

# Metaheurísticas aplicadas al ruteo de vehículos. Un caso de estudio. Parte 1: formulación del problema

## Metaheuristics applied to vehicle routing. A case study. Parte 1: formulating the problem

Guillermo González Vargas<sup>1</sup> y Felipe González Aristizábal<sup>2</sup>

### RESUMEN

En este artículo se presentan la formulación matemática del problema de ruteo de vehículos (VRP) y una serie de metodologías utilizadas por diferentes autores para resolver sus variaciones. Se presenta con el propósito de introducir al lector a una serie de artículos referentes a la decisión de localización de una empresa manufacturera tomando como criterio de selección la distancia total a recorrer para distribuir su producto.

**Palabras clave:** distribución, ruteo de vehículos, formulación matemática.

### ABSTRACT

This paper deals with VRP (vehicle routing problem) mathematical formulation and presents some methodologies used by different authors to solve VRP variation. This paper is presented as the springboard for introducing future papers about a manufacturing company's location decisions based on the total distance traveled to distribute its product.

**Keywords:** distribution, vehicle routing problem, mathematical formulation.

Recibido: abril 18 de 2006

Aceptado: septiembre 3 de 2006

### Introducción

Este artículo es el primero de una serie de tres, en los cuales se ilustrará la aplicación de técnicas metaheurísticas en la solución de un problema de ruteo de vehículos (VRP, por las siglas en inglés de Vehicle Routing Problem). Esta serie de artículos tiene su origen en un caso de aplicación desarrollado para una empresa manufacturera colombiana, la cual ha solicitado expresamente a los autores mantener en anonimato su identidad; por tanto, se ilustrará la metodología y los resultados obtenidos de la manera más abstracta posible, manteniendo los datos de entrada reales con los cuales se aplicaron las diferentes técnicas y la calidad y rigurosidad académica que merecen.

El artículo tiene como fin presentar al lector el problema que se abordará en los dos artículos siguientes, iniciando con una revisión bibliográfica en la que se ilustra la problemática del ruteo de vehículos y las técnicas utilizadas para resolverla, seguida por una breve descripción del problema; posteriormente se enuncia la formulación matemática del mismo y se finaliza con las conclusiones pertinentes.

### El problema de ruteo de vehículos en la literatura

Centrados en el problema de distribución, en el que se enmarca el presente artículo, es importante recurrir a la afirmación de Toth y Vigo (2000): *"El problema de distribuir productos desde ciertos depósitos a sus usuarios finales juega un papel central en la gestión de algunos sistemas logísticos, y su adecuada planificación puede significar considerables ahorros. Esos potenciales ahorros justifican en gran medida la utilización de técnicas de investigación operativa como facilitadoras de la planificación, dado que se estima que los costos del transporte representan entre el 10% y el 20% del costo final de los bienes"*. Dentro de este problema de transporte es necesario determinar el tipo de recurso a utilizar, la cantidad y las rutas a seguir, lo que se denomina problema de ruteo, y es tratado en la literatura como el problema del agente viajero (TSP, por las siglas en inglés de Traveling Salesman Problem), o en términos generales, para problemas con capacidad definida (Machado *et al.*, 2002), es generalizado el VRP (Olivera, 2004).

<sup>1</sup> Ingeniero industrial, Universidad Nacional de Colombia. Aspirante a M.Sc. en Ingeniería Industrial, Universidad de los Andes, Colombia. gu-gonza@uniandes.edu.co

<sup>2</sup> Ingeniero industrial, Universidad Nacional de Colombia. Aspirante a M.Sc. en Ingeniería Industrial, Universidad de los Andes, Colombia. fe-gonza@uniandes.edu.co

El ruteo de vehículos (VRP) es un problema de *optimización combinatoria* complejo, considerado ya un paradigma en la literatura especializada (Hermosilla y Barán, s/f), que surgió, según Olivera (2004), desde 1959. Este tipo de situación, como se había mencionado anteriormente, es una generalización del problema del agente viajero, el mismo que puede ser explicado de la siguiente manera:

Existe un agente de ventas que debe visitar a sus clientes ubicados en diferentes ciudades y luego volver a su ciudad de partida, y dicha actividad debe ser llevada a cabo con el menor costo posible (Ahuja *et al.*, 1993); según Hermosilla y Barán (s/f) el costo de la ruta puede estar dado por la duración total de la misma (en tiempo o distancia). El problema de ruteo de vehículos se representa en un grafo con nodos y arcos, los cuales representan la ubicación de los clientes y la red vial por la cual pueden circular los vehículos.

Una recopilación de técnicas exactas de solución existentes para los problemas de ruteo de vehículos puede encontrarse en Laporte (1992); no obstante los de gran dimensión resultan imposibles de solucionar en tiempo polinomial, por lo que el VRP se denomina NP-hard (Machado *et al.*, 2000; Olivera, 2004), donde no es posible alcanzar una solución óptima, y, dependiendo de las características especiales de clientes, locaciones y producto/servicio, requiere la elaboración de una metodología de solución específica con la cual sea posible aproximarse lo mejor posible al óptimo. Las diferentes variaciones y restricciones del problema generan una "familia" de VRP (Medaglia, 2005) de la que vale la pena mencionar ocho casos típicos, los cuales al compartir características pueden dar lugar a todo un universo de problemas VRP. Los principales problemas de ruteo de vehículos se ilustran en la Figura 1 y pueden ser descritos así:

### CVRP

(Capacited VRP), es el VRP más general y consiste en uno o varios vehículos con capacidad limitada y constante encargados de distribuir los productos según la demanda de los clientes (Olivera, 2004; Lee *et al.*, 2002). Este problema ha sido resuelto mediante búsqueda Tabú (Olivera, 2004; Rego, s/f), algoritmos genéticos (Machado *et al.*, 2002; Machado *et al.*, 2003 (a); Olivera, 2004), algoritmos de colonias de hormigas (Olivera, 2004), *Constraint programming* (Shaw, 1998) y algoritmos híbridos de recocido simulado y algoritmos genéticos (Wendt y König, s/f).

### MDVRP

(Multi-Depot VRP), o VRP con múltiples depósitos es un caso de ruteo de vehículos en el que existen varios depósitos (cada uno con una flota de vehículos independiente) que deben servir a todos los clientes, caso resuelto por Tansini *et al.*, (s/f) mediante técnicas de cluster first – routen second, que serán descritas posteriormente.

### PVRP

(Period VRP), contempla en su planteamiento un horizonte de operación de M días, periodo durante el cual cada cliente

debe ser visitado una vez, problema propuesto por Francis *et al.*, (2004) y resuelto por los mismos autores mediante relajación lagrangiana.

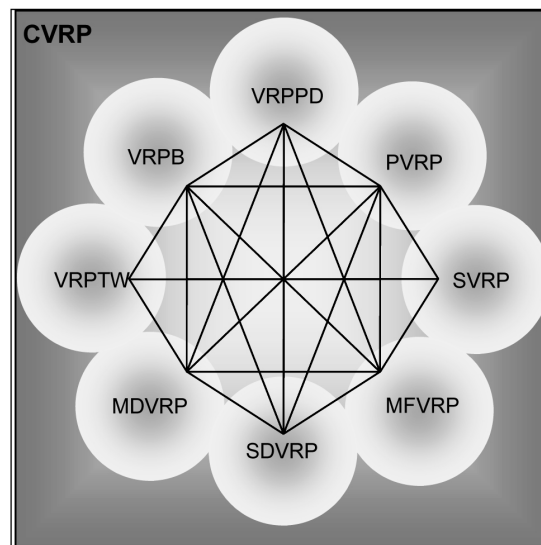


Figura 1. Familia VRP

Fuente: Elaboración propia a partir de Medaglia (2005), Olivera (2004) y García (2000)

### SDVRP

(Split Delivery VRP), o VRP de entrega dividida, donde se permite que un cliente pueda ser atendido por varios vehículos si el costo total se reduce, lo cual es importante si el tamaño de los pedidos excede la capacidad de un vehículo, (Lee *et al.*, 2002; Archetti *et al.*, 2001), resuelto en 2002 por Lee *et al.*

### SVRP

(Stochastic VRP), se trata de un VRP en que uno o varios componentes son aleatorios; clientes, demandas y tiempos estocásticos son las principales inclusiones en este tipo de problemas. El SVRP ha sido resuelto por Bianchi *et al.*, (s/f) a través de búsqueda Tabú, recocido simulado, algoritmos de colonias de hormigas, algoritmos genéticos y otros algoritmos evolutivos.

### VRPPD

(VRP Pickup and Delivery), o VRP con entrega y recogida, es aquel en el que cabe la posibilidad de que los clientes pueden devolver determinados bienes, por tanto, se debe tener presente que estos quepan en el vehículo. Esta restricción hace más difícil el problema de planificación y puede causar una mala utilización de las capacidades de los vehículos, un aumento de las distancias recorridas o a un mayor número de vehículos (Volkan, 2005; Dethloff, 200; Halse, 1992; Gendreau *et al.*, 1994; Min, 1989). Una forma de solucionar el VRPPD mediante la utilización de algoritmos genéticos fue propuesta por Volkan en 2005, quien afirma que si este problema incluye la restricción de culminar todas las entregas antes de iniciar las recogidas se da lugar a un

VRP con *backhauls* o **VRPB**, variación del VRP estudiada por Charlotte y Goetschalckx (1998).

### MFVRP

(Mix Fleet VRP), es un VRP en el que se suponen vehículos con distintas capacidades o capacidad heterogénea, por lo que es necesario considerar estas capacidades en la ruta que seguirá cada recurso, ya que un camión más grande podrá realizar una ruta más larga o que tenga mayor concentración de demanda, lo cual fue estudiado inicialmente por Liu y Shen (1999) y posteriormente resuelto por Barchett y Campion mediante Búsqueda Tabú en 2002.

### VRPTW

(VRP with Time Windows), es aquel en el que se incluye una restricción adicional en la que se asocia a cada cliente una ventana de tiempo, es decir, cada cliente sólo está dispuesto a recibir el bien o servicio durante un intervalo de tiempo predeterminado; este tipo de problema ha sido resuelto por diferentes autores, entre los que vale la pena mencionar a Olivera (2004), quien presenta una solución mediante búsqueda Tabú, Gendreau *et al.* (1998) proponen una heurística de inserción; Olivera (2004), Vacic (2002), Bräysy (2001), Zhu (2000) y Louis *et al.* (1999) lo resuelven con algoritmos genéticos y Barán y Schaerer (2003) y Gambardella *et al.*, (1999) presentan una propuesta a través de algoritmos de colonia de Hormigas.

Los diferentes problemas VRP, y básicamente los que utilizan múltiples vehículos (Restori, *s/f*; Olivera, 2004) y/o depósitos (Tansini *et al.*, *s/f*), pueden reducir su complejidad acotando el universo de soluciones, disminuyendo el conjunto de clientes a ser visitados por cada vehículo o desde cada depósito, esto es, asignar a cada vehículo/depósito un conjunto de clientes para atender, lo que Medaglia (2005) llama *set covering*, o lo que otros autores conocen como clusterizar o asignar primero, rutear después *cluster first – routen second* (Olivera, 2004).

La clusterización de los clientes puede ser realizada a través de diferentes heurísticas, entre las que vale la pena mencionar:

**Heurística de barrido o sweep**, esta técnica propone establecer un punto de origen en el depósito y desde allí realizar un barrido para abarcar toda el área geográfica del problema, determinando así cada uno de los *clusters* (anónimo, *s/f*).<sup>1</sup>

**Heurística de asignación generalizada de Fisher y Jaikumur**, basa la generación de *clusters* en la solución de un problema de asignación generalizada (GAP) sobre los clientes, fue realizada por Fisher y Jaikumur (1981).

**Heurística de localización de Bramel y Simchi-Levi**, se utiliza una metodología de solución similar a la propuesta por Fisher y Jaikumur (1981); sin embargo, la solución inicial es determinada por la de un problema de localización de concentradores con capacidades (Bramel y Simchi-Levi, 1995).

Una vez definido el conjunto de clientes a atender (*cluster*) se procede a realizar la asignación de la mejor ruta, este subproblema generalmente subyace en un caso de problema de agente viajero (TSP) y puede resultar tan pequeño como para ser solucionado mediante una técnica de optimización como la programación lineal (Ahuja *et al.*, 1993).

### Descripción del problema

La problemática tratada en este y los próximos artículos se basa en la necesidad que presenta una empresa manufacturera para decidir la localización de una bodega desde la cual sea posible distribuir su producto a 53 centros de consumo (en adelante se numerarán consecutivamente de 1 a 53), cada uno de los cuales tiene una demanda periódica constante,<sup>2</sup> como se ilustra en la Tabla 1.

La empresa cuenta con máximo seis vehículos con capacidad constante y homogénea de 5.500 unidades, con los cuales debe entregar en cada periodo la totalidad de productos que se demandan (cada vehículo realiza un recorrido por periodo). El punto de partida de los vehículos es uno de tres centros de consumo que por sus características resultan opcionados para convertirse en bodegas de distribución (9, 28 y 49). La demanda del centro de consumo que se convierte en bodega se satisface *in situ*, por lo que no requiere desplazamiento ni consumo de la capacidad de los vehículos. La compañía realiza la distribución durante las 24 horas del día y se considera que el tiempo de entrega es despreciable.

La decisión de la empresa consiste en establecer el centro de consumo desde el cual operar la bodega y determinar las rutas de cada uno de los vehículos minimizando de la distancia total a recorrer para satisfacer la demanda de los 53 municipios de la zona. Con el propósito de establecer responsabilidades, ha definido que cada uno de los vehículos encargados de la distribución debe atender un número determinado de municipios y encargarse de satisfacer a cabalidad sus demandas; por esto se entiende que los centros de consumo han de subdividirse en seis conjuntos, de manera que cada vehículo atienda sólo un conjunto y cada conjunto sea atendido por un solo vehículo.

Para el caso práctico del presente y los subsiguientes artículos se ilustrará la zona de influencia de la empresa con un grafo, en el cual los nodos representan los centros de consumo y los arcos las rutas directas existentes entre pares de centros

<sup>1</sup> Disponible en: <http://www.cs.tcd.ie/courses/baict/bass/4ict5/Networks2004.pdf>. Recuperado el 1 de marzo de 2005.

<sup>2</sup> Por recomendación de la empresa se considera la demanda constante, dado que la desviación estándar de la misma es poco representativa.

(para el lector interesado se presenta la longitud de los arcos en el apéndice: “Matriz de distancias entre centros de consumo”, tabla en la cual se resaltan las distancias entre los arcos conectados de manera directa). El grafo de la Figura 2 ilustra la zona de influencia de la empresa y la ubicación geográfica de los centros de consumo, además se resaltan las tres posibles ubicaciones de la bodega de distribución.

Tabla 1. Demanda periódica por centro de consumo en unidades por periodo.

Fuente: Datos históricos de la empresa

Centro de consumo	Demanda (unidades/periodo)	Centro de consumo	Demanda (unidades/periodo)	Centro de consumo	Demanda (unidades/periodo)
1	995	19	840	37	167
2	556	20	290	38	447
3	310	21	390	39	40
4	234	22	3	40	238
5	1.163	23	149	41	166
6	277	24	257	42	393
7	9	25	9	43	2.016
8	173	26	567	44	215
9	5.329	27	290	45	149
10	167	28	2.937	46	319
11	142	29	71	47	226
12	175	30	907	48	98
13	16	31	154	49	5.141
14	560	32	29	50	11
15	20	33	249	51	180
16	859	34	240	52	910
17	325	35	175	53	97
18	460	36	246		

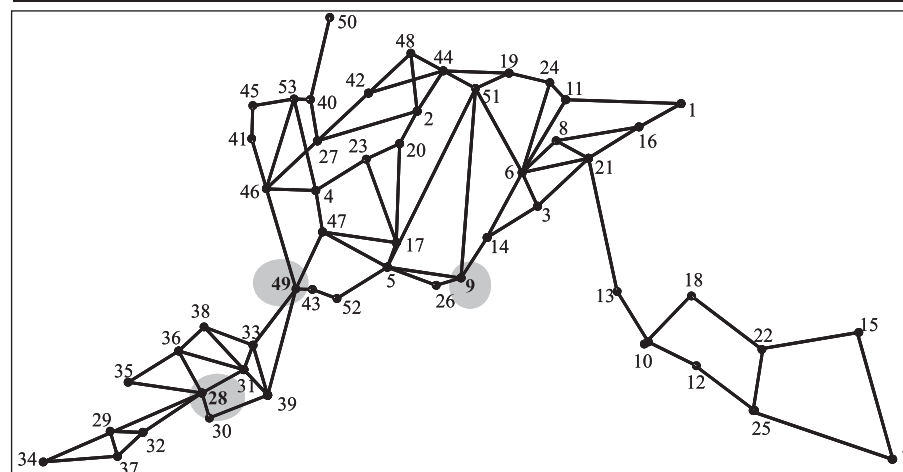


Figura 2. Grafo de ubicación geográfica de centros de consumo y conexiones directas existentes.

Fuente: Elaboración propia

### Formulación del problema

Teniendo en cuenta la descripción del problema realizada anteriormente, es posible determinar que el problema

planteado es un problema clásico de localización de una sola instalación (Schroeder, 1996) teniendo en cuenta un solo criterio de tipo tangible (Guerrero y Osorio, 2003) que puede ser denominado: “minimización de la distancia total a recorrer para la satisfacción de la demanda”<sup>3</sup>. Sabiendo que debido a criterios intangibles (Ballou, 1999) el universo de posibilidades para la localización de la bodega de la empresa queda reducida a tres posibilidades (centros de consumo 9, 28 y 49), el problema puede ser solucionado como tres subproblemas independientes de ruteo con múltiples vehí-

culos, lo que Thomson y Orlin (1989) llaman *multi-vehicle routing and scheduling*, o lo que se ha descrito en este artículo como ruteo de vehículos con capacidad limitada CVRP (Olivera, 2004; García, 2000). La propuesta final de localización se ha de realizar teniendo en cuenta el mínimo costo de la ruta para cada una de las tres posibles localizaciones. Para este caso específico, y con base en lo dicho por Hermosilla y Barán (s/f), se asume que el costo de la ruta está dado por la longitud total de la misma, y se supone

velocidad constante y unitaria para los vehículos.

Es importante aceptar que un problema similar al planteado se presentó en el concurso Whizzkids '96 (Applegate et al., 2001) y fue resuelto por Jan Karel Lenstra y Emile Aarts et al. (Hurkens, 1997) mediante la utilización de Recocido Simulado (Simulated Annealing) y que el mismo problema ha sido abordado por otros autores como Thomson y Orlin (1989) y Machado et al., 2003a, 2003b, entre otros.

### Formulación matemática general

Teniendo en cuenta que el problema se abordará como tres subproblemas de ruteo de vehículos, uno para cada posible localización de la bodega, en cada uno de los cuales se encontrará la menor distancia total a recorrer para atender

<sup>3</sup> Se utilizará el término “minimización” con el ánimo de referirse al menor valor que pueda ser encontrado; sin embargo, los autores no garantizan la toma de la decisión basados en un valor óptimo.

la demanda de la empresa, el problema global puede ser definido como la minimización del mínimo de las distancias totales a recorrer para satisfacer la demanda de la zona de influencia de la empresa, partiendo desde cada uno de los tres centros de consumo opcionados (expresión 1).

$$\text{Min } (DT_{9}, DT_{28}, DT_{49}) \quad (1)$$

Donde,

$DT_i$  : Distancia total recorrida para satisfacer la demanda al localizar la bodega en el centro de consumo  $i$  ( $i=9,28,49$ ).

### Formulación matemática de los subproblemas: VRP

Dado un número máximo de seis (6) vehículos con una capacidad homogénea determinada  $u=5500$ , que tienen como centro de operaciones único la bodega en el nodo 0 (centros de consumo 9, 28 y 49), y deben satisfacer a una cantidad de 52 clientes (centros de consumo), que se representan por  $j=1,2,\dots,52$ , cada uno de los cuales tiene una demanda conocida  $d_j$  (véase Tabla 1), es posible realizar la siguiente formulación matemática:

### Índices

Los índices del modelo son:

$i$  = nodo de partida  $i$  ( $1,2,\dots,52$ )

$j$  = nodo de llegada  $j$  ( $1,2,\dots,52$ )

$k$  = vehículo  $k$  ( $1,2,\dots,K$ )

### Variables

Las variables que se definen en el modelo son:<sup>4</sup>

$x_{ij}^k$  1 Si se asigna el vehículo  $k$  para recorrer el arco del nodo  $i$  al nodo  $j$

0 De lo contrario

$y_{ij}$  1 Si se realiza el recorrido desde  $i$  hasta  $j$

0 De lo contrario

$K$  = Número de recursos (vehículos) a utilizar.

### Parámetros

Los parámetros del problema son:

$c_{ij}$  = Costo de transporte del nodo  $i$  al nodo  $j$

$d_i$  = Demanda en el nodo  $j$

$u$  = Capacidad del recurso  $k$

$n$  = Cantidad de clientes

### Modelo matemático

El modelo matemático que representa cada uno de los tres subproblemas de ruteo se puede plantear según los aportes de Ahuja et al. (1993) y Olivera (2004) como sigue:<sup>5</sup>

$$\text{Minimizar } \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} y_{ij} \quad (2)$$

Sujeto A:

$$\sum_{1 \leq k \leq K} x_{ij}^k = y_{ij} \quad ; \quad \forall \quad i, j \quad (3)$$

$$\sum_{1 \leq j \leq n} y_{ij} = 1 \quad ; \quad \forall \quad i \quad (4)$$

$$\sum_{1 \leq i \leq n} y_{ij} = 1 \quad ; \quad \forall \quad j \quad (5)$$

$$\sum_{1 \leq j \leq n} y_{0j} = k \quad (6)$$

$$\sum_{1 \leq i \leq n} y_{i0} = k \quad (7)$$

$$\sum_{1 \leq i \leq n} \sum_{1 \leq j \leq n} d_i x_{ij}^k \leq u \quad ; \quad \forall \quad k \quad (8)$$

$$\sum_{i \in Q} \sum_{j \in Q} y_{ij} \leq |Q| - 1 \quad ; \quad \forall \text{ subconjunto } Q \text{ de } \{1,2,\dots,n\} \quad (9)$$

$$k \leq K \quad (10)$$

$$y_{ij} \in \{0,1\} \quad ; \quad \forall \quad (i,j) \in A \quad (11)$$

$$x_{ij}^k \in \{0,1\} \quad ; \quad \forall \quad (i,j) \in A, \forall \quad k \quad (12)$$

El conjunto  $A$  se define como:  $A = \{(i,j) : y_{ij} = 1\}$ .

La restricción (3) se encarga de hacer obligatoria la asignación de un vehículo a la ruta  $(i,j)$ , si esta es recorrida, y no asignarlo si la ruta no se va a recorrer, esta restricción contiene la variable de decisión  $x_{ij}^k$  que indica sí si ( $x_{ij}^k=1$ ) o no ( $x_{ij}^k=0$ ) se utiliza el vehículo  $k$  en el arco  $(i,j)$ .

La variable  $y_{ij}$  presente en las restricciones (4) y (5) indica la activación del arco  $(i,j)$ , lo que determina un recorrido entre los nodos  $i,j$ , además se asegura que todo cliente es un nodo intermedio de alguna ruta. Los grupos de restricciones (6) y (7) indican que  $k$  es la cantidad de vehículos utilizados en la solución y que todos los que parten del depósito deben regresar al mismo. La restricción (8) observa que cada vehículo no sobrepase su capacidad. La restricción (9) vigila que

<sup>4</sup> Según notación de Ahuja et al., 1993.

<sup>5</sup> La nomenclatura utilizada y las restricciones representadas por las expresiones 3 a 9 son tomadas de Ahuja et al., 1993.

la solución no contenga ciclos usando los nodos  $1, 2, \dots, n$ . De otra manera los arcos de  $A$  contendrían algún ciclo pasando a través de un conjunto de nodos  $Q$  y la solución violaría la restricción, porque el lado izquierdo de la restricción sería al menos  $|Q|$ . La restricción (10) limita el número máximo de vehículos a utilizar hasta una cantidad máxima. Las restricciones (10) y (11) indican que tanto la variable  $x_{ij}^k$  como la variable  $y_{ij}$  son binarias.

### Consideraciones finales

Una vez definida la formulación matemática con la que se describe el problema al que se enfrenta el presente artículo y teniendo en cuenta que los parámetros  $d_r$ ,  $u$  y  $n$  son conocidos, sólo resta determinar un *input* fundamental del CVRP, el costo de cada ruta ( $c_{ij}$ ), que para este caso será la distancia de cada ruta.

Según lo expresado por Olivera (2004), *puede suponerse que el grafo es completo, pues entre todo par de lugares de una red de transporte razonable, debería existir algún camino*, concepto que necesariamente debe ser usado en el desarrollo del presente artículo; así, aunque existan nodos que sólo tienen una vía de acceso (véase por ejemplo nodo 50 en la Figura 2), es necesario suponer que entre cada par de nodos existe un arco que los une, por lo anterior los autores decidieron construir arcos ficticios que representen la conexión existente entre todo par de nodos del grafo, a través de la ruta más corta entre ellos.

La construcción de los arcos ficticios anteriormente mencionados supone la solución de problemas de ruta más corta (*Shortest Path Problems*), específicamente lo que Ahuja et al. (1993) llaman *All-pair shortest path problem* y que pretende encontrarla entre todo par de nodos de un grafo, problema que puede ser solucionado según los mismos autores mediante la aplicación de *repeated shortest path algorithm*, que consiste en la aplicación de un algoritmo para encontrar rutas más cortas para un solo origen  $n$  veces (donde  $n$  es el número de nodos), o bien, *all-pairs label-correcting algorithm*, que se basa en la aplicación del algoritmo de Floyd-Warshall. Los dos métodos mencionados pretenden alcanzar la condición de optimalidad representada por la expresión 13, donde  $d[i,j]$  representa la distancia más corta entre los nodos  $i, j$ .

$$d[i,j] \leq d[i,k] + d[k,j] \quad \text{para todo nodo } i,j,k. \quad (13)$$

Para crear la matriz de distancias entre todo par de centros de distribución del apéndice Matriz de distancias entre centros de consumo se decidió calcular la ruta más corta para cada municipio respecto de los demás (*repeated shortest path algorithm*) mediante la aplicación del algoritmo de Dijkstra (Taha, 1997).

Una vez hecho el recorrido bibliográfico pertinente, descrito y formulado el problema y recopilada la información necesaria para enfrentar el problema, los autores utilizaron diferentes técnicas aplicadas a encontrar la asignación que

reduzca al máximo la distancia total recorrida por los vehículos encargados de satisfacer la demanda de los 53 centros de consumo, y con base en los resultados decidir la mejor localización para la empresa. Los resultados numéricos de la aplicación de cada una de las técnicas, al igual que la descripción de las mismas, se encontrarán en los dos artículos siguientes.

### Conclusiones

El de ruteo de vehículos es la generalización del problema del agente viajero y encierra una familia de que debe ser resuelta según las características específicas de cada caso.

La formulación matemática del ruteo de vehículos debe contener familias de restricciones que imposibiliten la construcción de ciclos o subtours.

En los siguientes artículos los autores expondrán diferentes metodologías de solución para el caso de estudio ilustrado.

### Bibliografía

Ahuja, R., Magnanti, T. and Orlin, J., *Network flows: theory, algorithms, and applications.*, Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall, 1993.

Anónimo., *Network.* s/f., Disponible en: [www.cs.tcd.ie/courses/baict/bass/4ict5/Networks2004.pdf](http://www.cs.tcd.ie/courses/baict/bass/4ict5/Networks2004.pdf). Consultado en Marzo de 2004.

Applegate, D., Cook, W., Dash, S. and Rohe, A., *Solution of a Min-Max Vehicle Routing Problem.* August 15, 2001. Disponible en: [www.research.ibm.com/people/s/sanjeeb/reports/newsboys.pdf](http://www.research.ibm.com/people/s/sanjeeb/reports/newsboys.pdf). Consultado en Febrero de 2005.

Archetti, C., Mansini, R. and Speranza, M.G., *The Split Delivery Vehicle Routing Problem with Small Capacity,* November 7, 2001, Disponible en: [http://fausto.eco.unibs.it/~www\\_megu/ricerca/quaderni/201.pdf](http://fausto.eco.unibs.it/~www_megu/ricerca/quaderni/201.pdf). Consultado en: Febrero de 2005.

Ballou, R. H., *Business Logistics Management.*, Prentice-Hall, New Jersey, 4° edición, 1998, pp. 3-28, 481-592.

Barán, B. and Schaerer, M. A., *Multiobjective Ant Colony System for Vehicle Routing Problem with Time Windows.*, Proceedings of the 21st IASTED International Conference APPLIED INFORMATICS, Innsbruck, Austria, 2003.

Barchett D. and Campion, E., *Mix fleet vehicle routing problem – An application of Tabu search in the grocery delivery industry; 2002.*, Disponible en: [www.mang.canterbury.ac.nz/courseinfo/msci/msci480/WebPage.htm](http://www.mang.canterbury.ac.nz/courseinfo/msci/msci480/WebPage.htm), Consultado en: Febrero de 2005.

Bianchi, L., *Metaheuristics for the Vehicle Routing Problem with Stochastic Demands; S/F.*, Disponible en: [www.idsia.ch/idsiareport/IDSIA-06-04.pdf](http://www.idsia.ch/idsiareport/IDSIA-06-04.pdf), Consultado en: Febrero de 2005.

Bramel, J. and Simchi-Levi, D., *A location based heuristic for general routing problems.*, *Operations Research*, Vol. 43, 1995, pp. 649–660.

Bräysy, O., *Genetic Algorithms for the Vehicle Routing Problem with Time Windows.* 2001., Disponible en: [osiris.tuwien.ac.at/~wgarn/VehicleRouting/Braysy.pdf](http://osiris.tuwien.ac.at/~wgarn/VehicleRouting/Braysy.pdf), Consultado en: Febrero de 2005.

- Charlotte, J. and Goetschalckx, M., The vehicle routing problem with backhauls: properties and solution algorithms. Scholl of industrial and systems engineering - georgia institute of technology., Copyright 1992 – 1998. Disponible en: [www.isye.gatech.edu/people/faculty/Marc\\_Goetschalckx/cali/Lineback/Vehicle%20Routing%20Problem%20with%20Backhauls.pdf](http://www.isye.gatech.edu/people/faculty/Marc_Goetschalckx/cali/Lineback/Vehicle%20Routing%20Problem%20with%20Backhauls.pdf), Consultado en Febrero de 2005.
- Dethloff, J., Relation between vehicle routing problems: an insertion heuristic for the vehicle routing problem with simultaneous delivery and pick-up applied to the vehicle routing problem with backhauls., *Journal of the Operational Research Society*, 2002, Consultado en: Febrero de 2005.
- Fisher, M., and Jaikumar, R., A generalized assignment heuristic for the vehicle routing problem., *Networks* 11, 1981, pp.109–124.
- Francis, P., Smilowitz, K. and Tzur, M., The period vehicle routing problem with service choice; 2004., Disponible en: [http://www.iems.northwestern.edu/images/PDF/WP\\_04\\_005.pdf](http://www.iems.northwestern.edu/images/PDF/WP_04_005.pdf), Consultado en: Febrero 2005.
- Gambardella, L.M., Taillard, E. and Agazzi, G., MACS-VRPTW: A Multiple Ant Colony System for Vehicle Routing Problems with Time Windows., *New Ideas in Optimization*, Disponible en: <http://www.idsia.ch>. Consultado en: Febrero 2005, McGraw-Hill, 1999.
- García, A., Optimización de rutas, seguridad en el transporte y sistemas GIS. 2000., Disponible en: [www.imac.unavarra.es/SEMAOL/Ponencias/04\\_Alejandro\\_G\\_del\\_Valle.pdf](http://www.imac.unavarra.es/SEMAOL/Ponencias/04_Alejandro_G_del_Valle.pdf), Consultado en: Febrero de 2005.
- Gendreau, M., Hertz, A. and Laporte, G., A tabu search heuristic for the vehicle routing problem., *Management Science* 40, 1994, pp. 1276–1290.
- Gendreau, M., Hertz, A., Laporte, G. and Stan, M., A generalized insertion heuristic for the traveling salesman problem with time windows., *Operations Research*, Vol. 43, 1998, pp. 330–335.
- Guerrero, L., y Osorio, L., La localización de instalaciones como decisión estratégica de la logística: un acercamiento al estado del arte., Trabajo de grado ingeniería industrial, Universidad Nacional de Colombia, Manizales, Marzo, 2003.
- Halse, K., Modeling and Solving Complex Vehicle Routing Problems., PhD Thesis, Institute of Mathematical Statistics and Operations Research, Technical University of Denmark, Lyngby, 1992.
- Hermosilla, A. y Barán, B., Comparación de un sistema de colonias de hormigas y una estrategia evolutiva para un Problema Multiobjetivo de Ruteo de Vehículos con Ventanas de Tiempo. s/f., Disponible en: [www.cnc.una.py/invest/paper2/avgCLEI.pdf](http://www.cnc.una.py/invest/paper2/avgCLEI.pdf). Consultado en: Febrero de 2005.
- Hurkens, C., WHIZZKIDS '96 1997., Disponible en: [www.win.tue.nl/whizzkids/1996/](http://www.win.tue.nl/whizzkids/1996/), Consultado en: Febrero de 2005.
- Laporte, G., The vehicle routing problem: an overview of exact and approximate algorithms., *European Journal of Operational Research*, 59, 1992, pp. 345–358.
- Lee, Ch., Epelman, M., Chelsea, C. and Bozer Y., A Shortest Path Approach to the Multiple-Vehicle Routing Problem with Split Pick-Ups, 2002., Disponible en: [http://osiris.tuwien.ac.at/~wgarn/VehicleRouting/mvrpsp\\_ts.pdf](http://osiris.tuwien.ac.at/~wgarn/VehicleRouting/mvrpsp_ts.pdf), Consultado en: Febrero de 2005.
- Liu, F. and Shen, S., A Method for Vehicle Routing Problem with Multiple Vehicle Types and Time Windows. 1999., Disponible en: <http://nr.stic.gov.tw/ejournal/ProceedingA/v23n4/526-536.pdf>. Consultado en: Febrero de 2005, Proc. Natl. Sci. Counc. ROC(A), Vol. 23, No. 4, 1999.
- Louis, S., Yin, X. and Yuan, Z., Multiple Vehicle Routing with Time Windows Using Genetic Algorithms., *Memorias de Proceedings of the Congress of Evolutionary Computation*, 1999, pp. 1804-1808.
- Machado, P., Tavares, J., Pereira, F. and Costa, E., Vehicle Routing Problem: Doing it the Evolutionary Way. 2000., Disponible en: [http://osiris.tuwien.ac.at/~wgarn/VehicleRouting/GECCO2\\_VRPECoEvo.pdf](http://osiris.tuwien.ac.at/~wgarn/VehicleRouting/GECCO2_VRPECoEvo.pdf). Consultado en: Febrero de 2005.
- Machado, P., Pereira, F., Tavares, J. and Costa, E., GVR: a New Genetic Representation for the Vehicle Routing Problem. 2002., Disponible en: [http://neo.lcc.uma.es/radi-aeb/WebVRP/data/articles/vrp\\_aics2002.pdf](http://neo.lcc.uma.es/radi-aeb/WebVRP/data/articles/vrp_aics2002.pdf), Consultado en: Febrero de 2005.
- Machado, P., Tavares, J., Pereira, F. and Costa, E., Crossover and Diversity: A Study about GVR. 2003 (a)., *Memorias de Proceedings of the Analysis and Design of Representations and Operators (ADoRo'2003) a bird-of-a-feather workshop at the 2003 Genetic and Evolutionary Computation Conference (GECCO-2003)*, Chicago, Illinois, USA, 12-16 July, 2003. Disponible en: [http://cisuc.dei.uc.pt/ecos/view\\_pub.php?id\\_p=65](http://cisuc.dei.uc.pt/ecos/view_pub.php?id_p=65). Consultado en: Febrero de 2005.
- Machado, P., Tavares, J., Pereira, F. and Costa, E., On the Influence of GVR in Vehicle Routing. 2003 (b)., *Memorias de Proceedings of the 2003 ACM Symposium On Applied Computing (SAC 2003) - Evolutionary Computation And Optimization Track*, pp.753-758, Melbourne, Florida, USA, 9-13 March, 2003. Disponible en: [http://cisuc.dei.uc.pt/ecos/view\\_pub.php?id\\_p=65](http://cisuc.dei.uc.pt/ecos/view_pub.php?id_p=65). Consultado en: Febrero de 2005.
- Medaglia, A., Combinatoria para Logística., Coloquio en Optimización Combinatoria Sesión Avanzada, Universidad de los Andes, marzo de 2005.
- Min, H., The Multiple Vehicle Routing Problem with Simultaneous Delivery and Pick-Up Points., *Transportation Research*, vol.23-A, 1989, pp. 377-386.
- Olivera, A., Heurísticas para Problemas de Ruteo de Vehículos., Instituto de Computación, Facultad de Ingeniería. Universidad de la República, Montevideo, Uruguay. 2004. Disponible en: [www.fing.edu.uy/inco/pedeciba/bibliote/reptec/TRO408.pdf](http://www.fing.edu.uy/inco/pedeciba/bibliote/reptec/TRO408.pdf). Consultado en Febrero de 2005.
- Rego, C., Node Ejection Chains for the Vehicle Routing Problem: Sequential and Parallel Algorithms. (s/f)., Disponible en: <http://hces.bus.olemiss.edu/reports/hces0201.pdf>. Consultado en: febrero de 2005.
- Restori M., An Application of VRP Algorithms with Original Modifications. s/f., Disponible en: [http://eal.asu.edu/Papers%5CMel\\_VRP\\_studentTech.pdf](http://eal.asu.edu/Papers%5CMel_VRP_studentTech.pdf), Consultado en: Febrero 2005
- Shaw, P., Using Constraint Programming and Local Search Methods to Solve Vehicle Routing Problems., *Memorias de Proceedings of the Fourth International Conference on Principles and Practice of Constraint Programming (CP '98)*, M. Maher and J. Puget (eds.), 1998, pp. 417-431.

Schroeder, R., Administración de operaciones, toma de decisiones en la función de operaciones., 3<sup>o</sup>. Ed., Editorial Mc Graw Hill, México, 1992.

Tansini, L., Urquhart, M. and Viera, O., Comparing assignment algorithms for the Multi-Depot VRP; s/f; Dponible en: [www.fing.edu.uy/inco/pedeciba/bibliote/reptec/TR0108.pdf](http://www.fing.edu.uy/inco/pedeciba/bibliote/reptec/TR0108.pdf). Consultado en: Febrero 2005

Taha, H., Investigación de Operaciones., 5<sup>o</sup>. Edición, alfaomega, Grupo Editor México, 1995.

Thompson, P. and Orlin, J., The Theory of Cyclic Transfers. 1989., Disponible en: [http://web.mit.edu/jorlin/www/oldpapersfolder/cyclic\\_tranfers.pdf](http://web.mit.edu/jorlin/www/oldpapersfolder/cyclic_tranfers.pdf). Consultado en Febrero de 2005.

Toth, P. and Vigo, D., An Overview of Vehicle Routing Problems., Monographs on Discrete Mathematics and

Applications. In: The Vehicle Routing Problem. SIAM, 2000, pp. 1–26.

Vacic, V., Vehicle Routing Problem with Time Windows ; 2002., Disponible en: [www.bridgeport.edu/sed/projects/cs399/vacic/vrptw.html](http://www.bridgeport.edu/sed/projects/cs399/vacic/vrptw.html). Consultado en: Febrero 2005

Volkan, A., A GA Based Meta-Heuristic for the Capacitated Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pick-up and Deliveries. 2005., Disponible en: [www.msie.sabanciuniv.edu/thesis/arif\\_volkan\\_vural.ppt](http://www.msie.sabanciuniv.edu/thesis/arif_volkan_vural.ppt). Consultado en: Marzo 2005

Wendt, O. and König, W., Cooperative Simulated Annealing: How much cooperation is enough?. s/f., Disponible en: [www.wiwi.de/publikationen/Cooperative SimulatedAnnealing48.pdf](http://www.wiwi.de/publikationen/Cooperative%20SimulatedAnnealing48.pdf). Consultado en: Febrero de 2005

Zhu, K., A new genetic algorithm for VRPTW., Presented at IC-AI 2000, Las Vegas, USA, 2000.



UNIVERSIDAD  
NACIONAL  
DE COLOMBIA  
SEDE BOGOTÁ  
FACULTAD DE INGENIERÍA



RI Oficina de  
Relaciones Internacionales  
Facultad de Ingeniería

El objetivo principal de nuestra labor es elevar el nivel académico e investigativo de la Facultad. Para materializar éste propósito buscamos, en cooperación con las Unidades de la Facultad y de la Universidad, establecer y consolidar relaciones de cooperación duraderas con instituciones nacionales e internacionales.

#### Funciones:

Activación de convenios suscritos por la Universidad que tienen en su contenido componentes de Ingeniería.

Fortalecimiento de la política de movilidad de profesores y estudiantes.

Internacionalización de los currículos y de la investigación.

Promoción de cátedras internacionales.

Promoción de redes internacionales de cooperación.

Desarrollo de competencias internacionales entre estudiantes, docentes y administrativos (aprendizaje de idiomas, uso de nuevas tecnologías para la enseñanza, adiestramiento para la elaboración de proyectos con perfil internacional, etc.).

Periódicamente se realiza el evento Lunes de Internacionalización, donde se invitan expertos en la cooperación internacional para que orienten en los aspectos relevantes de las relaciones internacionales a los miembros de nuestra Facultad. Así mismo, se realiza la Consejería Académica Internacional todos los viernes entre las 9 a.m. y las 12 m., en el salón de postgrados junto a la biblioteca de la Facultad. Allí, en conversaciones individuales o en pequeños grupos, se precisan los intereses de experiencia internacional de los miembros de la Facultad, y se planea la manera de trabajar conjuntamente en ellos para hacerlos realidad.

De igual forma, se presenta un Boletín permanente en la Página Web de la Facultad <http://www.ing.unal.edu.co/admfac/noticias/ori/inter.html>, en el cual se publican diferentes aspectos de la internacionalización de la Facultad.

Mayor información : ORI - Facultad de Ingeniería Universidad Nacional de Colombia, Sede Bogotá  
Tel.(57)(1)3165000 Ext.18421 Carrera 50 No. 27-70 Bloque B6 Of.83. Unidad Camilo Torres  
Atención de 8 :30 a.m. a 12 :30 p.m.