

Estado del arte en la ubicación óptima de capacitores y estudio de optimalidad de la solución mediante búsqueda exhaustiva

State of the art concerning optimum location of capacitors and studying the exhaustive search approach for optimising a given solution

Sergio Raúl Rivera Rodríguez¹

RESUMEN

En el presente artículo se muestra una revisión del estado del arte de la ubicación óptima de capacitores en sistemas de distribución, para dar una guía de los aspectos que deben tener en cuenta los planificadores en la optimización del perfil de tensión y el control de reactivos en las redes de distribución. Aquí se hace un estudio de la optimalidad de la solución mediante la búsqueda exhaustiva, donde se determina la dimensión del problema evaluando las diferentes posibilidades de solución, y se visualizan los tiempos y requerimientos computacionales que el algoritmo de solución utilizaría. Se utilizó un sistema ejemplo (IEEE de nueve nodos) para hacer el estudio de búsqueda exhaustiva, donde se encontró que los métodos utilizados en la literatura de este tema, no siempre llegan a la solución óptima.

PALABRAS CLAVES: Ubicación de capacitores, sistemas de distribución, optimización combinatorial, búsqueda exhaustiva.

ABSTRACT

The present article reviews the state of the art of optimum capacitor location in distribution systems, providing guidelines for planners engaged in optimising tension profiles and controlling reagents in distribution networks. Optimising a given solution by exhaustive search is studied here; the dimensions of a given problem are determined by evaluating the different possibilities for resolving it and the solution algorithm's computational times and requirements are visualised. An example system (9 node, IEEE) is used for illustrating the exhaustive search approach, where it was found that methods used in the literature regarding this topic do not always lead to the optimum solution.

KEY WORDS: capacitor location, distribution system, combinatorial optimisation, exhaustive search.

Recibido: Agosto 25 de 2004
Aceptado: Octubre 20 de 2004

I. Introducción

Con énfasis en la planificación de los sistemas de distribución con respecto al perfil de tensión y control de reactivos, el problema ha sido abordado de dos maneras separadas: mediante el control de reactivos (ubicación óptima de capacitores) y mandos de los dispositivos de control de voltaje (reguladores de tensión).

Mediante la ubicación de capacitores en las redes de distribución podemos obtener:

- Reducción de pérdidas.
- Corrección del factor de potencia.

— Mejoramiento del perfil de tensión.

— Alivio en la capacidad de los alimentadores del sistema.

Por estas razones la ubicación de capacitores juega un papel importante en la planificación y operación de los sistemas de distribución, debido a que éstos implican una inversión y se debe proceder de una manera óptima para obtener el mayor beneficio, así la ubicación óptima de capacitores ha sido formulada como un problema de optimización entera mixta no lineal y no diferenciable donde la mayoría de técnicas de optimización conven-

¹ Ingeniero Electricista de la Universidad Nacional de Colombia (2001); Especialista en Ingeniería Eléctrica con énfasis en Sistemas de Distribución de la Universidad Nacional de Colombia (2004); Estudiante de doctorado en Ingeniería Eléctrica de la Universidad Nacional de San Juan-Argentina gracias a una beca del DAAD (Servicio de Intercambio Académico Alemán). sergior@iee.unsj.edu.ar

cionales son incapaces de resolverlo ya que es un problema combinatorial muy complejo por la cantidad de posibilidades que se pueden presentar.

En este artículo se presenta una revisión de cómo ha sido encarado este problema por diferentes autores, para dar una guía de los distintos aspectos que deben utilizar los planificadores de las distribuidoras; además para visualizar la dimensión del problema se utilizó un algoritmo que evalúa todas las posibles combinaciones de solución, y por último, se contrastó la optimalidad de las soluciones que presenta la literatura de este tema con la búsqueda exhaustiva.

II. Estado del arte en la ubicación óptima de capacitores

En general todos los problemas de ubicación óptima de capacitores en sistemas de distribución buscan obtener la cantidad, tipo (fijos o conmutables), ubicación y capacidad de los capacitores que optimicen una función objetivo, esta función varía de un autor a otro siempre teniendo en mente obtener el mayor beneficio. A continuación se presentan las diferentes maneras como ha sido abordado este problema.

Autores que utilizan métodos analíticos

En [1] la función objetivo es maximizar la reducción de pérdidas tomando en cuenta los factores de crecimiento de la demanda y costos de la energía, el alivio en las capacidades del sistema y minimizar el costo de capacitores; como restricción se utilizó el incremento de voltaje durante las horas de poca demanda (*off peak hours*). Para resolver el problema se utilizó programación dinámica y el método de variación local.

En [2] la función objetivo es reducir las pérdidas de energía y potencia junto al costo por la compensación (costo de los capacitores), utilizando una función diferenciable para los costos de los capacitores; como restricciones se utilizaron las ecuaciones de flujo de potencia, límites de tensión y restricciones de control y capacidad sobre las variables de control (capacitores). Para resolver el problema se usó programación entera mixta mediante niveles jerárquicos y se desacopló el problema en dos problemas: un maestro y un esclavo. El problema esclavo se trata en [3] y consiste sólo en determinar la capacidad óptima de los capacitores minimizando las pérdidas de energía y la función de costo de los capacitores en una ubicación dada proponiendo un algoritmo de flujo de potencia novedoso, el método de optimización utilizado es el de las direcciones factibles.

Autores que utilizan heurística y diferentes métodos de inteligencia artificial

En [4-5] se tiene la misma función objetivo que en [2], pero los costos asociados con la ubicación de los

capacitores es considerado como una función escalera en vez de una función diferenciable continua, ya que en la práctica están agrupados en bancos estándares de capacidades discretas y además la magnitud y los controles de los capacitores son tratados como variables discretas, el costo de la ubicación de capacitores incluye el costo de instalación (costo asociado con la instalación del capacitor en cada locación) y el costo de compra. El problema se soluciona mediante *Simulated Annealing*.

Debido a que el problema es combinatorial se trata de no evaluar todas las combinaciones posibles sino utilizar diferentes métodos (analíticos, programación numérica, heurística, inteligencia artificial, lógica difusa) para llegar en lo posible al óptimo global sin tener que utilizar excesivos recursos computacionales; algunos autores plantean un análisis de sensibilidad para reducir el espacio de búsqueda. En [6] se evalúa la variación de las pérdidas con respecto a la variación de reactivo en cada nodo en la fase de inicialización del algoritmo genético que utiliza para resolver el problema, adicionalmente en la función objetivo se introduce una penalización con tal de reducir el número de posibles locaciones donde pueden ir capacitores. En [7] se utiliza el mismo criterio de sensibilidad y se utiliza el método de búsqueda tabú. En [8] el análisis de sensibilidad se hace evaluando la variación de los ahorros con respecto a la variación en la compensación de cada nodo y se utiliza esto como método heurístico para resolver el problema.

En [9] se utiliza la misma formulación del problema que los autores anteriores y utiliza un método híbrido para la solución, como método principal utiliza la Búsqueda Tabú ayudado por criterios de otros métodos (*Simulated Annealing*, algoritmos genéticos y heurística), el análisis de sensibilidad no solo se hace al principio sino también en cada iteración para determinar el vecindario de cada etapa o iteración del algoritmo, debido a que si sólo se utiliza el análisis de sensibilidad al principio la preselección de los nodos candidatos puede afectar la solución óptima.

En [12] se consideran los patrones de carga de los usuarios de una manera más realista en la formulación matemática, mediante el análisis de varias curvas de demanda diarias del sistema para cada estación del año y para diferentes tipos de usuarios; para optimizar la función objetivo se utilizan un método heurístico y un índice de sensibilidad (nodo con mayor reducción de pérdidas al adicionar un banco de capacitores) en cada iteración.

Autores que utilizan lógica difusa y algoritmos genéticos

El problema en la actualidad se ha enfocado hacia la solución mediante algoritmos genéticos y lógica difusa (borrosa) y algunas variaciones de la función objetivo. En [10] se maximizan los ahorros mediante la minimización de

pérdidas de energía y se diseñó un algoritmo híbrido que utiliza lógica difusa para reducir el espacio de búsqueda, y luego se utilizaron algoritmos microgenéticos (reducción de población en cada iteración) en la solución.

De una manera similar, en [11] se utiliza lógica borrosa para el análisis de sensibilidad utilizando como conjuntos borrosos la desviación de voltaje, las pérdidas de potencia activa y las pérdidas de potencia reactiva; con éstos seleccionan los nodos que mediante la adición de capacitores tendrán más efecto en reducir las pérdidas de potencia y energía. Luego de determinar los nodos candidatos se utilizan operadores genéticos (reproducción, *crossover* y mutación) para determinar el óptimo de la función objetivo la cual tiene en cuenta que para diferentes niveles de compensación se tienen distintos costos de reactivos o capacitores.

Una manera novedosa de tratar este tema es formular el problema considerando distintas funciones objetivo; en [17] se utilizan tres objetivos que son: (1) minimizar el costo de las pérdidas de energía y capacitores, (2) incrementar el margen de cargabilidad de los alimentadores, y (3) mejorar el perfil de tensión; considerando la naturaleza imprecisa de cada objetivo éstos se formulan como conjuntos borrosos donde entre más alto el valor de la función de membresía implica mayor satisfacción con la solución; para encontrar la solución para este tipo de problemas se debe encontrar el óptimo no inferior o pareto-optimalidad, donde una función objetivo se puede mejorar sólo a expensas del deterioro de otra. En el algoritmo formulado también se utilizan algoritmos genéticos.

Autores que tienen en cuenta niveles de distorsión armónica

Debido a que los capacitores pueden conducir a problemas de resonancia severos, en [13] se tienen en cuenta las interacciones de los armónicos tales como: condiciones de resonancia, factor de distorsión armónica y pérdidas de potencia en los diferentes armónicos encontrándose que en algunos casos los ahorros debido a reducción de pérdidas de potencia pueden ser sacrificados por control de THD (tasa de distorsión armónica) a niveles aceptables. La función objetivo aquí es minimizar las pérdidas en todos los armónicos y el costo de los capacitores (en un número finito de capacidades estándar y el costo por kVar varía de un tamaño a otro); las restricciones son los límites de THD y límites de tensión. Al igual que en [1], se utiliza el método de variación local.

Una variación de la función objetivo se trabaja en [14] donde el nivel de armónicos se introduce, resuelven el problema mediante programación no lineal entera y heurística, y utilizan un flujo rápido de potencia (una aproximación lineal). En [15] se tiene en cuenta la calidad del producto técnico (niveles de tensión y distorsión armónica THD) en las restricciones, utilizando lógica difusa se

hace un estudio de sensibilidad de las restricciones y de la función objetivo para seleccionar los nodos candidatos para la ubicación de bancos capacitores; este estudio de sensibilidad reduce sustancialmente el espacio de búsqueda y se hace para cada iteración de la optimización de la función objetivo.

La mayoría de las formulaciones propuestas en la literatura asumen que todas las cargas del sistema son lineales y desprecian la presencia de niveles de armónicos en el voltaje y la corriente; en [16] se tienen en cuenta en la función objetivo las pérdidas para los diferentes armónicos, las restricciones tienen en cuenta los máximos niveles de distorsión armónica y los límites de tensión para los diferentes armónicos; se emplea un método moderno (desarrollado en 1995) basado en inteligencia artificial llamado PSO (*Particle Swarm Optimization*) para solucionar el problema de manera novedosa con respecto a la literatura del tema, además utiliza un valor de penalización en la función objetivo si alguna restricción es violada. El introducir en la formulación los efectos de los armónicos en el sistema previene la posible amplificación de éstos y la presencia de resonancia en el sistema, además se logra un óptimo más real para los sistemas de distribución prácticos.

III. Búsqueda exhaustiva en la ubicación óptima de capacitores

La función objetivo consiste en minimizar las pérdidas de potencia en el pico, las pérdidas de energía y el costo de los capacitores. El algoritmo utilizado necesita los datos del sistema, el número máximo de bancos de capacitores a instalar (por presupuesto) y la ubicación de estos capacitores en la red (análisis de sensibilidad), luego se hace una matriz con las posibles combinaciones, para cada una de estas combinaciones se realiza un flujo de potencia y se evalúan la factibilidad y la optimalidad.

Si se utilizan capacitores fijos el número de combinaciones posibles será:

$$(h+1)^n \quad (1)$$

donde n es el número de nodos donde van a ir capacitores y h es el máximo número de capacitores en cada nodo.

Si se utilizan capacitores conmutables el número de combinaciones posibles aumenta drásticamente, junto con el tiempo y los requerimientos computacionales de solución del problema. Las posibles combinaciones están dadas por (deducción de la fórmula más adelante):

$$[(h+1)^j + h^j + (h-1)^j + (h-2)^j + \dots + 1]^n \quad (2)$$

donde n es el número de nodos donde van a ir capacitores, h es el máximo número de capacitores en cada nodo y j es el número de niveles de carga.

Problema IEEE nueve nodos

Como ejemplo base se tomó un sistema de distribución radial de 23 kV y nueve nodos trabajado en los artículos [2],[3],[6],[9],[11] y [13] cuyos datos son presentados en las tablas 1 y 2:

Tabla 1. Datos de carga trifásica.

Nodo	PL(kW)	QL(Kvar)
1	1.840	460
2	980	340
3	1.790	446
4	1.598	1.840
5	1.610	600
6	780	110
7	1.150	60
8	980	130
9	1.640	200

Tabla 2. Datos de impedancia de la red para el problema IEEE nueve nodos.

De nodo i	A nodo i+1	R(i,i+1) (Ω)	X(i,i+1) (Ω)
0	1	0,1233	0,4127
1	2	0,014	0,6051
2	3	0,7463	1,205
3	4	0,6984	0,6084
4	5	1,9831	1,7276
5	6	0,9053	0,7886
6	7	2,0552	1,164
7	8	4,7953	2,716
8	9	5,3434	3,0264

La función objetivo utilizada es:

$$K_e \sum_{j=0}^2 T_j P_j + K_p P_0 + K_c \sum_{i=1}^n C_i \quad (3)$$

Los parámetros utilizados son $K_e=0.06$ US\$/kWh, $K_p=168$ US\$/kW/año, $K_c=4.9$ US\$/kVAr, $T_0=1000$ h, $T_1=6760$ h, $T_2=1000$ h, P_j son las pérdidas de potencia en cada nivel de carga j , C_i es la capacidad de los bancos de capacitores instalados en el nodo i y los niveles de carga son 1.1,0.6,0.3 [6],[9].

Resultados

Capacitores fijos

Cuando no se adicionan capacitores la función objetivo vale US\$ 329.020 que difieren ligeramente de lo reportado en [6] de US\$ 328.922, y en [9] de US\$ 329.039.

Para contrastar los resultados con [9] suponemos que se deben instalar capacitores fijos en los nodos 1,3,4,5,6 ($n=5$) y máximo hasta cinco bancos de

capacitores por nodo ($h=5$) de 300 kVAR cada uno. Se encuentra que se deben evaluar $(5+1)^5=7.776$ posibilidades, al evaluar todas estas combinaciones con el algoritmo diseñado se encontró que el mínimo costo se presenta cuando instalamos la combinación presentada en la Tabla 3.

Tabla 3. Ubicación óptima de capacitores fijos.

Nodo	1	3	4	5	6
Bancos	0	2	5	2	2
Capacidad(kVAR)	0	600	1500	600	600

Esta combinación tiene un costo de US\$ 301.250 y un ahorro de US\$ 27.765 con respecto al caso sin aplicar compensación. En contraste con el óptimo presentado en [9], que era de US\$ 308.909 y un ahorro de US\$ 20.130 y cuya combinación es presentada en la Tabla 4.

Tabla 4. Ubicación de capacitores fijos presentada en [9].

Nodo	1	3	4	5	6
Bancos	1	0	1	2	4
Capacidad(kVAR)	300	0	300	600	1.200

Igual que en [9] en el algoritmo se introdujo un estudio de cercanos al óptimo presentados en la Tabla 5.

Capacitores variables

Ahora analicemos la dimensión del problema para capacitores conmutables; por ejemplo, para $j=3$ niveles de carga y ubicación de capacitores en $n=2$ nodos (máximo hasta cinco bancos de capacitores $h=5$), tendremos $441^2 = 194.481$ posibles combinaciones; este número proviene de que se tienen $(h+1)^2=(5+1)^2=32$ combinaciones para dos capacitores en dos nodos (nodo A=0, nodo B=0; nodo A=0, nodo B=1; nodo A=0, nodo B=2; ...; nodo A=0, nodo B=5; nodo A=1, nodo B=0;...; nodo A=1, nodo B=5;...; nodo A=5, nodo B=5), para estas 32 combinaciones se deben evaluar cuantas posibilidades habrá para tres niveles de carga y t bancos de capacitores, encontrándose que se tienen $(t+1)^3$ posibilidades (cinco bancos $\rightarrow 6^3 \rightarrow 216$, 4 bancos $\rightarrow 5^3 \rightarrow 125$, 3 bancos $\rightarrow 4^3 \rightarrow 64$, ..., 0 bancos $\rightarrow 1^3 \rightarrow 1$), cada posibilidad del nodo A se debe multiplicar con cada posibilidad del nodo B en cada una de las 32 posibilidades; al hacer este proceso se deduce que se tienen $(6^3+5^3+4^3+3^3+2^3+1^3)^2=441^2 = 194.481$ combinaciones, que corresponde a la fórmula general que se dedujo y mostrada en (2).

Tabla 5. Combinaciones cercanas al óptimo.

Nodo	1	3	4	5	6	Costo US\$
BANCOS	0	2	5	1	3	301.380
BANCOS	0	2	5	2	2	301.250
BANCOS	0	2	5	3	1	301.390
BANCOS	0	3	4	2	2	301.360
BANCOS	0	3	5	1	3	301.400
BANCOS	0	3	5	2	2	301.270
BANCOS	0	4	4	2	2	301.370

Volviendo al ejemplo base, se realizó un algoritmo que puede evaluar el problema para capacitores conmutables; para tres capacitores en los nodos 4,5,6 (máximo cinco bancos) y tres niveles de carga, se tendrían $441^3=85.766.121$ combinaciones, se corrió el programa para este caso y después de dos días tan solo se llegó a la combinación 3.278.529, que corresponde a la combinación y conmutaciones presentadas en la Tabla 6.

Tabla 6. Combinación 3.278.526.

Nodo	1	2	4	5	6
Bancos	0	0	2	4	3
Nivel de carga 1,1	0 kVAR	0 kVAR	600 kVAR	1.200 kVAR	900 kVAR
Nivel de carga 0,6	0 kVAR	0 kVAR	600 kVAR	1.200 kVAR	900 kVAR
Nivel de carga 0,3	0 kVAR	0 kVAR	600 kVAR	1.200 kVAR	900 kVAR

Hasta esta iteración el óptimo de la solución objetivo se encontró para la combinación y conmutaciones presentadas en la Tabla 7.

Tabla 7. Ubicación capacitores variable.

Nodo	1	2	4	5	6
Bancos	0	0	2	3	5
Nivel de carga 1,1	0 kVAR	0 kVAR	600 kVAR	300 kVAR	1.500 kVAR
Nivel de carga 0,6	0 kVAR	0 kVAR	600 kVAR	300 kVAR	300 kVAR
Nivel de carga 0,3	0 kVAR	0 kVAR	600 kVAR	0 kVAR	300 kVAR

Esta combinación tiene un costo de US\$ 300.700 y un ahorro de US\$ 28.321, con respecto al caso sin aplicar compensación. En contraste con el óptimo para capacitores conmutables presentado en [9], que era de US\$ 307.586 y un ahorro de US\$ 21.453, y cuya combinación se presenta en la Tabla 8.

Tabla 8. Ubicación capacitores variable presentada en [9].

Nodo	1	2	4	5	6
Bancos	1	1	1	2	4
Nivel de carga 1,1	300 kVAR	300 kVAR	300 kVAR	600 kVAR	1.200 kVAR
Nivel de carga 0,6	0 kVAR	300 kVAR	0 kVAR	600 kVAR	1.200 kVAR
Nivel de carga 0,3	0 kVAR	0 kVAR	300 kVAR	0 kVAR	900 kVAR

Con respecto al algoritmo de solución podemos deducir cuánto tiempo utiliza en cada iteración, es decir, cuánto tiempo se gasta para solucionar cada flujo de potencia. El tiempo utilizado para realizar 3.278.529 es de 48 horas, esto es, 172.800 segundos, entonces cada flujo de potencia se realizó en promedio en 0.0527 segundos. Se debe tener en cuenta que este tiempo corresponde a un flujo de potencia de un sistema de distribución de nueve nodos; para el flujo de potencia se utilizó el método propuesto en [18] el cual se basa en un procedimiento iterativo que utiliza el método lineal de Gauss utilizando la matriz de admitancia longitudinal, pero a diferencia de [18], no se utiliza la bifactorización sino la factorización LU de la matriz de admitancia, ya que esta función viene implementada en Matlab, programa que fue utilizado para implementar el algoritmo.

IV. Conclusiones

El problema de ubicación óptima de capacitores ha sido objeto de investigaciones durante décadas, varias técnicas de solución han sido utilizadas; el presente artículo da una guía de los diferentes aspectos que deben utilizar los planificadores de las distribuidoras para solucionar este problema.

Se recomienda que el tratamiento de la demanda debe ser más acorde a los sistemas reales, ya que en todos los artículos asumen que la variación de los niveles de carga es igual en todo el sistema, ninguno trata a la carga como dependiente del voltaje ni tienen en cuenta la aleatoriedad de ésta; además, se debe tener en cuenta el contenido de armónicos en la red

Los resultados presentados muestran que a pesar de que los métodos de solución propuestos en la literatura sobre este problema (métodos analíticos, métodos de programación numérica, métodos heurísticos, métodos basados en inteligencia artificial) son efectivos en cuanto a tiempo y requerimientos computacionales, no necesariamente llegan al óptimo global.

Bibliografía

- [1] Ponnavaiko, M.; Prakasa Rao K. S., "Optimal Choice of Fixed and Switched Shunt Capacitor on Radial Distributors by the Method of Local Variations", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-102, No. 6, June 1983, pp. 1.607-1.615,
- [2] Baran E., Wu F.; "Optimal Capacitor Placement on Radial Distribution Systems", *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 4, No. 1, January 1.989, pp. 725-734.
- [3] Baran E.; Wu, F., "Optimal Sizing of Capacitors Placed on a Radial Distribution System", *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 4, No. 1, January 1.989, pp. 735-743.
- [4] Chiang, Hsiao-Dong; Wang, J-C.; Cockings O.; Shin H-D; "Optimal Capacitor Placements in Distribution Systems: Part 1: A New Formulation and the Overall Problem", *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 5, No. 2, April 1.990, pp. 634-642.
- [5] Chiang, Hsiao-Dong; Wang, J-C.; Cockings, O.; Shin, H-D, "Optimal Capacitor Placements in Distribution Systems: Part 2: Solution Algorithms and Numerical Results", *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 5, No. 2, April 1990, pp. 643-649.
- [6] Huang, Yann-Chang; Yang, Hong-Tzer; Huang, Ching-Lien, "Solving the Capacitor Placement Problem in a Radial Distribution System Using Tabu Search Approach", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 11, No. 4, November 1.996, pp. 1.868-1.873.
- [7] Chis, M.; Salama, M.M.A.; Jayaram, "Capacitor Placement in Distribution System Using Heuristic Search Strategies", *IEE Proc.-Gener. Transm. Distrib.*, Vol. 144, No. 3, May 1.997, pp. 225-230.

- [8] Gallego, R.; Monticelli, A.; Romero, R., "Optimal Capacitor Placement in Radial Distribution Networks", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 16, No. 4, November 2001, pp. 630-637.
- [9] Gou, B.; Abur, A., "Optimal Capacitor Placement for Improving Power Quality", Power Engineering Society Summer Meeting, 1999. *IEEE*, Volume: 1, 18-22 July 1999, pp. 488-492.
- [10] Alencar de Souza, B., Helton do Nascimento, Alves, Alves Ferreira H., "Microgenetic Algorithms and Fuzzy Logic Applied to the Optimal Placement of Capacitor Banks in Distribution Networks", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 19, No. 2, May 2004, pp. 942-947.
- [11] Su, C. T.; Lii, G. R.; Tsai, C. C., "Optimal Capacitor Allocation Using Fuzzy Reasoning and Genetic Algorithms for Distribution Systems", *Mathematic and Computer Modelling*, No. 33, 2001, pp. 745-757.
- [12] Cho, M. Y.; Chen Y.W., "Fixed/Switched Type Shunt Capacitor Planning of Distribution Systems by Considering Customer Load Patterns and Simplified Feeder Model", *IEE Proc.-Gener.Transm. Distrib.*, Vol. 144, No. 6, November 1997, pp. 533-540.
- [13] Cbaghzouz, Y.; Ertem S., "Shunt Capacitor Sizing for Radial Distribution Feeder with Distorted Substation Voltages", *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 5, No. 2, April 1990, pp. 650-657.
- [14] Sundhararajan, S.; Pahwa, A., "Optimal Selection of Capacitors for Radial Distribution Systems Using a Genetic Algorithm", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 9, No. 3, August 1994, pp. 1499-1507.
- [15] Masoum, M. A. S.; Jafarian A.; Ladjevardi M., Fuchs E. F.; Grady W. M., "Fuzzy Approach for Optimal Placement and Sizing of Capacitor Banks in the Presence of Harmonics", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 19, No. 2, April 2004, pp. 822-829.
- [16] Yu, X. M.; Xiong X. Y.; Wu Y, W., "A PSO Based Approach to Optimal Capacitor Placement with Harmonic Distortion Consideration", *Electric Power Systems Research*, No. 71, 2004., pp. 27-33.
- [17] Hsiao, Y. T.; Chen, C. H.; Chien C. C., "Optimal Capacitor Placement in Distribution Systems Using a Combination Fuzzy-GA Method", *Electric Power and Energy System*, No. 26, 2004, pp. 501-508.
- [18] Vargas Alberto, "Aplicaciones de tiempo real para el cálculo de estados eléctricos y optimización de redes de distribución", tesis doctoral, Instituto de energía eléctrica, Universidad Nacional de San Juan, Argentina, 2003.