalente $\gamma_{eq} = \delta/l$ y el esfuerzo cortante equivalente en una de las caras del panel, obtenido de la sumatoria de las reacciones los anclajes dividida en el área de la cara, es decir $\tau_{eq} = V/lt$. Como lo describe la Figura 4(a), la solución numérica propuesta muestra cierta diferencia con la carga pico de la respuesta experimental; sin embargo, el resto de la curva indica una aproximación satisfactoria. Tales diferencias pueden ser causadas por algunas condiciones de contorno del problema real que son despreciadas en el modelo numérico.

A 2,736 triangular linear finite element mesh was used, as shown in Figure 3(b). The dark gray represents the loading application keys and the bright gray corresponds to reinforced concrete elements. The latter elements were formed by 97.8% concrete matrix and 2.2% steel bars in x-direction. Displacement by key was imposed in the numerical model, generating overall pure shear over all the panel, as indicated in Figure 3(c). Structural response was represented by means of the relationship between equivalent angular strain $\gamma_{eq} = \delta/l$ and the equivalent shear stress on one of the faces of the panel, which was obtained from adding reactions in the keys divided by the area of the face panel, i.e. $\tau_{eq} = V/lt$. Figure 4(a) shows that the proposed numerical solution differed from experimental response peak load; however, the rest of the curve indicated a satisfactory approach. Such differences could be caused by some boundary conditions involved in the actual problem which were neglected in the numerical model.

En español

In English

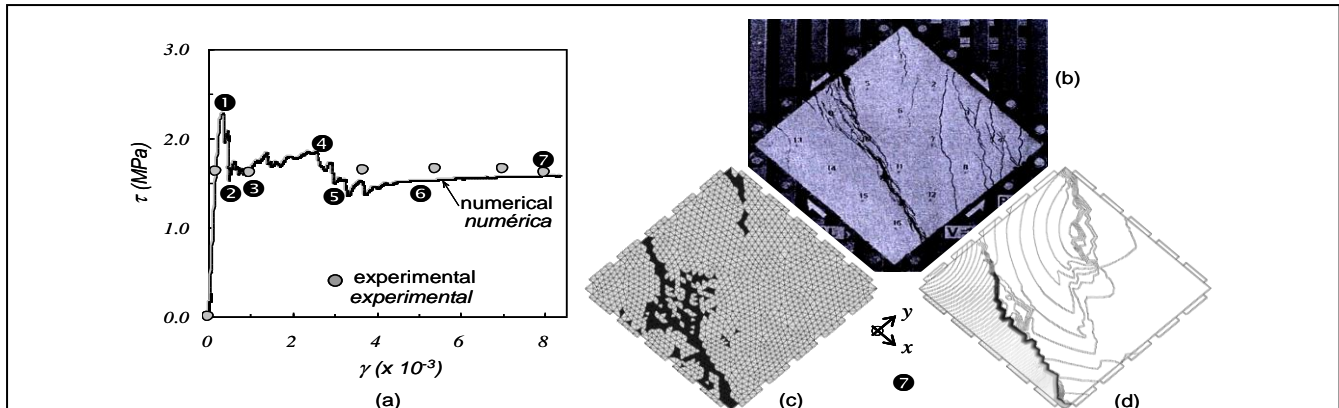


Figura 4. Panel reforzado en una dirección sometido a cortante puro: (a) relación esfuerzo cortante y deformación angular equivalente, comparación entre las trayectorias de fisura en el instante 7: (b) resultado experimental (Bhide y Collins, 1989), (c) elementos en condición de carga inelástica, (d) isólinas de desplazamiento. Figure 4. Panel with one-way reinforcement subjected to pure shear: (a) equivalent shear stress – angular strain relationship. Comparison of the crack path in step 7: (b) experimental result (Bhide and Collins, 1989), (c) elements in inelastic loading regime, (d) displacement iso-lines

En la Figura 5 las bandas de concentración de líneas de igual desplazamiento y de carga inelástica representan la presencia de una discontinuidad. Los elementos en tono oscuro están en carga inelástica y los de tono claro en descarga elástica.

The concentration bands of displacement iso-lines and inelastic loading regime in Figure 5 represent the presence of discontinuity. Dark gray elements represent inelastic loading regime and bright gray elements represent elastic unloading regime.

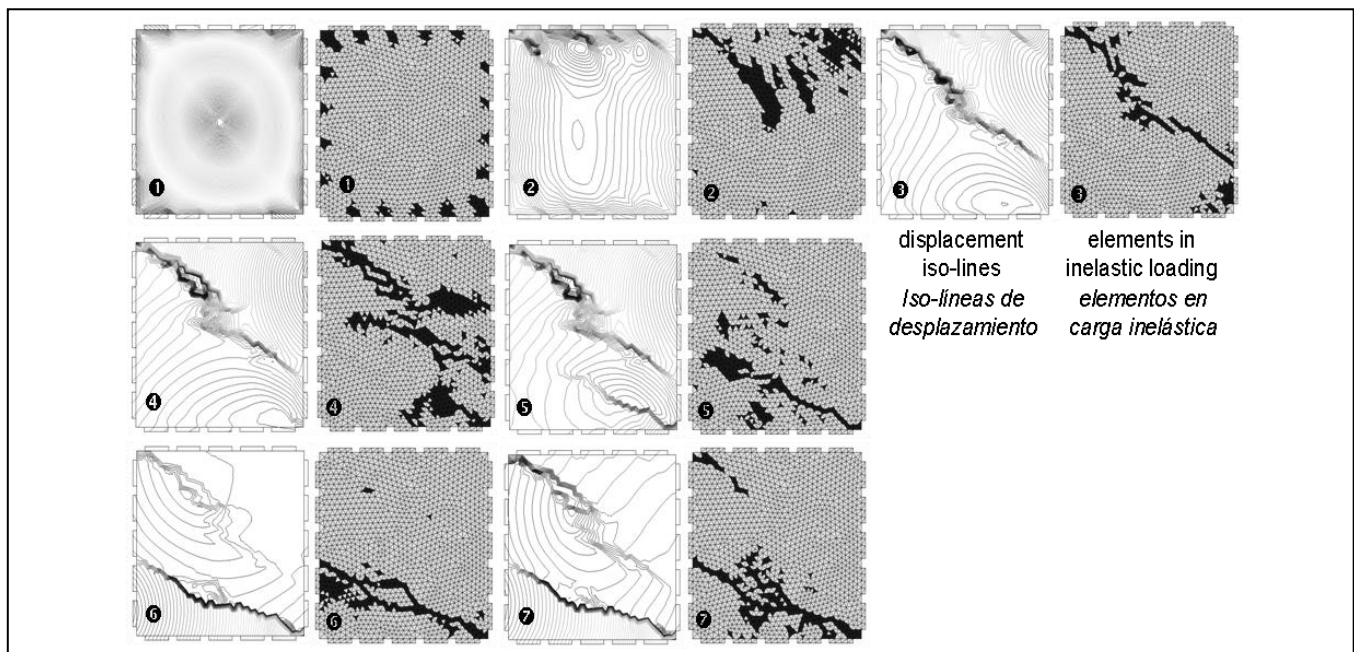


Figura 5. Panel reforzado en una dirección sometido a cortante puro. Isólinas de desplazamiento y elementos en condición de carga inelástica en los instantes 1 a 7 indicados en la Figura 4(a).

Figure 5. Panel with one-way reinforcement subjected to pure shear: displacement iso-lines and elements in inelastic loading regime in steps 1 to 7, indicated in Figure 4(a).

En la Figura 4(b) se presenta una fotografía del panel ensayado en la referencia (Bhide y Collins, 1989). Este resultado experimental se compara con los elementos en condición de carga inelástica y las líneas de igual desplazamiento obtenidas de la simulación numérica en el paso de carga 7, como lo muestra la Figura 4(c) y (d). Debido al carácter homogéneo del ensayo, el punto de iniciación de la fisura se supone aleatorio y por lo tanto, la discontinuidad representada en el instante 7 de la simulación numérica se considera correcta, porque es paralela a la fisura experimental a pesar de su posición en el panel.

A photograph of the panel being tested in Bhide and Collins' work is shown in Figure 4(b) (Bhide and Collins, 1989). This experimental result was compared to finite elements in inelastic loading and displacement iso-lines obtained from the numerical simulation in loading step 7, as shown in Figure 4(c) and (d). Due to the homogeneous nature of the test, the initial cracking point was supposed at random; the discontinuity represented in step 7 of the numerical simulation was therefore considered correct because it was parallel to the experimental crack, despite its position in the panel.

En español

In English

Panel reforzado en dos direcciones sometido a cortante

Se modeló el panel cuadrado PV27 ensayado por Collins, Vecchio y Mehlhorn (Collins, Vecchio *et al.*, 1985), el cual tiene 890 mm de lado y 70 mm de espesor, y está reforzado por 40 barras de acero en la dirección x , que representan el 1.785% del volumen total, y otras 40 barras en dirección y con la misma cuantía. En la Figura 6(a) se muestra un esquema del problema, y la Figura 6(b) y la Figura 6(c) describe la aplicación de las cargas.

Panel with two-way reinforcement subjected to shear

The PV27 square panel tested by Collins, Vecchio and Mehlhorn (Collins, Vecchio *et al.*, 1985) was simulated. This panel was 890mm long and 70mm thick and was reinforced with 40 steel bars in x -direction (corresponding to 1.785% of the panel's total volume) and 40 bars in y -direction, in the same ratio. Figure 6(a) shows a sketch of the problem and Figure 6(b) and Figure 6(c) describe the application of the loads.

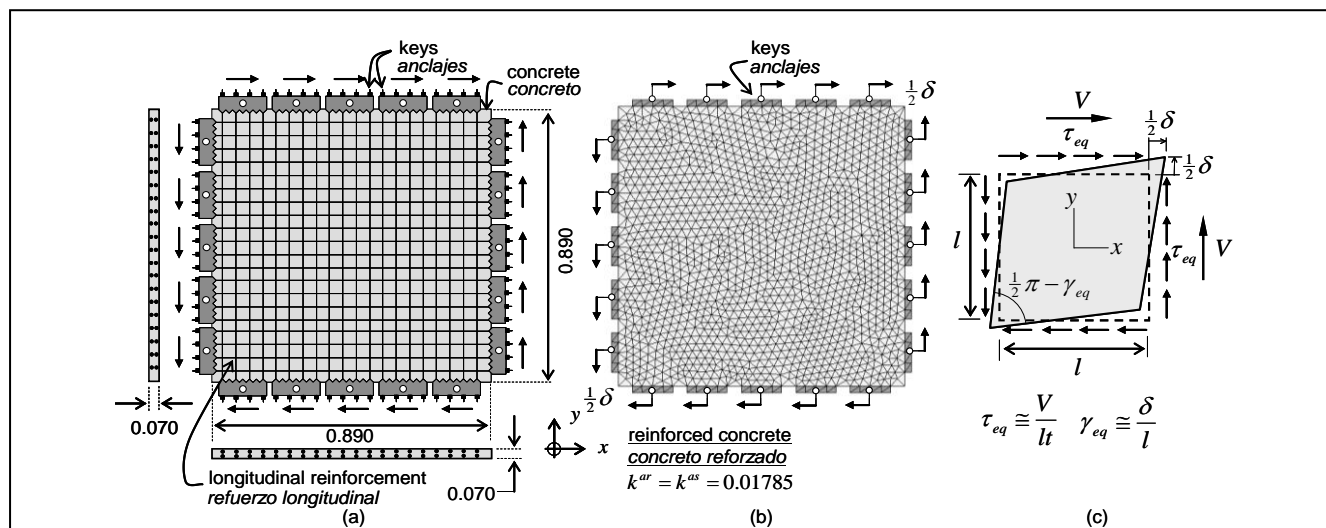


Figura 6. Panel reforzado en dos direcciones sometido a cortante: (a) esquema descriptivo, (b) malla de elementos finitos, y (c) esfuerzo y deformación equivalente.
Figure 6. Panel with two-way reinforcement subjected to pure shear: (a) descriptive sketch, (b) finite element mesh, and (c) equivalent shear stress and angular strain

Las características mecánicas del concreto y el acero son las mismas que se indicaron en el ensayo anterior. A continuación se describen los resultados obtenidos con una malla de 2.736 elementos y su comparación con los valores experimentales.

En la Figura 7(a) se muestra la relación entre la deformación angular equivalente y el esfuerzo cortante aplicada al panel, donde la línea continua corresponde al resultado numérico y la línea a trazos a los valores experimentales. Los elementos en carga inelástica y las líneas de igual desplazamiento para los pasos de carga indicados en la Figura 7(a) se ilustran en la Figura 8(a) y la Figura 8(b).

La Figura 7(b) muestra la trayectoria de las fisuras del experimento indicada en la referencia (Collins, Vecchio *et al.*, 1985).

Durante los instantes 1 y 2 se observa un estado de carga inelástica en todo el panel sin localización de la deformación, esto significa que a pesar del daño en la matriz no se produce una activación del campo del salto de desplazamiento. En esta fase del experimento se observan muchas fisuras en la dirección principal de poca apertura y distribuidas por todo el panel.

En el instante 3 comienza la localización de la deformación en tres zonas de la probeta. En el paso 4 sólo se conforman dos fisuras y en el instante final queda una sola discontinuidad en dirección x en la zona inferior del panel. El ensayo indica que la fisura principal también es paralela a x pero se produce en la parte superior de la probeta. Dada la condición de cortante puro del ensayo se considera que esta fisura se puede presentar a cualquier altura del panel.

This test's concrete and steel mechanical characteristics and those of the previous test were equal. The results with a 2,736 element mesh are described and compared to experimental values.

The equivalent shear stress–angular strain relationship applied to the panel is shown in Figure 7(a), where the solid line represents the numerical result and the dashed line the experimental values. The inelastic loading elements and the displacement iso-lines for the load step indicated in Figure 7(a) are shown in Figure 8(a) and Figure 8(b).

Figure 7(b) shows the test cracking path indicated in Collins, Vecchio *et al.*, (Collins, Vecchio *et al.*, 1985).

An inelastic loading state was observed in the whole panel without strain localization during steps 1 and 2; this meant that despite the damage in the matrix, the displacement jump field was not activated. Many cracks were observed in the main direction, having small openings and being distributed over the whole panel during this phase of the test.

Strain localization in three areas of the specimen began in step 3. Only two cracks appeared in step 4 and a single discontinuity in the final step in x -direction at the bottom of the panel. The test indicated that the main crack was also parallel to x , but was produced at the top of the specimen. Due to the test's pure shear condition it was considered that this crack could present any panel height.

En español

In English

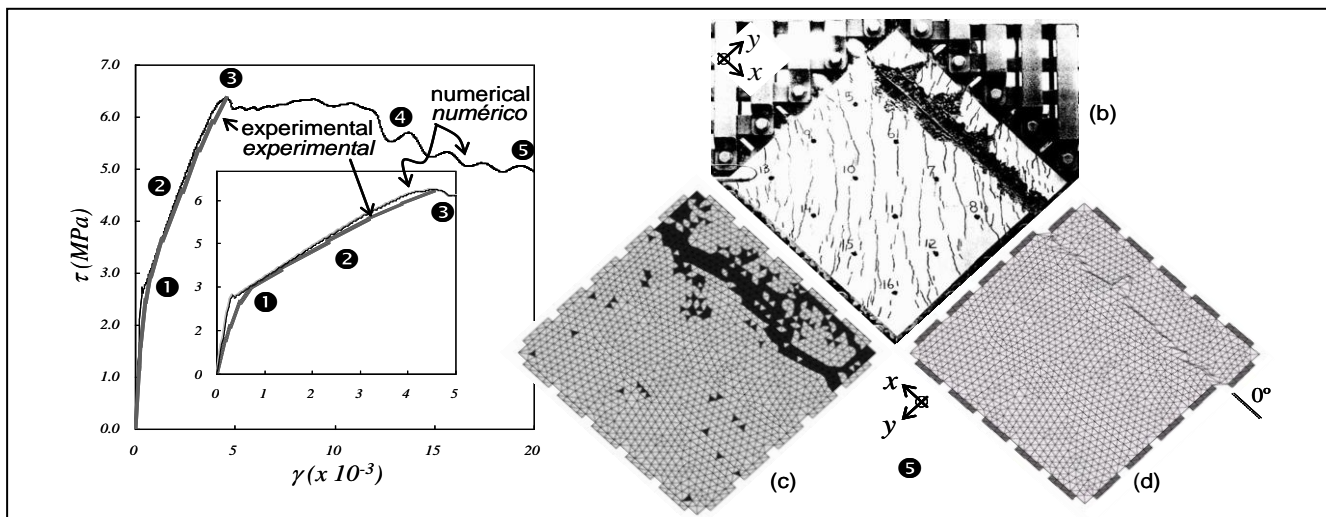


Figura 7. Panel reforzado en dos direcciones sometido a cortante: (a) relación experimental y numérica entre la deformación angular y el esfuerzo cortante aplicada. Comparación de resultados en el instante de carga 5, (b) resultado experimental (Collins, Vecchio *et al.*, 1985), (c) elementos en régimen de carga inelástica, (d) deformada exagerada.

Figure 7. Panel with two-way reinforcement subjected to pure shear: (a) experimental and numerical relationship between applied shear stress and angular strain. Comparison of results in load step 5: (b) experimental result (Collins, Vecchio *et al.*, 1985), (c) elements in inelastic loading regime, (d) deformed shape

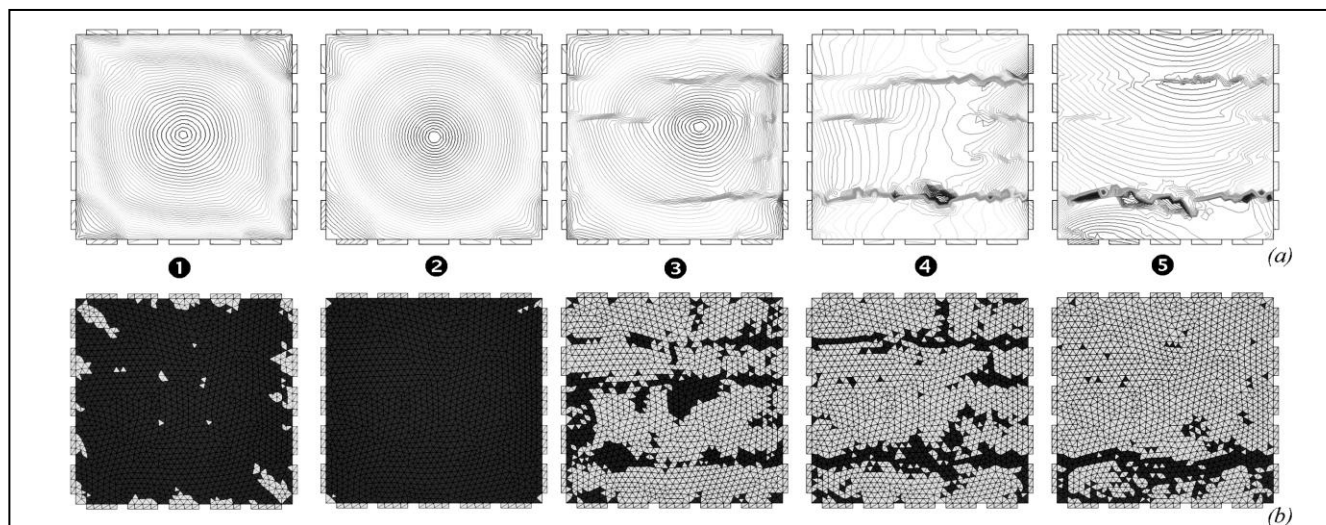


Figura 8. Panel reforzado en dos direcciones sometido a cortante: (a) líneas de igual desplazamiento, (b) zonas de carga inelástica, para los pasos de carga 1-5 de la Figura 7(a).

Figure 8. Panel with two-way reinforcement subjected to pure shear: (a) displacement iso-lines and (b) elements in inelastic loading regime in steps 1 to 5 indicated in Figure 7(a)

Panel reforzado en una dirección sometido a fuerza axial y cortante

A continuación se presentan los resultados de la simulación numérica de un panel de concreto reforzado con barras en dirección x , que soporta la combinación del esfuerzo cortante τ_{eq} y el esfuerzo normal $\sigma_{eq} = 3.1\tau_{eq}$ en la dirección x . El panel cuenta con la misma geometría, propiedades mecánicas y malla de elementos finitos dadas en el apartado 0, tan sólo cambian las cargas aplicadas, como lo muestra la Figura 9(a). La respuesta estructural se representa mediante la relación entre la deformación angular media y el esfuerzo cortante equivalente mostrada en la Figura 10(a). Allí se observa una buena correlación entre los resultados numéricos y experimentales excepto en los últimos pasos de carga, debido po-

Panel with one-way reinforcement subjected to normal and shear forces

The results of the numerical simulation of a panel having reinforcement in x -direction are presented; it was subjected to shear stress τ_{eq} and normal stress $\sigma_{eq} = 3.1\tau_{eq}$ in x -direction. The panel had the same geometry, mechanical properties and finite element mesh as indicated in Section 3.1, but its applied load had changed, as shown in Figure 9(a). Structural response was represented via the relationship between average angular strain and equivalent shear stress, as shown in Figure 10(a). Good correlation was obtained between numerical and experimental results, except

En español

In English

siblemente a diferencias entre las acciones de los anclajes sobre el panel.

in the latest load steps, possibly because of differences among the actions of the keys on the panel.

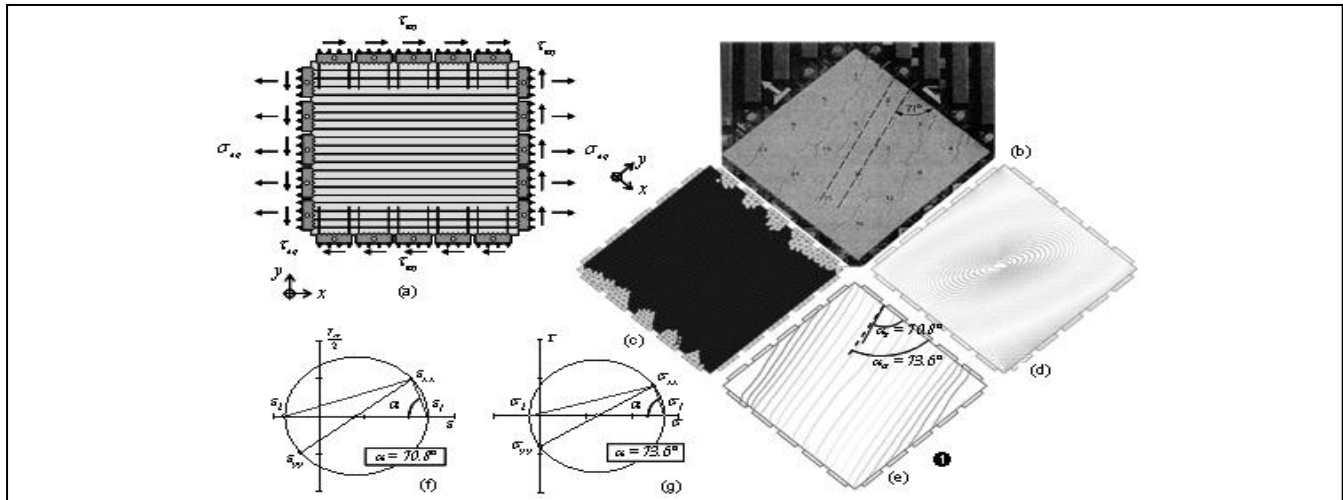


Figura 9. Panel reforzado en una dirección sometido a fuerzas axial y cortante: (a) esquema del ensayo; comparación de resultados en el instante de carga 1: (b) resultado experimental (Collins, Vecchio *et al.*, 1985), (c) elementos en régimen de carga inelástica, (d) isolíneas de desplazamiento, (e) dirección de localización, (f) círculo de Mohr de deformaciones, (g) círculo de Mohr de esfuerzos

Figure 9. Panel with one-way reinforcement subjected to normal and shear forces: (a) descriptive sketch. Comparison of results in load step 1: (b) experimental result (Collins, Vecchio *et al.*, 1985), (c) elements in inelastic loading regime, (d) displacement iso-lines, (e) orientation of strain localization, (f) Mohr's circle for plane stress, (g) Mohr's circle for plane stress

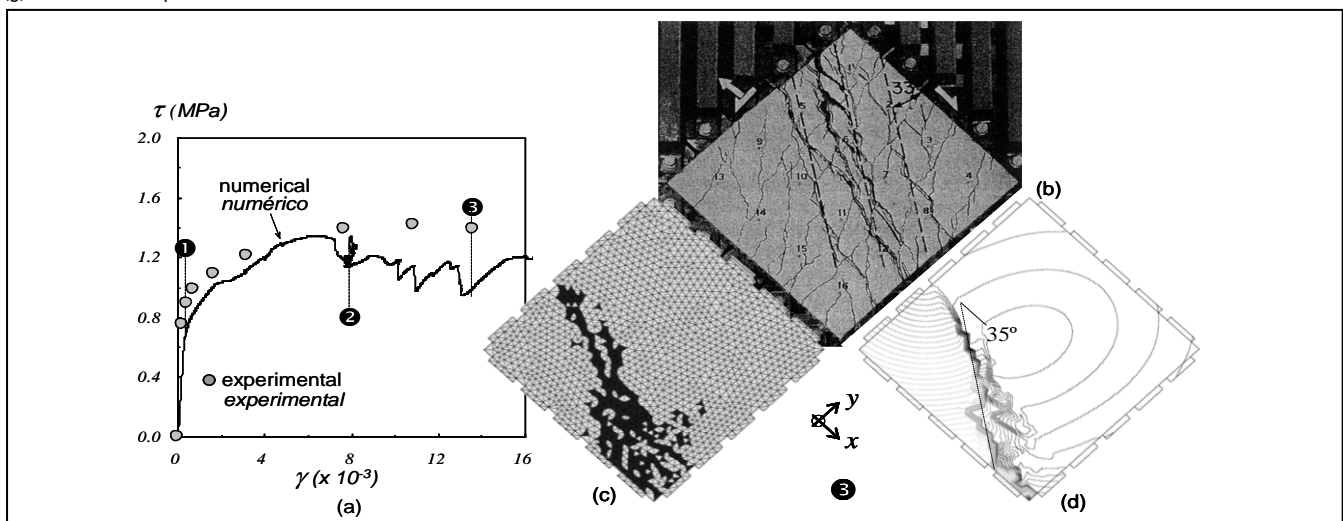


Figura 10. Panel reforzado en dos direcciones sometido a cortante: (a) relación experimental y numérica entre la deformación angular y el esfuerzo cortante aplicado. Comparación de resultados en el instante de carga 3: (b) resultado experimental (Collins, Vecchio *et al.*, 1985), (c) elementos en régimen de carga inelástica, (d) isolíneas de desplazamiento

Figure 10. Panel with one-way reinforcement subjected to normal and shear forces: (a) experimental and numerical relationship between applied shear stress and angular strain. Comparing results in load step 3: (b) experimental result (Collins, Vecchio *et al.*, 1985), (c) elements in inelastic loading regime, (d) displacement iso-lines

El instante 1 del experimento muestra un estado de fisuración distribuida, en el cual se observan múltiples fisuras repartidas en toda la extensión del panel y orientadas a 71° con respecto al eje x, como lo indica la Figura 9(b). En la simulación numérica dicho estado se describe con los siguientes resultados simultáneos: (1) la Figura 9(c) indica una condición de carga inelástica de daño en el concreto sobre casi todos los elementos del panel, (2) la Figura 9(d) muestra una separación casi constante entre las isolíneas de desplazamiento, lo cual indica la ausencia de localización de la deformación, y (3), la Figura 9(e) muestra que la dirección de localización de la deformación coincide con la dirección de la defor-

Step 1 of the test consisted of a distributed cracking state in which several cracks were observed distributed throughout the whole panel and orientated 71° with respect to the x-axis, as indicated in Figure 9(b). This stage was described in the numerical simulation, giving the following results: (1) Figure 9(c) indicates inelastic loading of damage in the concrete on almost all the elements of the panel, (2) Figure 9(d) shows an almost constant spacing between displacement iso-lines, indicating the absence of strain localization and (3) Figure 9(e) shows that the orientation of strain localization

En español

mación principal máxima en todo el panel y corresponde a $70,8^\circ$ con respecto al eje x.

El comportamiento ortotrópico del material compuesto inducido por la presencia de barras orientadas en dirección x hace que las direcciones principales de esfuerzo y de deformación no sean exactamente las mismas, como lo muestra el círculo de Mohr en la Figura 9(g) y la Figura 9(f).

En el instante 2 se produce la localización de la deformación con muy poca estabilidad de la respuesta estructural mostrada en la Figura 10(a). En el paso de carga 3 la trayectoria de la discontinuidad se representa por la concentración de isolíneas de desplazamiento en la Figura 10(d), y los elementos en condición de carga inelástica de daño en la Figura 10(c). Este resultado numérico es similar a la trayectoria de la fisura principal en el ensayo (Figura 10(b)), con una diferencia de 2° entre las direcciones de fisura. Sin embargo, la respuesta estructural se aleja un poco del resultado experimental (Figura 10(a)).

Conclusiones

Mediante la simulación numérica se obtuvo una buena aproximación de la respuesta estructural y de la formación de fisuras observadas en los ensayos experimentales. Por lo tanto, el modelo numérico basado en la metodología de discontinuidades fuertes de continuo (Linero, Oliver *et al.*, 2010) representa el proceso de fractura real de paneles de concreto reforzado sometidos a cortante. Los elementos estructurales conformados por barras repartidas uniformemente se pueden representar como sólidos de un material compuesto, en el cual la cantidad de refuerzo en cada dirección está determinada por el respectivo coeficiente de participación volumétrica.

Los resultados numéricos y experimentales mostraron dos estados de fisuración diferentes. En el estado de *fisuración distribuida* se producen muchas fisuras paralelas repartidas por el panel; sin embargo, en la simulación numérica no hubo un proceso claro de localización de la deformación, a pesar del régimen inelástico presente en toda la probeta dado por la condición de *daño* en la matriz de concreto. Tal situación se entiende como la formación de varias fisuras en un concreto estabilizado por el comportamiento del acero de refuerzo.

En cambio, el estado de *fisuración localizada* mostró la formación de algunas macrofisuras de mayor abertura, representadas en la simulación por la localización de la deformación, la concentración de las líneas de igual desplazamiento, y por los elementos finitos en carga inelástica de daño. En un panel sometido a cortante la acción pasador de las barras representa un aporte importante a la respuesta estructural del concreto reforzado.

Agradecimientos

Los autores agradecen al Ministerio de Ciencia y Tecnología de España por la financiación de los proyectos BIA2005-09250-C03-03 y BIA2004-02080.

En particular, el primer autor agradece a la Dirección Nacional de Investigación de la Universidad Nacional de Colombia por el apoyo recibido.

In English

coincided with the direction of the maximum main strain throughout the whole panel (70.8° regarding x-axis).

The composite material's orthotropic behaviour was induced by the presence of bars orientated in x-direction. This meant that the main direction of stress and strain were not exactly the same as in Mohr's circle, shown in Figure 9(g) and Figure 9(f).

Strain localization was produced in step 2, with very little stability of structural response, as shown in Figure 10(a). The discontinuity path in load step 3 was represented by the concentration of displacement iso-lines in Figure 10(d) and the elements in inelastic loading of damage in Figure 10(c). Such numerical result was similar to the main crack path in the test (Figure 10(b)), with a difference of 2° between crack orientations. However, the structural response was a bit far from the experimental result (Figure 10(a)).

Conclusions

A good approach to structural response and crack formation in experimental test was obtained by means of numerical simulation. A continuum strong discontinuity approach-based numerical model (Linero, Oliver *et al.*, 2010) thus represents the actual cracking of reinforced concrete panels subjected to shear. The structural elements formed by uniformly distributed bars were represented as solids from composite materials in which the amount of reinforcement in each direction was determined by the respective volumetric participation factor.

Numerical and experimental results showed two different cracking states. Many parallel cracks were distributed throughout the panel in the *distributed cracking state*; however, there was no obvious strain localization in the numerical simulation, despite the inelastic regime presented in the whole specimen due to *damage* in the concrete matrix. This situation was understood as the formation of several cracks in concrete stabilised by the behaviour of the reinforcement steel.

On the other hand, *localized cracking* showed the formation of some macro-cracks with large openings which was represented in the simulation by strain localization, the concentration of displacement iso-lines and by the finite elements in damage inelastic loading. The bars dowel action represents a significant contribution to the reinforced concrete's structural response in a panel subjected to shear.

Acknowledgements

The authors wish to gratefully acknowledge the financial support provided by the Spanish Ministry of Science and Technology (grants BIA2005-09250-C03-03 and BIA2004-02080).

The first author particularly wishes to acknowledge support from the Universidad Nacional de Colombia's research department (DIB).

En español

In English

Nomenclatura

δ	Desplazamiento aplicado al modelo numérico paralelo a las caras del panel.
E^a	Módulo de Young del acero de refuerzo.
E^c	Módulo de Young del concreto simple.
γ_{eq}	Deformación angular equivalente del panel.
G^a	Módulo elástico a cortante equivalente del acero.
G_f	Energía de fractura del concreto simple.
k^c, k^{ar}, k^{as}	Coefficientes de participación volumétrica de la matriz de concreto, las barras de acero en dirección r y las barras de acero en dirección s, respectivamente.
l, t	Longitud y espesor del panel cuadrado de concreto reforzado.
ν^a	Relación de Poisson del acero de refuerzo.
ν^c	Relación de Poisson del concreto simple.
σ_t^c, σ_c^c	Esfuerzo último resistente del concreto a tracción y a compresión.
σ_y	Esfuerzo de fluencia del acero de refuerzo.
τ_{eq}, σ_{eq}	Esfuerzo de cortante y esfuerzo normal equivalente del panel.
τ_y	Esfuerzo de cortante de fluencia del acero de refuerzo.
V	Fuerzas total aplicada sobre una cara del panel.

Notation

δ	Displacement applied to numerical model parallel to panel faces
E^a	Young's modulus of reinforcement steel
E^c	Young's modulus of simple concrete
γ_{eq}	The panel's equivalent angular strain
G^a	Equivalent shear elastic modulus of steel
G_f	Simple concrete fracture energy
k^c, k^{ar}, k^{as}	Volumetric participation factor of the concrete matrix, the steel bars in r-direction and the steel bars in s-direction, respectively.
l, t	The square reinforced concrete panel's length and thickness
ν^a	Poisson's ratio for steel reinforcement
ν^c	Poisson's ratio for simple concrete
σ_t^c, σ_c^c	Tensile and compressive strength of concrete
σ_y	Steel reinforcement normal yielding stress
τ_{eq}, σ_{eq}	Equivalent shear and normal stress in the panel
τ_y	Steel reinforcement yielding shear stress
V	Total force applied to a side of the panel

Bibliografía / References

- Bhide, S., Collins, P., Influence of axial tension on the shear capacity of reinforced concrete members., *ACI Structural Journal*, Vol. 86, No. 5, 1989, pp. 570 -581.
- Cervera, M., Agelet, C., Chiumenti, M., COMET. Contact Mechanical and Thermal analysis., Multipurpose coupled nonlinear program for steady and transient conditions, version 5.0. Data input manual. Barcelona, CIMNE, 2002.
- Collins, M., Vecchio, F., Mehlhorn, G., An International competition to predict the response of reinforced concrete panels., *Canadian Journal of Civil Engineering*, Vol. 12, 1985, pp. 624-644.
- de Souza, E. A., Peric, D., Owen, D. R. J., *Computational methods for plasticity.*, Theory and Applications, Wiley, 2008.
- Linero, D. L., Oliver, X., Huespe, A. E., A model of material failure for reinforced concrete via continuum strong discontinuity approach and mixing theory., Barcelona, International Center for Numerical Methods in Engineering, 2007.
- Linero, D. L., Oliver, X., Huespe, A. E., Simulación numérica del proceso de fractura en concreto reforzado mediante la metodología de discontinuidades fuertes de continuo., Parte I: formulación. *Revista Ingeniería e Investigación*, Vol. 30, No. 2, 2010.
- Nawy, E., *Reinforced concrete: A fundamental approach.*, Prentice Hall, 2008.
- Oliver, J., Huespe, A., Continuum approach to material failure in strong discontinuity settings., *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 193, 2004a, pp. 3195 - 3220.
- Oliver, J., Huespe, A., Theoretical and computational issues in modelling material failure in strong discontinuity scenarios., *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 193, 2004b, pp. 2987-3014.
- Oliver, J., Huespe, A. E., Blanco, S., Linero, D. L., Stability and robustness issues in numerical modeling of material failure in the strong discontinuity approach., *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 195, No. 52, 2006, pp. 7093-7114.
- Oller, S., *Simulación numérica del comportamiento mecánico de los materiales compuestos.*, Barcelona, CIMNE, 2003.
- Ouyang, C., Wollrab, E., Kulkarni, S., Shah, P., Prediction of cracking response of reinforced concrete tensile members., *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 123, No. 1, 1997, pp. 70 - 78.
- Wight, J., MacGregor, J., *Reinforced Concrete: Mechanics and Design.*, Prentice Hall, 2008.